Mecánica

Tema 3. Determinación del centroide de un cuerpo

Ing. Eduardo Flores Rivas

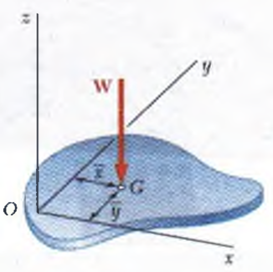
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Semestre 2025-2

Contenido

Objetivo

El alumno determinará experimentalmente la posición del centro de masa de un cuerpo con simetría plana, mediante la medición de tensiones en hilos que sujetan al cuerpo y la aplicación de las ecuaciones de equilibrio para un sistema de fuerza coplanario.



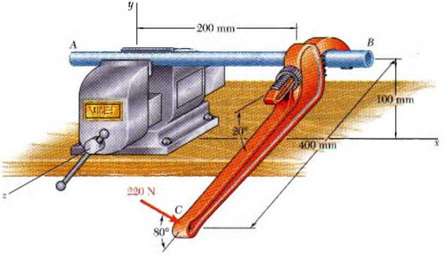
Modelo de cuerpo rígido

Definición

Un cuerpo rígido es un objeto idealizado en el que las distancias entre los puntos no cambian, independientemente de las fuerzas aplicadas.

Aplicaciones

Se utiliza para simplificar el análisis de sistemas mecánicos, ya que permite ignorar las deformaciones.



Homogeneidad de un cuerpo

Característica	Cuerpo Homogéneo	Cuerpo No Homogéneo
Definición	Tiene una densidad uniforme en toda su extensión.	Su densidad varía en diferentes partes del cuerpo.
Ejemplos	Barras de metal, bloques de madera.	Estructuras compuestas, cuerpos con distribución de masa no uniforme.
Propiedades	El centro de masa y el centroide coinciden en el centro geométrico.	El centro de masa no coincide necesariamente con el centro geométrico

Centro de gravedad

Definición: El punto en un cuerpo donde se puede considerar que actúa la fuerza de gravedad de manera uniforme.

Suponiendo una placa plana horizontal, dividida en n elementos con coordenadas (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n). El peso de cada partícula es ΔW_1, ΔW_2, ..., ΔW_n, que se dirigen al centro de la Tierra, pero a fines prácticos podemos asumir que son paralelos, por lo tanto el peso resultante sería la suma estos pesos:

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + ... + \Delta W_n$$

Para obtener las coordenadas $(\bar{x}, \bar{y})$ del punto G donde se debe aplicar la resultante W, se escriben los momentos de W respecto a los ejes x, y

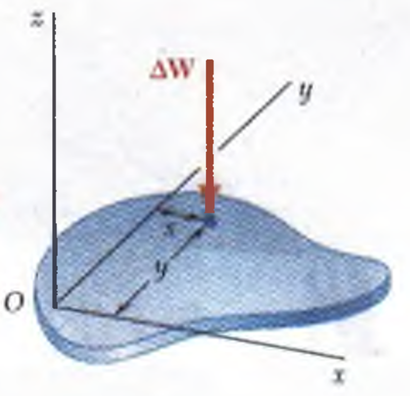
$$\sum M_y : \quad \bar{x} W = x_1 \Delta W_1 + x_2 \Delta W_2 + ... + x_n \Delta W_n$$

$$\sum M_y : \bar{z} W = y_1 \Delta W_1 + y_2 \Delta W_2 + ... + y_n \Delta W_n$$

Centro de gravedad

Haciendo uso del cálculo integral, si se incrementa el número de elementos y se disminuye su tamaño

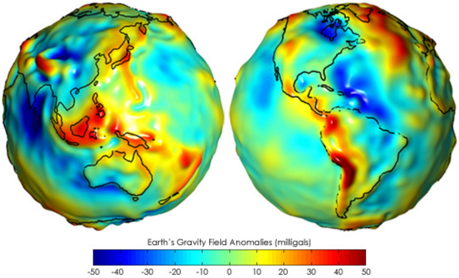
$$W = \int dW \quad \bar{x}W = \int xdW \quad \bar{y}W = \int ydW$$



Centro de masa

Definición: El punto en un cuerpo donde se puede considerar que está concentrada toda su masa para efectos de análisis dinámico.

