

# Mecánica

## Tema 3. Determinación del centroide de un cuerpo

Ing. Eduardo Flores Rivas

Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional Autónoma de México

Semestre 2026-1



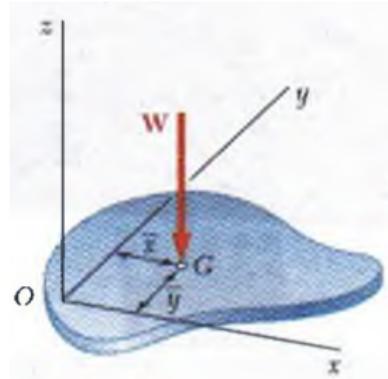
# Contenido

- 1 Objetivo
- 2 Modelo de cuerpo rígido
- 3 Conceptos del centros de gravedad, de masa y geométrico
- 4 Simetría
- 5 Centroide de figuras compuestas
- 6 Ejercicios
- 7 Contacto
- 8 Referencias



# Objetivo

El alumno determinará experimentalmente la posición del centro de masa de un cuerpo con simetría plana, mediante la medición de tensiones en hilos que sujetan al cuerpo y la aplicación de las ecuaciones de equilibrio para un sistema de fuerza coplanario.



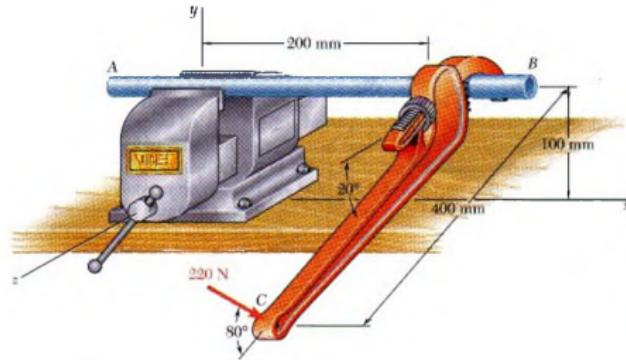
# Modelo de cuerpo rígido

## Definición

Un cuerpo rígido es un objeto idealizado en el que las distancias entre los puntos no cambian, independientemente de las fuerzas aplicadas.

## Aplicaciones

Se utiliza para simplificar el análisis de sistemas mecánicos, ya que permite ignorar las deformaciones.



# Homogeneidad de un cuerpo

Característica	Cuerpo Homogéneo	Cuerpo No Homogéneo
<b>Definición</b>	Tiene una densidad uniforme en toda su extensión.	Su densidad varía en diferentes partes del cuerpo.
<b>Ejemplos</b>	Barras de metal, bloques de madera.	Estructuras compuestas, cuerpos con distribución de masa no uniforme.
<b>Propiedades</b>	El centro de masa y el centroide coinciden en el centro geométrico.	El centro de masa no coincide necesariamente con el centro geométrico

# Centro de gravedad

**Definición:** El punto en un cuerpo donde se puede considerar que actúa la fuerza de gravedad de manera uniforme.

Suponiendo una placa plana horizontal, dividida en  $n$  elementos con coordenadas  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ . El peso de cada partícula es  $\Delta W_1, \Delta W_2, \dots, \Delta W_n$ , que se dirigen al centro de la Tierra, pero a fines prácticos podemos asumir que son paralelos, por lo tanto el peso resultante sería la suma estos pesos:

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_n$$

Para obtener las coordenadas  $(\bar{x}, \bar{y})$  del punto  $G$  donde se debe aplicar la resultante  $W$ , se escriben los momentos de  $W$  respecto a los ejes  $x, y$

