

Mecánica

Tema 2. Representación y modelado de los sistemas de fuerzas

Ing. Eduardo Flores Rivas

Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Semestre 2026-1



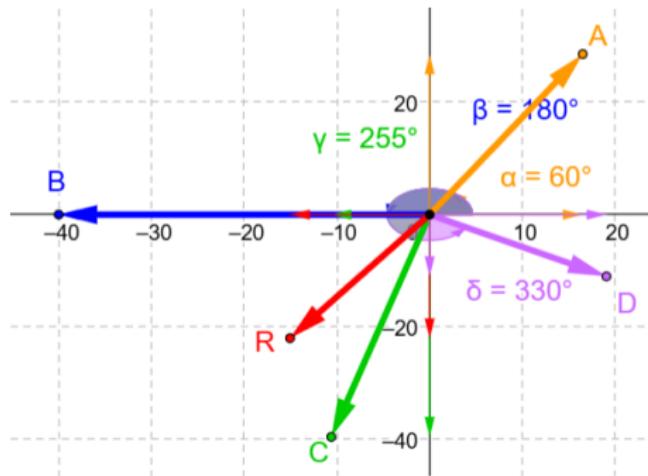
Contenido

- 1 Objetivo
- 2 Clasificación de las fuerzas
- 3 Representación vectorial del modelo de una fuerza puntual
- 4 Procesos de composición y descomposición de fuerzas
- 5 Momentos de una fuerza
- 6 Sistemas equivalentes
- 7 Contacto
- 8 Referencias



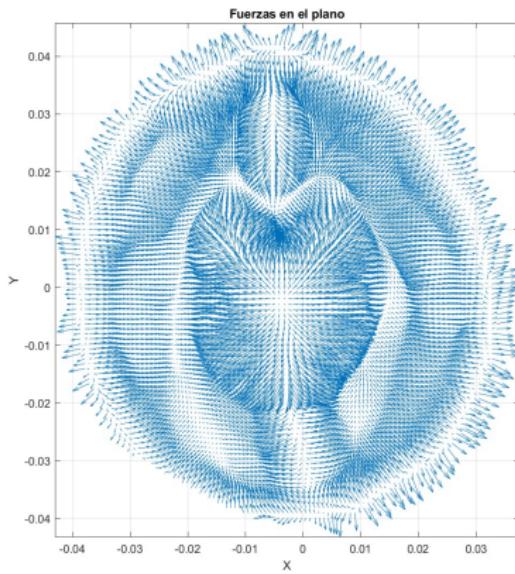
Objetivo

El alumno comprenderá los fundamentos necesarios para analizar los sistemas de fuerzas y aplicará los principios básicos de la mecánica newtoniana para la obtención de sistemas equivalentes de fuerzas.



Clasificación de las fuerzas

En mecánica clásica, una fuerza es cualquier acción capaz de modificar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo. Para analizar las fuerzas, estas se pueden clasificar según su origen, naturaleza y aplicación.

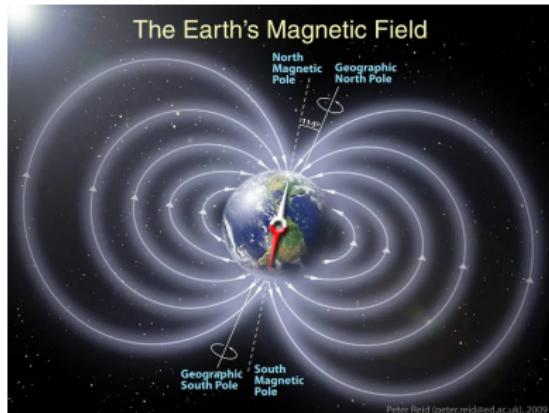


Clasificación de las fuerzas: origen

Según su origen:

- **Fuerza de contacto:** ocurre entre dos cuerpos que se encuentran en contacto físico. Ejemplos:
 - ▶ Fuerza normal
 - ▶ Fuerza de fricción
 - ▶ Tensión

- **Fuerza a distancia** (fuerzas de campo): actúan sin contacto directo. Ejemplos:
 - ▶ Fuerza gravitacional
 - ▶ Fuerza eléctrica
 - ▶ Fuerza magnética



Clasificación de las fuerzas: aplicación

Según su aplicación:

- Fuerzas externas: son ejercidas al sistema analizado desde su entorno.

Ejemplos:

- ▶ El peso de una estructura
- ▶ La presión del viento sobre un puente.
- ▶ La tracción del cable sobre una grúa.

- Fuerzas internas: son las que mantienen la cohesión de los cuerpos y actúan dentro del sistema. Ejemplos:

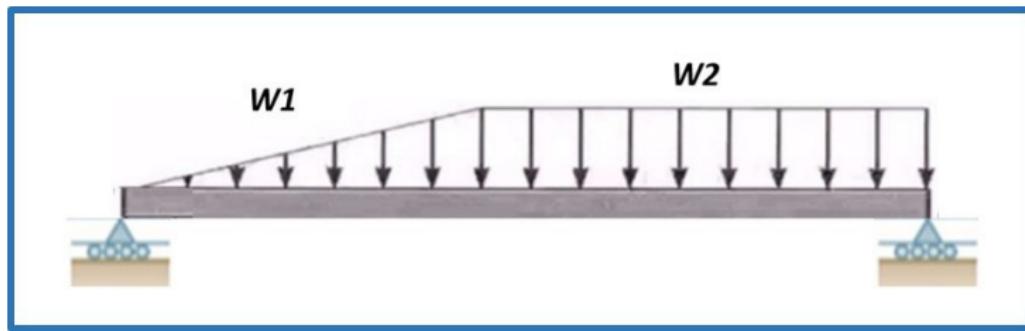
- ▶ Esfuerzos internos de una viga sometida a una carga.
- ▶ Fuerzas entre átomos en un sólido



Clasificación de las fuerzas: distribución

Según su distribución:

- Fuerzas concurrentes (concentradas): se aplican en un solo punto y pueden representarse como un vector único.
 - Fuerzas paralelas (distribuidas): se aplican sobre una superficie o volumen, su representación mínima (que produce el mismo efecto en el sistema) puede ser: una fuerza, un par o una fuerza nula.

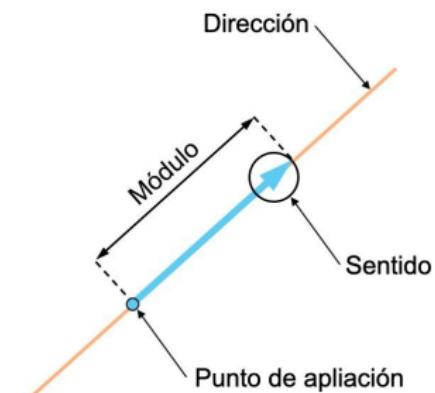


Características del vector fuerza

Las fuerzas puntuales se representan como vectores para describir su magnitud, dirección y punto de aplicación.

Una fuerza como vector se define como \vec{F} , caracterizado por:

- **Magnitud** ($|\vec{F}|$): es la intensidad de la fuerza, en el SI sus unidades son los Newtons ([N]), y se calcula como el módulo del vector.
- **Dirección**: son los ángulos o componentes unitarios del vector.
- **Sentido**: indica hacia donde actúa la fuerza en la línea de acción.
- **Punto de aplicación**: Lugar donde se aplica la fuerza dentro del sistema.



Vector Unitario

Un vector unitario es aquel cuyo módulo es 1 y es útil para representar otros vectores mediante sus componentes. Se simboliza con un "gorro" sobre una letra minúscula, por ejemplo \hat{u} . Para calcular el vector unitario de un vector hay que dividirlo entre su módulo

$$\hat{u} = \frac{\vec{U}}{|\vec{U}|}$$

Por ejemplo, para el vector \vec{F} siguiente:

$$\vec{F} = (120\hat{i} + 160\hat{j})[N]$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{120^2 + 160^2}[N] = 200[N]$$

$$\hat{u} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{120\hat{i} + 160\hat{j}}{200} = \frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j}$$

Hacer la descomposición de un vector en sus componentes unitarios permite simplificar el análisis al observar los efectos de estas fuerzas de forma independiente.



Representación bidimensional

En un sistema con coordenadas cartesianas, la fuerza \vec{F} se representa como

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

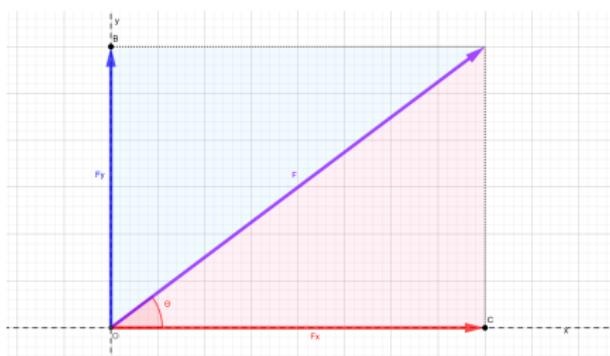
Donde, si θ es el ángulo de \vec{F} respecto al eje x medido en sentido contrario a las manecillas del reloj, entonces:

- F_x es la componente de la fuerza en el eje x .

$$F_x = |\vec{F}| \cos \theta$$

- F_y es la componente de la fuerza en el eje y .

$$F_y = |\vec{F}| \sin \theta$$



Representación tridimensional

En el espacio con un sistema cartesiano, la fuerza se puede expresar como

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

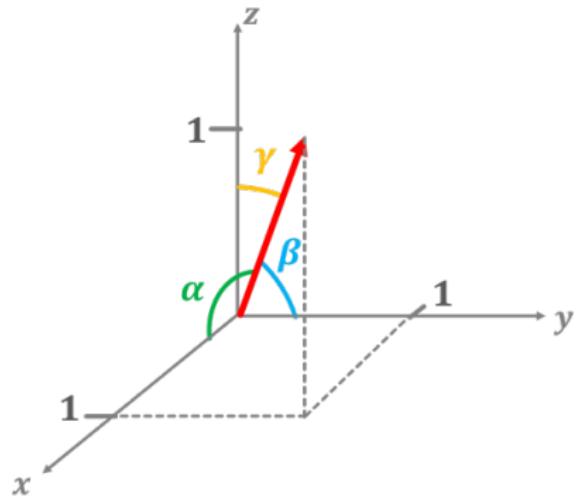
Donde sus componentes se calculan con la dirección del vector unitario \hat{u} de la fuerza.

$$F_x = |\vec{F}| \cos \alpha$$

$$F_y = |\vec{F}| \cos \beta$$

$$F_z = |\vec{F}| \cos \gamma$$

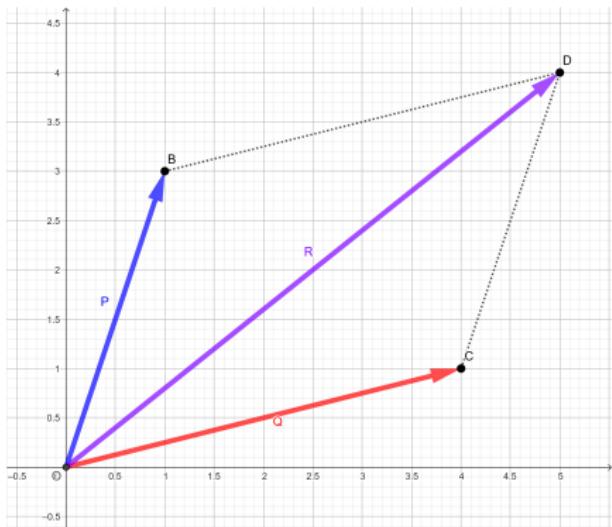
siendo α , β y γ los ángulos entre \vec{F} y los ejes x , y , z , respectivamente.



Composición de fuerzas

La composición es la suma vectorial de fuerzas, es decir, la suma de las componentes de los distintos vectores de fuerza en los ejes del sistema de referencia.

Nota: para que las fuerzas puedan sumarse y obtener el sistema equivalente, es necesario que dichas fuerzas sean concurrentes (que pasen por el mismo punto). La composición de estas fuerzas será el resultado de la aplicación de la **ley del polígono** (que es la repetición de la ley del paralelogramo).



Suma de fuerzas en el plano

Para el caso de la suma de dos fuerzas F_1 y F_2 en coordenadas (x, y) se tiene que la resultante está dada por:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_{1_x} + F_{2_x})\hat{i} + (F_{1_y} + F_{2_y})\hat{j}$$

$$\vec{F}_R = F_{R_x}\hat{i} + F_{R_y}\hat{j}$$

Su magnitud resultante será (por el teorema de Pitágoras)

$$F_R = |\vec{F}_R| = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2}$$

Y su dirección

$$\theta_R = \arctan \frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}$$



Suma de fuerzas en el espacio

Para el caso de la suma de dos fuerzas F_1 y F_2 en el espacio con coordenadas cartesianas (x, y, z) la resultante está dada por:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_{1_x} + F_{2_x})\hat{i} + (F_{1_y} + F_{2_y})\hat{j} + (F_{1_z} + F_{2_z})\hat{k}$$

$$\vec{F}_R = F_{R_x}\hat{i} + F_{R_y}\hat{j} + F_{R_z}\hat{k}$$

Su magnitud será

$$F_R = |\vec{F}_R| = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2 + {F_{R_z}}^2}$$

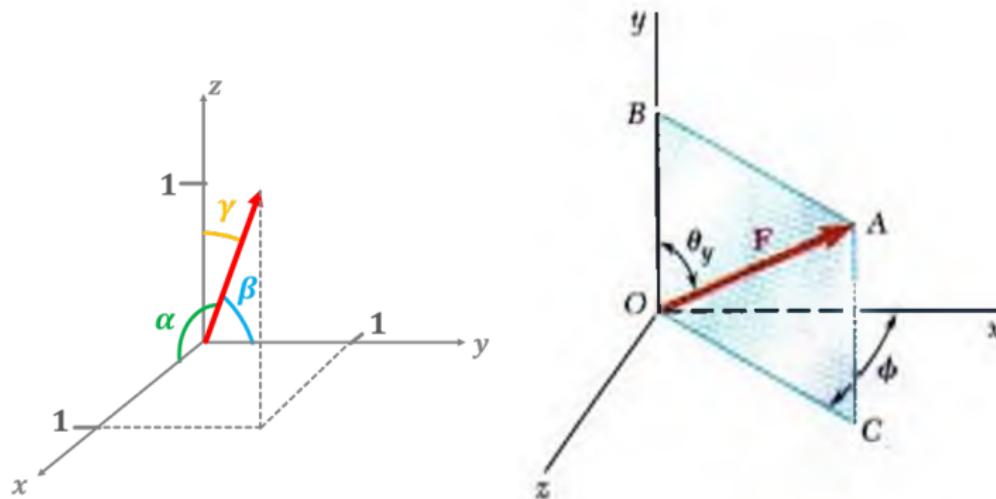
Y los ángulos de dirección

$$\alpha = \arccos \frac{F_{R_x}}{F_R}, \beta = \arccos \frac{F_{R_y}}{F_R}, \gamma = \arccos \frac{F_{R_z}}{F_R}$$



Representación de fuerzas en el espacio

Se puede definir con los ángulos directores (α, β, γ) o con dos ángulos (uno respecto a un plano que contiene la fuerza ϕ y otro respecto a un eje θ)



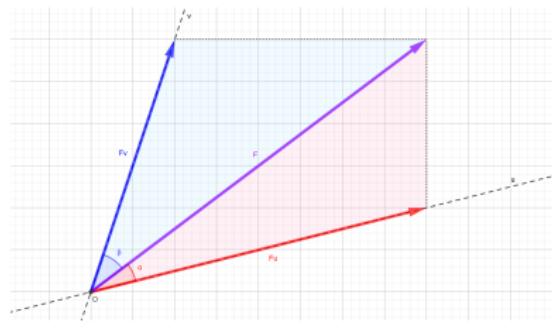
Descomposición de fuerzas

Se trata de obtener la proyección o componente de un vector sobre algún eje. Desde el punto de vista matemático, puede ser visto como la proyección del vector fuerza sobre los vectores unitarios de los distintos ejes del sistema de referencia en el que se descompondrá.

