### Teste de Duncan

- O teste de Duncan também é utilizado para testar contrastes entre duas médias.
- A Estatística do teste também é baseada na amplitude total estudentizada e é dada por:

$$Di = Zi\sqrt{\frac{QMres}{n}}$$
 (1)

Zi é obtido de tabelas para o teste de Duncan em função do número de médias abrangidas pelo contraste, pelos graus de liberdade do resíduo a um determinado valor de  $\alpha$ 

• O teste exige que as méedias estejam ordenadas (de forma crescente ou decrescente).

#### Teste de Duncan

- O teste de Duncan pode detectar mais diferenças significativas do que o teste de Tukey.
- Isto se deve ao fato de que o teste de Tukey é mais rigoroso do que o teste de Duncan. Assim, pode-se esperar que o teste de Tukey encontre menos diferenças significativas do que o teste de Duncan. Pode acontecer que os dois apresentem as mesmas diferenças significativas, dependendo da amplitude entre as médias analisadas.
- Fazendo um paralelo entre os dois testes pode-se afirmar que o teste de Tukey é mais rigoroso e o teste de Duncan é mais poderoso.

### Teste de Duncan

#### CUIDADO!!

O coeficiente de confiança para o teste de Duncan diminui a medida que aumenta o número de médias (m) abrangidas (ou envolvidas) no contraste na proporção de  $(1-\alpha)^{m-a}$ . Para um valor de  $\alpha=0,05$  temos que:

m	$(1-\alpha)^{m-a}$
2	0,95
3	0,9025
:	:
	0.7720
6	0,7738

em que m é o número de médias abrangidas pelo contraste



### Teste de Fisher

- Considere a hipótese  $H_0: \mu_i = \mu_j$ , para  $i \neq j$ ;
- A estatística do teste é definida por:

$$t_0 = \frac{\bar{y_{i.}} - \bar{y_{j.}}}{\sqrt{QM_{Res}(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j})}}$$
(2)

- Supondo uma hipótese alternativa bilateral  $(H_1: \mu_i \neq \mu_j)$ , o par de médias  $\mu_i$  e  $\mu_j$  terá diferença significativa se  $|\bar{y_i} \bar{y_j}| > t_{\alpha/2,N-a} \sqrt{QM_{Res}(1/n_i + 1/n_j)}$ .
- A quantidade

$$LSD = t_{\alpha/2, N-a} \sqrt{QM_{Res}(1/n_i + 1/n_j)}, \qquad (3)$$

é conhecida como diferença mínima significativa.



### Teste de Fisher

- Ao usar o procedimento LSD de Fisher, simplesmente comparamos a diferença observada entre cada par de médias com o LSD correspondente;
- É possível observar que o procedimento LSD de Fisher controla a taxa de erro para cada comparação par a par individual, mas não controla a taxa de erro experimental.

- Considere o experimento da gravação de plasma. Como a hipótese nula foi rejeitada, sabemos que algumas configurações de energia produzem taxas de gravação diferentes das outras, mas quais realmente causam essa diferença?
- Podemos suspeitar no início do experimento que 200W e 220W produzem o mesma taxa de gravação, o que implica que gostaríamos de testar a hipótese:

$$H_0: \mu_3 = \mu_4$$
  
 $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$ 

ou equivalentemente:

$$H_0: \mu_3 - \mu_4 = 0$$
  
 $H_1: \mu_3 - \mu_4 \neq 0$ 

 Ou, se tivéssemos suspeitado no início do experimento que a média dos níveis mais baixos de potência não diferia da média dos níveis mais altos de potência, então a hipótese teria sido:

$$H_0: \mu_1 + \mu_2 = \mu_3 + \mu_4$$

$$H_1: \mu_1 + \mu_2 \neq \mu_3 + \mu_4$$

ou

$$H_0: \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 = 0$$

$$H_1: \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 \neq 0$$

- Muitos métodos de comparações múltiplas usam a ideia de um contraste.
- Em geral, um contraste é uma combinação linear dos parâmetros na forma:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i,$$

em que a soma das constantes do contraste é igual a zero, isto é,  $\sum_{i=1}^{a} c_i = 0$ .

 Ambas as hipóteses acima podem ser expressas em termos dos contrastes:

$$H_0: \sum_{i=1}^a c_i \mu_i = 0$$

$$H_1: \sum_{i=1}^a c_i \mu_i \neq 0$$

Qual a estatística do Teste nesse caso?

• Qual a estatística do Teste nesse caso?

• Há dois caminhos: teste t e teste F

- Primeiro vamos usar o teste t;
- Então, é preciso escrever o contraste de interesse em termos das médias de tratamento. Logo, tem-se que:

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}$$

• A variância de C é:

$$V(C) = \frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2,$$
 (4)

quando todos os tratamentos têm o mesmo tamanho.

 Sob a hipótese nula ser verdadeira, a estatística do teste é definida por:

$$\frac{\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.} - 0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}},$$

ou

$$\frac{\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}},$$

com distribuição N(0,1).

• Agora vamos substituir a variância desconhecida,  $\sigma^2$ , por sua estimativa, o erro quadrático médio e a estatística é definida por:

$$t_0 = \frac{\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}}{\sqrt{\frac{QM_{Res}}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}},$$
 (5)

ullet A hipótese nula será rejeitada se  $|t_0|>t_{lpha/2,N-a}$ .

- A segunda abordagem usa o teste F;
- Então, ao elevar ao quadrado uma variável aleatória t com  $\nu$  graus de liberdade, tem-se uma variável aleatória F com 1 grau de liberdade do numerador e  $\nu$  graus de liberdade do denominador. Portanto, tem-se que:

$$F_0 = t_0^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^a c_i \bar{y}_{i.}\right)^2}{\frac{QM_{Res}}{n} \sum_{i=1}^a c_i^2}.$$
 (6)

• A hipótese nula será rejeitada se  $F_0 > F_{\alpha,1,N-a}$ .

• A estatística do teste (6) pode ser escrita como:

$$F_0 = \frac{QM_C}{QM_{Res}} = \frac{SQ_C/1}{QM_{Res}},$$

em que a soma de quadrados do contraste é:

$$SQ_C = \frac{\left(\sum_{i=1}^a c_i \bar{y}_{i.}\right)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^a c_i^2},\tag{7}$$

e possui 1 grau de liberdade.

- Em vez de realizar teste de hipótese para o contraste, também é possível construir um Intervalo de Confiança;
- Considere o contraste de interesse:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i$$

 Ao substituir as médias dos tratamentos por seu respectivo estimador, tem-se que

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}$$

Como

$$E(\sum_{i=1}^{a} c_i \overline{y}_{i.}) = \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i \qquad e \qquad V(C) = \frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2$$

• O intervalo de confiança para o contraste  $\sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i$  é:

$$IC = \left(\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.} \pm t_{\alpha/2, N-a} \sqrt{\frac{QM_{Res}}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}\right). \tag{8}$$

- Um caso especial de contraste é o contraste ortogonal;
- Dois contraste com coeficientes  $c_i$  e  $d_i$  são ortogonais se:

$$\sum_{i=1}^a c_i d_i = 0.$$

- Para a tratamentos, o conjunto de a-1 contrastes ortogonais particiona a soma de quadrados de tratamentos em a-1 componentes independentes com um único grau de liberdade para cada componente.
- Assim, os testes realizados com contrastes ortogonais são independentes.