

GRR: _____ Nome: _____

Curso de: _____ Assinatura: _____

20 pontos 1ª. Questão) Considere que indivíduos vão fazer um teste online no qual as questões serão apresentadas sequencialmente. Calcule as probabilidades pedidas nos contextos de cada um dos itens a seguir.

- a) Suponha que 5 questões sejam retiradas com reposição (ou seja uma mesma questão pode ser retirada mais de uma vez) de um banco de 10 questões das quais o indivíduo sabe responder 5. Qual a probabilidade de ele acertar 2 ou mais questões?

Dica: use a distribuição **binomial**

4,0

- b) Idem ao item anterior, porém supondo agora que as questões são retiradas sem reposição.

Dica: use a distribuição **hipergeométrica**

4,0

- c) Supondo novamente reposição das questões, o candidato responde até errar pela primeira vez. Qual a probabilidade de acertar no máximo 2 questões antes de errar (ou seja, no máximo 3 tentativas)?

Dica: use a distribuição **geométrica**

4,0

- d) Idem anterior supondo que responde até errar pela terceira vez (ou seja, no máximo 5 tentativas).

Dica: use a distribuição **binomial negativa**

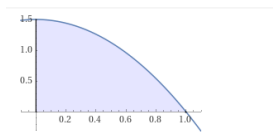
4,0

- e) Considere agora que o candidato fez vários testes simulados com 10 questões e registrou uma média de 6 acertos por teste. Qual a probabilidade de que no teste oficial (10 questões) ele tenha no máximo 5 acertos?

Dica: use a distribuição de **Poisson**

4,0

20 pontos 2ª. Questão) A trava de segurança de um aparelho industrial deve ser trocada com frequência, de modo a evitar a quebra devido ao fim de sua vida útil. Estudos anteriores admitem que essa vida útil pode ser representada por uma variável aleatória contínua, assumindo valores entre 0 e 1 ano. Apresente o resultado com no mínimo 4 casas decimais.



A função de densidade de probabilidade da vida útil (em anos) da trava é a seguinte:

$f(x) = \frac{3}{2}(1-x^2)$, $0 \leq x \leq 1$, a sua função distribuição é: $F_X(x) = (x - \frac{1}{3}x^3)$, $0 < x < 1$.

Para cada item abaixo apresente a solução:

a) A probabilidade de a vida útil não chegar a 3 meses é

3,0

b) A probabilidade de a vida útil ser superior a 6 meses é

3.0

c) A probabilidade de a duração estar entre 4 e 9 meses é

3.0

d) Sabendo que a trava está funcionando a 3 meses, a probabilidade de a vida útil ser inferior a 6 meses é

[illegible]

3.0

e) A probabilidade de durar mais que 9 meses sendo que já funciona há 6 meses é:

4.0

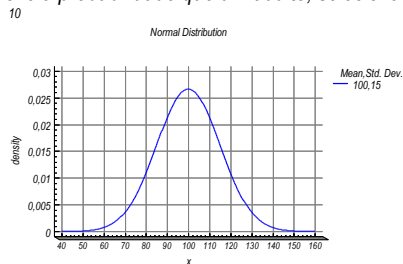
f) Sabe-se que uma unidade durou menos que 9 meses. Qual a probabilidade que tenha durado ao menos 3 meses?

1) Sabendo que uma unidade dura menos que o mês, qual a probabilidade que tenha durado ao menos o mês?

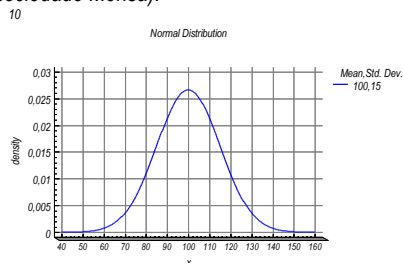
4.0

60 pontos 4ª. Questão) Uma psicóloga está planejando um experimento para testar a eficácia de um novo programa de treinamento para controladores de segurança de aeroportos. Para os itens abaixo, suponha que os adultos tenham escores de QI normalmente distribuídos com média $\mu = 100$ e desvio padrão de $\sigma = 15$ (como no teste de Wechsler). Em cada item abaixo indique a área na figura e apresente os cálculos:

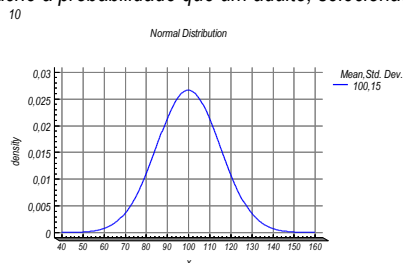
- a) ache a probabilidade que um adulto, selecionado aleatoriamente, tenha QI menor do que 130.