La proyección del vector \vec{A} sobre el vector \vec{B} se calcula como:

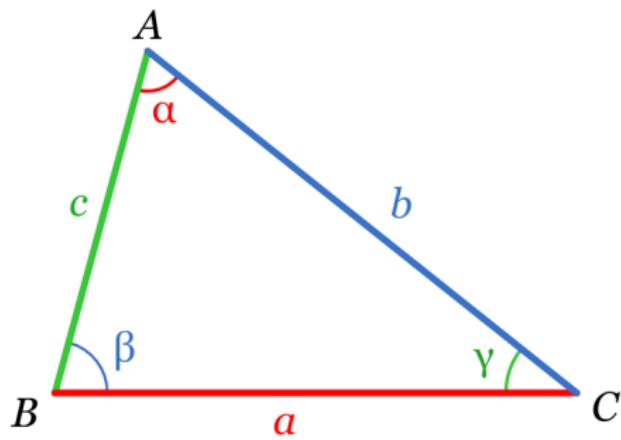
$$\vec{C} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = |\vec{C}| \hat{u}$$

Desde el punto de vista físico, la descomposición de fuerzas consiste en pasar de una fuerza a tener dos o más que produzcan el mismo efecto sobre el cuerpo de análisis. A estas fuerzas se les llama componentes.



Ley de senos

Una estrategia común es usar la ley de senos para calcular las componentes cuando no se forman triángulos rectángulos.



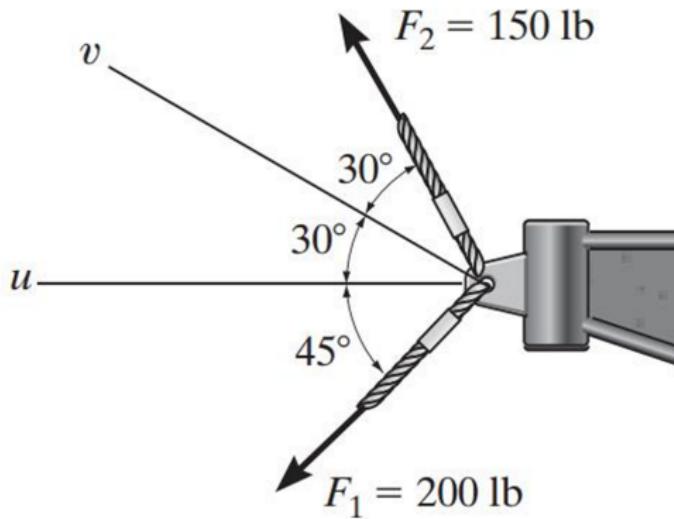
$$\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma}$$

Ejercicios. Descomposición y composición en el plano

13. Determine de la figura:

- Las componentes a lo largo de los ejes u y v de la fuerza F_1
- Las componentes a lo largo de los ejes u y v de la fuerza F_2 .

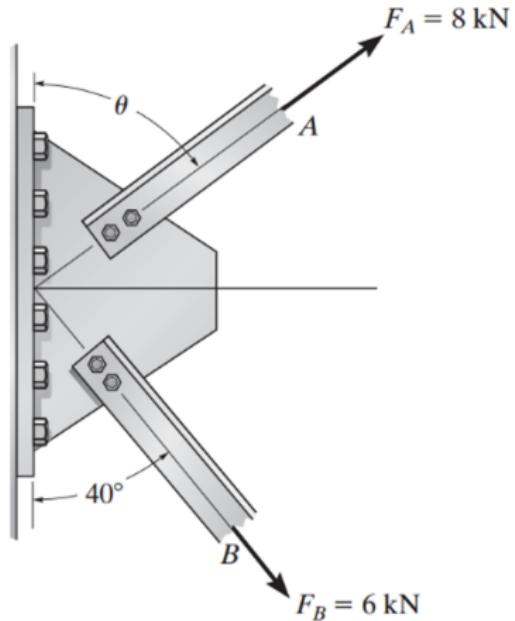
14. Determine la resultante del sistema de fuerzas mostrado en la figura indicando la dirección respecto al eje u .



Ejercicio 15. Cálculo de ángulo y magnitud

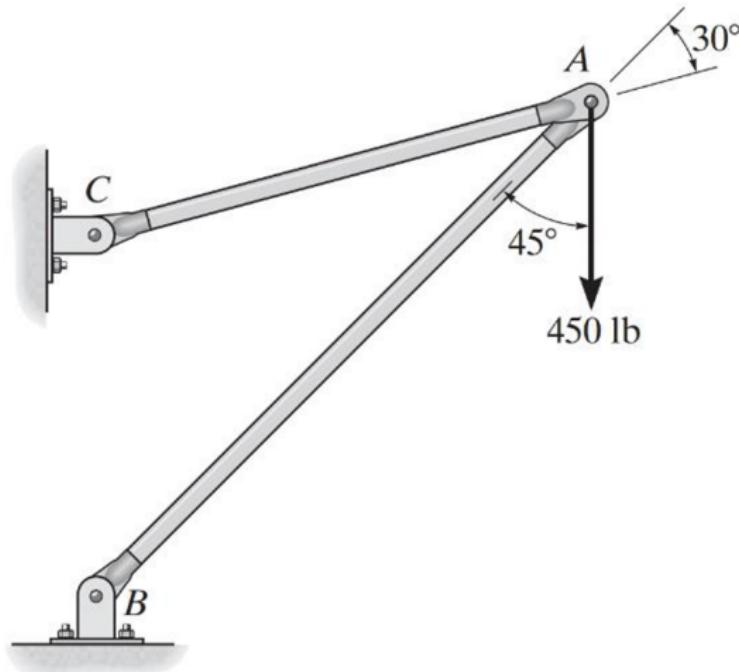
15. Determine:

- el ángulo θ en la figura, de manera que la fuerza resultante de F_A y F_B esté dirigida horizontalmente hacia la derecha
- la magnitud de la fuerza resultante con el ángulo θ ya calculado en el inciso a.



Ejercicio 16. Descomposición de una fuerza en ejes

Para la figura calcule las componentes de la fuerza de 450 lb a lo largo de los ejes AB y BC .



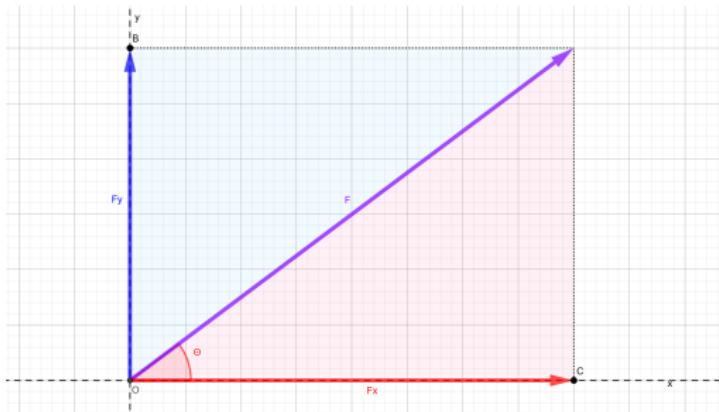
Descomposición en los ejes x, y

En muchos casos resultará conveniente hacer la descomposición en fuerzas perpendiculares entre sí, por lo general en los ejes x, y.

Una fuerza \vec{F} con magnitud F y dirección θ respecto al eje x positivo se descompone en:

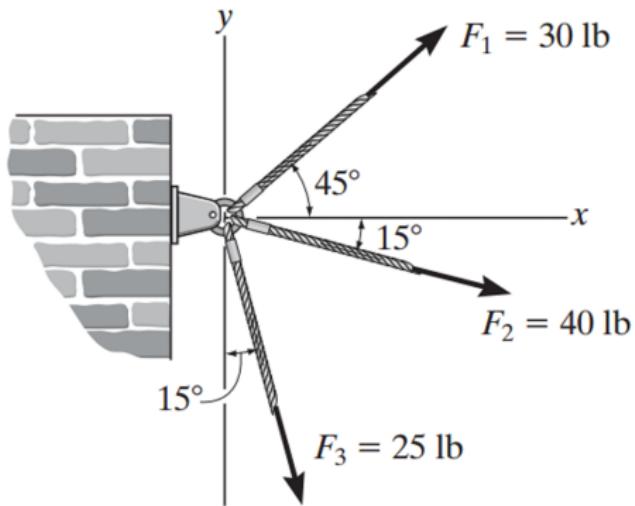
$$\vec{F}_x = \frac{\vec{F} \cdot \hat{i}}{|\hat{i}|} \hat{i} = F \cos(\theta) \hat{i}$$

$$\vec{F}_y = \frac{\vec{F} \cdot \hat{j}}{|\hat{j}|} \hat{j} = F \sin(\theta) \hat{j}$$



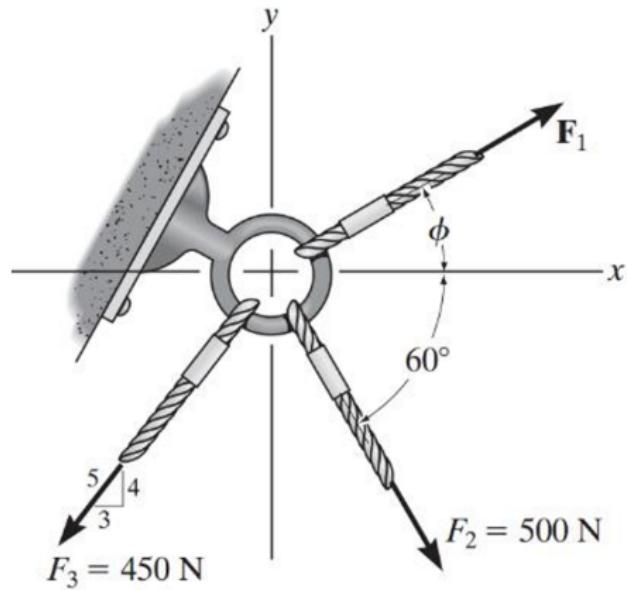
Ejercicio 17. Resultante en el plano

Determine la magnitud y dirección de la fuerza resultante que actúa sobre el pasador. Nota: indique la forma en que está medida la dirección de la resultante.



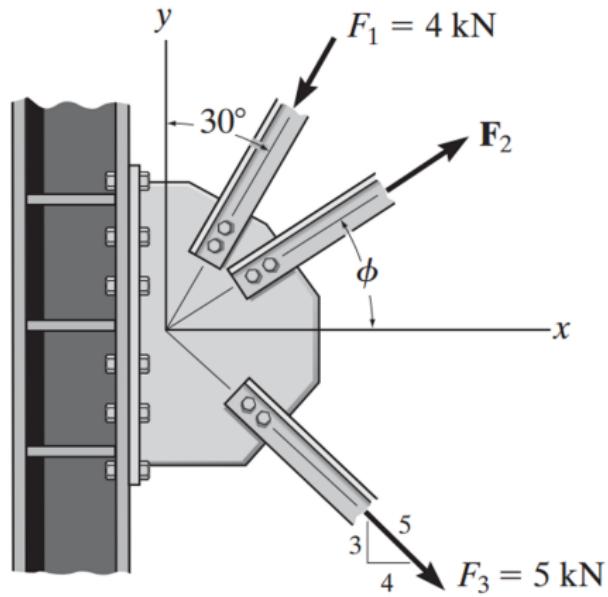
Ejercicio 18. Resultante en el plano

Si la magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre la armella es de $600[N]$ y su dirección medida en el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo es $\theta = 30^\circ$, determine la magnitud de F_1 y del ángulo ϕ .



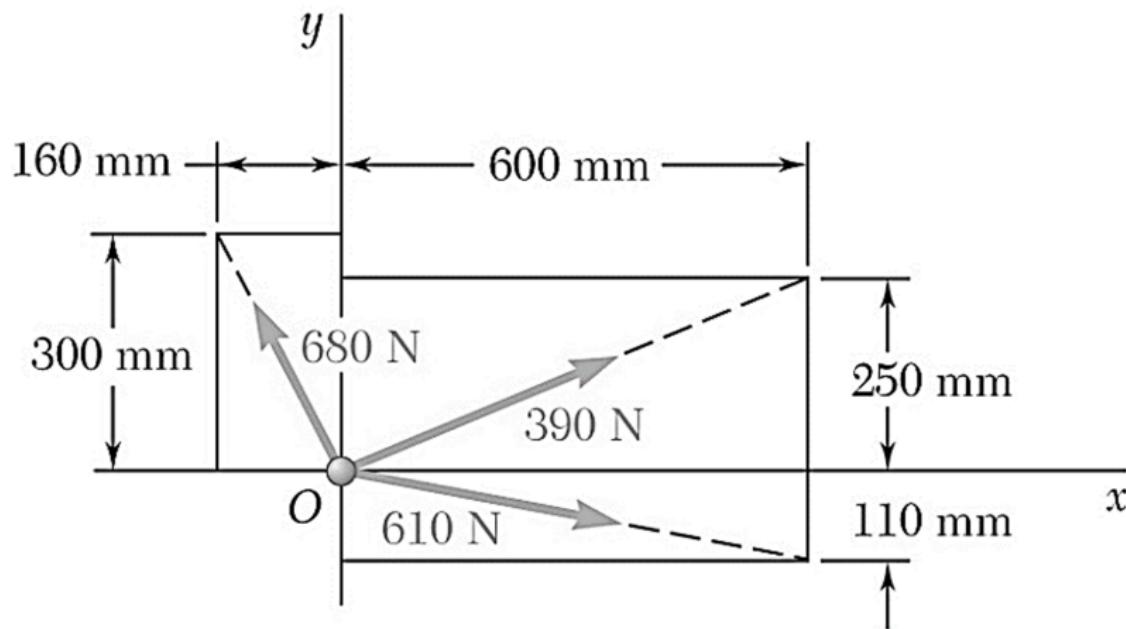
Ejercicio 19. Resultante en el plano

Si la magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre la placa es de $6[kN]$ y su dirección medida en el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo es $\theta = 30^\circ$, determine la magnitud de la fuerza F_2 y del ángulo ϕ .



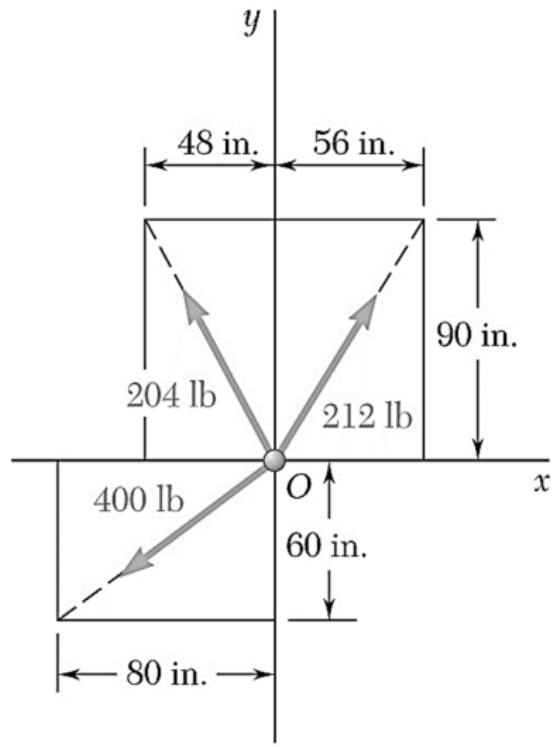
Ejercicio 20. Resultante en el plano

Determine la resultante de las fuerzas aplicadas en el punto O .



