MATEMÁTICA DISCRETA E ÁLGEBRA LINEAR - 1.º Ano

ENGENHARIA EM SISTEMAS INFORMÁTICOS

Época Contínua Semestral ☐10 Teste	2º Teste	Global	
Duração: 1 h 30 m	Tolerância:	minutos	Com Consulta Sem consulta
Docente: Teresa Abreu			Data: 12 / 11 / 2014

Notas:

- Apresente todos os cálculos e justificações convenientes.
- No final da prova deve numerar e indicar o número de folhas de exame que entregar. Deve entregar todas as folhas de rascunho que utilizou.
- 1. Usando tautologias, simplifique a seguinte proposição: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \land (r \Rightarrow q))$.
- 2. Por meio de tabelas de verdade, decida se cada uma das seguintes proposições é verdadeiras ou falsas.

$$p \Rightarrow (p \land q)(1)$$
$$p \Rightarrow (p \lor q)(2)$$

- 3. Considere as seguintes premissas:
 - "Pesquiso na internet ou faço o trabalho de História da Computação. Para programar é necessário que não jogue no computador. Se faço o trabalho de História da Computação então jogo. Mas hoje não vou fazer nenhuma pesquisa."

Dadas as premissas anteriores, diga justificando qual das afirmações é correta?

- 3.1. Logo, hoje vou passar o dia a jogar.
- 3.2. Logo, hoje vou passar o dia a programar.
- 3.3 Nenhuma das anteriores.
- 4. Considere a seguinte proposição:

$$\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}: p(x) \land q(x,y)(1)$$

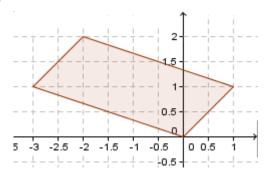
- a) Apresente a negação da proposição.
- b) Sejam p(x): " $x \in \text{múltiplo de 4"} = q(x, y)$: "x = 8y". Indique, justificando:
 - b1) O valor lógico da proposição: $p(16) \land q(16,2)$.
 - b2) O valor lógico da proposição (1).
- 5. Seja $A_n = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ \'e divisor de } n\}$, onde $n \in \mathbb{N}$.
 - a) Determine $A_8 \setminus A_6$.
 - b) Determine $\mathcal{P}(A_3)$
- 6. Considere a relação \mathcal{R} definida no conjunto $A = \{r, x, y, z\}$ por:

$$\mathcal{R} = \{(y, z), (x, y), (x, z), (r, z)\}$$

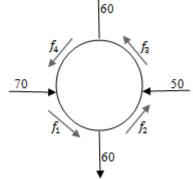
- a) Mostre que \mathcal{R} é uma relação de ordem estrita.
- b) Indique o domínio e o contradomínio da relação.
- c) Indique os elementos maximais e minimais e diga, justificando, se são máximos ou mínimos.



7. Considere a seguinte figura no plano:



- a) Determine matriz A, associada à figura.
- b) Indique a matriz que represente a figura 3 vezes mais pequena.
- c) Considere a matriz ortogonal $R = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, associada a uma rotação. Encontre a matriz que represente a figura na origem com a rotação associada a R.
- 8. Quatro ruas de sentido único terminam numa praça circular como no diagrama, onde os fluxos do tráfego são medidos em carros por minuto. Para projetar as ruas, os engenheiros devem determinar os fluxos f_1, f_2, f_3, f_4 marcados no círculo.



- a) Sabendo que o fluxo de carros que entra em qualquer um dos cruzamentos dever ser igual ao fluxo de carros que saem daquele cruzamento, encontre um sistema de equações lineares que relaciona os fluxos.
- b) Usando o método de eliminação de Gauss resolva o sistema anterior, indicando o conjunto solução.
- c) Apresente uma solução segundo a qual o tráfego pode fluir.