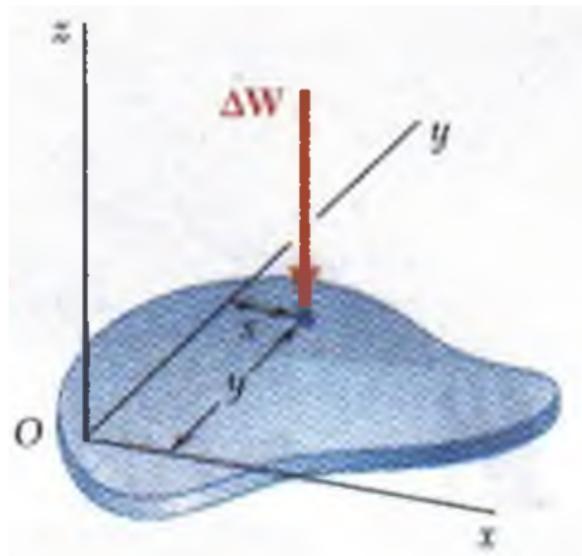
$$\sum M_y : \bar{x}W = x_1\Delta W_1 + x_2\Delta W_2 + \dots + x_n\Delta W_n$$

$$\sum M_y : \bar{z}W = y_1\Delta W_1 + y_2\Delta W_2 + \dots + y_n\Delta W_n$$

# Centro de gravedad

Haciendo uso del cálculo integral, si se incrementa el número de elementos y se disminuye su tamaño

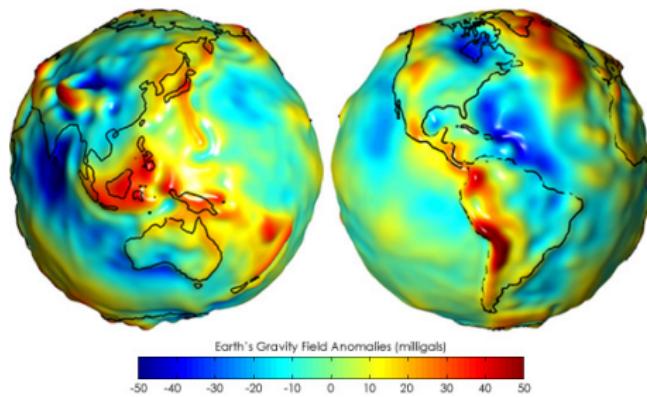
$$W = \int dW \quad \bar{x}W = \int xdW \quad \bar{y}W = \int ydW$$



# Centro de masa

**Definición:** El punto en un cuerpo donde se puede considerar que está concentrada toda su masa para efectos de análisis dinámico.

En un campo gravitacional uniforme, el centro de masa y el centro de gravedad coinciden.



**Definición:** El centro geométrico de una figura plana o de un cuerpo tridimensional homogéneo.

En el caso de un cuerpo homogéneo de espesor uniforme, el peso del objeto se puede obtener con su peso específico (el peso por unidad de volumen) y el volumen:

$$W = \gamma V = \gamma t A$$

donde:

- $\gamma$  es el peso específico [ $N/m^3$ ]
- $t$  es el espesor de la placa [m]
- $A$  es el área de la placa [ $m^2$ ]

Similar al centro de gravedad, el cálculo de las coordenadas del centroide se da con los momentos.

# Centroide

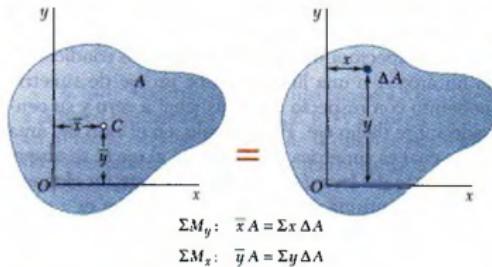
Las siguientes integrales se les conoce como **primer momento del área  $A$**  con respecto a los ejes  $x, y$  y se representan con  $Q$

$$Q_y = \bar{x}A = \int x dA \quad Q_x = \bar{y}A = \int y dA$$

Entonces la coordenadas del centroide  $C(\bar{x}, \bar{y})$  se pueden calcular como

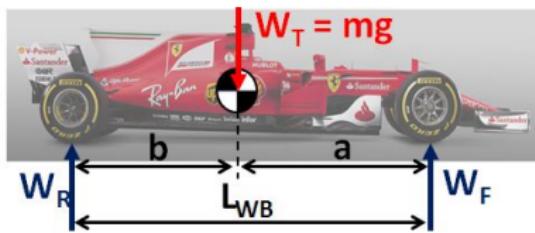
$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} \quad \bar{y} = \frac{Q_x}{A}$$

Una característica importante es que, si el primer momento del área es cero, entonces el eje estará sobre un eje coordenado.