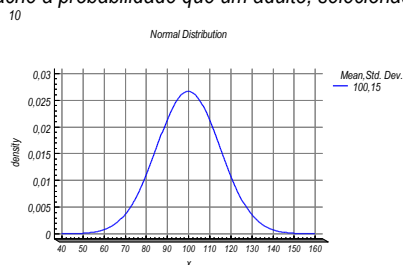
- b) ache a probabilidade que um adulto, selecionado aleatoriamente, tenha QI maior do que 131,5 (que é a exigência para ser um membro da sociedade Mensa).



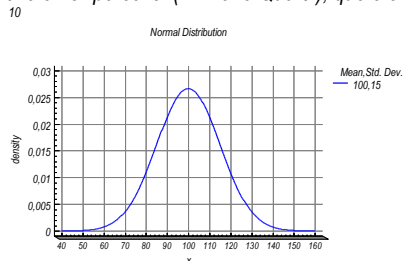
- c) ache a probabilidade que um adulto, selecionado aleatoriamente, tenha QI entre 90 e 110. (considerado como faixa normal)



- d) ache a probabilidade que um adulto, selecionado aleatoriamente, tenha QI entre 110 e 120. (considerado como faixa normal brilhante).



- e) ache o 25º percentil (Primeiro Quartil), que é o escore de QI que separa os 25% inferiores dos 75% superiores.



- f) ache o 75º percentil (Terceiro Quartil), que é o escore de QI que separa os 75% inferiores dos 25% superiores.

