

$$\frac{(Ax) \quad \frac{S \vdash \neg(P \rightarrow U) \quad (e\neg) \quad S \vdash P \rightarrow U \quad (e\neg)}{S \vdash \neg(P \rightarrow U) \quad (e\neg)}}{S \vdash \neg(P \rightarrow U) \quad (e\neg)}$$

$$(Ax) \quad U, P, W \vdash \perp \quad (i\neg)$$

$$\frac{W, P \vdash \neg\neg(P \rightarrow \neg\neg U) \quad (MT) \quad W \vdash \neg U \quad (MT)}{W, P \vdash \neg\neg(P \rightarrow \neg\neg U) \quad (MT)}$$

$$\frac{W, P \vdash \neg P \quad (e\neg) \quad W, P \vdash P \quad (MT)}{W, P \vdash \neg P \quad (e\neg)}$$

$$\frac{W, P \vdash \perp \quad (Explosão)}{W, P \vdash \perp \quad (Explosão)}$$

$$\frac{W, P \vdash U \quad (i\rightarrow)}{W, P \vdash U \quad (i\rightarrow)}$$

$$\frac{W \vdash P \rightarrow U \quad (e\rightarrow)}{W \vdash P \rightarrow U \quad (e\rightarrow)}$$

$$\frac{(Ax) \quad W \vdash \neg(P \rightarrow U) \quad (e\rightarrow)}{W \vdash \neg(P \rightarrow U) \quad (e\rightarrow)}$$

$$\frac{\neg\neg P \rightarrow \neg\neg U, \neg(P \rightarrow U) \vdash \perp \quad (i\rightarrow)}{\neg\neg P \rightarrow \neg\neg U, \neg(P \rightarrow U) \vdash \perp \quad (i\rightarrow)}$$

$$1) \quad \neg\neg P \rightarrow \neg\neg U \vdash \neg\neg(P \rightarrow U)$$

$$(Ax) \quad W, P \vdash P \quad (i\rightarrow)$$

$$\frac{W, P \vdash \neg\neg P \rightarrow P \quad (e\rightarrow)}{W, P \vdash \neg\neg P \rightarrow P \quad (e\rightarrow)}$$

$$(Ax) \quad W, P \vdash \neg\neg(P \rightarrow P) \quad (e\rightarrow)$$

$$\frac{W, P \vdash \perp \quad (i\rightarrow)}{W, P \vdash \perp \quad (i\rightarrow)}$$

$$\frac{W \vdash \neg\neg P \quad (e\rightarrow)}{W \vdash \neg\neg P \quad (e\rightarrow)}$$

$$\frac{W \vdash \neg P \quad (e\rightarrow)}{W \vdash \neg P \quad (e\rightarrow)}$$

$$\frac{W \vdash \perp \quad (Explosão)}{W \vdash \perp \quad (Explosão)}$$

$$(Ax) \quad \neg\neg(P \rightarrow P)$$

$$\frac{\neg\neg(P \rightarrow P) \vdash \neg\neg(P \rightarrow P) \quad (e\rightarrow)}{\neg\neg(P \rightarrow P) \vdash \neg\neg(P \rightarrow P) \quad (e\rightarrow)}$$

$$\frac{\neg\neg(P \rightarrow P), \neg P \vdash P \quad (i\rightarrow)}{\neg\neg(P \rightarrow P), \neg P \vdash P \quad (i\rightarrow)}$$

$$\frac{\neg\neg(P \rightarrow P) \vdash \neg\neg(P \rightarrow P) \quad (e\rightarrow)}{\neg\neg(P \rightarrow P) \vdash \neg\neg(P \rightarrow P) \quad (e\rightarrow)}$$

$$\frac{\neg\neg(P \rightarrow P) \vdash \perp \quad (i\rightarrow)}{\neg\neg(P \rightarrow P) \vdash \perp \quad (i\rightarrow)}$$

$$2) \quad \vdash \neg\neg\neg\neg(P \rightarrow P)$$

(A+)

(Ax)

U, W, P ⊢ P (i-Δ)

P, U, W ⊢ W (e7) P, W, U ⊢ ((P → U) → P) → P (e7)

⊢ ⊥ (Explosion)

(Ax)

U, W, P ⊢ U (i-Δ)

U, W ⊢ (P → U) → P (e-Δ)

U, W ⊢ P → U (e-Δ)

W, U ⊢ P (e-Δ) (i-Δ)

W ⊢ ((P → U) → P) → P (e7)

U

(Ax)

W ⊢ W (e7)

3)

W ⊢ ⊥ (i7) W

⊢ ¬¬((P → U) → P) → P