# Comparación

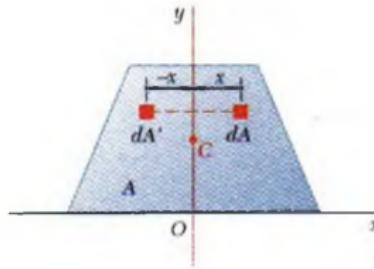
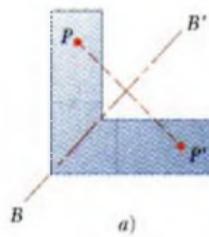
- Centro de gravedad: Donde se coloca la resultante del peso. Si el campo de gravedad es constante, centro de masa = centro de gravedad
- Centro de masa: Donde cualquier plano que pase por él, divide la masa en partes iguales (los momentos de masa son iguales). Si se trata de un cuerpo homogéneo y de espesor constante, centroide = centro de masa
- Centroide: Donde cualquier plano que pase por él, divide el área en partes iguales.



# Simetría respecto a un eje

## Respecto a un eje

Un área es simétrica con respecto a un eje  $BB'$  cuando para todo punto  $P$  del área existe una otro punto  $P'$  dentro del área tal que el eje  $PP'$  sea perpendicular a  $BB'$  y esté dividido en dos partes iguales por el eje  $BB'$ . Cuando un área es simétrica respecto a un eje, su primer momento de área con respecto a dicho eje es cero, y su centroide está colocado sobre él.



Además, si un área posee dos ejes de simetría, su centroide  $C$  debe estar en la intersección de los dos ejes.



# Simetría respecto a un centro

## Respecto a un centro

Se dice que un área es simétrica respecto a un centro  $O$  si para cada elemento  $dA$  del área  $A$  en las coordenadas  $(x, y)$  existe un elemento  $dA'$  con coordenadas  $(-x, -y)$ . Si esto se cumple, los primeros momentos del área son cero y su centroide se encuentra en  $O(0, 0)$ .