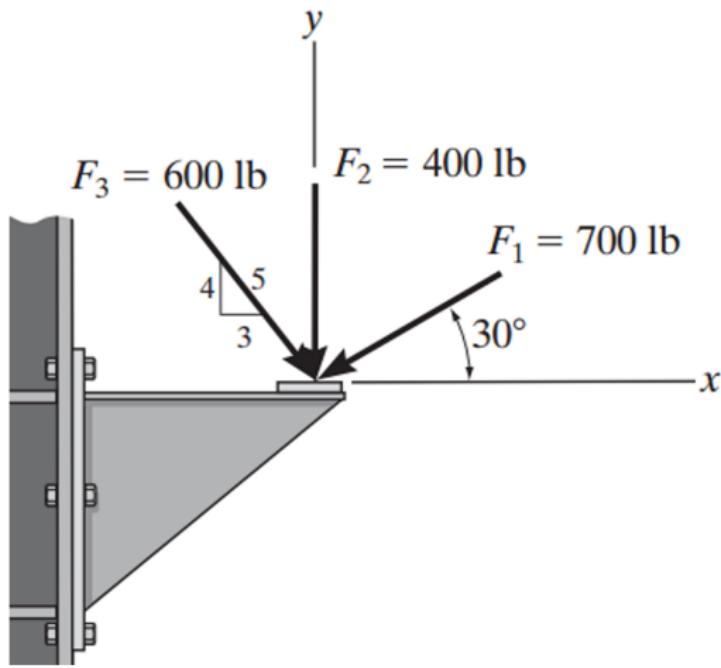
Ejercicio 21. Resultante en el plano

Determine la resultante de las fuerzas aplicadas en el punto O .



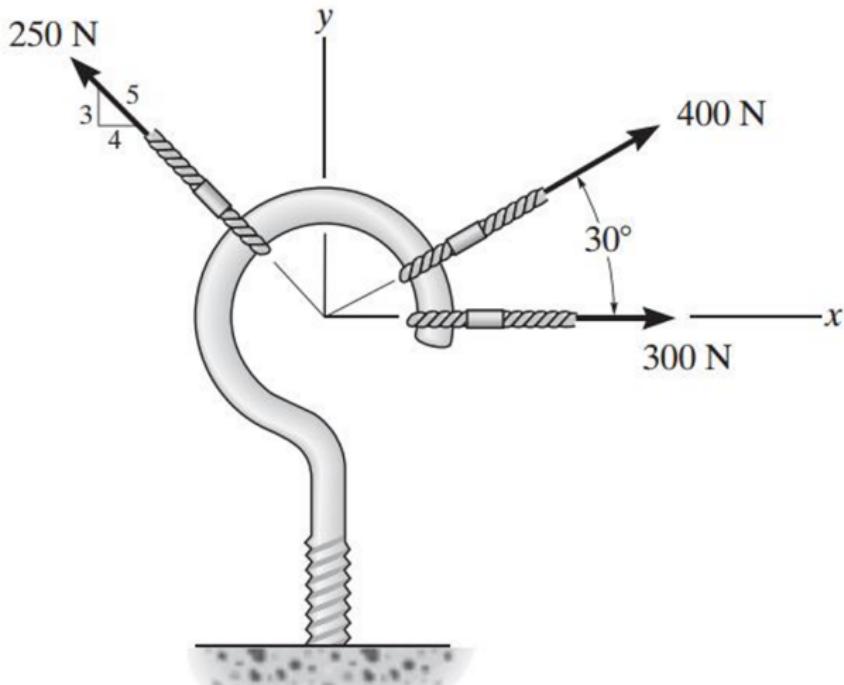
Ejercicio 22. Resultante en el plano

Determine la resultante de las fuerzas F_1 , F_2 y F_3 que se aplican sobre la base.



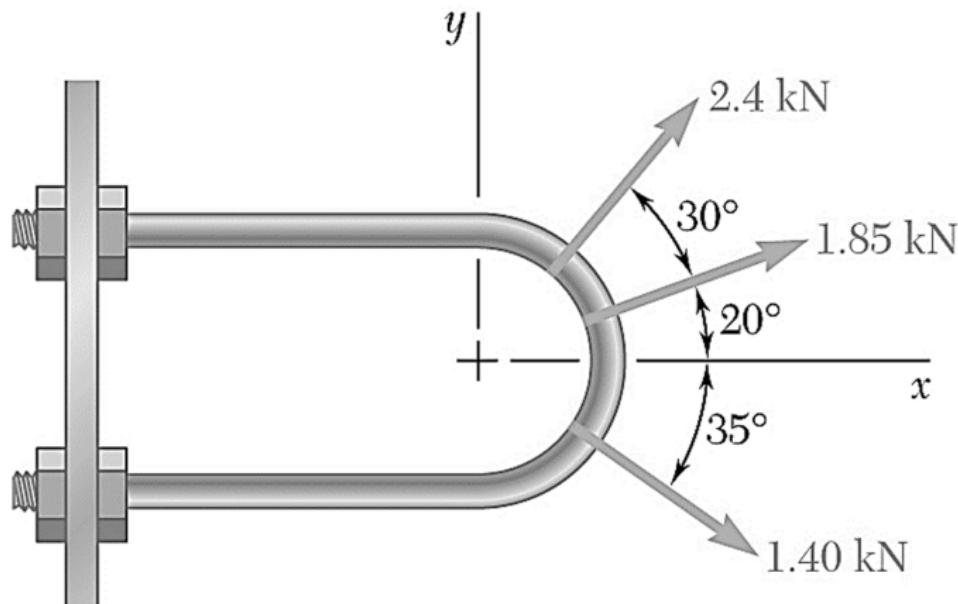
Ejercicio 23. Resultante en el plano

Determine la resultante de las fuerzas aplicadas sobre la armella.



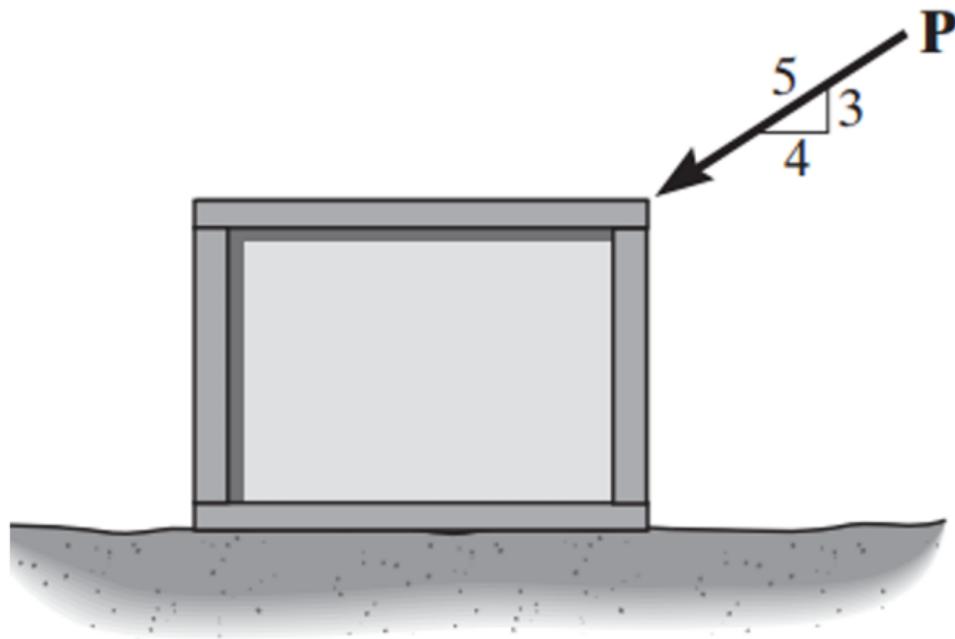
Ejercicio 24. Resultante en el plano

Determine la resultante de las fuerzas aplicadas sobre la armella.



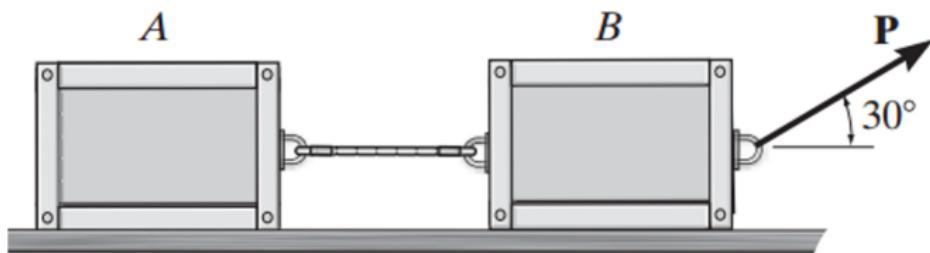
Ejercicio 34. Equilibrio en el plano

Si $P = 200[N]$ determine la fricción desarrollada entre el bloque de $50[kg]$ y el suelo. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el suelo es $\mu = 0.3$.



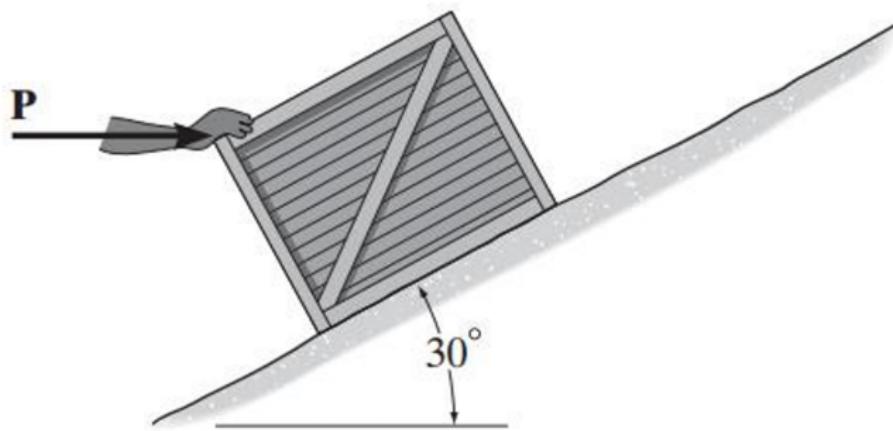
Ejercicio 35. Equilibrio en el plano

Determine la fuerza P máxima que puede aplicarse sin hacer que los dos bloques de $50[\text{kg}]$ se muevan. El coeficiente de fricción estática entre cada bloque y el suelo es $\mu = 0.25$.



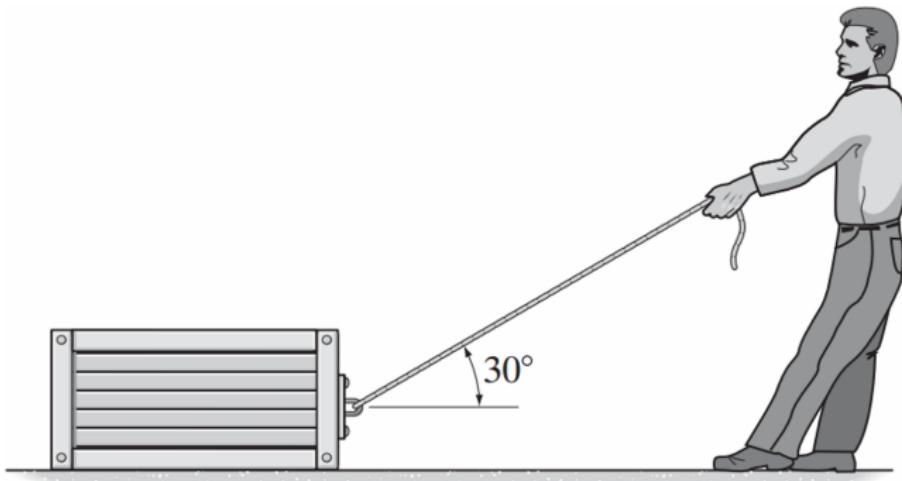
Ejercicio 36. Equilibrio en el plano

Una fuerza horizontal de $P = 100[N]$ es justo la necesaria para evitar que el embalaje se deslice hacia abajo sobre el plano, y se requiere una fuerza horizontal de $P = 350[N]$ para comenzar a empujar el embalaje hacia arriba sobre el plano. Determine el coeficiente de fricción estática entre el plano y el embalaje, y encuentre la masa del embalaje.



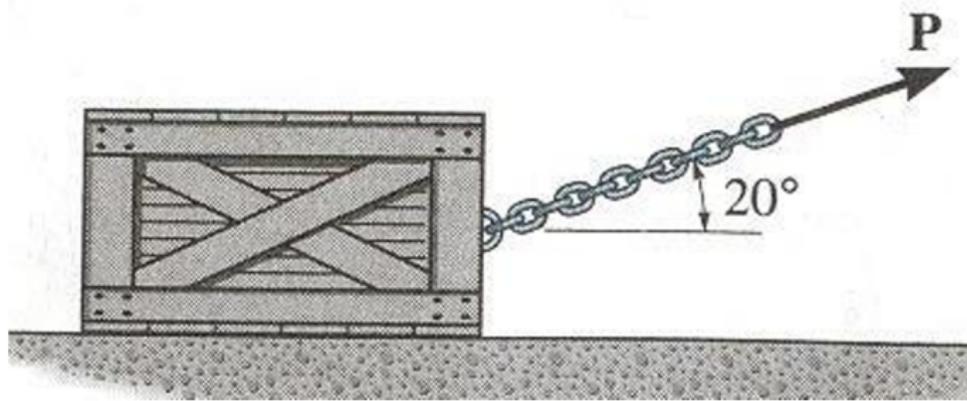
Ejercicio 37. Equilibrio en el plano

Si el coeficiente de fricción estática entre el embalaje y el suelo es $\mu = 0.3$, determine el coeficiente de fricción estática mínimo entre los zapatos del hombre ($80[\text{kg}]$) y el suelo, de manera que el hombre pueda mover el embalaje ($150[\text{kg}]$).



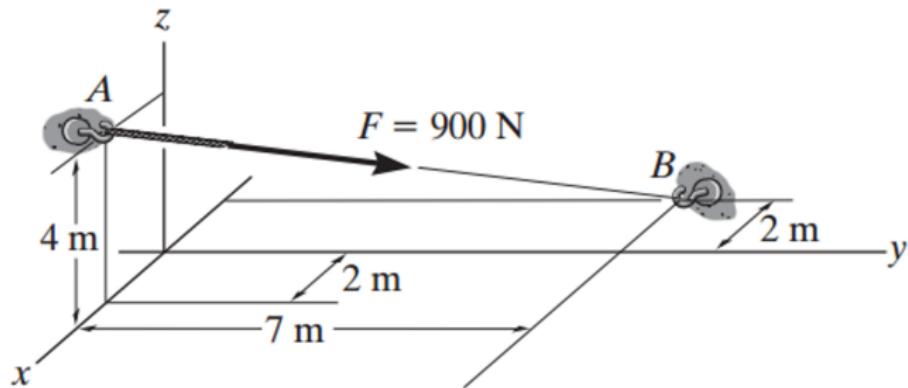
Ejercicios 38 y 39. Equilibrio en el plano

38. Determine el valor máximo de la fuerza P (en Newtons) de tal forma que la caja esté en equilibrio si se sabe que $\mu = 0.3$. La caja tiene una masa de $50[\text{kg}]$.
39. Si la fuerza de P es $20[\text{lbf}]$, determine el coeficiente de fricción estática si se sabe que al aplicar la fuerza P , la caja está a punto de deslizarse. La caja tiene una masa de $2[\text{slugs}]$.



