# Introdução

- Vamos relembrar o experimento de sementes de um híbrido simples:
- Selecione sementes de um híbrido simples de milho;
- Faça a semeadura de maneira que as sementes sejam colocadas no solo, na mesma posição e na mesma profundidade;
- Considere que sejam aplicadas 4 doses distintas de nitrogênio, sendo elas:
  - 0 N
  - 1 N
  - 2 N
  - 3 N
- As sementes irão germinar, as plantas crescerão e no momento em que emitirem o pendão, mede-se as alturas das plantas, do solo até a inserção da última folha .

# Introdução

- Agora, vamos supor que o terreno seja em declive;
- O que esse fato pode causar no experimento?
- É possível controlar esse fato?

# Introdução

- Sim!!!
- Nesses casos em que a fonte incômoda de variabilidade é conhecida e controlável, devemos usar o terceiro príncipio básico da experimentação: o Controle Local;
- Ou seja, devemos repartir a área experimental heterogênea em subáreas homogêneas;
- Em um terréno em declive, essas subáreas são ao longo das curvas de nível;

# INTRODUÇÃO

- Cada subárea recebe todos os tratamentos, uma vez cada e, esse conjunto constitui um Bloco;
- O que caracteriza o Experimentos em Blocos Casualizados completo;
- Nesse tipo de delineamento cada bloco é uma repetição;
- É importante salientar que dentro de cada bloco deve haver o máximo possível de homogeneidade a fim de que sejam oferecidas as mesmas condições a todos os tratamentos.

**Como é o modelo matemático para representar essa situação?**

# Modelo

O modelo do delineamento em blocos casualizados completo para $a$ tratamentos e $b$ blocos é definido por:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, ..., a; \quad j = 1, 2, ..., b \qquad (1)$$

em que $\mu$ é a média geral, $\tau_i$ é a média ou efeito dos tratamentos, $\beta_j$ é o efeito de blocos e $\varepsilon_{ij}$ componente de erro aleatório com distribuição $N(0, \sigma^2)$.

# Modelo

- Usualmente, pensamos nos efeitos de tratamento e bloco como desvios da média geral, de modo que

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0 \qquad \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$$

- Também podemos escrever o modelo (1) como modelo de médias:

$$y_{ij} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, ..., a; \quad j = 1, 2, ..., b$$

em que $\mu_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j$.

# Modelo

- As hipóteses de interesse para o modelo (1) são definidas por:

$$\begin{cases} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_a = 0, & \text{(O efeito de tratamento é nulo)} \\ H_1 : \exists \tau_i \neq 0 \end{cases}$$

- Ou de forma equivalente:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_a \\ H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j,\ i \neq j, \end{cases}$$

em que $\mu_i = (1/b) \sum_{j=1}^{b} (\mu + \tau_i + \beta_j) = \mu + \tau_i$.

# Modelo

A análise de variância pode ser estendida para o modelo (1). Seja:

- $y_{i.} = \sum_{j=1}^{b} y_{ij}$ o total de todas as observações do $i$ tratamento;
- $y_{.j} = \sum_{i=1}^{a} y_{ij}$ o total de todas as observações no $j$ bloco;
- $y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}$ o total geral de todas as observações e $N = ab$ o número total de observações.

# Modelo

Similarmente, tem-se as médias:

- $\bar{y}_{i.} = y_{i.}/b$ é a média das observações do $i$ tratamento;
- $\bar{y}_{.j} = y_{.j}/a$ é a média das observações no $j$ bloco;
- $\bar{y}_{..} = y_{..}/N$ é a média geral de todas as observações.

# Modelo

- A $SS_T$ pode ser escrita como:

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 &= b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2 + a\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2 + \qquad (2)\\
&+ \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{i.}+\bar{y}_{..})^2\\
&= SQ_{Trat}+SQ_{Bloco}+SQ_{Res}
\end{aligned}
$$

# ANOVA

- Relembrando o Teorema de Cochran temos:
    - Seja $Z_i \sim N(0,1)$ para $i = 1, 2, \ldots, \nu$ e

$$\sum_{i=1}^{\nu} Z_i^2 = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_s$$

em que $s \leq \nu$, e $Q_i$ tem $\nu$ graus de liberdade ($i = 1, 2, \ldots, s$). Então, $Q_1, Q_2, \ldots, Q_s$ são variáveis aleatórias independentes com distribuição qui-quadrado com $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_s$ graus de liberdade, respectivamente, se e somente se