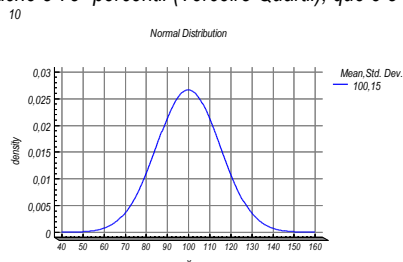


TABELA III Distribuição Cumulativa Normal Padrão

z	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	-0,00
-3,9	0,00033	0,00034	0,00036	0,00037	0,00039	0,00041	0,00042	0,00044	0,00046	0,00048
-3,8	0,00050	0,00052	0,00054	0,00057	0,00059	0,00062	0,00064	0,00067	0,00069	0,00072
-3,7	0,00075	0,00078	0,00082	0,00085	0,00088	0,00092	0,00096	0,00100	0,00104	0,00108
-3,6	0,00112	0,00117	0,00121	0,00126	0,00131	0,00136	0,00142	0,00147	0,00153	0,00159
-3,5	0,00165	0,00172	0,00179	0,00185	0,00193	0,00200	0,00208	0,00216	0,00224	0,00233
-3,4	0,00242	0,00251	0,00260	0,00270	0,00280	0,00291	0,00302	0,00313	0,00325	0,00337
-3,3	0,00350	0,00362	0,00376	0,00390	0,00404	0,00419	0,00434	0,00450	0,00467	0,00483
-3,2	0,00501	0,00519	0,00538	0,00557	0,00577	0,00598	0,00619	0,00641	0,00664	0,00687
-3,1	0,00711	0,00736	0,00762	0,00789	0,00816	0,00845	0,00874	0,00904	0,00935	0,00968
-3,0	0,01001	0,01035	0,01070	0,01107	0,01144	0,01183	0,01223	0,01264	0,01306	0,01350
-2,9	0,01395	0,01441	0,01489	0,01538	0,01589	0,01641	0,01695	0,01750	0,01807	0,01866
-2,8	0,01926	0,01988	0,02052	0,02118	0,02186	0,02256	0,02327	0,02401	0,02477	0,02555
-2,7	0,02635	0,02718	0,02803	0,02890	0,02980	0,03072	0,03167	0,03264	0,03364	0,03467
-2,6	0,03573	0,03681	0,03793	0,03907	0,04025	0,04145	0,04269	0,04396	0,04527	0,04661
-2,5	0,04799	0,04940	0,05085	0,05234	0,05386	0,05543	0,05703	0,05868	0,06037	0,06210
-2,4	0,06387	0,06569	0,06756	0,06947	0,07143	0,07344	0,07549	0,07760	0,07976	0,08198
-2,3	0,08424	0,08656	0,08894	0,09137	0,09385	0,09638	0,09896	0,10159	0,10427	0,10699
-2,2	0,10911	0,11104	0,11304	0,11511	0,11724	0,11943	0,12168	0,12400	0,12638	0,12882
-2,1	0,13132	0,13387	0,13647	0,13912	0,14182	0,14457	0,14737	0,15021	0,15309	0,15601
-2,0	0,15897	0,16196	0,16500	0,16809	0,17123	0,17442	0,17766	0,18095	0,18429	0,18767
-1,9	0,19109	0,19445	0,19786	0,20131	0,20481	0,20836	0,21196	0,21561	0,21931	0,22306
-1,8	0,22687	0,23072	0,23462	0,23857	0,24257	0,24662	0,25072	0,25487	0,25907	0,26331
-1,7	0,26760	0,27189	0,27623	0,28061	0,28504	0,28951	0,29402	0,29857	0,30316	0,30780
-1,6	0,31248	0,31723	0,32202	0,32685	0,33172	0,33663	0,34158	0,34657	0,35160	0,35667
-1,5	0,36178	0,36692	0,37210	0,37732	0,38258	0,38788	0,39322	0,39860	0,40401	0,40946
-1,4	0,41494	0,42043	0,42596	0,43153	0,43714	0,44279	0,44848	0,45420	0,45995	0,46574
-1,3	0,47156	0,47742	0,48331	0,48922	0,49516	0,50113	0,50713	0,51316	0,51921	0,52528
-1,2	0,53137	0,53752	0,54369	0,54988	0,55609	0,56232	0,56857	0,57484	0,58112	0,58741
-1,1	0,59372	0,59999	0,60628	0,61258	0,61889	0,62521	0,63154	0,63788	0,64423	0,65059
-1,0	0,65696	0,66333	0,66971	0,67610	0,68250	0,68891	0,69533	0,70176	0,70820	0,71465
-0,9	0,72110	0,72759	0,73409	0,74060	0,74712	0,75365	0,76019	0,76674	0,77330	0,77986
-0,8	0,78643	0,79303	0,79964	0,80626	0,81289	0,81953	0,82618	0,83284	0,83950	0,84617
-0,7	0,85284	0,85946	0,86609	0,87273	0,87938	0,88603	0,89269	0,89935	0,90602	0,91269
-0,6	0,91937	0,92603	0,93270	0,93937	0,94604	0,95271	0,95938	0,96604	0,97271	0,97938
-0,5	0,98604	0,99270	0,99937	1,00604	1,01271	1,01938	1,02604	1,03271	1,03938	1,04604
-0,4	1,05271	1,05938	1,06604	1,07271	1,07938	1,08604	1,09271	1,09938	1,10604	1,11271
-0,3	1,11938	1,12604	1,13271	1,13938	1,14604	1,15271	1,15938	1,16604	1,17271	1,17938
-0,2	1,18604	1,19271	1,19938	1,20604	1,21271	1,21938	1,22604	1,23271	1,23938	1,24604
-0,1	1,25271	1,25938	1,26604	1,27271	1,27938	1,28604	1,29271	1,29938	1,30604	1,31271
0,0	1,31938	1,32604	1,33271	1,33938	1,34604	1,35271	1,35938	1,36604	1,37271	1,37938