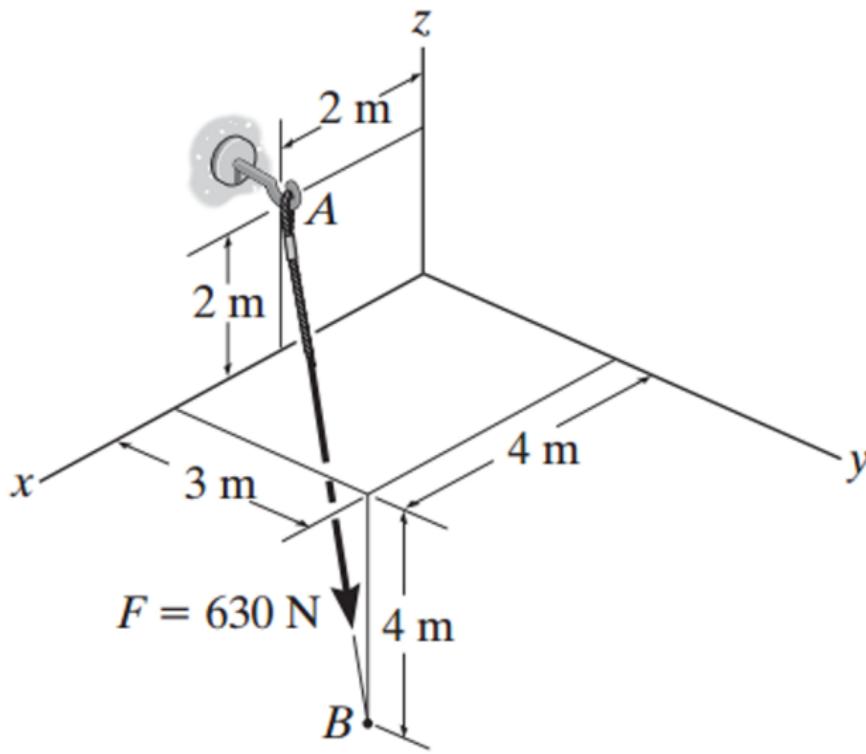
Ejercicio 40. Fuerza en el espacio

Exprese la fuerza presente en la figura en forma vectorial.



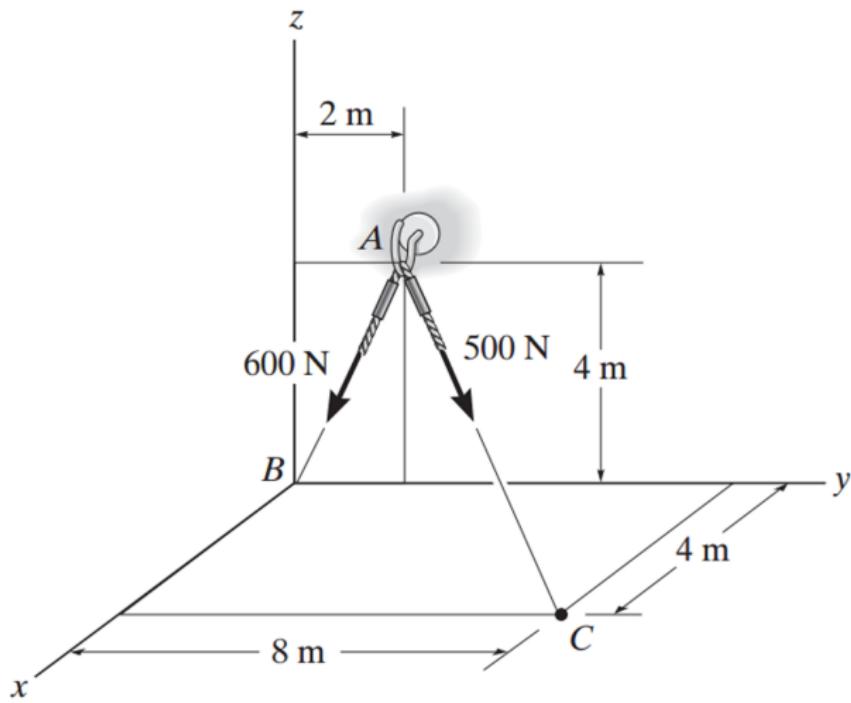
Ejercicio 41. Fuerza en el espacio

Exprese la fuerza presente en la figura en forma vectorial.



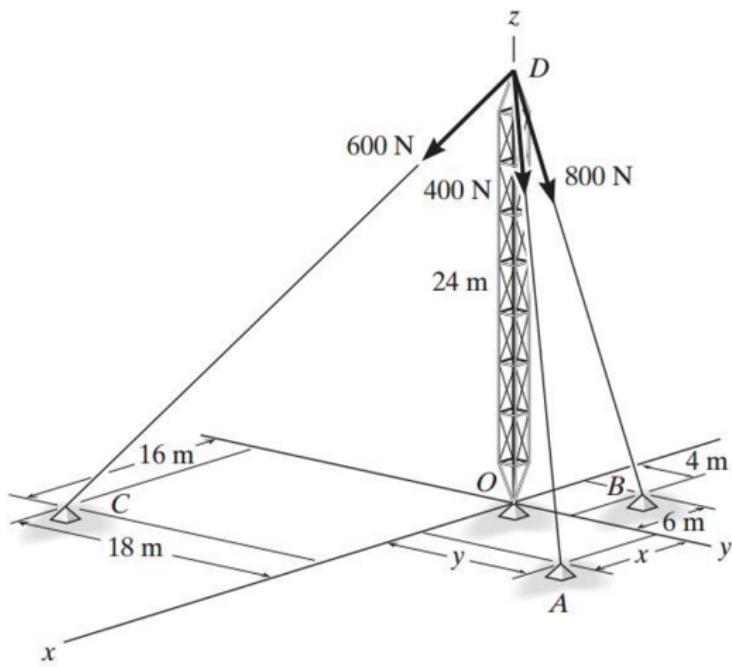
Ejercicio 42. Equilibrio en el espacio

Determine la resultante de las dos fuerzas aplicadas al punto A en forma vectorial y determine también su magnitud.



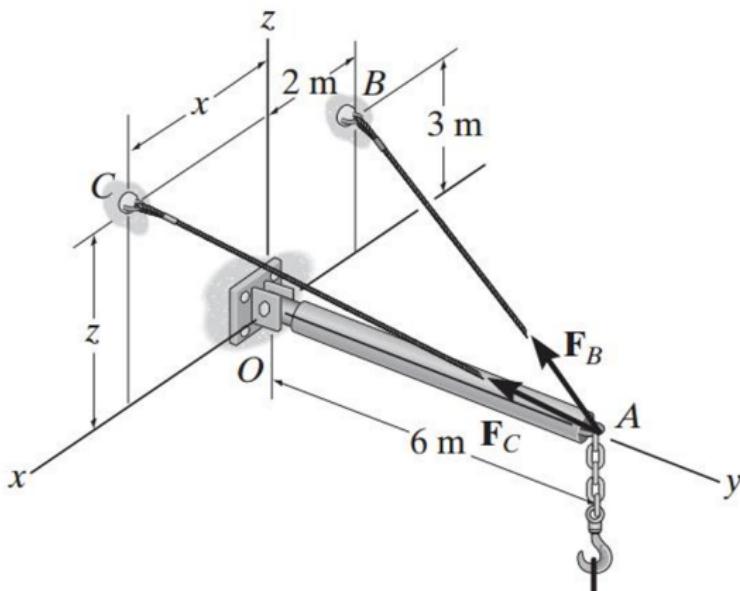
Ejercicio 43. Equilibrio en el espacio

La torre de la figura se mantiene en su posición mediante tres cables (DA , DB , DC). Si la fuerza de cada cable que actúa sobre la torre es como se muestra, determine la magnitud de la fuerza resultante. Considere $x = 20[m]$ y $y = 15[m]$.



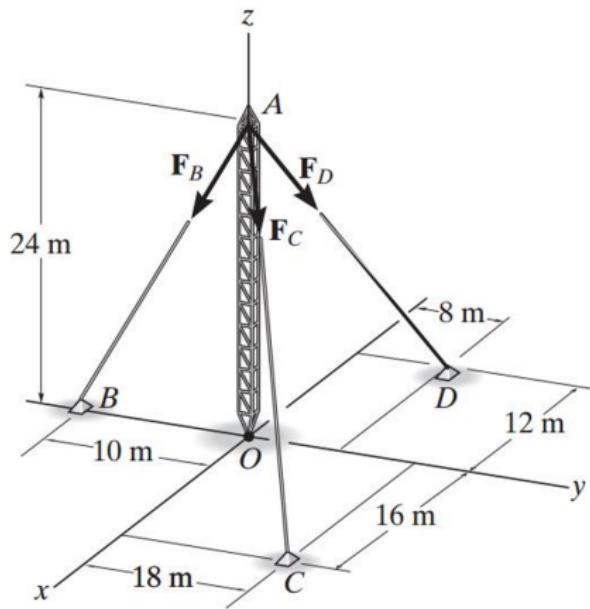
Ejercicio 44. Equilibrio en el espacio

Se utilizan dos cables para asegurar la barra saliente para soportar la carga de $1500[N]$, como se muestra en la figura. Si la fuerza resultante está dirigida a lo largo de la barra desde el punto A hacia O , determine las magnitudes de la fuerza resultante y de las fuerzas F_B y F_C . Considere $x = 3[m]$ y $z = 2[m]$.



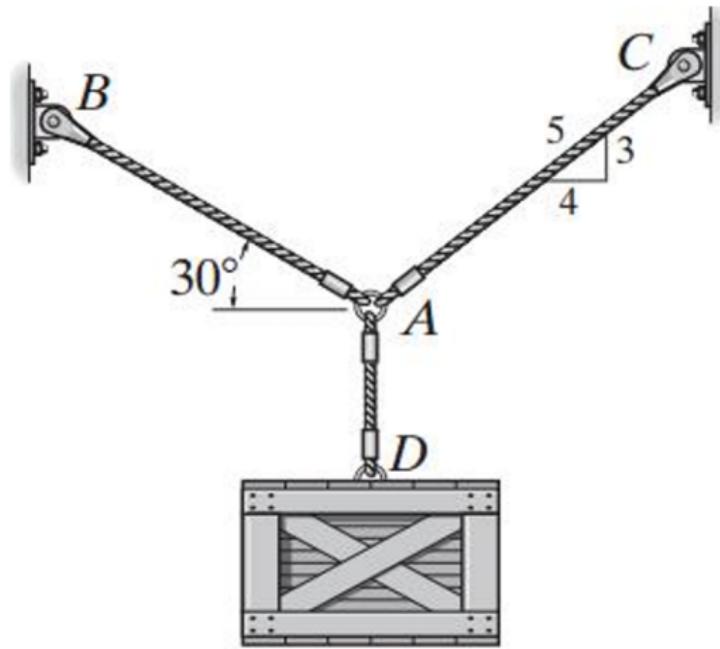
Ejercicio 45. Equilibrio en el espacio

La torre de antena se sostiene mediante tres cables. Si las fuerzas de estos cables que actúan sobre la antena son $F_B = 520[N]$, $F_C = 680[N]$ y $F_D = 560[N]$, determine la magnitud de la fuerza resultante que actúa en A.



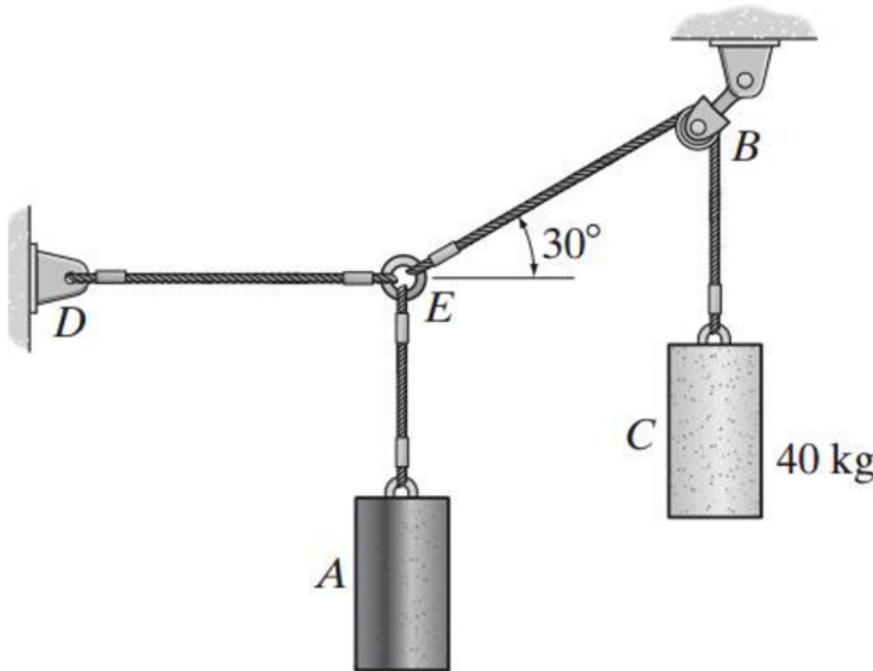
Ejercicio 46. Cálculo de tensiones

La caja tiene un peso de 550[lb]. Determine la fuerza en cada cable a partir de hacer el DCL de la argolla A.



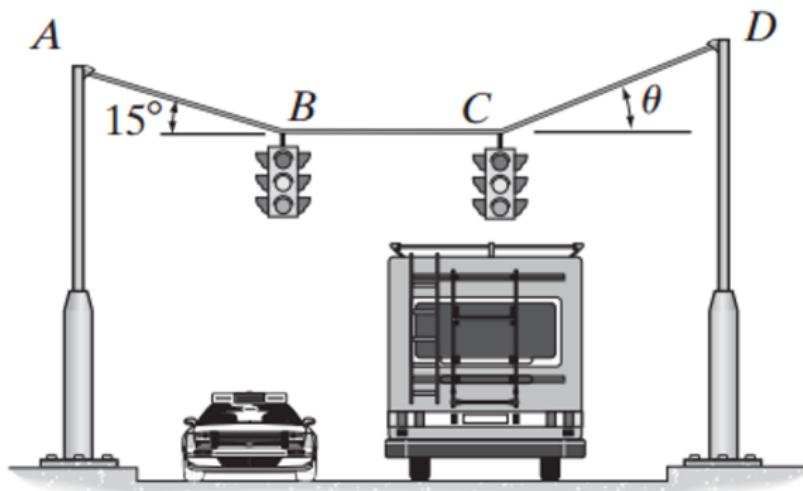
Ejercicio 47. Cálculo de masa

Si la masa del cilindro C es de 40[kg] , determine la masa del cilindro A para sostener el ensamble en la posición mostrada.



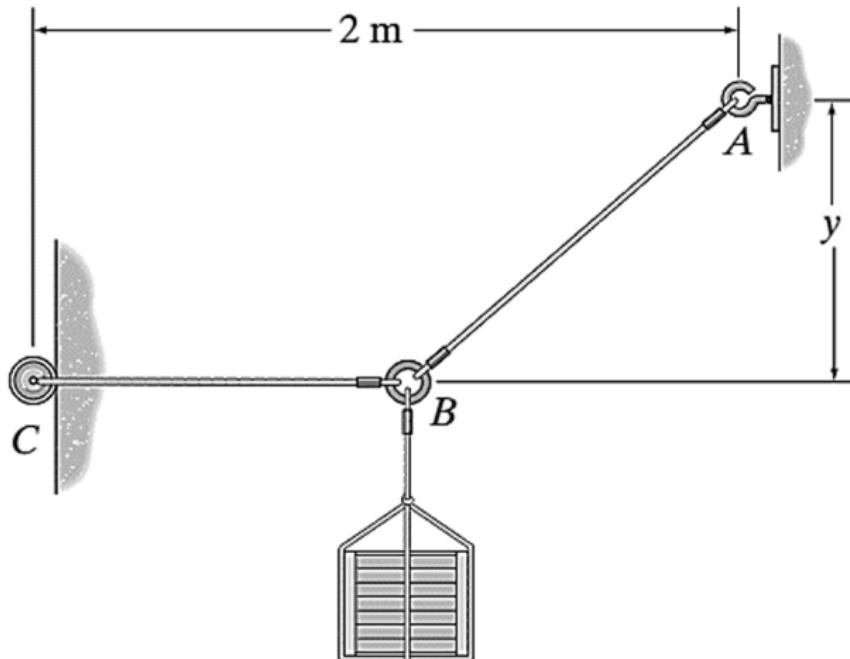
Ejercicio 48. Cálculo de ángulo

Determine la tensión en Newtons, necesaria en los cables AB , BC y CD para sostener los semáforos de $10[\text{kg}]$ y $15[\text{kg}]$ en B y C , respectivamente, como se muestra en la figura. Además, determine el ángulo θ .



