# Teste de Duncan

- O teste de Duncan também é utilizado para testar contrastes entre duas médias.
- A Estatística do teste também é baseada na amplitude total estudentizada e é dada por:

$$Di = Zi\sqrt{\frac{QMres}{n}} \tag{1}$$

  Zi é obtido de tabelas para o teste de Duncan em função do número de médias abrangidas pelo contraste, pelos graus de liberdade do resíduo a um determinado valor de $\alpha$
- O teste exige que as méedias estejam ordenadas (de forma crescente ou decrescente).

# Teste de Duncan

- O teste de Duncan pode detectar mais diferenças significativas do que o teste de Tukey.
- Isto se deve ao fato de que o teste de Tukey é mais rigoroso do que o teste de Duncan. Assim, pode-se esperar que o teste de Tukey encontre menos diferenças significativas do que o teste de Duncan. Pode acontecer que os dois apresentem as mesmas diferenças significativas, dependendo da amplitude entre as médias analisadas.
- Fazendo um paralelo entre os dois testes pode-se afirmar que o teste de Tukey é mais rigoroso e o teste de Duncan é mais poderoso.

# Teste de Duncan

CUIDADO!!

O coeficiente de confiança para o teste de Duncan diminui a medida que aumenta o número de médias (m) abrangidas (ou envolvidas) no contraste na proporção de $(1-\alpha)^{m-a}$. Para um valor de $\alpha = 0,05$ temos que:

| m | $(1-\alpha)^{m-1}$ |
|---|---|
| 2 | 0,95 |
| 3 | 0,9025 |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| 6 | 0,7738 |

em que $m$ é o número de médias abrangidas pelo contraste

# Teste de Fisher

- Considere a hipótese $H_0 : \mu_i = \mu_j$, para $i \neq j$;
- A estatística do teste é definida por:

$$t_0 = \frac{\bar{y_i}. - \bar{y_j}.}{\sqrt{QM_{Res}(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j})}} \qquad (2)$$

- Supondo uma hipótese alternativa bilateral ($H_1 : \mu_i \neq \mu_j$), o par de médias $\mu_i$ e $\mu_j$ terá diferença significativa se $|\bar{y_i}. - \bar{y_j}.| > t_{\alpha/2, N-a}\sqrt{QM_{Res}(1/n_i + 1/n_j)}$.
- A quantidade

$$LSD = t_{\alpha/2, N-a}\sqrt{QM_{Res}(1/n_i + 1/n_j)}, \qquad (3)$$

é conhecida como diferença mínima significativa.

# Teste de Fisher

- Ao usar o procedimento LSD de Fisher, simplesmente comparamos a diferença observada entre cada par de médias com o LSD correspondente;
- É possível observar que o procedimento LSD de Fisher controla a taxa de erro para cada comparação par a par individual, mas não controla a taxa de erro experimental.

# Contrastes

- Considere o experimento da gravação de plasma. Como a hipótese nula foi rejeitada, sabemos que algumas configurações de energia produzem taxas de gravação diferentes das outras, mas quais realmente causam essa diferença?
- Podemos suspeitar no início do experimento que $200W$ e $220W$ produzem o mesma taxa de gravação, o que implica que gostaríamos de testar a hipótese:

$$H_0 : \mu_3 = \mu_4$$
$$H_1 : \mu_3 \neq \mu_4$$

ou equivalentemente:

$$H_0 : \mu_3 - \mu_4 = 0$$
$$H_1 : \mu_3 - \mu_4 \neq 0$$

# Contrastes

- Ou, se tivéssemos suspeitado no início do experimento que a média dos níveis mais baixos de potência não diferia da média dos níveis mais altos de potência, então a hipótese teria sido:

$$H_0 : \mu_1 + \mu_2 = \mu_3 + \mu_4$$
$$H_1 : \mu_1 + \mu_2 \neq \mu_3 + \mu_4$$

ou

$$H_0 : \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 \neq 0$$

# Contrastes

- Muitos métodos de comparações múltiplas usam a ideia de um contraste.
- Em geral, um contraste é uma combinação linear dos parâmetros na forma:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i,$$

em que a soma das constantes do contraste é igual a zero, isto é, $\sum_{i=1}^{a} c_i = 0$.
- Ambas as hipóteses acima podem ser expressas em termos dos contrastes:

$$H_0 : \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i = 0$$

$$H_1 : \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i \neq 0$$

**Qual a estatística do Teste nesse caso?**

# Contrastes

- Qual a estatística do Teste nesse caso?

- Há dois caminhos: teste $t$ e teste $F$

# Contrastes

- Primeiro vamos usar o teste $t$;
- Então, é preciso escrever o contraste de interesse em termos das médias de tratamento. Logo, tem-se que:

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}$$

- A variância de $C$ é:

$$V(C) = \frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2, \tag{4}$$

quando todos os tratamentos têm o mesmo tamanho.