$$Q_x = Q_y = 0$$

$$\bar{x} = \bar{y} = 0$$

$$C = O(0, 0)$$

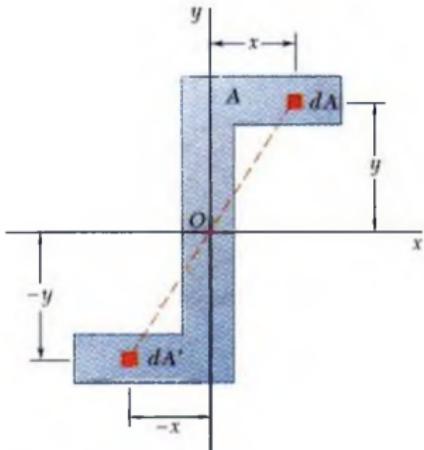


Figura 5.7

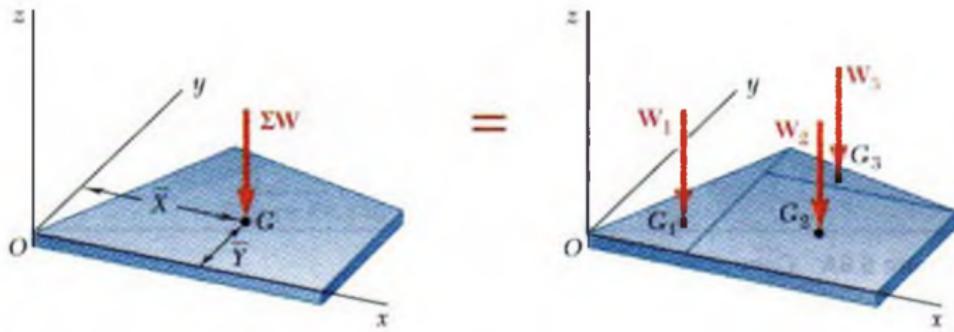


# Figuras compuestas

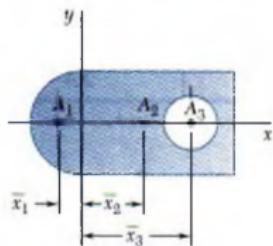
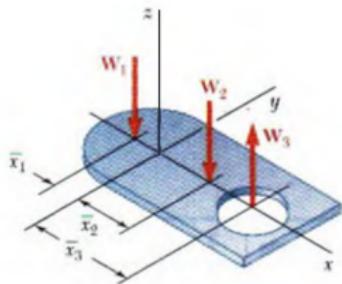
Cuando una placa se forma a partir de figuras primitivas (triángulos, cuadrado, etc.), es posible determinar las coordenadas  $(\bar{X}, \bar{Y})$  del centro de gravedad  $G$  de la placa total a partir de las coordenadas  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  de los centros de gravedad de cada figura que compone la placa.

$$\sum M_y : \quad \bar{X}(W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{x}_1 W_1 + \bar{x}_2 W_2 + \dots + \bar{x}_n W_n$$

$$\sum M_x : \quad \bar{Y}(W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{y}_1 W_1 + \bar{y}_2 W_2 + \dots + \bar{y}_n W_n$$



# Método tabular



	$\bar{x}$	$A$	$\bar{x}A$
$A_1$ Semicírculo	-	+	-
$A_2$ Rectángulo completo	+	+	+
$A_3$ Agujero circular	+	-	-

$$\bar{x} \sum W = \sum \bar{x}W$$

$$\bar{Y} \sum W = \sum \bar{y}W$$

Si la placa es homogénea y de espesor uniforme, el centro de gravedad coincide con el centroide  $C$  de su área.

$$Q_y = \bar{x} \sum A = \sum \bar{x}A$$

$$Q_x = \bar{y} \sum A = \sum \bar{y}A$$

## Ejercicio 82

82. Calcule el centroide.

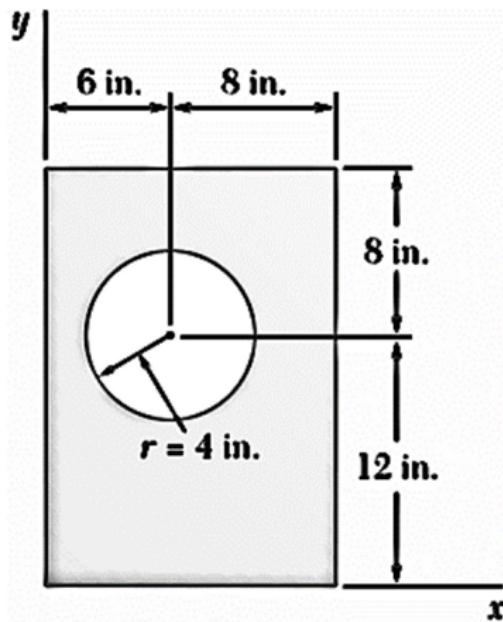
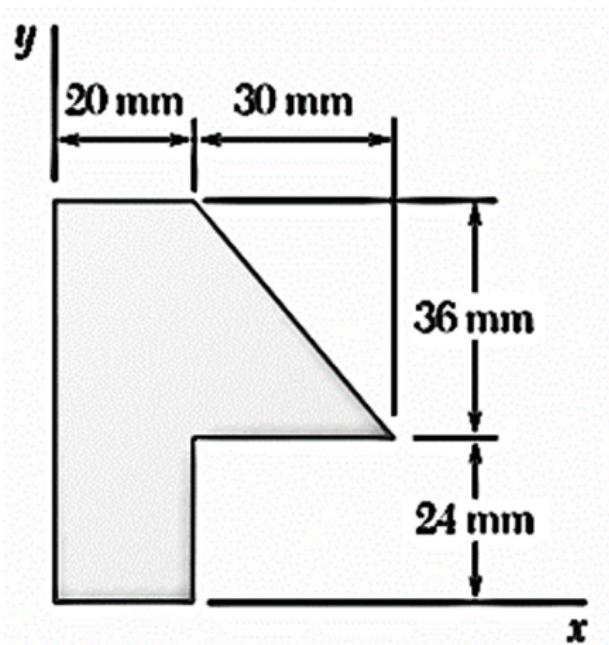