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51993	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53982	0,54379	0,54775	0,55171	0,55566	0,55961	0,56355	0,56749	0,57142	0,57534
0,2	0,57926	0,58316	0,58704	0,59091	0,59475	0,59858	0,60240	0,60621	0,61001	0,61379
0,3	0,61754	0,62129	0,62501	0,62871	0,63239	0,63605	0,63969	0,64331	0,64691	0,65049
0,4	0,65405	0,65758	0,66109	0,66458	0,66805	0,67150	0,67492	0,67832	0,68170	0,68506
0,5	0,68841	0,69174	0,69505	0,69834	0,70161	0,70485	0,70807	0,71127	0,71445	0,71761
0,6	0,72076	0,72389	0,72699	0,73006	0,73311	0,73614	0,73915	0,74214	0,74511	0,74806
0,7	0,75099	0,75389	0,75676	0,75960	0,76241	0,76519	0,76794	0,77066	0,77335	0,77601
0,8	0,77865	0,78121	0,78374	0,78625	0,78873	0,79118	0,79360	0,79600	0,79837	0,80072
0,9	0,80305	0,80538	0,80768	0,80995	0,81219	0,81440	0,81658	0,81873	0,82085	0,82294
1,0	0,82491	0,82688	0,82882	0,83073	0,83260	0,83444	0,83625	0,83803	0,83978	0,84150
1,1	0,84319	0,84484	0,84646	0,84805	0,84961	0,85114	0,85264	0,85411	0,85556	0,85698
1,2	0,85837	0,85974	0,86108	0,86239	0,86367	0,86491	0,86612	0,86730	0,86845	0,86957
1,3	0,87067	0,87183	0,87296	0,87406	0,87513	0,87617	0,87719	0,87818	0,87914	0,88007
1,4	0,88100	0,88189	0,88275	0,88358	0,88438	0,88515	0,88589	0,88661	0,88730	0,88796
1,5	0,88861	0,88928	0,88992	0,89053	0,89111	0,89167	0,89220	0,89271	0,89320	0,89367
1,6	0,89412	0,89458	0,89501	0,89541	0,89579	0,89614	0,89647	0,89678	0,89707	0,89733
1,7	0,89758	0,89784	0,89808	0,89830	0,89850	0,89868	0,89884	0,89898	0,89911	0,89922
1,8	0,89933	0,89944	0,89954	0,89963	0,89971	0,89978	0,89984	0,89989	0,89993	0,89996
1,9	0,89998	0,90000	0,90001	0,90002	0,90003	0,90004	0,90005	0,90006	0,90007	0,90008

TABELA I Sumário das Distribuições Comuns de Probabilidade

Nome	Distribuição de Probabilidade	Média	Variação	Seção no Livro
Discreta				
Uniforme	$\frac{1}{n}, a \leq b$	$\frac{(b+a)}{2}$	$\frac{(b-a+1)^2-1}{12}$	3-5
Binomial	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $x = 0, 1, \dots, n, 0 \leq p \leq 1$	np	$np(1-p)$	3-6
Geométrica	$(1-p)^{x-1} p$ $x = 1, 2, \dots, 0 \leq p \leq 1$	$1/p$	$(1-p)/p^2$	3-7
Binomial negativa	$\binom{x-1}{r-1} (1-p)^{r-1} p^r$ $x = r, r+1, r+2, \dots, 0 \leq p \leq 1$	r/p	$r(1-p)/p^2$	3-7
Hipergeométrica	$\frac{\binom{K}{x} \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ $x = \max(0, n-N+K), 1, \dots$ $\min(K, n), K \leq N, n \leq N$	np em que $p = \frac{K}{N}$	$np(1-p) \frac{(N-n)}{(N-1)}$	3-8
Poisson	$\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, 0 < \lambda$	λ	λ	3-9
Contínua				
Uniforme	$\frac{1}{b-a}, a \leq x \leq b$	$\frac{(b+a)}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	4-5
Normal	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$ $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, 0 < \sigma$	μ	σ^2	4-6
Exponencial	$\lambda e^{-\lambda x}, 0 \leq x, 0 < \lambda$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	4-8
Erlang	$\frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{(r-1)!}, 0 < x, r = 1, 2, \dots$	r/λ	r/λ^2	4-9.1
Gama	$\frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(r)}, 0 < x, 0 < r, 0 < \lambda$	r/λ	r/λ^2	4-9.2
Weibull	$\frac{\beta}{\delta} \left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta-1} e^{-(x/\delta)^\beta}$ $0 < x, 0 < \beta, 0 < \delta$	$\delta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$	$\delta^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \delta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right]^2$	4-10
Lognormal	$\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[\ln(x)-\theta]^2}{2\sigma^2}\right)$	$e^{\theta+\sigma^2/2}$	$e^{2\sigma^2+\sigma^4} (e^{\sigma^2}-1)$	4-11
Beta	$\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}$ $0 \leq x \leq 1, 0 < \alpha, 0 < \beta$	$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$	4-12