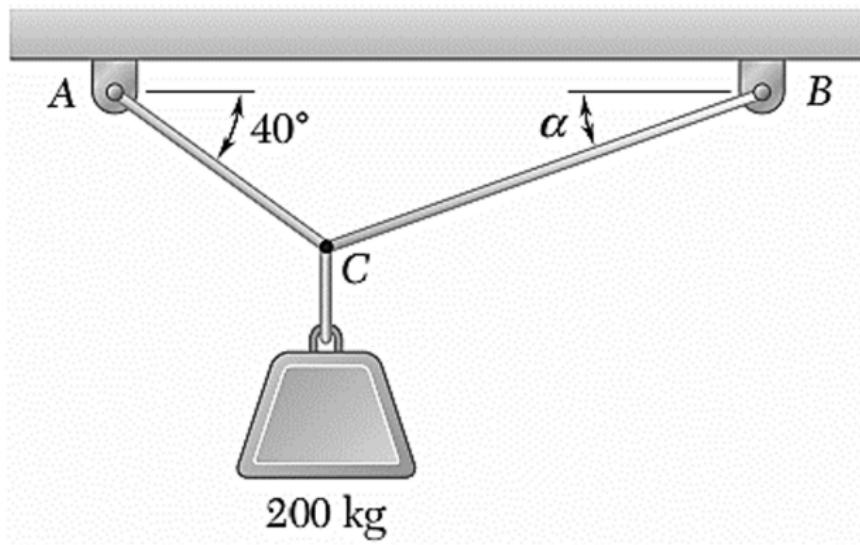
Ejercicio 49. Cálculo de tensiones

Determine la fuerza en cada cuerda para mantener el equilibrio de la caja de masa de $200[\text{kg}]$. La cuerda BC permanece horizontal debido al rodillo en C , y AB tiene una longitud de $1,5[\text{m}]$. Considere $y = 0,75[\text{m}]$.

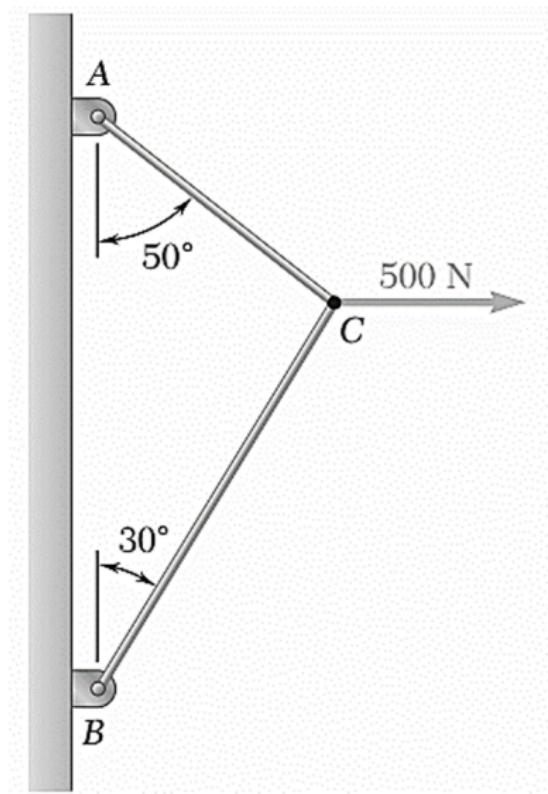


Ejercicio 50. Cálculo de tensiones

Dos cables se amarran juntos a una argolla en C. si $\alpha = 20^\circ$, determine la tensión en el cable AC y en el cable BC en kilogramos.



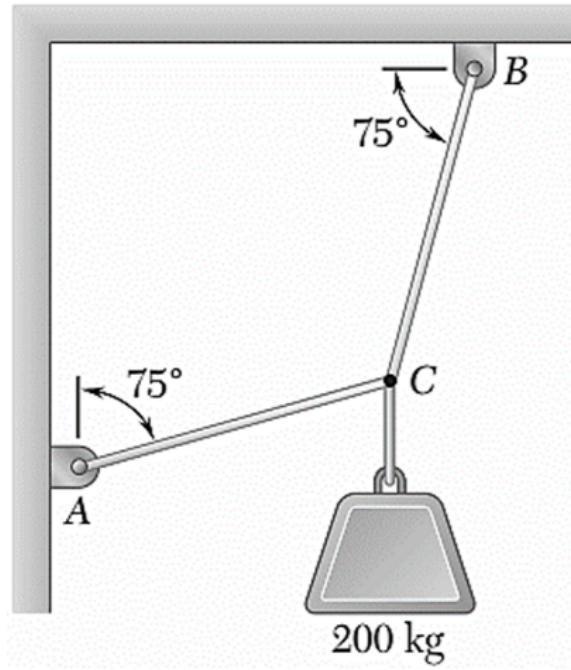
Ejercicio 51. Cálculo de tensiones



Dos cables se amarran juntos a una argolla en C como se muestra en la Figura. Determine la tensión en el cable *AC* y en el cable *BC*.

Ejercicio 52. Cálculo de tensiones

Dos cables se amarran juntos en C como se muestra en la figura. Si $\alpha = 20^\circ$, determine la tensión en el cable AC y en el cable BC en kilogramos.

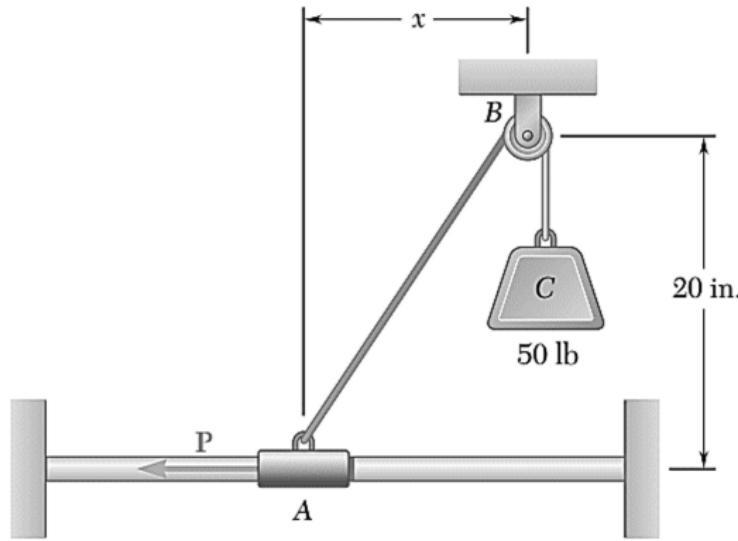


Ejercicio 53. Cálculo de tensiones

Determine la fuerza P aplicada al collar A necesaria para mantener en equilibrio el sistema mostrado en la figura, cuando:

- a) $x=4.5$ in
 - b) $x= 15$ in.

Considere el sistema libre de fricción.



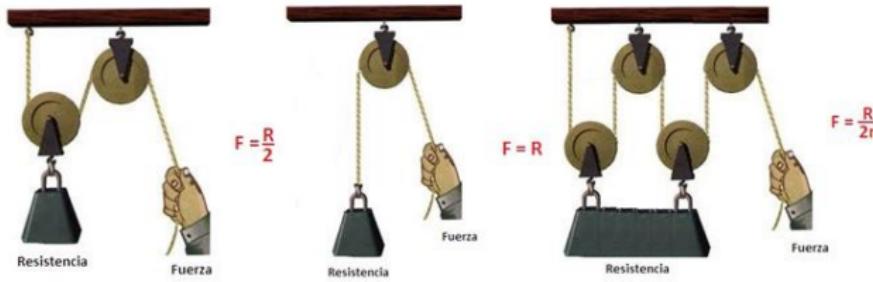
Poleas en mecánica

¿Qué es una polea?

Es una máquina simple que consiste de una rueda, que gira respecto a un eje, y que con una ranura sobre la que pasa una cuerda.

Tipos de poleas:

- **Fija:** se mantiene unida a una superficie, cambia la dirección de la fuerza.
- **Móvil:** se desplaza, permitiendo una ventaja mecánica (la fuerza aplicada es menor que la carga) a costa de un recorrido mayor.
- **Polipasto:** sistema compuesto de varias poleas fijas y/o móviles.



Polea ideal

Una polea ideal se modela con las siguientes propiedades:



- ① **Masa despreciable:** su peso y momento de inercia son cero, no influye en la dinámica del sistema.
- ② **Sin fricción en el eje:** gira libremente sin pérdida de energía.
- ③ **Sin fricción entre la polea y la cuerda:** la cuerda puede deslizar o moverse sin disipación de energía.
- ④ **Cambio de dirección de la tensión:** la polea redirige la fuerza, sin modificar el valor de la tensión en la cuerda que pasa por ella.

Cuerda ideal

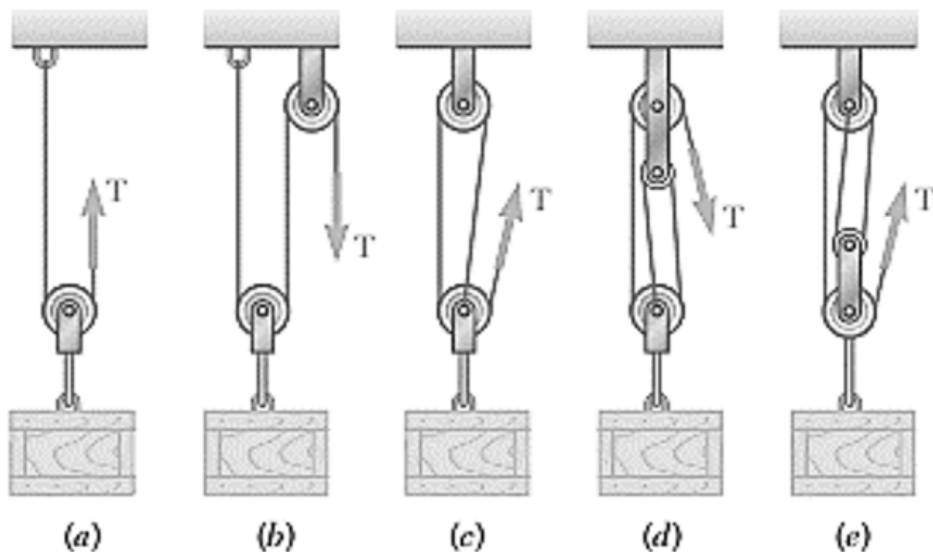
Una cuerda ideal tiene las siguientes características:

- ① **Inextensible**: su longitud no cambia, independientemente de la tensión aplicada.
- ② **Masa despreciable**: su peso es cero; por lo tanto, no introduce fuerzas adicionales ni variación de tensión a lo largo de su longitud.
- ③ **Flexible**: puede cambiar de dirección fácilmente (por ejemplo, al pasar por una polea), sin resistencia al doblado.
- ④ **Tensión uniforme**: la tensión es la misma en cualquier punto de la cuerda entre dos cuerpos o elementos, si no hay fricción o masa intermedia.



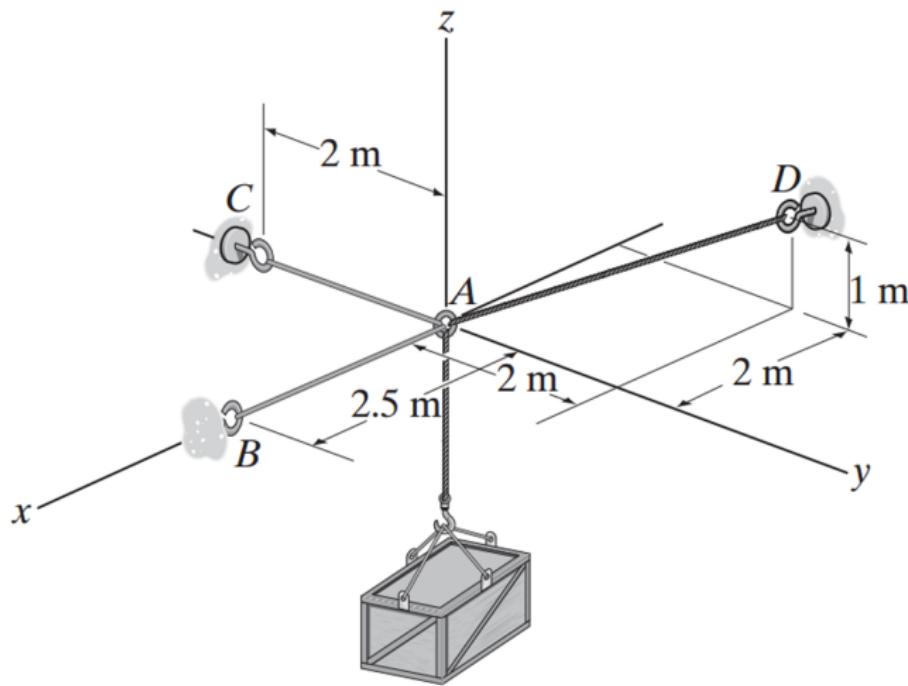
Ejercicio 54. Relación de tensiones

Una carga de 600 [lb] es soportada por el sistema de poleas y cables mostrado en cada una de las figuras. Determine para cada arreglo la tensión de la cuerda T .



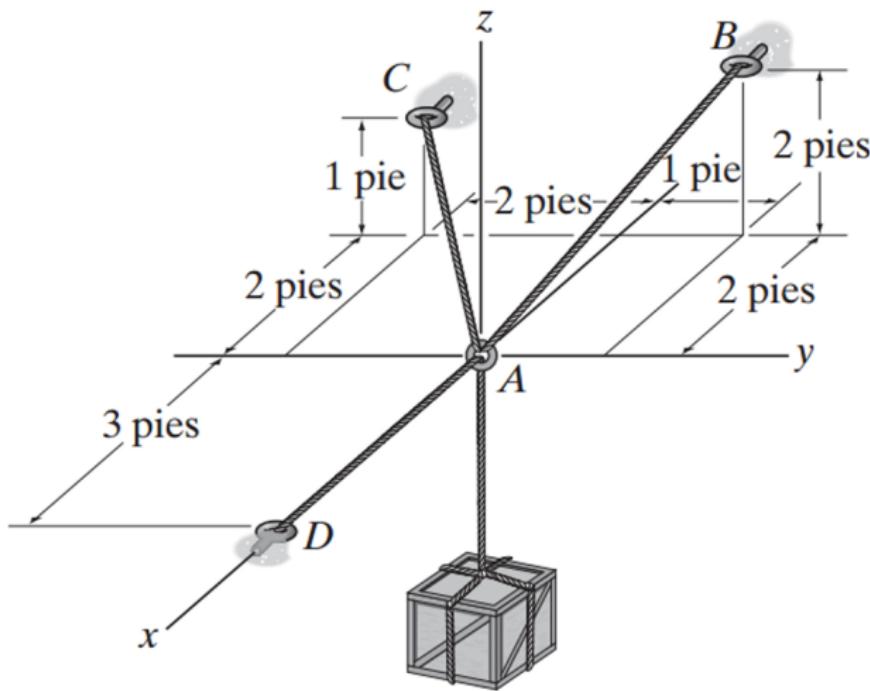
Ejercicio 55. Cálculo de tensiones

Determine la tensión que hay en los cables para poder mantener la caja de $100[\text{kg}]$ de masa en la posición de equilibrio que se muestra en la figura.