Figura 71

## Ejercicio 83

83. Calcule el centroide



**Figura 72**

## Ejercicio 84

84. Calcule el centroide.

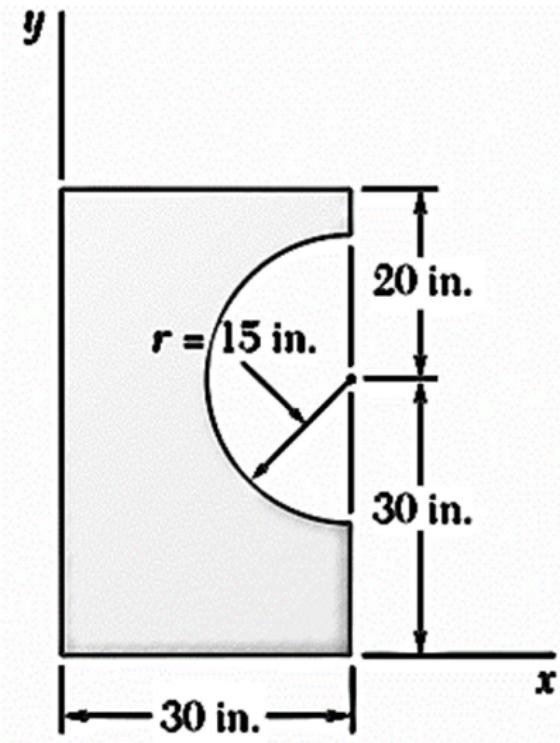


Figura 73

## Ejercicio 85

85. Calcule el centroide.

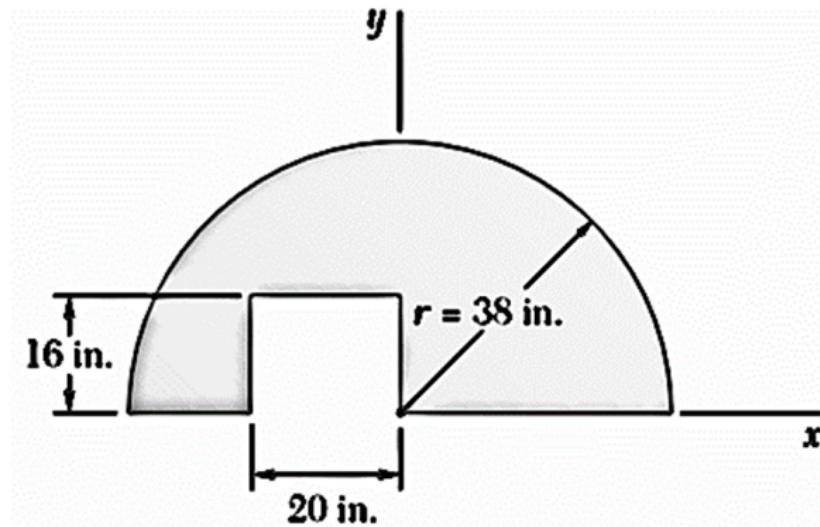


Figura 74



## Ejercicio 87

87. Calcule el centroide.

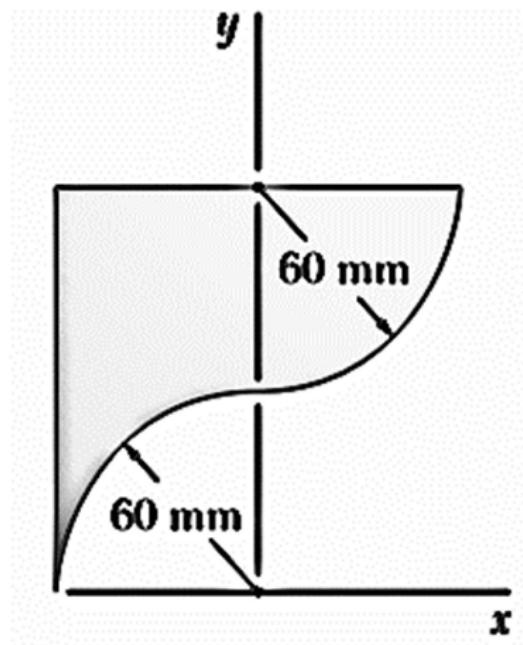


Figura 76



## Ejercicio 89

89. Una placa de madera de espesor constante y cortada como la Figura 71 pesa 50 lb y se cuelga de tres cables en A(0,12), B(6,0) y C(14,20). Si la placa permanece completamente horizontal (plano XY horizontal), determine las tensiones en los cables TA, TB y TC.