- Sob a hipótese nula ser verdadeira, a estatística do teste é definida por:

$$\frac{\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.} - 0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}},$$

ou

$$\frac{\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}},$$

com distribuição $N(0, 1)$.

# Contrastes

- Agora vamos substituir a variância desconhecida, $\sigma^2$, por sua estimativa, o erro quadrático médio e a estatística é definida por:

$$t_0 = \frac{\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}}{\sqrt{\frac{QM_{Res}}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}}, \tag{5}$$

- A hipótese nula será rejeitada se $|t_0| > t_{\alpha/2, N-a}$.

# Contrastes

- A segunda abordagem usa o teste F;

- Então, ao elevar ao quadrado uma variável aleatória $t$ com $\nu$ graus de liberdade, tem-se uma variável aleatória $F$ com 1 grau de liberdade do numerador e $\nu$ graus de liberdade do denominador. Portanto, tem-se que:

$$F_0 = t_0^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}\right)^2}{\frac{QM_{Res}}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2}. \tag{6}$$

- A hipótese nula será rejeitada se $F_0 > F_{\alpha,1,N-a}$.

# Contrastes

- A estatística do teste (6) pode ser escrita como:

$$F_0 = \frac{QM_C}{QM_{Res}} = \frac{SQ_C/1}{QM_{Res}},$$

em que a soma de quadrados do contraste é:

$$SQ_C = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}\right)^2}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} c_i^2}, \tag{7}$$

e possui 1 grau de liberdade.

# Contrastes

- Em vez de realizar teste de hipótese para o contraste, também é possível construir um Intervalo de Confiança;

- Considere o contraste de interesse:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i$$

- Ao substituir as médias dos tratamentos por seu respectivo estimador, tem-se que

$$C = \sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}$$

# Contrastes

- Como

$$E(\sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.}) = \sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i \qquad e \qquad V(C) = \frac{\sigma^2}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2$$

- O intervalo de confiança para o contraste $\sum_{i=1}^{a} c_i \mu_i$ é:

$$IC = \left( \sum_{i=1}^{a} c_i \bar{y}_{i.} \pm t_{\alpha/2, N-a} \sqrt{\frac{QM_{Res}}{n} \sum_{i=1}^{a} c_i^2} \right). \tag{8}$$

# Contrastes

- Um caso especial de contraste é o contraste ortogonal;
- Dois contraste com coeficientes $c_i$ e $d_i$ são ortogonais se:

$$\sum_{i=1}^{a} c_i d_i = 0.$$

- Para $a$ tratamentos, o conjunto de $a-1$ contrastes ortogonais particiona a soma de quadrados de tratamentos em $a-1$ componentes independentes com um único grau de liberdade para cada componente.
- Assim, os testes realizados com contrastes ortogonais são independentes.

**Qual o tamanho da amostra?**

- Em qualquer problema de planejamento experimental, uma decisão crítica é a escolha do tamanho da amostra, isto é, determinar o número de réplicas a serem executadas;

- Geralmente, se o pesquisador está interessado na detecção de pequenos efeitos, são necessárias mais réplicas do que se o pesquisador estiver interessado em detecção de grandes efeitos.

# Tamanho da amostra

- A probabilidade do erro tipo II do modelo de efeitos fixos para o caso de amostras de tamanhos iguais para cada tratamento, é definida por:

$$\begin{aligned} \beta &= P\{\text{não rejeitar} \quad H_0 | H_0 \quad \text{é falsa}\} \qquad (9) \\ &= P\{F_0 < F_{\text{crítico}} | H_0 \quad \text{é falsa}\} \end{aligned}$$

# Tamanho da amostra

- Para avaliar a probabilidade do erro tipo II, definida na equação (9), é preciso conhecer a distribuição da estatística do teste $F_0$ se a hipótese nula for falsa;

- Pode-se mostrar que, se $H_0$ for falsa, a estatística $F_0 = QM_{Trat}/QM_{Res}$ tem distribuição $F$ não central com $a-1$ e $N-a$ graus de liberdade e parâmetro de não centralidade $\delta$;

- Se $\delta = 0$, a distribuição $F$ não central torna-se a distribuição F usual (central).

# Tamanho da amostra

- O parâmetro de não centralidade da distribuição $F$ pode ser obtido ao calcular:
$$E\left[\frac{SQ_{Trat}}{\sigma^2}\right],$$
- E esse parâmetro será igual a:
$$\delta = \frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{\sigma^2} = \frac{n^2}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{a}(\mu_i - \bar{\mu}.), \tag{10}$$
- É possível observar que sob $H_0$, a equação (10) é igual a 0.

# Tamanho da amostra

- O pesquisador deve especificar os valores de $\tau$ e $\sigma^2$;
- A estimativa de $\sigma^2$ pode estar disponível a partir de uma experiência anterior, um experimento anterior ou uma estimativa de julgamento.
- Ao calcular $\delta$, $\beta$ e o poder do teste $(1 - \beta)$ para diferentes valores de $n$, é possível encontrar o tamanho da amostra.