Mecánica

Tema 2. Representación y modelado de los sistemas de fuerzas

Ing. Eduardo Flores Rivas

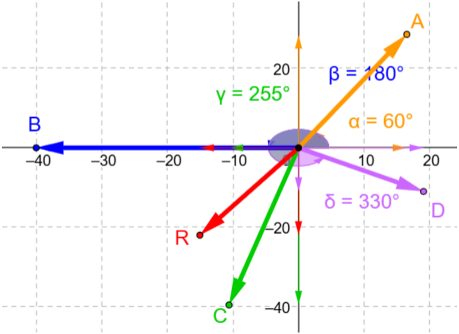
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Semestre 2025-2

Contenido

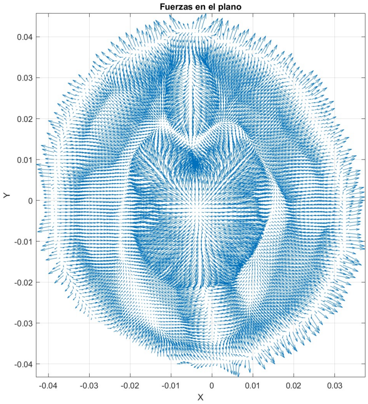
Objetivo

El alumno comprenderá los fundamentos necesarios para analizar los sistemas de fuerzas y aplicará los principios básicos de la mecánica newtoniana para la obtención de sistemas equivalentes de fuerzas.



Clasificación de las fuerzas

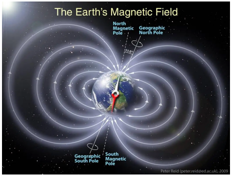
En mecánica clásica, una fuerza es cualquier acción capaz de modificar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo. Para analizar las fuerzas, estas se pueden clasificar según su origen, naturaleza y aplicación.



Clasificación de las fuerzas

Según su origen:

- Fuerza de contacto: ocurre entre dos cuerpos que se encuentran en contacto físico. Ejemplos:
  - Fuerza normal
  - Fuerza de fricción
  - Tensión
- Fuerza a distancia (fuerzas de campo): actúan sin contacto directo. Ejemplos:
  - Fuerza gravitacional
  - Fuerza eléctrica
  - Fuerza magnética



Clasificación de las fuerzas

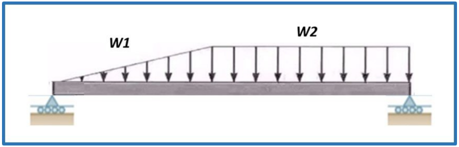
Según su aplicación:

- Fuerzas externas: son ejercidas al sistema analizado desde su entorno. Ejemplos:
  - El peso de una estructura
  - La presión del viento sobre un puente.
  - La tracción del cable sobre una grúa.
- Fuerzas internas: son las que mantienen la cohesión de los cuerpos y actúan dentro del sistema. Ejemplos:
  - Esfuerzos internos de una viga sometida a una carga.
  - Fuerzas entre átomos en un sólido

Clasificación de las fuerzas

Según su distribución:

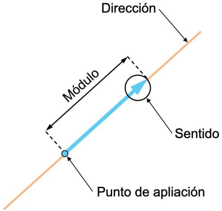
- Fuerzas concurrentes (concentradas): se aplican en un solo punto y pueden representarse como un vector único.
- Fuerzas paralelas (distribuidas): se aplican sobre una superficie o volumen, su representación mínima (que produce el mismo efecto en el sistema) puede ser: una fuerza, un par o una fuerza nula.



Características del vector fuerza

Las fuerzas puntuales se representan como vectores para describir su magnitud, dirección y punto de aplicación.
Una fuerza como vector se define como $\vec{F}$, caracterizado por:

- Magnitud ($|\vec{F}|$): es la intensidad de la fuerza, en el SI sus unidades son los Newtons ($[N]$), y se calcula como el módulo del vector.
- Dirección: son los ángulos o componentes unitarios del vector.
- Sentido: indica hacia donde actúa la fuerza en la línea de acción.
- Punto de aplicación: Lugar donde se aplica la fuerza dentro del sistema.



Vector Unitario

Un vector unitario es aquel cuyo módulo es 1 y es útiles para representar otros vectores mediante sus componentes. Se simboliza con un "gorro" sobre una letra, por ejemplo $\hat{u}$. Para calcular el vector unitario de un vector no hace falta más que dividirlo entre su módulo

$$\hat{u} = \frac{\vec{U}}{|\vec{U}|}$$

Por ejemplo, para el vector $\vec{F}$ siguiente:

$$\vec{F} = (120\hat{\imath} + 160\hat{\jmath})[N]$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{120^2 + 160^2}[N] = 200[N]$$

$$\hat{u} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{120\hat{\imath} + 160\hat{\jmath}}{200} = \frac{3}{5}\hat{\imath} + \frac{4}{5}\hat{\jmath}$$

Hacer la descomposición de un vector en sus componentes unitarios permite simplificar el análisis al observar los efectos de estas fuerzas de forma independiente.