82. Calcule el centroide.

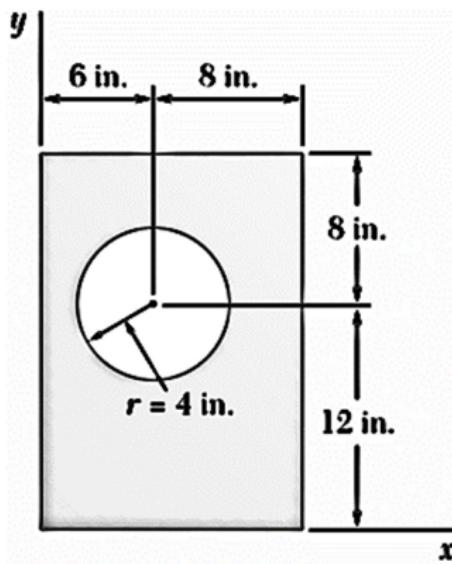


Figura 71



## Ejercicio 90

90. Una placa de madera de espesor constante y cortada como la Figura 72 pesa 300 N y se cuelga de tres cables en A(0,0), B(50,24) y C(20,60). Si la placa permanece completamente horizontal (plano XY horizontal), determine las tensiones en los cables TA, TB y TC.

83.Calcule el centroide

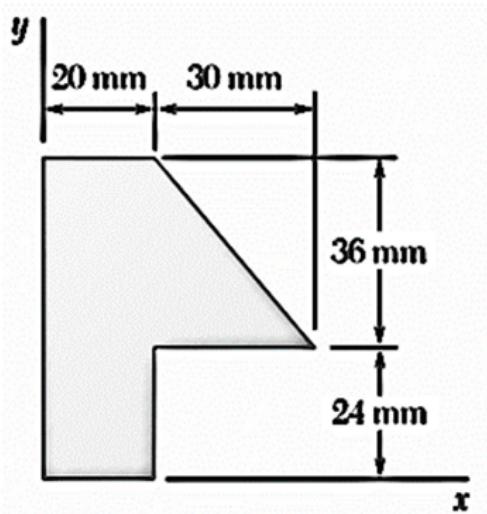


Figura 72



## Ejercicio 91

91. Una placa de madera de espesor constante y cortada como la Figura 76 pesa 200 kg y se cuelga de tres cables en A(-60,0), B(60,120) y C(-60,120). Si la placa permanece completamente horizontal (plano XY horizontal), determine las tensiones en los cables TA, TB y TC.

87.Calcule el centroide.

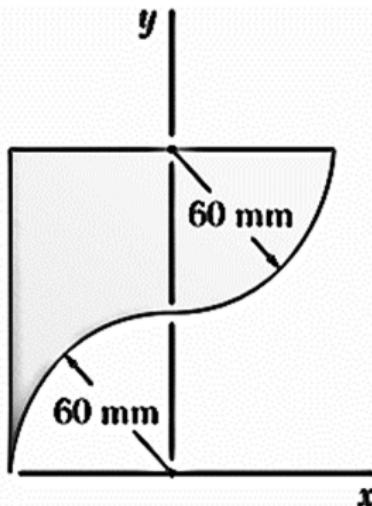


Figura 76

Eduardo Flores Rivas  
Ingeniero Mecatrónico  
Facultad de Ingeniería, UNAM  
[eduardo.flores@ingenieria.unam.edu](mailto:eduardo.flores@ingenieria.unam.edu)



# Referencias

-  BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, MAZUREK, David  
*Mecánica vectorial para ingenieros, estática.*  
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.
  
-  BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, CORNWELL, Phillip  
*Mecánica vectorial para ingenieros, dinámica.*  
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.