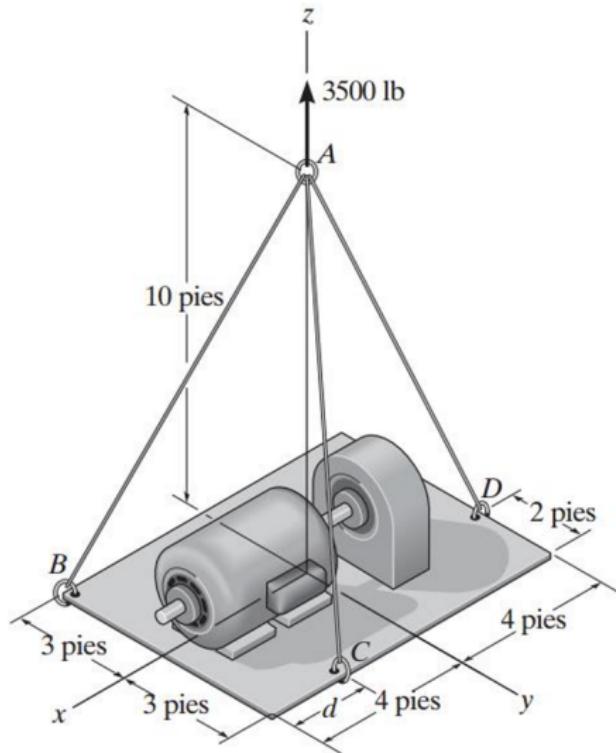
Ejercicio 56. Cálculo de tensiones

Determine la tensión desarrollada en los cables AB , AC y AD que se requiere para lograr el equilibrio de la caja de 300[lb].



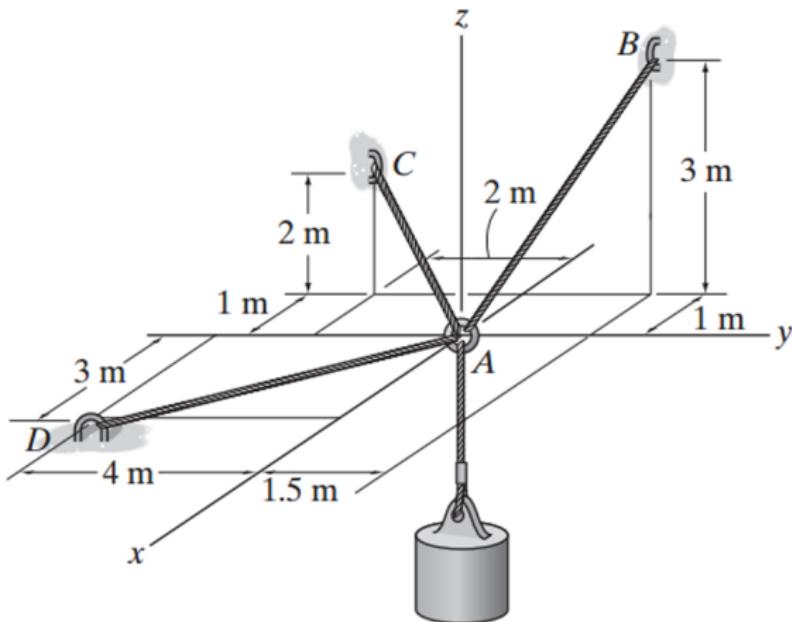
Ejercicio 57. Cálculo de tensiones

Determine la fuerza necesaria en cada cable para sostener la plataforma de $3500[\text{lb}]$.
Considere $d = 2[\text{ft}]$.



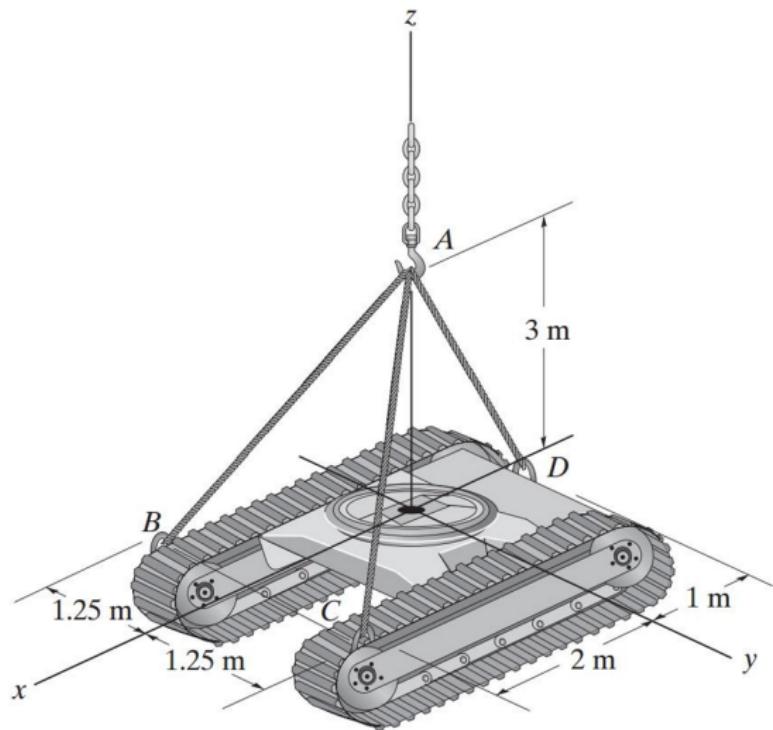
Ejercicio 58. Cálculo de tensiones

Determine la tensión desarrollada en los cables AB , AC y AD que es necesaria para lograr el equilibrio del cilindro que pesa $75[\text{kg}]$.



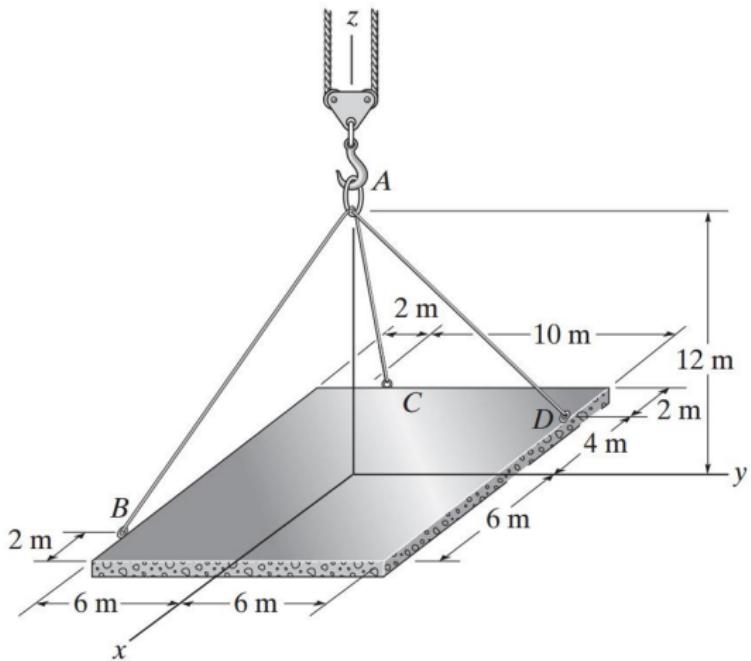
Ejercicio 59. Cálculo de tensiones

Determine la fuerza necesaria en cada uno de los tres cables para elevar el tractor cuya masa es de $8[Mg]$.



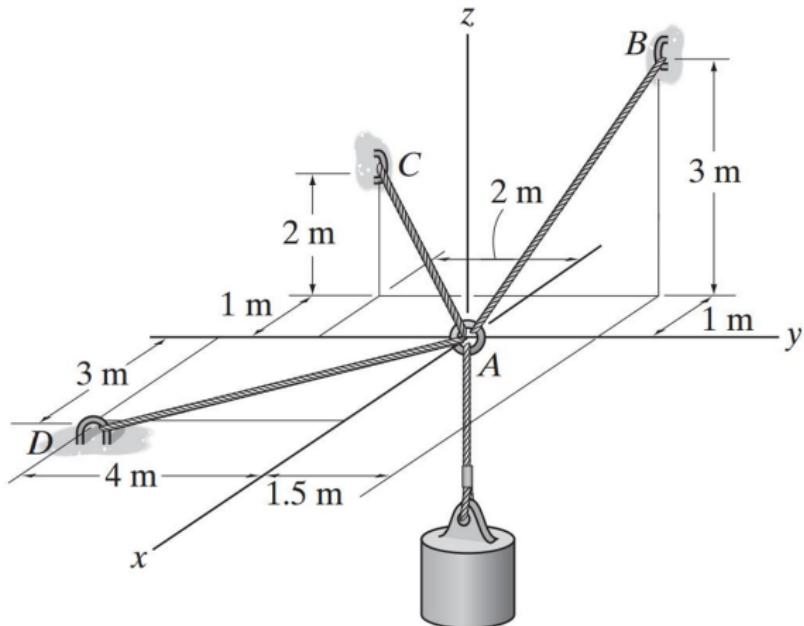
Ejercicio 60. Cálculo de masa

Los extremos de los tres cables están unidos a un anillo localizado en A, al borde de una placa uniforme. Determine la masa máxima que puede tener la placa si cada uno de los cables puede soportar una tensión máxima de $15[kN]$.



Ejercicio 61. Cálculo de masa

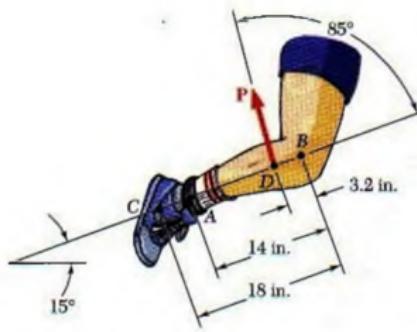
Si cada uno de los cables puede soportar una tensión máxima de 1000[N], determine la masa máxima del cilindro para que se pueda mantener en equilibrio.



Modelo de cuerpo rígido

El modelo de partícula no puede ser aplicado en todos los casos, por ejemplo, cuando las fuerzas no están aplicadas en el mismo punto, de manera que se vuelve necesario considerar las dimensiones del cuerpo.

En el mundo real las máquinas y estructuras se deforman por las cargas a las que están sujetas, sin embargo, las deformaciones suelen ser tan pequeñas que se pueden despreciar. De esta manera, supondremos que la mayoría de los cuerpos son rígidos, es decir, que no cambian sus dimensiones por efecto de las cargas.

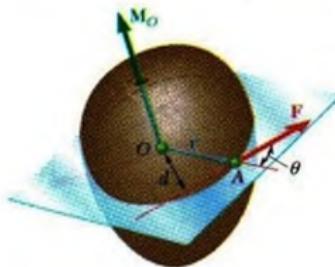


Momento respecto a un punto

Considerando una fuerza \vec{F} que actúa sobre un cuerpo rígido, el punto donde actúa se vuelve de importancia para conocer el efecto que tiene sobre el cuerpo. Para ello, se define un vector \vec{r} que representa la posición del punto A donde se aplica la fuerza, respecto a un punto de referencia llamado origen (O).

El vector fuerza \vec{F} y el vector posición \vec{r} definen un plano que los contiene a ambos. Entonces, se define al momento de \vec{F} respecto O como el Producto Vectorial de \vec{F} y \vec{r} .

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



Momento respecto a un punto

El vector momento \vec{M}_O resultante es perpendicular al plano que contiene al punto O y a la fuerza \vec{F} . Además de que su dirección está definida por el sentido de la rotación que alinea al vector \vec{r} con \vec{F} , pues esta debería ser contraria a las manecillas del reloj para alguien que observa desde la punta de \vec{M}_O .

La magnitud del momento de \vec{F} respecto a O es:

$$M_O = Fr \sin(\theta) = Fd$$

donde:

- d es la distancia perpendicular desde el punto O hasta la línea de acción de \vec{F}
- F es la magnitud de la fuerza aplicada en A

Esta magnitud representa la tendencia de la fuerza F a hacer girar el cuerpo rígido alrededor de un eje fijo dirigido a lo largo de \vec{M}_O .



Teorema de Varignon

La propiedad distributiva del producto vectorial permite determinar el momento resultante por la aplicación de varias fuerzas concurrentes. El teorema, descubierto por el matemático francés Varignon, enuncia:

El momento respecto a un punto dado O de la resultante de varias fuerzas concurrentes es igual a la suma de los momentos de varias fuerzas concurrentes, es igual a la suma de los momentos de las distintas fuerzas aplicadas respecto al mismo punto O.

$$\vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \dots$$

Esto permite calcular el momento respecto a punto a partir de las componentes de una fuerza, generalmente a partir de las componentes paralelas a los ejes de coordenadas.

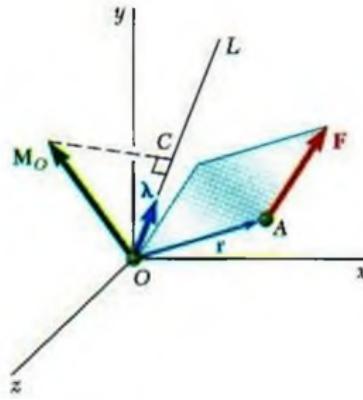


Momento respecto a un eje

Considerando una fuerza \vec{F} aplicada en un punto A en un cuerpo rígido, el momento de la fuerza respecto al punto fijo O es \vec{M}_O , entonces el momento generado por la fuerza respecto al eje OL está dada por la proyección del vector \vec{M}_O en el eje OL .

Matemáticamente, esta proyección se obtiene a partir del producto escalar del vector unitario λ (del eje OL) por el momento de \vec{F} respecto O (\vec{M}_O)

$$M_{OL} = \lambda \cdot \vec{M}_O = \lambda \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$



Momento respecto a un eje

Este momento es un escalar formado como el determinante de la matriz de los vectores multiplicados en el producto mixto

$$M_{OL} = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Donde:

- $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ son los cosenos directores del eje OL (del vector unitario λ)
- x, y, z son las coordenadas del punto A de aplicación de la fuerza \vec{F}
- F_x, F_y, F_z son las componentes de la fuerza \vec{F}

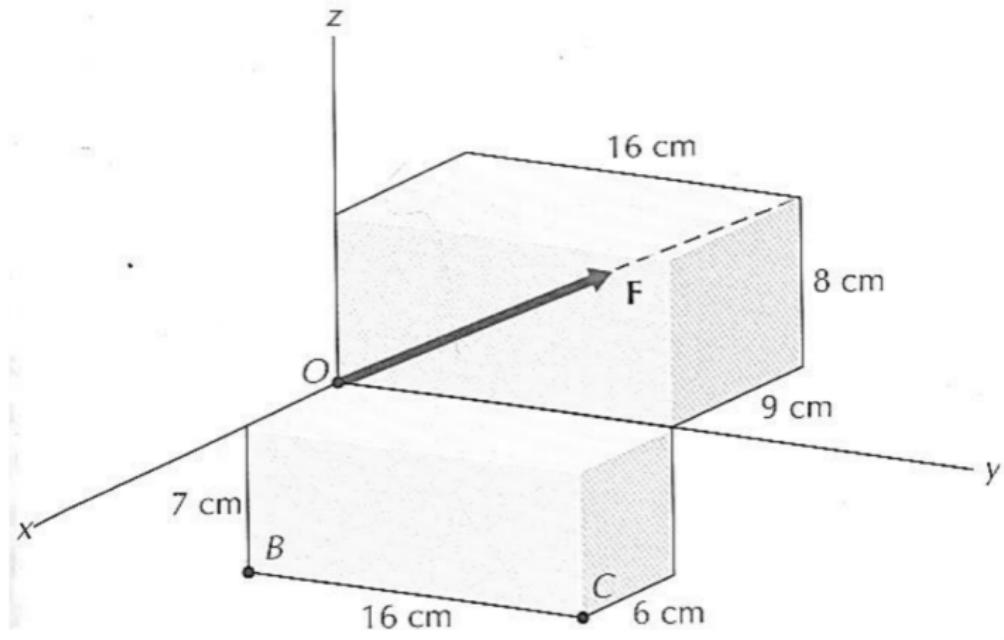
El momento M_{OL} de \vec{F} con respecto a OL mide la tendencia de la fuerza \vec{F} a provocar en el cuerpo rígido un movimiento de rotación alrededor del eje OL .