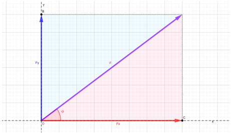
Representación bidimensional

En un sistema con coordenadas cartesianas, la fuerza $\vec{F}$ se representa como

$$\vec{F} = F_x \hat{\imath} + F_y \hat{\jmath}$$

Donde:

- F_x es la componente de la fuerza en el eje x. Si θ es el ángulo de $\vec{F}$ respecto al eje x medido en sentido contrario a las manecillas del reloj, entonces
$$F_x = |\vec{F}| \cos\theta$$
- F_y es la componente de la fuerza en el eje y. Si θ es el ángulo de $\vec{F}$ respecto al eje x medido en sentido contrario a las manecillas del reloj, entonces
$$F_y = |\vec{F}| \sin\theta$$



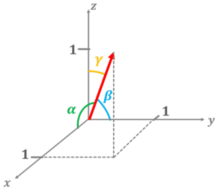
En el espacio con un sistema cartesiano, la fuerza se puede expresar como

$$\vec{F} = F_x \hat{\imath} + F_y \hat{\jmath} + F_z \hat{k}$$

Donde sus componentes se calculan con la dirección del vector unitario $\hat{u}$ de la fuerza.

$$F_x = |\vec{F}| \cos\alpha$$
$$F_y = |\vec{F}| \cos\beta$$
$$F_z = |\vec{F}| \cos\gamma$$

siendo α, β y γ los ángulos entre $\vec{F}$ y los ejes x, y, z, respectivamente.



Procesos de composición y descomposición de fuerzas

El proceso de composición y descomposición de fuerzas permite manipular las fuerzas de un sistema para facilitar su análisis, facilitando los cálculos y el modelado de sistemas.

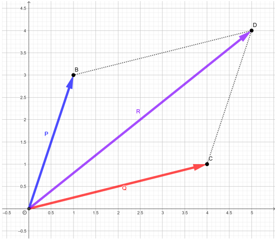
De manera resumida, el proceso de composición de fuerzas consiste en la suma de éstas para la obtención de una resultante; mientras que la descomposición es la expresión de una fuerza en sus componentes en distintas dirección, cuando se trabaja en coordenadas cartesianas se expresa en las direcciones de los ejes x, y, z con los vectores unitarios $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, $\hat{k}$.

Por su parte, el cambio de base vectorial permite trasladar fuerzas entre distintos sistemas de referencias.

Composición de fuerzas

La composición no es más que la suma vectorial de fuerzas, es decir, la suma de las componentes de los distintos vectores de fuerza en los ejes del sistema de referencia.

Nótese que para que las fuerzas puedan sumarse y obtener el sistema equivalente, es necesario que dichas fuerzas sean concurrentes (que pasen por el mismo punto). La composición de estas fuerzas será el resultado de la aplicación de la **ley del polígono** (que es la repetición del la ley del paralelogramo).



Suma de fuerzas en el plano

Para el caso de la suma de dos fuerzas F_1 y F_2 en coordenadas (x, y) se tiene que la resultante está dada por:

$$\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (F_{1_x} + F_{2_x})\hat{\imath} + (F_{1_y} + F_{2_y})\hat{\jmath}$$

$$\vec{F_R} = F_{R_x}\hat{\imath} + F_{R_y}\hat{\jmath}$$

Su magnitud resultante será (por el teorema de Pitágoras)

$$F_R = |\vec{F_R}| = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2}$$

Y su dirección

$$\theta_R = \arctan \frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}$$

Suma de fuerzas en el espacio

Para el caso de la suma de dos fuerzas F_1 y F_2 en el espacio con coordenadas cartesianas (x, y, z) la resultante está dada por:

$$\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (F_{1_x} + F_{2_x})\hat{\imath} + (F_{1_y} + F_{2_y})\hat{\jmath} + (F_{1_z} + F_{2_z})\hat{k}$$

$$\vec{F_R} = F_{R_x}\hat{\imath} + F_{R_y}\hat{\jmath}$$

Su magnitud resultante será

$$F_R = |\vec{F_R}| = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2 + {F_{R_z}}^2}$$

Y los ángulos de dirección

$$\alpha = \arccos \frac{F_{R_x}}{F_R}$$

$$\beta = \arccos \frac{F_{R_y}}{F_R}$$

$$\gamma = \arccos \frac{F_{R_z}}{F_R}$$

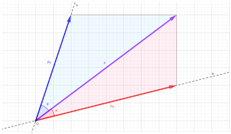
Descomposición de fuerzas

Se trata de obtener la proyección o componente de un vector sobre algún eje. Desde el punto de vista matemático, puede ser visto como la proyección del vector fuerza sobre los vectores unitarios de los distintos ejes del sistema de referencia en el que se descompondrá.

La proyección del vector $\vec{A}$ sobre el vector $\vec{B}$ se calcula como:

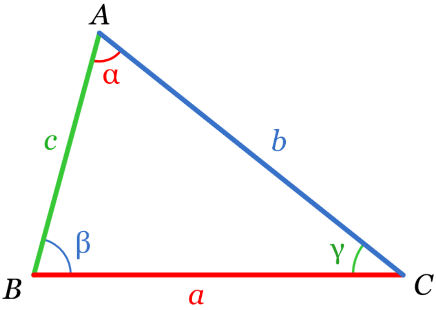
$$\vec{C} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = |\vec{C}|\hat{u}$$

Desde el punto de vista físico, la descomposición de fuerzas consiste en pasar de una fuerza a tener dos o más que produzcan el mismo efecto sobre el cuerpo de análisis. A estas fuerzas se les llama componentes.



