

Mecánica

Tema 4. Introducción a la dinámica de la partícula

Ing. Eduardo Flores Rivas

Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Semestre 2025-2



Contenido

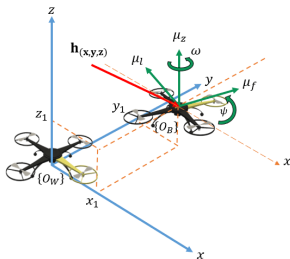
- 1 Objetivo
- 2 Elementos básicos de la cinemática
- 3 Contacto
- 4 Referencias



Objetivo

El alumno aplicará las leyes de Newton en el análisis del movimiento de una partícula en el plano, donde intervienen las causas que modifican a dicho movimiento.

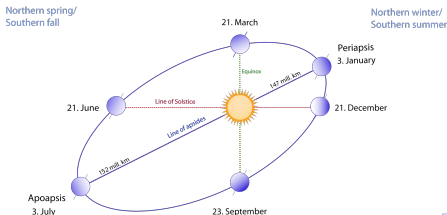
- **Estática:** Rama de la mecánica que estudia los cuerpos en reposo.
- **Dinámica:** Rama de la mecánica que estudia los cuerpos en movimiento.
 - **Cinemática:** Estudio de la geometría del movimiento. Relaciona el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y el tiempo. No atiende a la causa del movimiento.
 - **Cinética:** Estudio de la relación que existe entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, su masa y el movimiento del mismo. Permite predecir el movimiento ocasionado por una fuerza, o determinar las fuerzas necesarias para producir un movimiento.



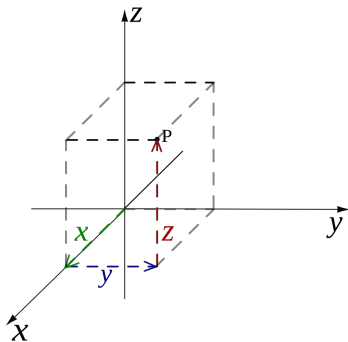
Trayectoria

Trayectoria: Es una línea imaginaria que describe el movimiento de una partícula. Algunas de las trayectorias más estudiadas son:

- Rectilíneo: se desplaza siguiendo una recta. Por ejemplo, un automóvil en una carretera recta.
- Circular: se desplaza siguiendo una circunferencia. Por ejemplo, las aspas de un ventilador.
- Parabólica: se desplaza siguiendo una parábola. Por ejemplo, un balón de fútbol americano al ser lanzado.
- Elíptico: se desplaza siguiendo un elipse. Por ejemplo, la órbita de un planeta.



Posición (P): Es la ubicación de un punto dado un sistema de referencia. Se mide en unidades de longitud respecto a un punto fijo llamado origen, y puede estar dada por una, dos o tres distancias si se trabaja en una recta, en el plano o en el espacio, respectivamente. Se define como un vector.



Cuando se conoce la posición de una partícula para cualquier valor de tiempo (t), se dice que se conoce la trayectoria, y se puede expresar como una función.

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$



Velocidad

La velocidad es la tasa de cambio en la posición respecto al paso del tiempo. Por ejemplo, si una partícula ocupa la posición P en un tiempo t , y la posición P' en un tiempo $t + \Delta t$, se puede obtener la posición final P' a partir de la suma de $r + \Delta r$

La velocidad promedio de una partícula en un intervalo Δt se define como:

$$v_{prom} = \frac{\Delta r}{\Delta t} [m/s]$$

Por su parte, la velocidad instantánea de una partícula en un instante t , se obtiene a partir de la velocidad promedio cuando los intervalos Δt son extremadamente cortos, es decir, la derivada de la posición respecto al tiempo.

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt} \vec{r}(t)$$



Rapidez

Debido a que la velocidad depende de la posición, también se trata como un vector. sin embargo, no siempre es necesario trabajar de forma vectorial, por lo que se acuñó el término rapidez como la magnitud del vector \vec{v} para usarse en análisis escalares.

La rapidez es una magnitud escalar, por lo que no toma en cuenta la dirección del movimiento.