Ejercicio 62

62. Determine el momento (en N m) de la fuerza de 100 N respecto:

- a. Al punto B
- b. Al punto C
- c. Al eje OB
- d. Al eje OC
- e. Al eje BC



Ejercicio 63

63. Determine el momento de la fuerza de 5kN respecto:

- a. Al origen
- b. Al punto B
- c. Al punto C
- d. Al eje OB
- e. Al eje OC
- f. Al eje BC

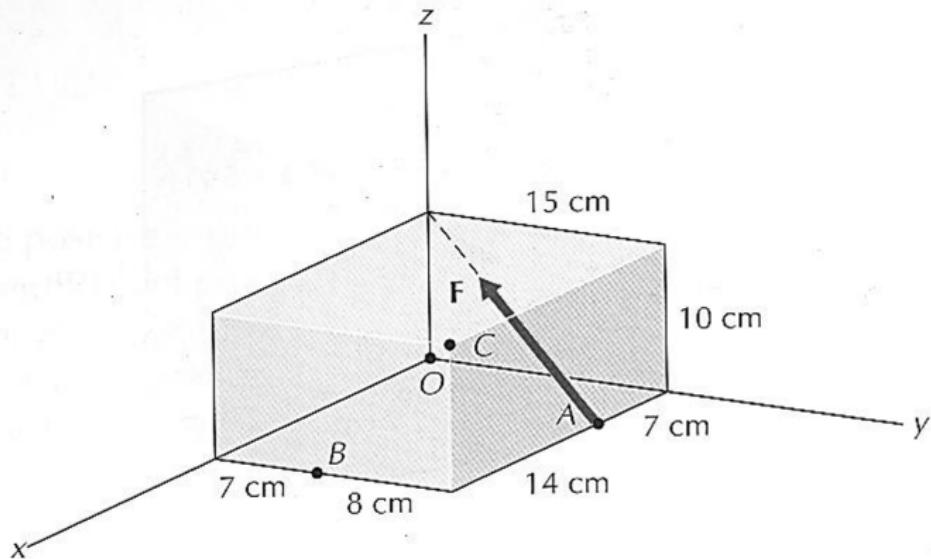


Figura 52



Tarea: Ejercicio 64

64. El módulo de la fuerza F de la figura es de 680 N. Determinar el momento de la fuerza respecto:

- a. Al origen
 - b. Al punto C
 - c. Al punto D
 - d. Al punto E
 - e. Al eje OC
 - f. Al eje DE

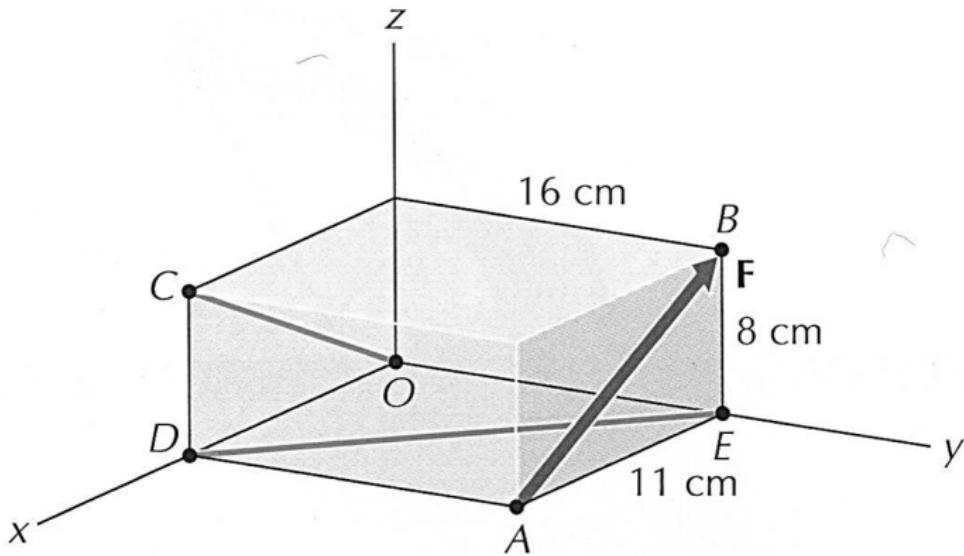


Figura 53

Ejercicio 65

65. El módulo de la fuerza F es de 781 N. Determinar el momento de la fuerza F respecto:

- a. Al origen
- b. Al punto C
- c. Al punto D
- d. Al punto E
- e. Al eje CD
- f. Al eje CE

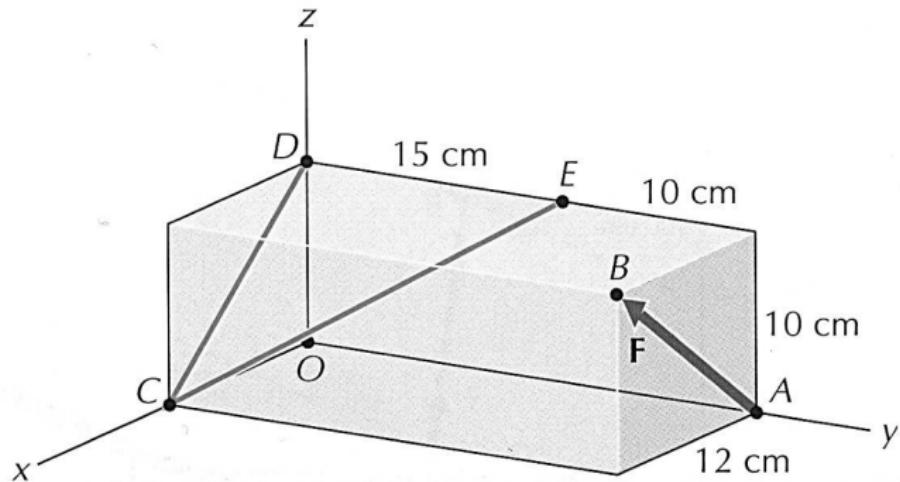


Figura 54



Definición de sistemas equivalentes

Se dice que dos sistemas de fuerzas son equivalentes cuando producen el mismo efecto sobre un cuerpo. Es un concepto fundamental para facilitar el análisis de sistemas en términos de fuerzas y momentos.

Dos sistemas de fuerzas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ y $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots$ que actúan en el mismo cuerpo rígido son equivalentes si, y solo si en ambos sistemas las sumas de fuerzas y de momentos con respecto a un punto dado O son iguales.

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}'$$

$$\sum \vec{M}_O = \sum \vec{M}'_O$$



Conversiones comunes

- Un par de fuerzas iguales y paralelas \rightarrow un momento

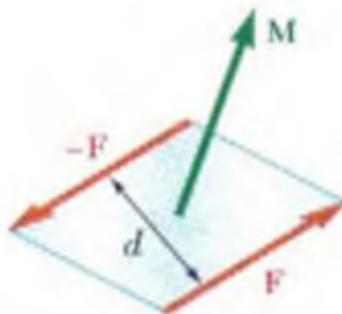


Figura 3.32

- Una fuerza en A \rightarrow Sistema fuerza-par perpendicular en O

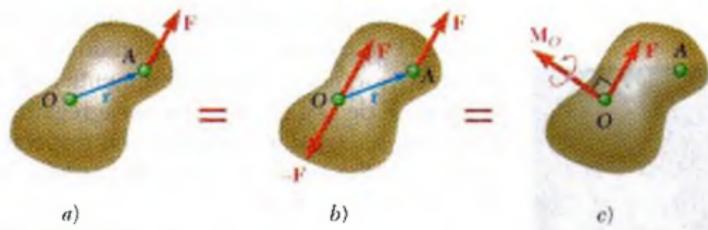
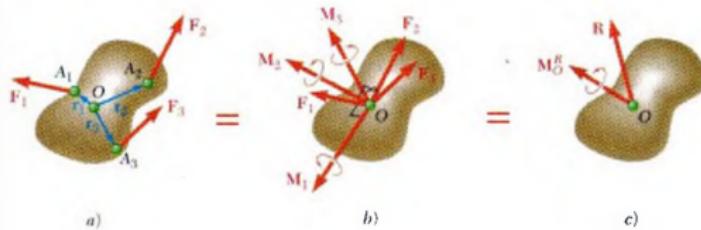


Figura 3.39

Conversiones comunes

Cualquier sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo rígido puede reducirse a un sistema fuerza-par que actúa en un punto O , este sistema caracteriza completamente el efecto de las fuerzas originales sobre el cuerpo rígido.

- Sistema de fuerzas → Sistema fuerza-par



- Sistema fuerza-par → Torsor (Llave de torsión)

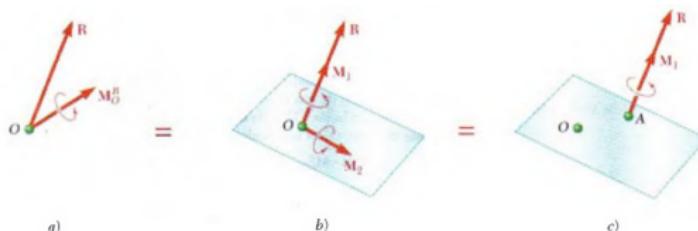


Figura 3.46



Ejercicio 66

66. Determine el momento de par resultante que actúa sobre el ensamble de tubos.

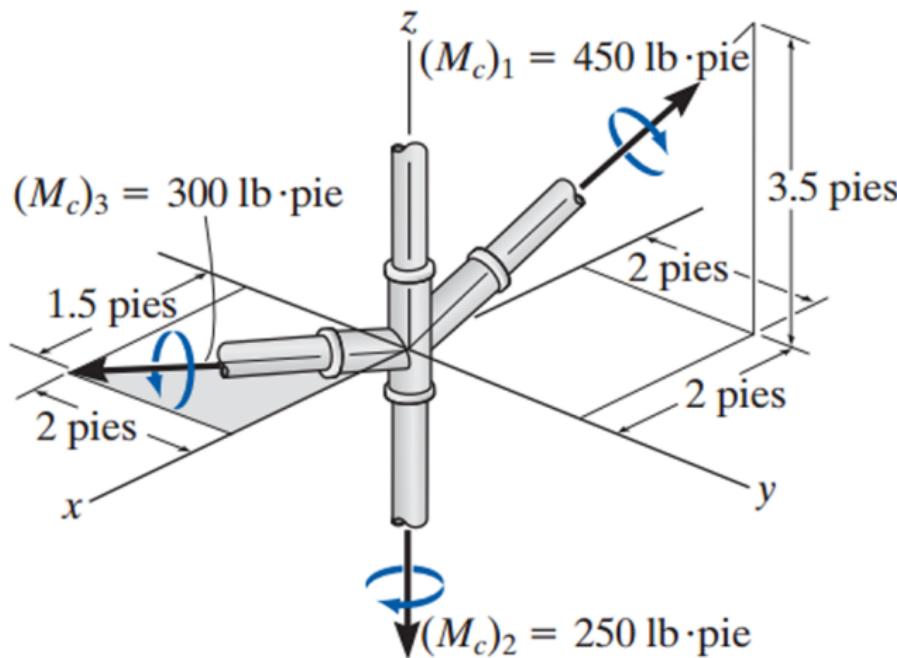


Figura 55

Tarea: Ejercicio 67

67. Sustituya los tres pares de fuerzas indicados en la Figura 56, por un solo par equivalente, obteniendo la expresión vectorial cartesiana de su momento, así como su magnitud.

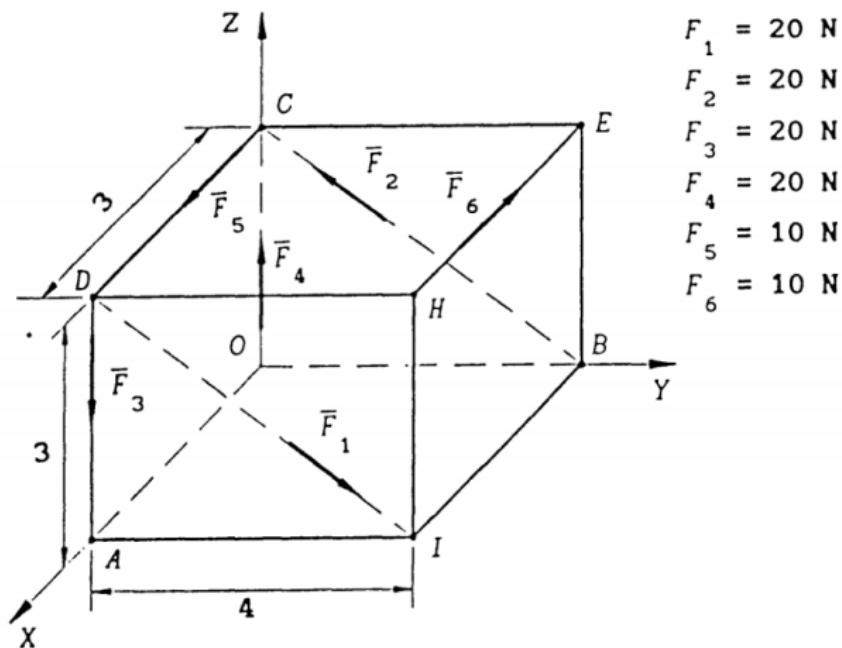


Figura 56



Ejercicio 68

68. Determine el momento de par que actúa sobre el ensamblaje de tubos y exprese el resultado como un vector cartesiano. Figura 57

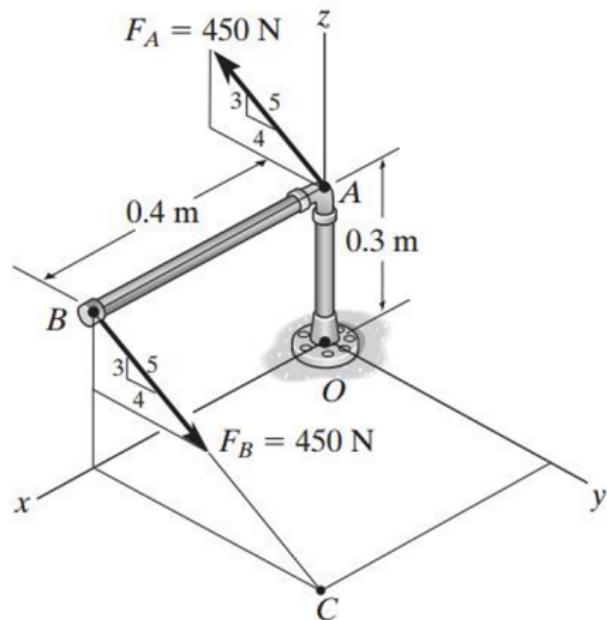


Figura 57

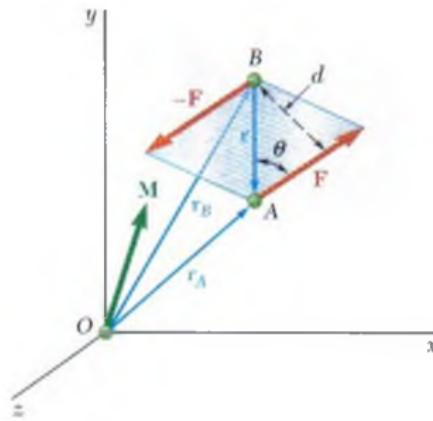
Par de Fuerzas

Es un sistema compuesto por dos fuerzas de igual magnitud, líneas de acción paralelas no concurrentes y sentidos opuestos. Su efecto en el cuerpo es generar un momento sin translación. Considerando el par de fuerzas paralelas \vec{F} (aplicada en A) y $-\vec{F}$ (aplicada en B), el vector momento del par producido se calcula como:

$$\vec{M} = \vec{r}_{BA} \times \vec{F}$$

donde:

- \vec{r}_{BA} es el vector que va de B a A
- \vec{F} es la fuerza aplicada en A



Par de fuerzas

Por su parte, la magnitud del par, está dada por

$$|\vec{M}| = |\vec{F}|d$$

donde:

- $|\vec{F}|$ es la magnitud de cada fuerza aplicada
- d es la distancia perpendicular que separa las líneas de acción de las fuerzas aplicadas

La dirección del momento sigue la regla de la mano derecha.