En un campo gravitacional uniforme, el centro de masa y el centro de gravedad coinciden.



Centroide

Definición: El centro geométrico de una figura plana o de un cuerpo tridimensional homogéneo.

En el caso de un cuerpo homogéneo de espesor uniforme, el peso del objeto se puede obtener con su peso específico (el peso por unidad de volumen) y el volumen:

$$W = \gamma V = \gamma t A$$

donde:

- γ es el peso específico $[N/m^3]$
- t es el espesor de la placa $[m]$
- A es el área de la placa $[m^2]$

Similar al centro de gravedad, el cálculo de las coordenadas del centroide se da con los momentos.

Centroide

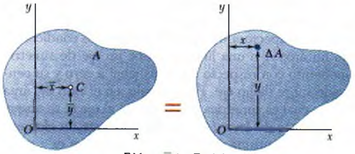
Las siguientes integrales se les conoce como **primer momento del área** A con respecto a los ejes x, y y se representan con Q

$$Q_y = \bar{x}A = \int xdA \quad Q_x = \bar{y}A = \int ydA$$

Entonces la coordenadas del centroide $C(\bar{x}, \bar{y})$ se pueden calcular como

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} \quad \bar{y} = \frac{Q_x}{A}$$

Una característica importante es que, si el primer momento del área es cero, entonces el eje estará sobre un eje coordenado.

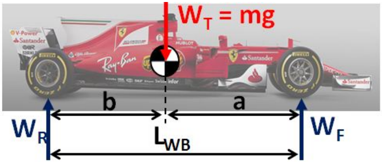


$\Sigma M_y: \quad \bar{x}A = \Sigma x\,\Delta A$

$\Sigma M_x: \quad \bar{y}A = \Sigma y\,\Delta A$

Comparación

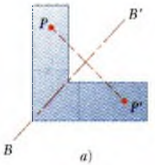
- Centro de gravedad: Donde se coloca la resultante del peso. Si el campo de gravedad es constante, centro de masa = centro de gravedad
- Centro de masa: Donde cualquier plano que pase por él, divide la masa en partes iguales (los momentos de masa son iguales). Si se trata de un cuerpo homogéneo y de espesor constante, centroide = centro de masa
- Centroide: Donde cualquier plano que pase por él, divide el área en partes iguales.

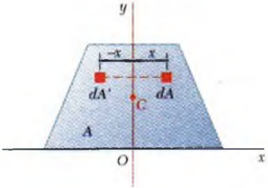


Respecto a un eje

Un área es simétrica con respecto a un eje BB' cuando para todo punto P del área existe una otro punto P' dentro del área tal que el eje PP' sea perpendicular a BB' y esté dividido en dos partes iguales por el eje BB'.

Cuando un área es simétrica respecto a un eje, su primer momento de área con respecto a dicho eje es cero, y su centroide está colocado sobre él.





Además, si un área posee dos ejes de simetría, su centroide C debe estar en la intersección de los dos ejes.

Respecto a un centro

Se dice que un área es simétrica respecto a un centro O si para cada elemento dA del área A en las coordenadas (x, y) existe un elemento dA' con coordenadas $(-x, -y)$. Si esto se cumple, los primeros momentos del área son cero y su centroide se encuentra en $O(0, 0)$.

$$Q_x = Q_y = 0$$

$$\bar{x} = \bar{y} = 0$$

$$C = O(0, 0)$$

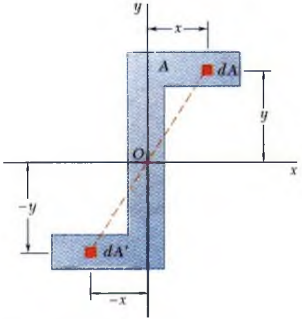


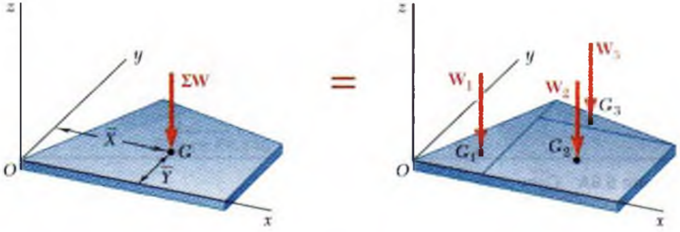
Figura 5.7

Figuras compuestas

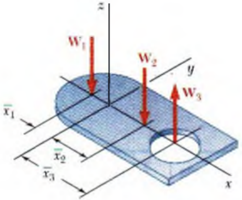
Cuando una placa se forma a partir de figuras primitivas (triángulos, cuadrado, etc.), es posible determinar las coordenadas $(\bar{X}, \bar{Y})$ del centro de gravedad G de la placa total a partir de las coordenadas $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ de los centros de gravedad de cada figura que compone la placa.