Descomposición en el plano

Una estrategia común es usar la ley de senos para calcular las componentes cuando no se forman triángulos rectángulos.



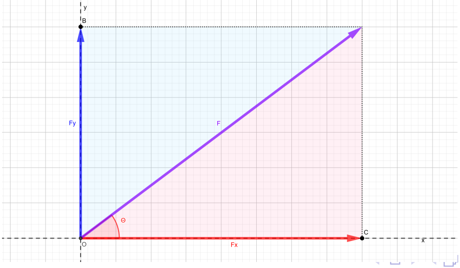
$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$$

Descomposición en el plano

En muchos casos resultará conveniente hacer la descomposición en fuerzas perpendiculares entre sí, por lo general en los ejes x, y.
Una fuerza $\vec{F}$ con magnitud F y dirección θ respecto al eje x positivo se descompone en:

$$\vec{F}_x = \frac{\vec{F} \cdot \hat{\imath}}{|\hat{\imath}|} \frac{\hat{\imath}}{|\hat{\imath}|} = F \cos(\theta) \hat{\imath}$$

$$\vec{F}_y = \frac{\vec{F} \cdot \hat{\jmath}}{|\hat{\jmath}|} \frac{\hat{\jmath}}{|\hat{\jmath}|} = F \sin(\theta) \hat{\jmath}$$



Composición de fuerzas

La composición no es más que la suma vectorial de fuerzas, es decir, la suma componente a componente de los distintos vectores de fuerza en los ejes del sistema de referencia.

Suma de fuerzas en el plano

Para el caso de la suma de dos fuerzas F_1 y F_2 en coordenadas (x, y) se tiene que la resultante está dada por:

$$\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (F_{1_x} + F_{2_x})\hat{\imath} + (F_{1_y} + F_{2_y})\hat{\jmath}$$

$$\vec{F_R} = F_{R_x}\hat{\imath} + F_{R_y}\hat{\jmath}$$

Su magnitud resultante será (por el teorema de Pitágoras)

$$F_R = |\vec{F_R}| = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2}$$

Y su dirección

$$\theta_R = \arctan \frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}$$

Composición de fuerzas

Suma de fuerzas en el espacio

Para el caso de la suma de dos fuerzas F_1 y F_2 en el espacio con coordenadas cartesianas (x, y, z) la resultante está dada por:

$$\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (F_{1_x} + F_{2_x})\hat{\imath} + (F_{1_y} + F_{2_y})\hat{\jmath} + (F_{1_z} + F_{2_z})\hat{k}$$

$$\vec{F_R} = F_{R_x}\hat{\imath} + F_{R_y}\hat{\jmath} + F_{R_z}\hat{k}$$

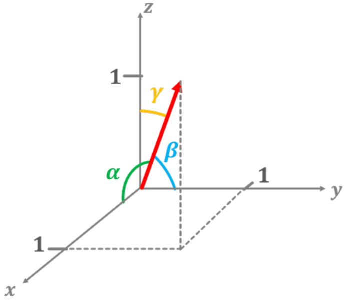
Su magnitud será

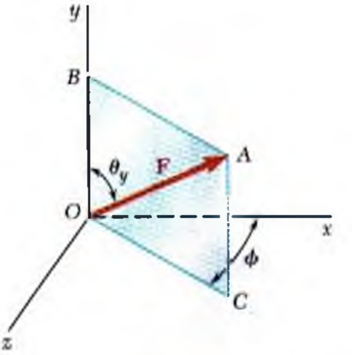
$$F_R = |\vec{F_R}| = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2 + {F_{R_z}}^2}$$

Y los ángulos de dirección

$$\alpha = \arccos\frac{F_{R_x}}{F_R}, \beta = \arccos\frac{F_{R_y}}{F_R}, \gamma = \arccos\frac{F_{R_z}}{F_R}$$

Se puede definir con los ángulos directores (α, β, γ) o con dos ángulos (uno respecto a un plano que contiene la fuerza ϕ y otro respecto a un eje θ)





Cambio de base vectorial

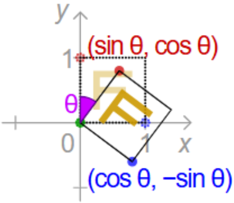
El cambio de base se emplea cuando es conveniente representar las fuerzas en un sistema de referencia distinto, por ejemplo cuando se tiene un plano inclinado. Para lograr esto, se emplean matrices de rotación que producen cambios en las coordenadas de una fuerza $\vec{F}$ desde un sistema (x, y, z) a un sistema (x', y', z').