10 m/s a la derecha



10 m/s a la izquierda



MISMA RAPIDEZ DIFERENTE VELOCIDAD

6 m/s



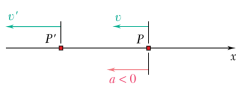
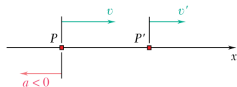
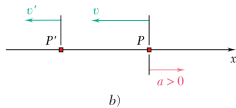
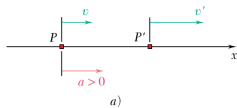
DIFERENTE RAPIDEZ Y VELOCIDAD

10 m/s



Aceleración

La aceleración es la tasa de cambio de la velocidad respecto al tiempo. Considerando una velocidad v de la partícula en el tiempo t y su velocidad $v + \Delta v$ en el tiempo posterior $t + \Delta t$, entonces la aceleración promedio de la partícula en el intervalo Δt se define como: $a_{prom} = \frac{\Delta v}{\Delta t} [m/s^2]$



La aceleración instantánea de la partícula en el instante t , se obtiene de la aplicación del límite en la aceleración promedio para aplicar intervalos de tiempo extremadamente pequeños

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} \vec{v}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}(t)$$



Movimiento Rectilíneo Uniforme

Se dice que una partícula se encuentra en movimiento rectilíneo uniforme cuando esta se mueve siguiendo una línea recta y su aceleración es cero para todo valor de t .

En el MRU:

- Aceleración: $a(t) = 0$
- Velocidad: constante $v(t) = \frac{dx}{dt}$
- Posición:

$$\int_{x_0}^x dx = v \int_0^t dt$$

$$x - x_0 = vt$$

$$x(t) = x_0 + vt$$



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

Se dice que una partícula se encuentra en movimiento rectilíneo uniformemente acelerado cuando esta se mueve siguiendo una línea recta y su aceleración es constante para todo valor de t .

En el MRUA:

- Aceleración: Constante

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx/v} = v \frac{dv}{dx}$$

- Velocidad:

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt$$

$$v - v_0 = at$$

$$v(t) = v_0 + at$$

$$\int_{v_0}^v v dv = a \int_{x_0}^x dx$$

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = 2a(x - x_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$



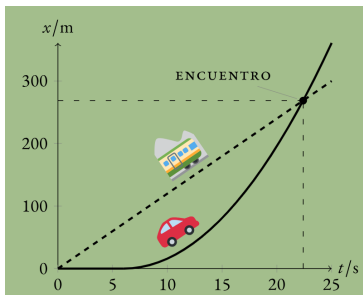
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

- Posición: De la ecuación de velocidad

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



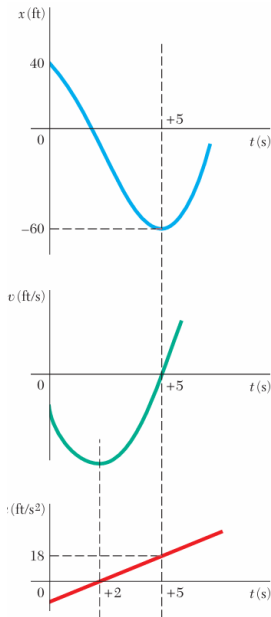
Ejercicio MRUA

La posición de una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta está definida por la relación $x = t^3 - 6t^2 - 15t + 40$, donde x se expresa en pies y t en segundos. Determine

- el tiempo al cual la velocidad será cero
- la posición y la distancia recorrida por la partícula en ese tiempo
- la aceleración de la partícula en ese tiempo
- la distancia recorrida por la partícula desde $t = 4$ s hasta $t = 6$ s



Ejercicio MRUA



$$x(t) = t^3 - 6t^2 - 15t + 40$$

$$v(t) = 3t^2 - 12t - 15$$

$$a(t) = 6t - 12$$



Ejercicio 92: MRUA

Un ciclista parte del reposo y después de viajar a lo largo de una trayectoria recta una distancia de $20[m]$ alcanza una rapidez de $30[km/h]$. Determine su aceleración si ésta es constante. Calcule también cuánto le toma alcanzar la rapidez de $30[km/h]$.



