AVALIAÇÃO CONTÍNUA E/OU PERIÓDICA-TESTE 1

CURSO:	Engenharia de Sistemas Informáticos
UNIDADE CURRICULAR:	Matemática Discreta e Álgebra Linear
ANO CURRICULAR:	1ºano
DOCENTE:	Teresa Abreu

☐ **1.º Mini-teste** ☐ **2.º Mini-teste** ☐ **3.º Mini-teste** ☒ **1.º Teste** ☐ **2.º Teste** ☐ **3.º Teste**

☐ **Com consulta** ☐ **Sem consulta** **Duração:** 1 **hora** 30 **minutos** **Tolerância:** **minutos**

ANO LECTIVO: 2020/2021 **DATA AVALIAÇÃO:** 15/12/2020

Notas:
- **Qualquer tentativa de fraude implica a anulação do teste;**
- **Identifique as suas folhas de teste com o seu nome e número de estudante;**
- **Numere as suas folhas de teste;**
- **Identifique as suas respostas de acordo com a numeração das questões;**
- **Utilize uma caligrafia legível;**
- **Apresente todos os cálculos e justificações convenientes.**
- **Não troque a ordem das questões**

1. Sejam $A \in M_{3\times m}(\mathbb{R})$, $B \in M_{n\times p}(\mathbb{R})$ e $C \in M_{3\times 4}(\mathbb{R})$. Sugira uma matriz B tal que:
   - é diagonal;
   - a matriz $AB + 2C$ está bem definida;
   - não está escrita na forma escalonada.

2. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \\ \mathrm{k} & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ e $C = A(1|2)$.

   2.1 Utilizando o método de eliminação de Gauss, discuta $c(A)$, em função do parâmetro real k.

   2.2 Prove que $B^2 + 2B = 15I_2$.

   2.3 Considere $k = 0$.

   2.3.1 Mostre que a matriz A é invertível e em caso afirmativo, recorrendo à matriz adjunta, calcule a inversa.

   2.3.2 Desenhe uma figura no plano cuja área é exatamente $|\det(C)|$.

   2.3.3 Resolva a equação matricial $AX = \mathrm{I}_3 + A$, onde $X \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$.

   2.3.4 Calcule $\det(3A^T)$.

3. A pequena aldeia “Meio do Monte”, tem 300 habitantes, nesta aldeia existem dois cafés, o “Café da Moda” e o “Café Central”. No final do ano passado, a junta de freguesia constatou que 100 dos seus habitantes preferem o “Café da Moda”. Prevê-se que em 2021, 10% dos que preferem o “Café da Moda” optem por frequentar o “Café Central” e que 80% dos que frequentavam o “Café Central” vão continuar com a mesma escolha. Quantas são as pessoas que em 2021 vão frequentar cada um dos cafés da aldeia.

   3.1 Construa a matriz estocástica associada a este problema.

   3.2 Resolva o problema em questão, recorrendo ao cálculo matricial.

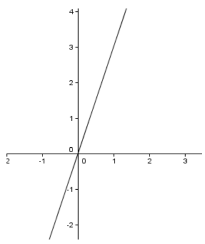
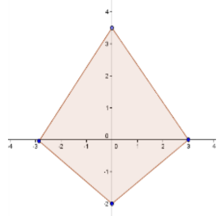
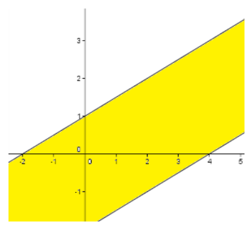
4. Uma fábrica de meias produz quatro modelos diferentes de meias catalogados como modelos A, B, C e D. Cada modelo usa lã de 4 cores diferentes (amarelo, azul, vermelho, preto). Para confecionar cada modelo é necessário:

   - Modelo A: 12g de lã amarela, 15g de lã azul, 20g de lã vermelha;
   - Modelo B: 15g de lã azul, 20g de lã vermelha e 22 g de lã preta;
   - Modelo C: 9g de lã amarela, 10g de lã azul e 18 g de lã preta.
   - Modelo D: 10g de lã amarela, 10g de lã vermelha e 18 g de lã preta.

   Num determinado mês, o stock do armazém é composto por 30 kg de lã amarela, 22kg de lã azul,17kg de lã vermelha, e 28kg de lã preta. Pretende-se saber quantos pares de cada modelo podem ser produzidos nesse mês.

   Apresente (sem resolver) um sistema de equações lineares que represente o problema.

5. Indique em cada um dos seguintes conjuntos de $\mathbb{R}^2$, quais são os axiomas de espaço vetorial que se cumpre.

A.	B.	C.
		

6. Considere os seguintes vetores de $\mathbb{R}^3$: $u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$; $u_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ e $w = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ p \end{bmatrix}$.

   6.1 Determine p, de forma a que conjunto de vetores $\{u_1, u_2,\ w\}$ é linearmente independente.

   6.2 Determine $< u_1, u_2, u_3 >$.

Questão

1	2.1	2.2	2.3.1	2.3.2	2.3.3	2.3.4	3.1	3.2	4	5	6.1	6.2
15	20	20	30	12	20	10	14	10	12	12	10	15

Cotação