Dada una fuerza $\vec{F}$, la representación de dicha fuerza en una nueva base rotada se calcula a partir de una matriz $[R]$

$$\vec{F'} = [R]\vec{F}$$

Un ejemplo de matriz de rotación en el plano

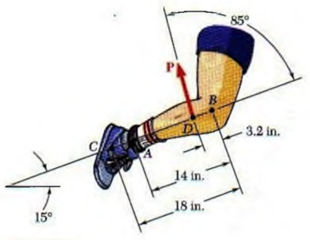
$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$



Modelo de cuerpo rígido

El modelo de partícula no puede ser aplicado en todos los casos, por ejemplo, cuando las fuerzas no están aplicadas en el mismo punto, de manera que se vuelve necesario considerar las dimensiones del cuerpo.

En el mundo real las máquinas y estructuras se deforman por las cargas a las que están sujetas, sin embargo, las deformaciones suelen ser tan pequeñas que se pueden despreciar. De esta manera, supondremos que la mayoría de los cuerpos son rígidos, es decir, que no cambian sus dimensiones por efecto de las cargas.

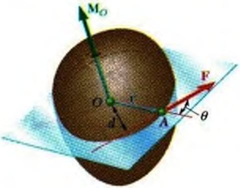


Momento respecto a un punto

Considerando una fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre un cuerpo rígido, el punto donde actúa se vuelve de importancia para conocer el efecto que tiene sobre el cuerpo. Para ello, se define un vector $\vec{r}$ que representa la posición del punto A donde se aplica la fuerza, respecto a un punto de referencia llamado origen (O).

El vector fuerza $\vec{F}$ y el vector posición $\vec{r}$ definen un plano que los contiene a ambos. Entonces, se define al momento de $\vec{F}$ respecto O como el Producto Vectorial de $\vec{F}$ y $\vec{r}$.

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



Momento respecto a un punto

El vector momento $\vec{M_O}$ resultante es perpendicular al plano que contiene al punto O y a la fuerza $\vec{F}$. Además de que su dirección está definida por el sentido de la rotación que alinea al vector $\vec{r}$ con $\vec{F}$, pues esta debería ser contraria a las manecillas del reloj para alguien que observa desde la punta de $\vec{M_O}$.

La magnitud del momento de $\vec{F}$ respecto a O es:

$$M_O = Fr\sin(\theta) = Fd$$

donde:

- d es la distancia perpendicular desde el punto O hasta la línea de acción de $\vec{F}$
- F es la magnitud de la fuerza aplicada en A

Esta magnitud representa la tendencia de la fuerza F a hacer girar el cuerpo rígido alrededor de un eje fijo dirigido a lo largo de $\vec{M_O}$.

Teorema de Varignon

La propiedad distributiva del producto vectorial permite determinar el momento resultante por la aplicación de varias fuerzas concurrentes. El teorema, descubierto por el matemático francés Varignon, enuncia:

El momento respecto a un punto dado O de la resultante de varias fuerzas concurrentes es igual a la suma de los momentos de varias fuerzas concurrentes, es igual a la suma de los momentos de las distintas fuerzas aplicadas respecto al mismo punto O.

$$\vec{r} \times (\vec{F_1} + \vec{F_2} + ...) = \vec{r} \times \vec{F_1} + \vec{r} \times \vec{F_2} + ...$$

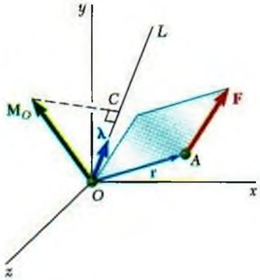
Esto permite calcular el momento respecto a punto a partir de las componentes de una fuerza, generalmente a partir de las componentes paralelas a los ejes de de coordenadas.

Momento respecto a un eje

Considerando una fuerza $\vec{F}$ aplicada en un punto A en un cuerpo rígido, el momento de la fuerza respecto al punto fijo O es $\vec{M_O}$, entonces el momento generado por la fuerza respecto al eje OL está dada por la proyección del vector $\vec{M_O}$ en el eje OL.

Matemáticamente, esta proyección se obtiene a partir del producto escalar del vector unitario λ (del eje OL) por el momento de $\vec{F}$ respecto O ($\vec{M_O}$)

$$M_{OL} = \lambda \cdot \vec{M_O} = \lambda \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$



Momento respecto a un eje

Este momento es un escalar formado como el determinante de la matriz de los vectores multiplicados en el producto mixto

$$M_{OL} = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Donde:

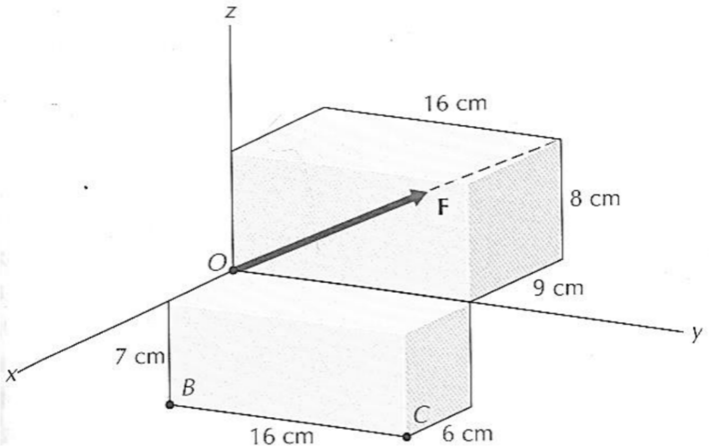
- $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ son los cosenos directores del eje OL (del vector unitario λ)
- x, y, z son las coordenadas del punto A de aplicación de la fuerza $\vec{F}$
- F_x, F_y, F_z son las componentes de la fuerza $\vec{F}$

El momento M_{OL} de $\vec{F}$ con respecto a OL mide la tendencia de la fuerza $\vec{F}$ a provocar en el cuerpo rígido un movimiento de rotación alrededor del eje OL.

