66) [¬∃x¬P] hipótese

$P(x_0)$ W

(i∃) ∃x P

(e¬) ⊥

(i¬) W

¬P(x0) (i∀)

∀x¬P conclusão

hipótese

∀x¬Px (e∀)

W P(x0)   ¬P(x0) (e¬)

Ex P   ⊥ (e∃)

(i¬) ⊥ W

¬Ex P conclusão

67) ¬∀xθ ⊢ ∃x¬θ

hipótese

θ(x0) U (∀i)

¬∀xθ (e¬)   ∀xθ (e¬)

⊥ U (i¬)

¬θ(x0) (i∃)

∃x¬θ ← conclusão

hipótese   U   ∀xθx (∀e) W

¬θ(x0)   θ(x0) (e¬)

∃x¬θ   ⊥ (e∃) U

⊥ (i¬) W

¬∀xθx ← a conclusão

$\forall x \neg\varphi x$ w

$\cancel{\forall\varphi x}$ ($\forall$e) U

hipótese ~~tese~~

$\neg\varphi x_0$ $[\varphi x_0]$ (e¬)

$\exists x\varphi$ $\bot$ (e∃) U

$\bot$ (i¬) w

69) $\neg\forall x\neg\varphi$

↳ conclusão

w

$\neg\varphi x_0$ (i∀)

hipótese

f

$\forall x\neg\varphi x$ $\neg\forall x\neg\varphi x$ (e¬)

$\bot$ PBC w

φx_0 (i∃)

$\exists x\varphi x$

↳ conclusão

Clássica

minimal

minimal

↳ hipótese

$\forall x\varphi x$ (e∀)

U

φx_0 $\neg\varphi x_0$ (e¬)

w

$\exists x\neg\varphi$ $\bot$ (e∃) U

$\bot$ (i¬) w

68) $\neg\exists x\neg\varphi$ ↳ conclusão

Clássica

w U

tese

$\neg\varphi x_0$ φx_0 (e¬)

$\neg\exists\neg\varphi$ $\bot$

U (e∃)

$\bot$ PBC w

φx_0 (∀i)

$\forall x\varphi x$

↳ conclusão

hipótese

$\uparrow$

(i∧) $\dfrac{(\exists x O) \wedge U}{\exists x O}$

hipótese

$\uparrow$

$\dfrac{(\exists x O) \wedge U}{U[x/xO]}$ (i∧)

$\dfrac{U[x/xO]}{\exists x U}$ (substituição)

$\dfrac{\exists x O \qquad \exists x U}{\exists x (O \wedge U)}$ (e∧)

$\dfrac{\cancel{\exists x O \qquad U x}}{\cancel{\exists x O \wedge U}}$

- 2

hipótese

$\underbrace{(\forall x O) \wedge U}$

$\dfrac{(\forall x O) \wedge U}{\forall x O}$ (i∧)

Hipótese

$\underbrace{(\forall x O) \wedge U}$

$\dfrac{(\forall x O) \wedge U}{U}$ (i∧)

$\dfrac{\forall x O \qquad \forall x U x}{\forall x (O \wedge U)}$ (e∧)

10) - 1

$$\dfrac{\overset{U}{[\exists x \neg P]} \qquad \dfrac{\overset{\vartheta}{\neg P_{x0}} \quad \neg\neg P_{x0}}{\bot}(e\neg)}{\dfrac{\bot}{\dfrac{\neg \exists x \neg P}{\dfrac{\forall x P_x}{P[x0]}}(R)}(i\neg)\ U}(Ee)\ \vartheta$$

A partir de $P[x0]$ foi possível chegar em $\neg\neg P[x0]$, sendo

71-1 assim equivalente a uma regra clássica

$\dfrac{\forall x (O_x \to U_x)}{O_{x0} \to U_{x0}}$ $(e\forall)$

$O_{x0} \to U_{x0}$ $(e\to)$ $\qquad$ $\overset{W}{O_{x0}}$ $(e\to)$

$\dfrac{U_{x0}}{O_{x0} \to U_{x0}}$ $(i\to)$

$O_{x0} \to U_{x0}$ (iE) W

$\exists x (O_x \to U_x)$ → x não ocorre em U

Desassociando x de U

$\exists x (O_x) \to U$

70-4

---

hipótese

$\dfrac{\forall x (U \to O)}{U_{x0} \to O_{x0}}$ $(e\forall)$

$U_{x0} \to O_{x0}$ $(e\to)$ $\qquad$ $\overset{W}{U_{x0}}$ $(e\to)$

$\dfrac{O_{x0}}{\forall x\, Ox}$ $(i\forall)$

$\forall x\, Ox$ $(i\to)$ W

70-3 $\qquad U \to \forall x\, Ox$ → conclusão

$\neg P$ $\underline{V}$ eliminado

$\neg P \lor U$ (R)

$P \to U$ (e→) P (e→)

U $\neg U$ (e¬)

$\bot$ (i¬)

$\neg\neg U$ //

$\bot$ (i¬) $\underline{V}$

$\neg\neg P$

71) - 3

$Px0$ (∃i)

W

$\exists x\, Px$ (R) $\neg Px0$ (∀i)

$\neg \forall x\, \neg P$ (e¬) $\forall x\, \neg Px$ (e¬)

(i¬) $\bot$

$\neg\neg Px0$ W

A partir de $\neg\neg Px0$ chegamos a $Px0$, assim está regra é clássica

71) - 2