

# Estimação pontual e intervalo de confiança

## Parte 4

Prof.: Eduardo Vargas Ferreira



# Ideia do intervalos de confiança para a média

- Fixando a probabilidade em  $1 - \alpha$ , queremos encontrar os pontos  $c_1$  e  $c_2$ , tal que

$$P( c_1 < \mu < c_2 ) = 1 - \alpha.$$

$$P( z_1 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z_2 ) = 1 - \alpha.$$

$\downarrow$   
 $N(0, 1)$

$$P( t_1 < \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} < t_2 ) = 1 - \alpha.$$

$\downarrow$   
 $t_{n-1}$

$$P( z_1 < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} < z_2 ) = 1 - \alpha.$$

$\downarrow$   
 $N(0, 1)$

Agora basta isolar  $p$

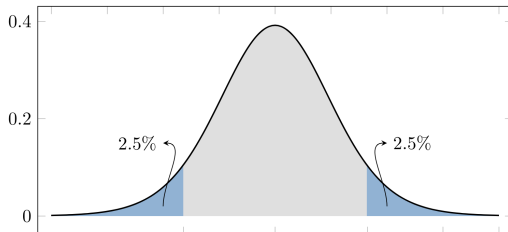
# Intervalo de confiança para proporção

# Exemplo: marca de detergente

- Uma amostra aleatória de 625 pessoas revela que 70% preferem a marca  $B$  de detergente. Construa um intervalo de 95% de confiança para proporção de pessoas que preferem a marca  $B$ .

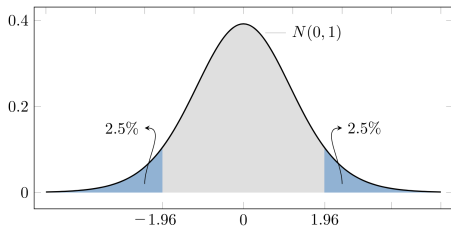


$$P(c_1 < p < c_2) = 0.95$$



## Exemplo: marca de detergente

- Uma amostra aleatória de 625 pessoas revela que 70% preferem a marca  $B$  de detergente. Construa um intervalo de 95% de confiança para proporção de pessoas que preferem a marca  $B$ .



$$P(c_1 < p < c_2) = 0.95$$

Qual valor de  $p$  utilizar?



$$P\left(-1.96 < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} < 1.96\right) = P\left(\hat{p} - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < p < \hat{p} + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$$

# Qual variância utilizar no IC de uma proporção

- Uma possível dificuldade nessa abordagem é que em geral não conhecemos o verdadeiro valor de  $p$  para calcular a variância de  $\hat{p}$ . Temos duas alternativas:

## Estimativa otimista

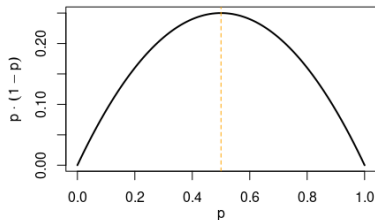
Utilizar  $\hat{p}$  no lugar de  $p$ .

## Estimativa conservadora

Utilizar  $p = 0.5$ .

Isso pois quando  $p = 0.5$ , o termo  $p(1 - p)$  terá valor máximo.

$p$	$(1 - p)$	$p(1 - p)$
0.1	0.9	0.09
0.3	0.7	0.21
0.5	0.5	<b>0.25</b>
0.6	0.4	0.24
0.8	0.2	0.16

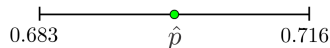


## Exemplo: marca de detergente (cont.)

- A abordagem otimista produz intervalos menores, quanto mais distante  $\hat{p}$  estiver de 0,5.

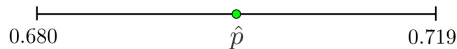
### Estimativa otimista

$$IC_{0.95}(p) = \left[ 0.7 - 1.96\sqrt{\frac{0.21}{625}}, 0.7 + 1.96\sqrt{\frac{0.21}{625}} \right]$$



### Estimativa conservadora

$$IC_{0.95}(p) = \left[ 0.7 - 1.96\sqrt{\frac{0.25}{625}}, 0.7 + 1.96\sqrt{\frac{0.25}{625}} \right]$$

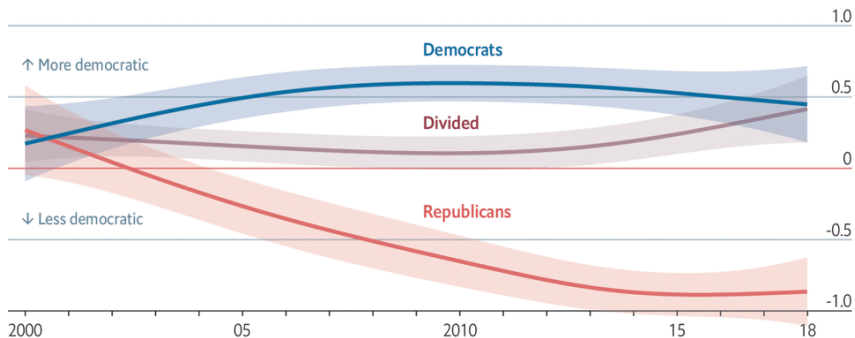


# Exemplo: eleições nos Estados Unidos

## States' rights, states' wrongs

United States, index of voting rights and civil liberties

By partisan control of state government



Source: "Laboratories of Democratic Backsliding", by Jacob Grumbach, 2021

The Economist



# Referências

---

- ▶ Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).
- ▶ Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