Ejercicio 62

62. Determine el momento (en N m) de la fuerza de 100 N respecto:

a. Al punto B
b. Al punto C
c. Al eje OB
d. Al eje OC
e. Al eje BC



Ejercicio 63

63.Determine el momento de la fuerza de 5kN respecto:

a. Al origen
b. Al punto B
c. Al punto C
d. Al eje OB
e. Al eje OC
f. Al eje BC

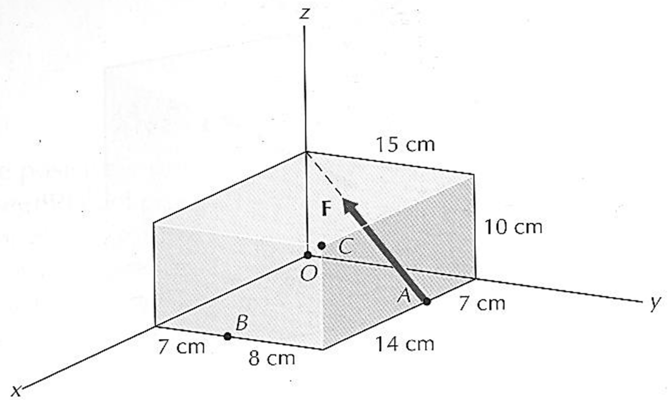


Figura 52

Tarea: Ejercicio 64

64. El módulo de la fuerza F de la figura es de 680 N. Determinar el momento de la fuerza respecto:

a. Al origen
b. Al punto C
c. Al punto D
d. Al punto E
e. Al eje OC
f. Al eje DE

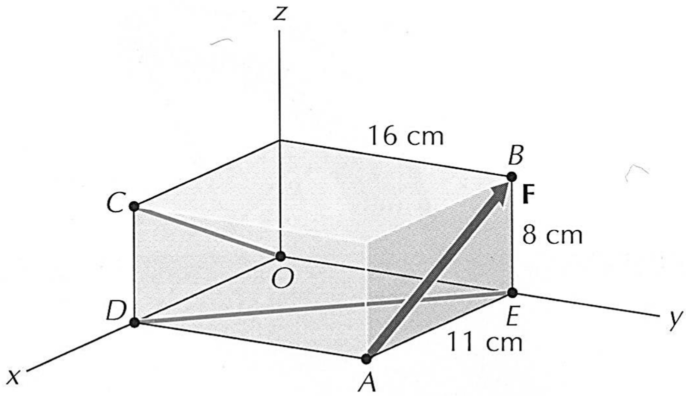


Figura 53

Ejercicio 65

65.El módulo de la fuerza F es de 781 N. Determinar el momento de la fuerza F respecto:

a. Al origen
b. Al punto C
c. Al punto D
d. Al punto E
e. Al eje CD
f. Al eje CE

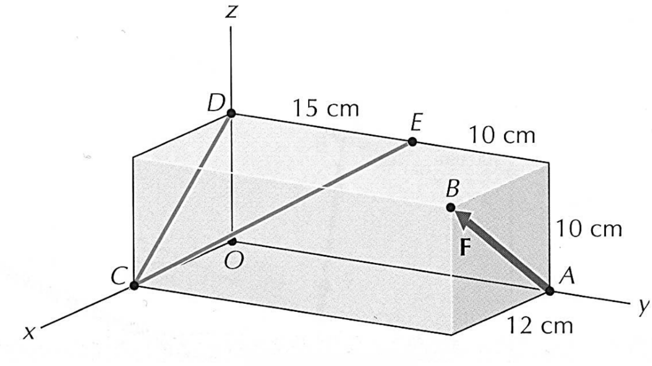


Figura 54

Se dice que dos sistemas de fuerzas son equivalentes cuando producen el mismo efecto sobre un cuerpo. Es un concepto fundamental para facilitar el análisis de sistemas en términos de fuerzas y momentos.

Dos sistemas de fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ... y $\vec{F}'_1$, $\vec{F}'_2$, ... que actúan en el mismo cuerpo rígido son equivalentes si, y solo si en ambos sistemas las sumas de fuerzas y de momentos con respecto a un punto dado O son iguales.