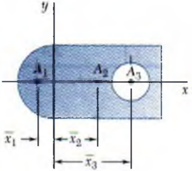
$$\sum M_y : \quad \bar{X}(W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{x}_1 W_1 + \bar{x}_2 W_2 + \dots + \bar{x}_n W_n$$

$$\sum M_x : \quad \bar{Y}(W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{y}_1 W_1 + \bar{y}_2 W_2 + \dots + \bar{y}_n W_n$$



Método tabular





	$\bar{x}$	A	$\bar{x}A$
A_1 Semicírculo	−	+	−
A_2 Rectángulo completo	+	+	+
A_3 Agujero circular	+	−	−

$$\bar{X}\sum W = \sum \bar{x}W$$

$$\bar{Y}\sum W = \sum \bar{y}W$$

Si la placa es homogénea y de espesor uniforme, el centro de gravedad coincide con el centroide C de su área.

$$Q_y = \bar{X}\sum A = \sum \bar{x}A$$

$$Q_x = \bar{Y}\sum A = \sum \bar{y}A$$

Ejercicio 82

82. Calcule el centroide.

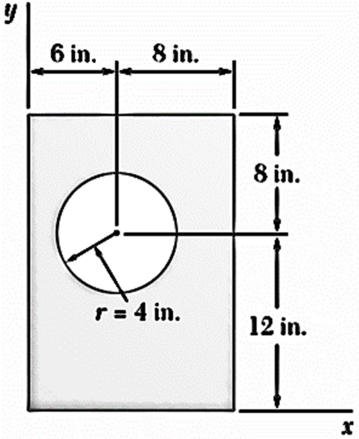


Figura 71

83.Calcule el centroide

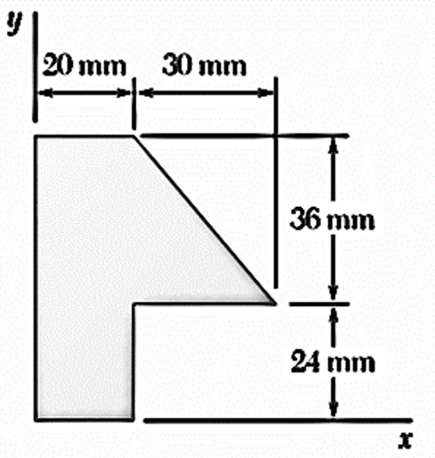


Figura 72

84.Calcule el centroide.

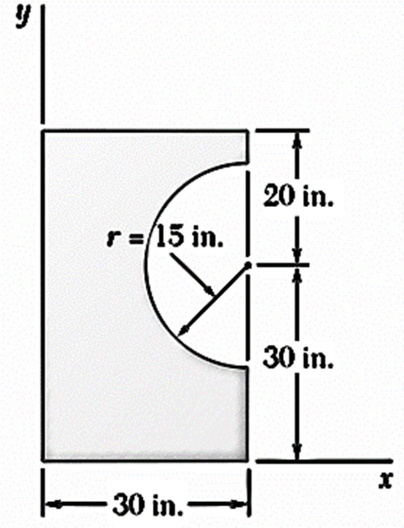


Figura 73

85. Calcule el centroide.

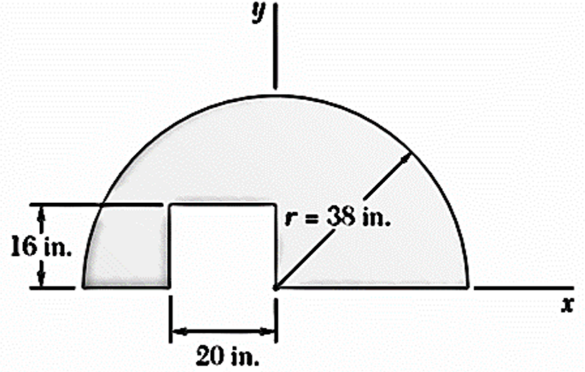


Figura 74

Ejercicio 87

87.Calcule el centroide.