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_s$$

# ANOVA

- Ao analisar a equação (2) é possível verificar que a soma dos graus de liberdade do lado direito da equação é igual ao grau de liberdade da $SQ_{Total}$;
- E ao fazer as suposições de normalidade dos erros, tem-se que

$$\frac{SQ_{Trat}}{\sigma^2}, \quad \frac{SQ_{Bloco}}{\sigma^2} \quad \text{e} \quad \frac{SQ_{Res}}{\sigma^2}$$

  são variáveis aleatórias independentes com distribuição qui-quadrado;
- Cada soma de quadrados dividida por seus graus de liberdade é um quadrado médio.

# ANOVA

- Então, a esperança dos quadrados médios, se tratamentos e blocos forem fixos, podem ser definidos por:

$$E(QM_{Trat}) = \sigma^2 + \frac{b\sum_{i=1}^{a} \tau_i^2}{a-1}$$

$$E(QM_{Bloco}) = \sigma^2 + \frac{a\sum_{j=1}^{a} \beta_j^2}{b-1}$$

$$E(QM_{Res}) = \sigma^2$$

# ANOVA

- Sendo assim, para testar a igualdade das médias de tratamento, a estatística de teste é definida por:

$$F_0 = \frac{QM_{Trat}}{QM_{Res}},$$

com distribuição $F_{a-1,(a-1)(b-1)}$ se a hipótese nula for verdadeira.

- A região crítica é a cauda superior da distribuição $F$, e rejeitamos $H_0$ se $F_0 > F_{\alpha,a-1,(a-1)(b-1)}$.

# ANOVA

- É possível testar efeito de bloco ($H_0 : \beta_j = 0$)?
- Qual a estatística do teste?
- É possível seguir a mesma ideia da estatística de teste para efeitro de tratamento. Então, tem-se que:

$$F_0 = \frac{QM_{Bloco}}{QM_{Res}}$$

- No entanto, lembre-se de que a aleatorização foi aplicada apenas para tratamentos em cada blocos; ou seja, os blocos representam uma restrição à aleatorização;

# ANOVA

Tabela 1: Tabela de Análise de Variância

| Fonte de Variação | SQ | g.l. | QM | F |
|---|---|---|---|---|
| Tratamentos | $SQ_{Trat}$ | a - 1 | $QM_{Trat}$ | $QM_{Trat}/QM_{Res}$ |
| Bloco | $SQ_{Bloco}$ | b - 1 | $QM_{Bloco}$ | |
| Resíduo | $SQ_{Res}$ | (a-1)(b-1) | $QM_{Res}$ | |
| Total | $SQ_T$ | N - 1 | | |

# Exemplo

- Um fabricante de dispositivos médicos produz enxertos vasculares (veias artificiais). Esses enxertos são produzidos por extrusão de tarugos de resina de politetrafluoretileno (PTFE) combinados com um lubrificante em tubos. Freqüentemente, alguns dos tubos contém saliências pequenas e duras na superfície externa. Esses defeitos são conhecidos como flicks. O defeito é motivo de rejeição da unidade.

# Exemplo

- O fabricante do produto suspeita que a pressão de extrusão afeta a ocorrência de flicks e por isso pretende realizar um experimento para investigar essa hipótese.
- No entanto, a resina é fabricada por um fornecedor externo e é entregue ao fabricante de dispositivos médicos em lotes.
- O fabricante também suspeita que pode haver variação significativa de lote para lote, devido à variação de fabricação no fornecedor da resina e variação natural do material.

# Exemplo

O experimento é composto por:

- quatro níveis diferentes de pressão de extrusão em flicks: 8500, 8700, 8900 e 9100;
- seis lotes de resina - 6 blocos;
- a ordem em que a extrusão as pressão de fusão são testadas dentro de cada bloco é aleatória;
- a variável resposta é o rendimento, ou a porcentagem de tubos na tiragem de produção que não continha nenhum flick (defeito).

# Comparações de médias

- Caso seja verificado pela ANOVA a diferença entre as médias de tratamentos;
- Pode-se utilizar todas as técnicas de comparaçoes múltiplas aprendidas em Delineamento Inteiramente Casualizados;
- Porém, deve-se substituir o número de repetições ($n$) por número de blocos ($b$);
- E o número de graus de liberdade do resíduo de ($a(n-1)$) por (($a-1)(b-1$).