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}'$$

$$\sum \vec{M}_O = \sum \vec{M}'_O$$

- Un par de fuerzas iguales y paralelas $\rightarrow$ un momento

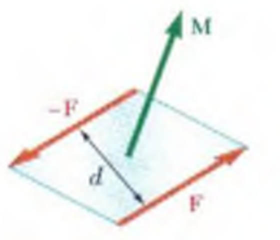


Figura 3.32

- Una fuerza en A $\rightarrow$ Sistema fuerza-par perpendicular en O

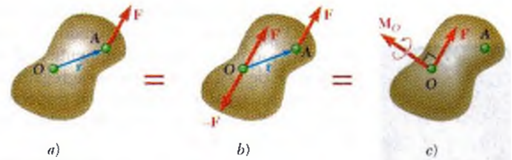
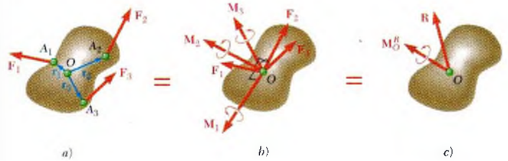


Figura 3.39

Cualquier sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo rígido puede reducirse a un sistema fuerza-par que actúa en un punto O, este sistema caracteriza completamente el efecto de las fuerzas originales sobre el cuerpo rígido.

- Sistema de fuerzas $\rightarrow$ Sistema fuerza-par



- Sistema fuerza-par $\rightarrow$ Torsor (llave de torsión)

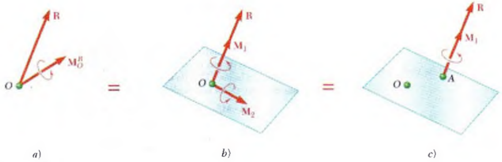


Figura 3.46

66. Determine el momento de par resultante que actúa sobre el ensamble de tubos.

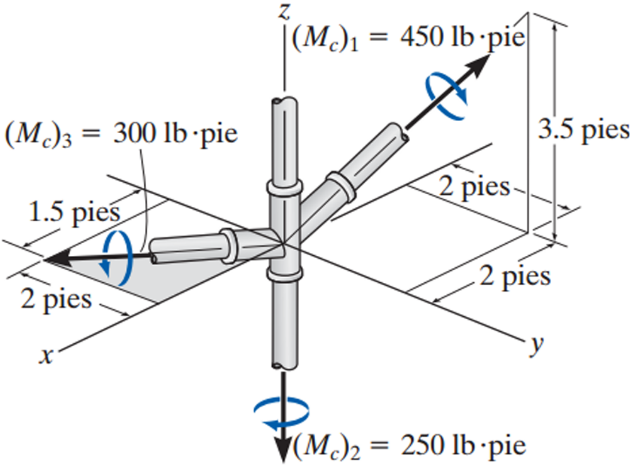
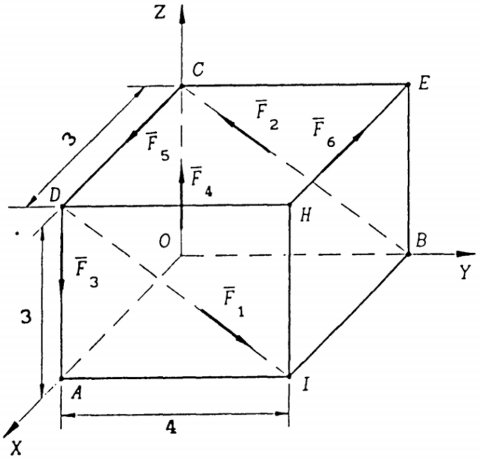


Figura 55

67. Sustituya los tres pares de fuerzas indicados en la Figura 56, por un solo par equivalente, obteniendo la expresión vectorial cartesiana de su momento, así como su magnitud.



$F_1 = 20$ N
$F_2 = 20$ N
$F_3 = 20$ N
$F_4 = 20$ N
$F_5 = 10$ N
$F_6 = 10$ N

Figura 56

Ejercicio 68

68. Determine el momento de par que actúa sobre el ensamble de tubos y exprese el resultado como un vector cartesiano. Figura 57

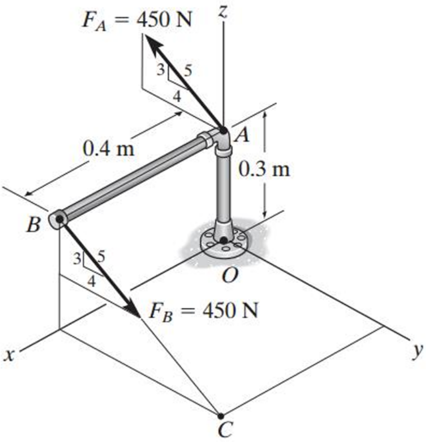


Figura 57

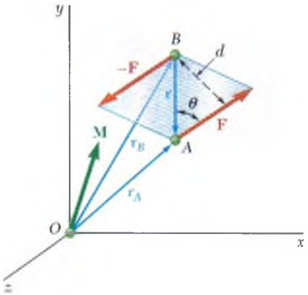
Par de Fuerzas

Es un sistema compuesto por dos fuerzas de igual magnitud, líneas de acción paralelas no concurrentes y sentidos opuestos. Su efecto en el cuerpo es generar un momento sin traslación. Considerando el par de fuerzas paralelas $\vec{F}$ (aplicada en A) y $-\vec{F}$ (aplicada en B), el vector momento del par producido se calcula como:

$$\vec{M} = \vec{r}_{BA} \times \vec{F}$$

donde:

- $\vec{r}_{BA}$ es el vector que va de B a A
- $\vec{F}$ es la fuerza aplicada en A



Par de fuerzas

Por su parte, la magnitud del par, está dada por

$$|\vec{M}| = |\vec{F}|d$$

donde:

- $|\vec{F}|$ es la magnitud de cada fuerza aplicada
- d es la distancia perpendicular que separa las líneas de acción de las fuerzas aplicadas

La dirección del momento sigue la regla de la mano derecha.