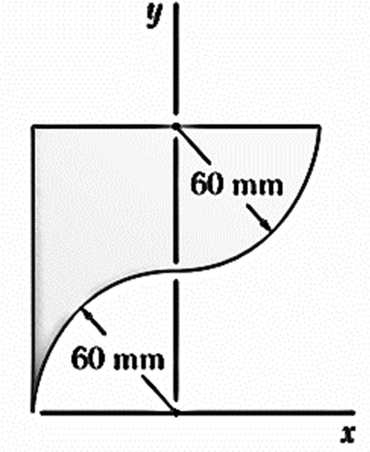


Figura 76

Ejercicio 89

89. Una placa de madera de espesor constante y cortada como la Figura 71 pesa 50 lb y se cuelga de tres cables en A(0,12), B(6,0) y C(14,20). Si la placa permanece completamente horizontal (plano XY horizontal), determine las tensiones en los cables TA, TB y TC.

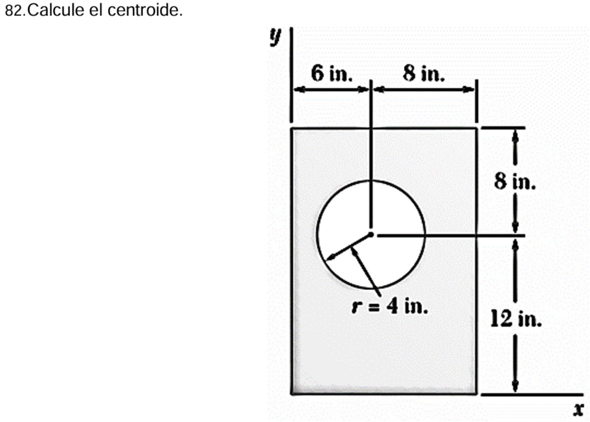


Figura 71

Ejercicio 90

90. Una placa de madera de espesor constante y cortada como la Figura 72 pesa 300 N y se cuelga de tres cables en A(0,0), B(50,24) y C(20,60). Si la placa permanece completamente horizontal (plano XY horizontal), determine las tensiones en los cables TA, TB y TC.

83.Calcule el centroide

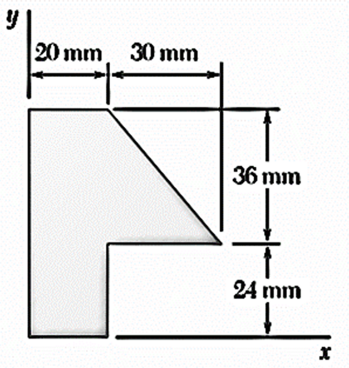


Figura 72

Ejercicio 91

91. Una placa de madera de espesor constante y cortada como la Figura 76 pesa 200 kg y se cuelga de tres cables en A(-60,0), B(60,120) y C(-60,120). Si la placa permanece completamente horizontal (plano XY horizontal), determine las tensiones en los cables TA, TB y TC.

87.Calcule el centroide.

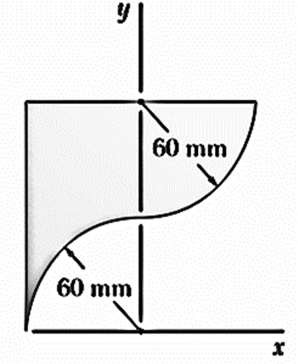


Figura 76

Contacto

Eduardo Flores Rivas
Ingeniero Mecatrónico
Facultad de Ingeniería, UNAM
eduardo.flores@ingenieria.unam.edu

Referencias

BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, MAZUREK, David
Mecánica vectorial para ingenieros, estática.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.

BEER, Ferdinand, JOHNSTON, Russell, CORNWELL, Phillip
Mecánica vectorial para ingenieros, dinámica.
10a. edición. México. McGraw-Hill, 2013.