Si los dedos de la mano derecha apuntan en la dirección de rotación del par, el pulgar indica la dirección del momento.



Ejercicio 70

70. Determine la magnitud requerida de los momentos de par M_1 , M_2 y M_3 para que el momento de par resultante sea $M_R = -300i + 450j - 600k \text{ N m}$ el momento de par resultante que actúa sobre el ensamblaje de tubos.

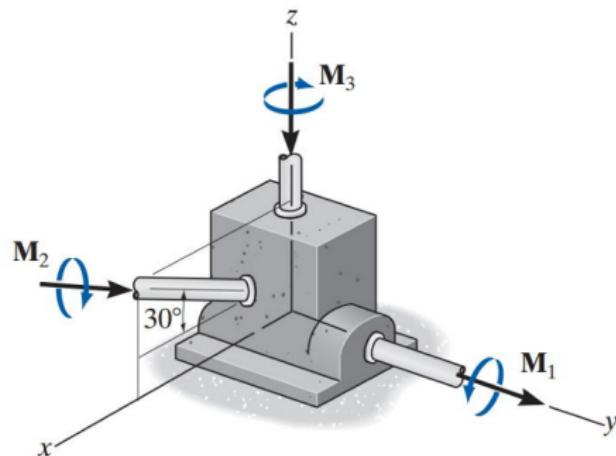


Figura 59

Tarea: Ejercicio 71

71. Determine la magnitud requerida de los momentos de par M_2 y M_3 de forma que el momento de par resultante sea igual a cero.

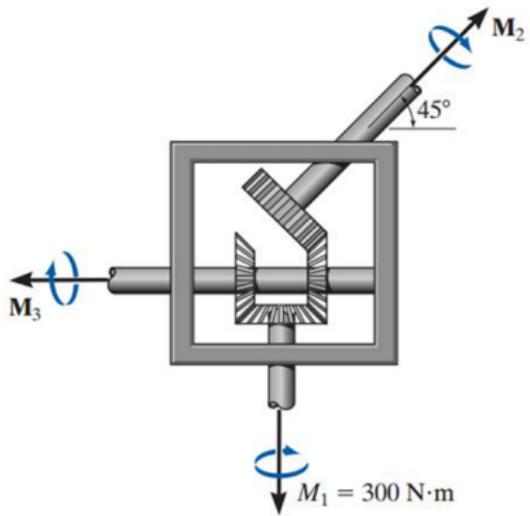


Figura 60

Tarea: Ejercicio 72

72. Si la magnitud del momento de par que actúa sobre el ensamble de tubos es de 50 N m, determine la magnitud de las fuerzas de par aplicadas en cada llave. El ensamble de tubos se encuentra en el plano XY.

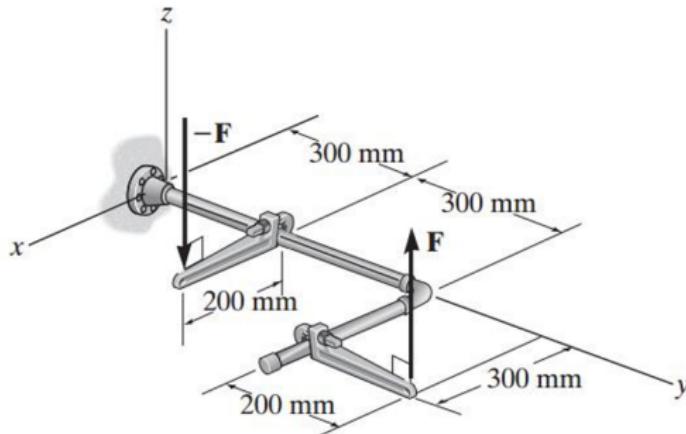
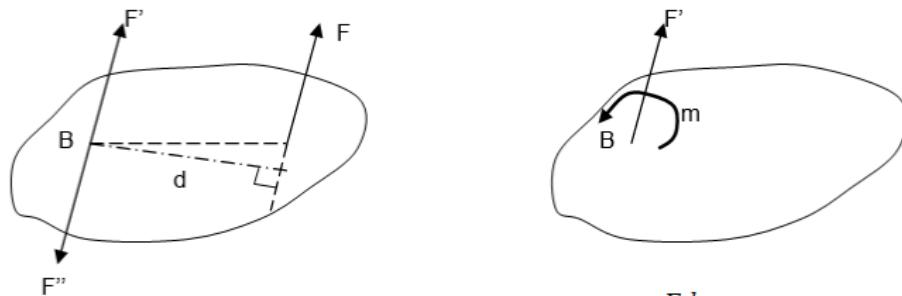


Figura 61

Par de Transporte

Este concepto permite trasladar una fuerza aplicada en un punto a otro punto dentro del mismo cuerpo sin alterar el efecto mecánico resultante, lo que es de gran utilidad para simplificar el análisis de un sistema.

Una fuerza \vec{F} aplicada en un punto A de un cuerpo rígido puede ser trasladada a otro punto B al añadir un momento, conocido como par de transporte. Esto se logra al añadir dos fuerzas concurrentes en B , de magnitud $|\vec{F}|$



$$m = Fd$$
$$F = F' = -F''$$



Ejercicio 74

74. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto A.

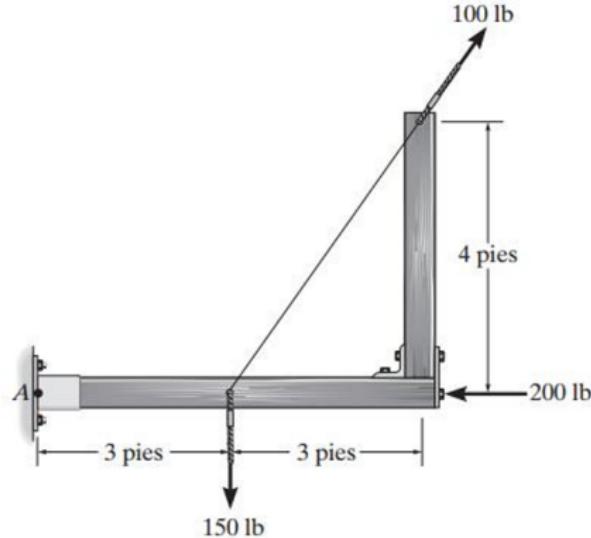


Figura 63



Ejercicio 75

75. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto A.

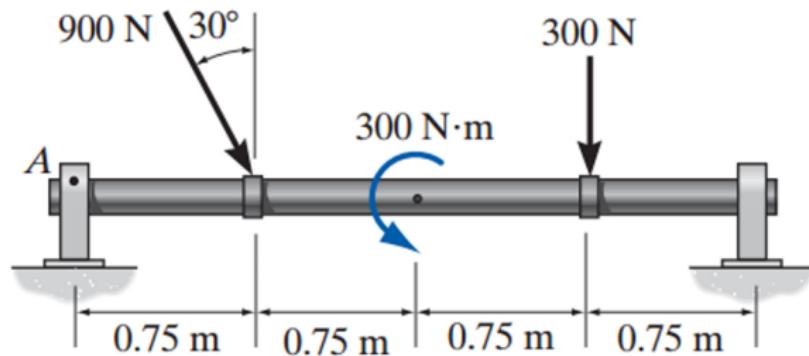


Figura 64



Tarea: Ejercicio 76

76. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto A.

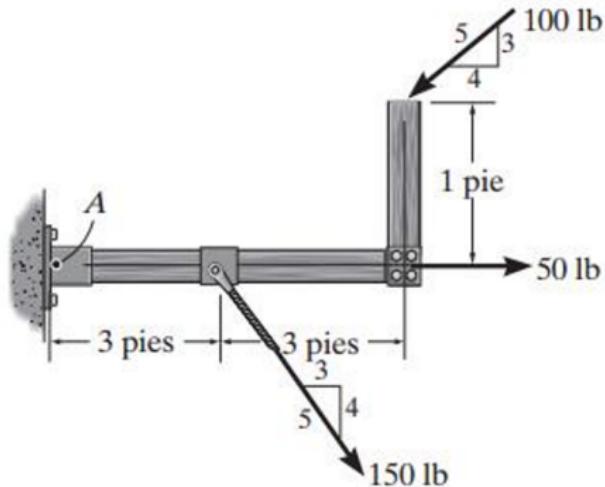


Figura 65



Ejercicio 77

77. Reemplace el sistema de fuerzas que actúa sobre la armadura por una fuerza resultante y un momento de par en el punto C.

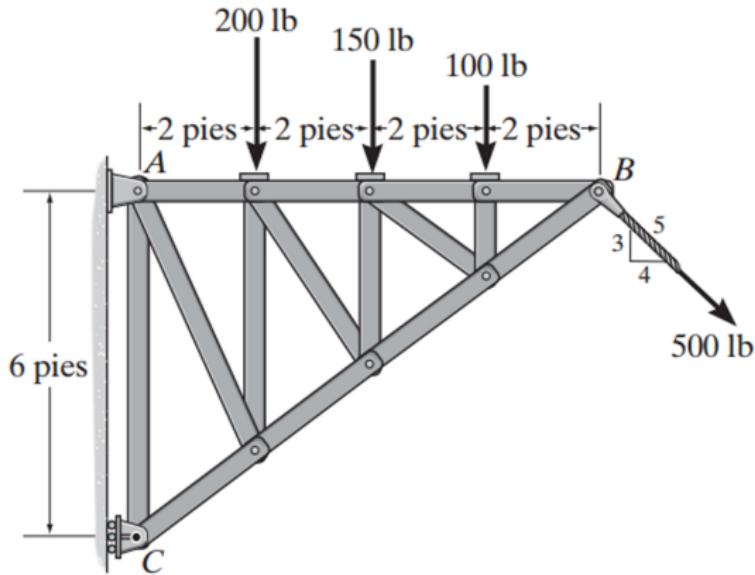


Figura 66



Ejercicio 78

78. Las tres fuerzas actúan sobre el ensamble de tubos. Si $F_1 = 50 \text{ N}$ y $F_2 = 80 \text{ N}$, reemplace este sistema de fuerzas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto O. Exprese los resultados en forma vectorial cartesiana.

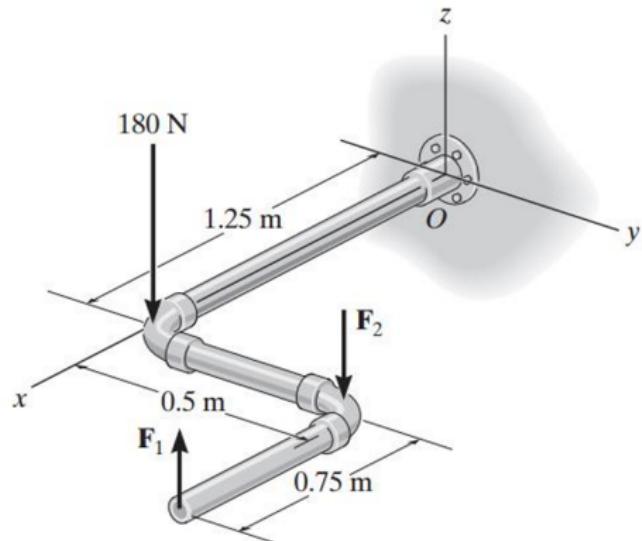


Figura 67

Ejercicio 79

79. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante equivalente y especifique el punto, medido desde O, donde la línea de acción de la resultante interseca a la viga.

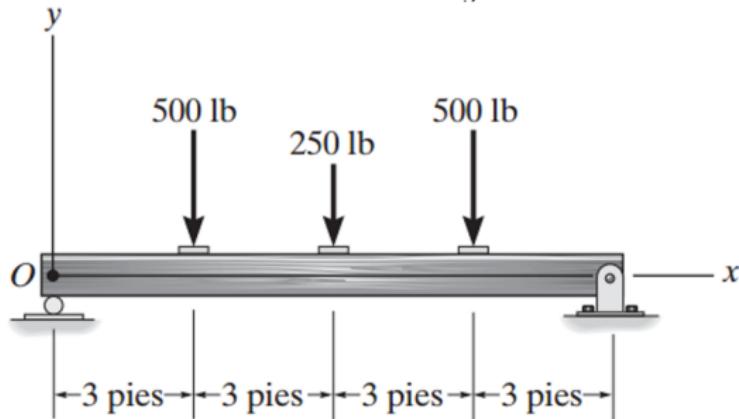


Figura 68



Ejercicio 80

80. Reemplace las cargas mostradas por una sola fuerza resultante equivalente y especifique las coordenadas x y de su línea de acción.

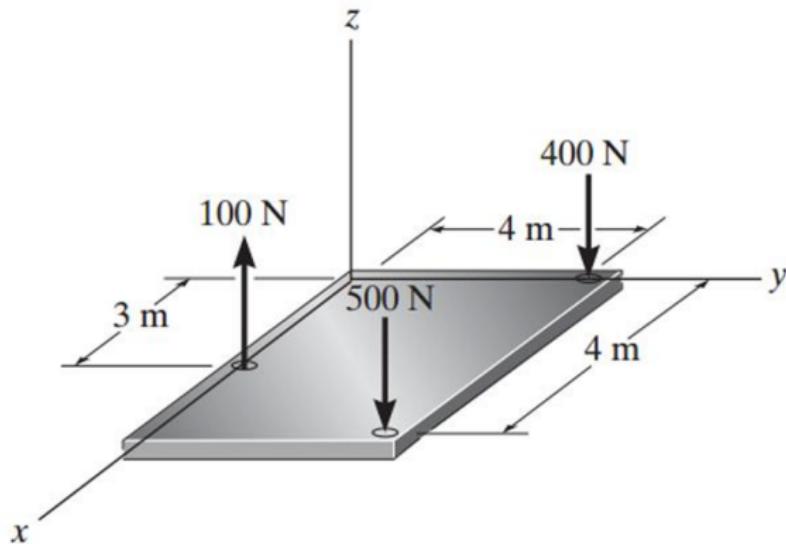


Figura 69

Tarea: Ejercicio 81

81. Reemplace las cargas mostradas por una sola fuerza resultante equivalente y especifique las coordenadas x y de su línea de acción.

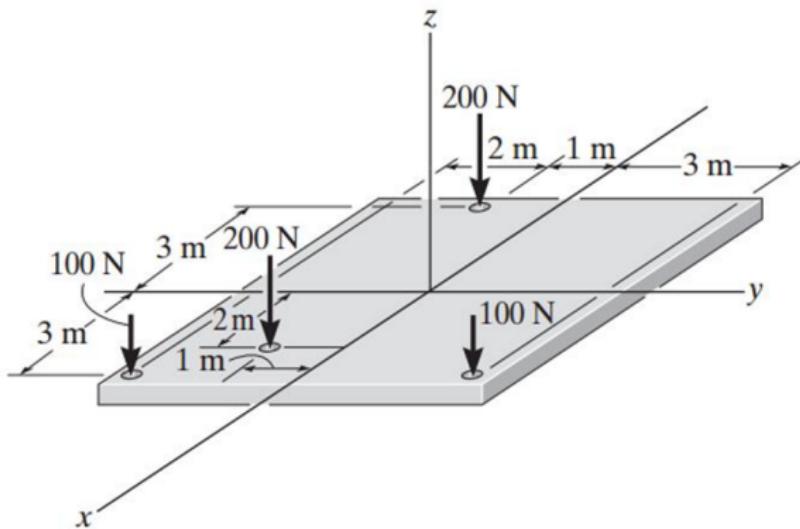


Figura 70

Contacto

Eduardo Flores Rivas
Ingeniero Mecatrónico
Facultad de Ingeniería, UNAM
eduardo.flores@ingenieria.unam.edu



Referencias

-  BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, MAZUREK, David
Mecánica vectorial para ingenieros, estática.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.

-  BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, CORNWELL, Phillip
Mecánica vectorial para ingenieros, dinámica.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.