Si los dedos de la mano derecha apuntan en la dirección de rotación del par, el pulgar indica la dirección del momento.

Ejercicio 70

70. Determine la magnitud requerida de los momentos de par M_1, M_2 y M_3 para que el momento de par resultante sea $M_R = -300i + 450j - 600k\ N\ m$ el momento de par resultante que actúa sobre el ensamble de tubos.

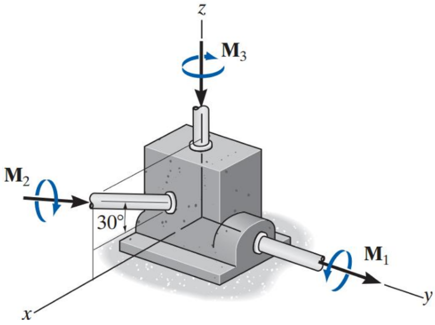


Figura 59

Tarea: Ejercicio 71

71. Determine la magnitud requerida de los momentos de par M2 y M3 de forma que el momento de par resultante sea igual a cero.

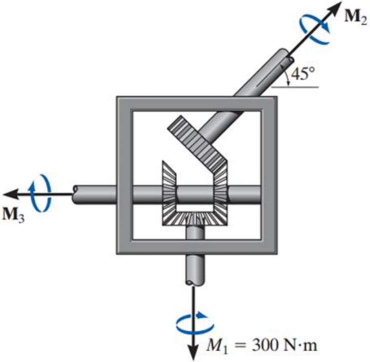


Figura 60

72. Si la magnitud del momento de par que actúa sobre el ensamble de tubos es de 50 N m, determine la magnitud de las fuerzas de par aplicadas en cada llave. El ensamble de tubos se encuentra en el plano XY.

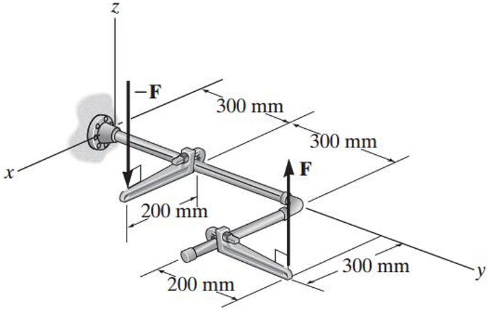
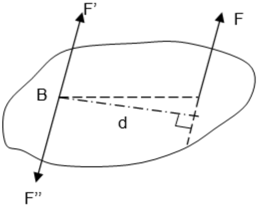
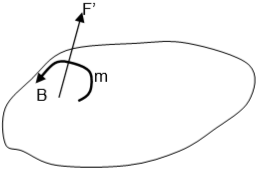


Figura 61

Este concepto permite trasladar una fuerza aplicada en un punto a otro punto dentro del mismo cuerpo sin alterar el efecto mecánico resultante, lo que es de gran utilidad para simplificar el análisis de un sistema.

Una fuerza $\vec{F}$ aplicada en un punto A de un cuerpo rígido puede ser trasladada a otro punto B al añadir un momento, conocido como par de transporte. Esto se logra al añadir dos fuerzas concurrentes en B, de magnitud $|\vec{F}|$





$$m = Fd$$
$$F = F' = -F''$$

74. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto A.

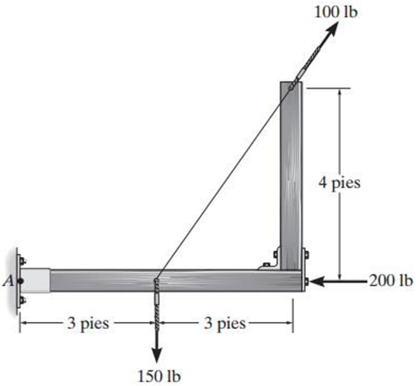


Figura 63

75. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto A.

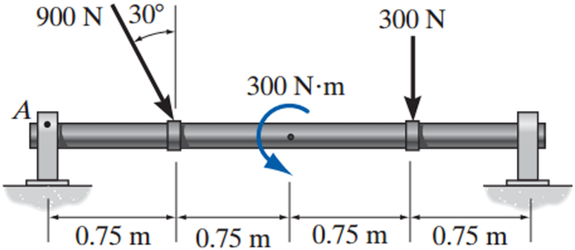


Figura 64

76. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto A.