Ejercicio 93: MRUA

Un automóvil parte del reposo y alcanza una rapidez de $80[ft/s]$ después de viajar $500[ft]$ a lo largo de un camino recto. Determine su aceleración constante y el tiempo de viaje.



Ejercicio 94: MRUA

Viajando con rapidez inicial de $70[km/h]$, un automóvil acelera a $6000[km/h^2]$ a lo largo de un camino recto. ¿Cuánto tardará en alcanzar una rapidez de $120[km/h]$? ¿Qué distancia recorre el automóvil durante este tiempo?

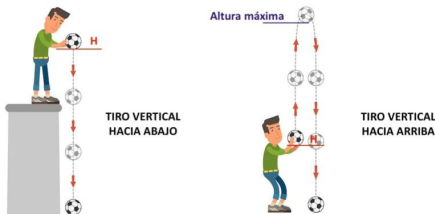


MRUA: Caída libre y tiro vertical

Cuando un objeto se deja caer o se lanza en línea recta de forma vertical, ocurre lo que se conoce como tiro vertical, que es un tipo específico de MRUA donde la aceleración es la gravedad.

La diferencia fundamental entre ambos está en la dirección inicial del movimiento:

- Caída libre: el objeto parte desde el reposo y se desplaza hacia abajo (aceleración positiva y velocidad inicial cero)
- Tiro vertical: el objeto es lanzado con una velocidad inicial, puede ser lanzado hacia arriba o abajo.



Ejercicio 95: Tiro vertical

Una pelota de béisbol es lanzada hacia abajo desde una torre de 50 ft con una rapidez inicial de 18 ft/s. Determine la rapidez con que la pelota toca el suelo y el tiempo de viaje.



Ejercicio 96: Tiro vertical y caída libre

Una pelota A es liberada del reposo a una altura de 40 ft al mismo tiempo que una segunda pelota B es lanzada hacia arriba desde 5 ft con respecto al suelo. Si las pelotas pasan una frente a la otra a una altura de 20 ft, determine la rapidez con que la pelota B fue lanzada hacia arriba. Ver Figura 78.

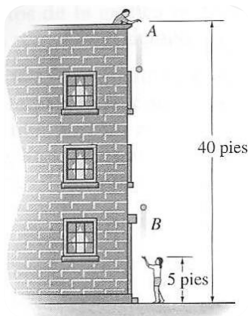


Figura 78



97. A una vagoneta se le prueban la aceleración y los frenos. En la primera prueba de aceleración en la calle, transcurrió un tiempo de 8.2 s para lograr un incremento de velocidad desde $10[km/h]$ hasta $100[km/h]$. En la prueba de frenos, la vagoneta recorrió una distancia de $44[m]$ durante el frenado desde $100[km/h]$ hasta cero. Si se suponen valores constantes para la aceleración y la desaceleración, determine:

- la aceleración durante la primera prueba en la calle,
- la desaceleración durante la prueba de frenos.



98. Un avión empieza su despegue en A con rapidez nula y una aceleración constante. Si se sabe que empieza a volar 30 s después en B y que la distancia AB es de 900 m, determine:

- a) la aceleración a
- b) la rapidez de despegue en B.





99. La aceleración de una partícula al moverse a lo largo de una línea recta está dada por $a = (2t - 1)[m/s^2]$, donde t está en segundos. Si $s = 1[m]$ y $v = 2[m/s]$ cuando $t = 0$, determine:

- a) la velocidad
- b) la posición de la partícula cuando $t = 6[s]$.



Eduardo Flores Rivas
Ingeniero Mecatrónico
Facultad de Ingeniería, UNAM
eduardo.flores@ingenieria.unam.edu



-  BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, MAZUREK, David
Mecánica vectorial para ingenieros, estática.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.
-  BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, CORNWELL, Phillip
Mecánica vectorial para ingenieros, dinámica.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.