
Estrutura de Dados

Recursão

— **Profa. Ana Cristina dos Santos** —
email: ana.csantos@sp.senac.br

Tópicos da Aula

- Conceitos básicos de recursividade
- Aplicação da recursividade no contexto da computação
- Algoritmos recursivos *versus* algoritmos iterativos

Recursividade

- Um algoritmo recursivo (ou método recursivo) tem a característica de realizar chamadas **a si próprio**
 - Executando esse procedimento algumas vezes até achar a solução de um problema
- O problema geral é dividido em pequenos subproblemas
 - É mais fácil solucionar pequenos problemas e unir as suas soluções posteriormente

Recursividade

- Veja abaixo o pseudocódigo para montar um método recursivo:

`se a instância em questão é pequena (menor possível),`

`resolva-a diretamente`

`senão`

`reduza-a a uma instância menor do mesmo problema,`

`aplique o método à instância menor`

`e volte a instância original.`

`fimse`

Recursividade

- As **vantagens** do conceito de recursividade são:
 - Redução significativa do tamanho do código-fonte
 - Permite programar algoritmos de forma clara e concisa
- Já as suas **desvantagens** estão relacionadas:
 - Ao baixo desempenho em algumas situações devido ao gerenciamento das chamadas dos métodos
 - A dificuldade na depuração do programa recursivo aumenta de acordo com a profundidade da recursão.

Recursividade

- Definição de um **método fatorial iterativo**:
 - $n! = 1$, , para $n = 0$
 - $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$, para $n \geq 1$
- Definição de um **método fatorial recursivo**:
 - $n! = 1$, , para $n = 0$;
 - $n! = n \times (n - 1)!$, para $n \geq 1$
- Vamos implementar esses dois métodos

Recursividade

- O funcionamento da função recursiva utiliza uma **pilha** para armazenar os dados utilizados em cada chamada do método
 - Todas as **variáveis locais** são armazenadas nessa pilha, informando o resultado atual do processo
 - Quando a função do **topo** da pilha **finalizar**, todas as demais funções serão finalizadas e **desempilhadas** da pilha

Recursividade

- Embora a implementação seja simples, o custo de uma execução recursiva pode ser alto.
- Cada chamada recursiva irá empilhar dados na pilha de execução do programa (Stack) e, caso esta pilha não dimensionada corretamente, podemos ter um **“estouro de pilha”**.
- Além disto, o processo de empilhamento pode ter um impacto significativo no desempenho do programa.

Recursividade

Observações importantes:

1. Todo algoritmo **recursivo** tem uma versão **iterativa**, mas nem todo algoritmo **iterativo** tem uma versão **recursiva**
2. A versão iterativa de uma algoritmo é sempre mais rápida que sua versão recursiva.
3. A complexidade de um algoritmo iterativo é a mesma que sua versão recursiva.

Busca binária

Considere o algoritmo de busca binária iterativa:

```
public int BuscaBinaria(v[], int x){
    ini = 0;           //inicio do vetor
    fim = v.lenght-1; //fim do vetor
    while (ini <= fim) {
        meio = (ini + fim)/2; //divisao
        inteira

        if (v[meio] == x) {
            return meio;
        } else {
            if (v[meio] < x) ini = meio + 1;
            else fim = meio - 1;
        } return -1;
    }
}
```

Busca binária recursiva

Para implementarmos a busca binária recursiva será necessário **generalizar** ligeiramente o problema, trocando $v[0..n-1]$ por $v[ini..fim]$.

Assim teríamos que a função recebe um número x e um vetor em ordem crescente $v[ini..fim]$. Ele devolve um índice m tal que $v[m] == x$ ou devolve -1 se tal m não existe.

A declaração da função ficaria:

```
public int BuscaBinaria(int v[],int x,int ini,int fim );
```

Busca binária recursiva

```
public int BuscaBinaria( int v[], int x, int ini,int fim ){  
    //base da recursao  
        if( ini > fim )  
            return -1;  
  
    int meio = (ini + fim)/2;  
    if (x == v[meio])  
        return meio;  
  
    if (x < v[meio])  
        return BuscaBinaria(v, x, ini, meio-1);  
    else  
        return BuscaBinaria(v, x, meio+1, fim);  
}
```

Exercícios

01) Considere a seguinte função abaixo:

```
public int result( int n ){  
    if (n == 1)  
        return 2;  
    else  
        return 2 * result(n - 1);  
}
```

Qual será o valor retornado com a execução de result(5)?

Exercícios

02) Qual a "**profundidade da recursão**" da função que realiza a busca binária recursiva ?

Ou seja, quantas vezes **buscaBinaria()** chama a si mesma?

Exercícios

03) Os números de ***Fibonacci*** correspondem à seguinte sequência de números naturais:

0 1 1 2 3 5 8 13 ...

A regra de formação desta sequência é muito simples: exceto para os dois números iniciais (0 e 1), todos os outros números são a soma dos números imediatamente anteriores na sequência.

- a) Proponha uma regra recursiva para definir o n-ésimo número de *Fibonacci*.
- b) Implemente uma função recursiva que calcule o n-ésimo número de *Fibonacci* e a teste.
- c) Faça um diagrama de execução das chamadas recursivas de sua implementação para calcular o 5-ésimo número de *Fibonacci*.

Exercícios

04) Escreva uma função recursiva que calcula o **produto de $a * b$** , em que a e b são inteiros maiores que zero. considere que o produto pode ser definido como a somado a si mesmo b vezes, usando uma definição recursiva temos

$$a * b = a \quad \text{se } b = 1$$

$$a * b = a * (b - 1) + a \quad \text{se } b > 1$$

Exercícios

05) Implemente uma função recursiva para calcular a **potência** a^n , supondo que tanto a quanto n sejam números inteiros positivos.

06) Implemente uma função recursiva para calcular a **soma dos dígitos** de um número inteiro e positivo.

07) Implemente uma função recursiva para verificar se um determinado número natural, maior ou igual a 2, é **primo**.

Exercícios

08) Implemente uma função recursiva para calcular o **resto da divisão** inteira de X por Y, supondo X e Y números inteiros.

09) Implemente uma função recursiva para calcular o **quociente da divisão** inteira de X por Y, supondo X e Y números inteiros.

10) Implemente uma função iterativa e outra função recursiva que receba um número inteiro positivo na base decimal e o converta para a **base binária**.

11) Implemente uma função iterativa e outra função recursiva que receba um número inteiro positivo na base binária e o **converta para a base decimal**.

Exercícios

12) Dada uma **sequência de números inteiros positivos**, descreva uma função recursiva para encontrar:

- a) Busca linear de um elemento da sequência;
- b) Menor elemento da sequência;
- c) A soma dos elementos da sequência
- c) A média aritmética dos elementos da sequência

Considere que a sequência informada para as funções não é vazia, ou seja, se $n \geq 1$.

Exercícios

13) Qual o valor de retorno da função a seguir, caso $n=27$?

```
public int recursao( n ){  
    if (n <= 10)  
        return n * 2;  
    else  
        return recursao(recursao(n/3)) ;  
}
```