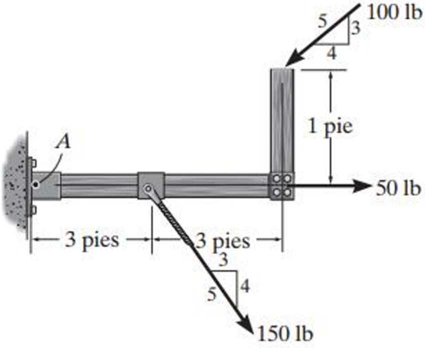


Figura 65

Ejercicio 77

77. Reemplace el sistema de fuerzas que actúa sobre la armadura por una fuerza resultante y un momento de par en el punto C.

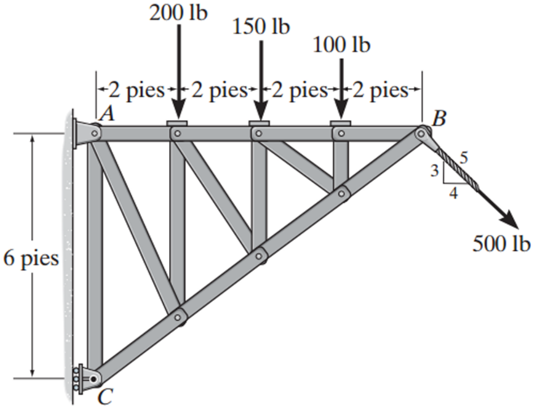


Figura 66

78. Las tres fuerzas actúan sobre el ensamble de tubos. Si F1= 50 N y F2= 80 N, reemplace este sistema de fuerzas por una fuerza resultante y un momento de par equivalentes que actúen en el punto O. Exprese los resultados en forma vectorial cartesiana.

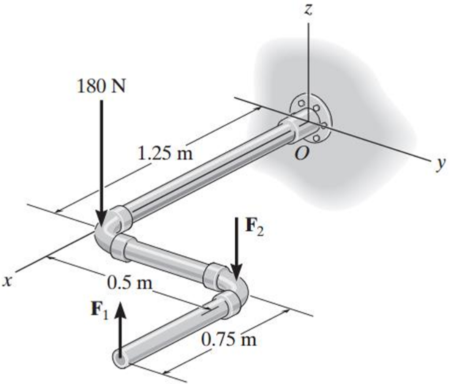


Figura 67

Ejercicio 79

79. Reemplace el sistema de cargas por una fuerza resultante equivalente y especifique el punto, medido desde O, donde la línea de acción de la resultante interseca a la viga.

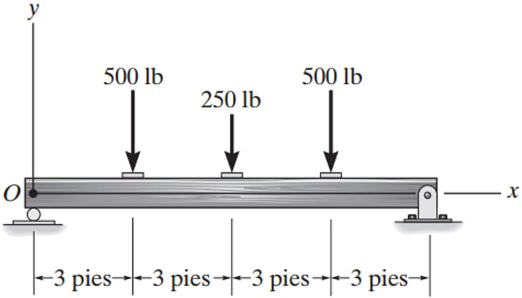


Figura 68

Ejercicio 80

80. Reemplace las cargas mostradas por una sola fuerza resultante equivalente y especifique las coordenadas x y y de su línea de acción.

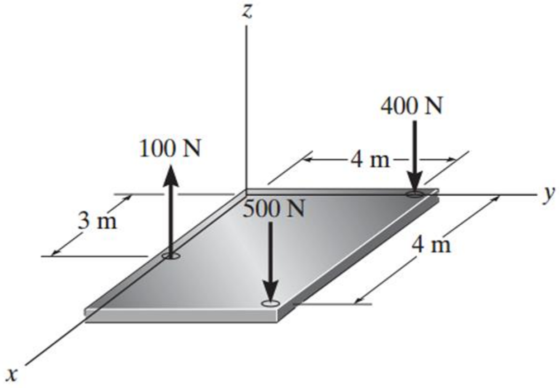


Figura 69

Tarea: Ejercicio 81

81. Reemplace las cargas mostradas por una sola fuerza resultante equivalente y especifique las coordenadas x y y de su línea de acción.

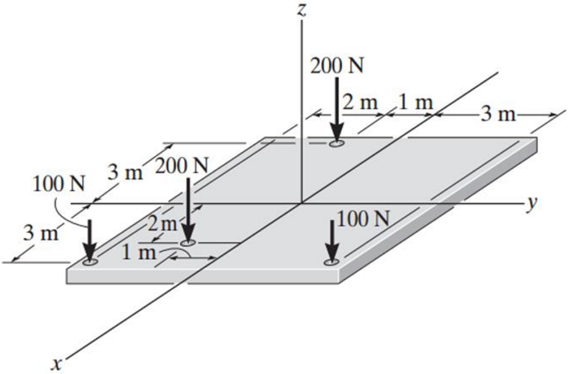


Figura 70

Contacto

Eduardo Flores Rivas
Ingeniero Mecatrónico
Facultad de Ingeniería, UNAM
eduardo.flores@ingenieria.unam.edu

Referencias

BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, MAZUREK, David
Mecánica vectorial para ingenieros, estática.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.

BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, CORNWELL, Phillip
Mecánica vectorial para ingenieros, dinámica.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.