INSTITUTO POLITÉCNICO DO CÁVADO E DO AVE — ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA	**MATEMÁTICA DISCRETA E ÁLGEBRA LINEAR – 1.º Ano** ESI EXAME DE RECURSO	**2014/2015**

Época Contínua

Semestral ☐ 1º Teste ☐ 2º Teste ☒ Global

Duração: 2 h 00 m **Tolerância:** ____ minutos ☐ **Com Consulta** ☒ **Sem consulta**

Docente: Teresa Abreu **Data:** 2 / 2 / 2015

Notas:
- Apresente todos os cálculos e justificações convenientes.
- No final da prova deve numerar e indicar o número de folhas de exame que entregar. Deve entregar todas as folhas de rascunho que utilizou.

1. Considere a proposição P: $\neg[(p \Rightarrow q) \wedge \neg q] \ \vee p$.
   a) Usando tautologias adequadas, simplifique a proposição P
   b) Verifique se a proposição P é logicamente equivalente a $p \vee q$.

2. Relativamente a um argumento sabe-se que:

   Premissas: $P_1: q \Rightarrow \neg s$

   $P_2: m \Rightarrow p$

   $P_3: (p \wedge \neg q) \Rightarrow f$

   $P_4: m \wedge s$

   Conclusão: f

   Mostre, justificando todos os passos, que o argumento é válido.

3. Os muçulmanos não se limitam aos países de etnia árabe, como muitos imaginam. Por exemplo, a maior concentração de muçulmanos do mundo encontra-se na Indonésia, que não é um país de etnia árabe. Também há muitos árabes cuja religião é o cristianismo e o judaísmo, não sendo por isso muçulmanos.
   Escreva em linguagem simbólica a seguinte afirmação: "nem toda pessoa que é muçulmana é árabe".

4. Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{x : x \text{ é o presidente do Oceano Atlântico}\}$$
$$B = \{91,93,96\}$$
$$C = \{x \in \mathbb{N} : x < 96\}$$

   Determine:
   a) $\# C \cap B$.
   b) $P(B) \setminus A$.

5. Considere o conjunto $A = \{1,2,3,4,5\}$ e seja R uma relação definida em A, tal que:

$$R = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(2,1),(4,5),(2,3),(4,1)\}$$

   a) Mostre que R é uma relação de ordem parcial, mas não é uma relação de ordem total.
   b) Indique os elementos maximais e minimais e diga, justificando, se são máximos ou mínimos.

6. Considere as seguintes matrizes:

$$A=\begin{bmatrix}3&0&3&0\\0&0&3&3\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}2&5&-2&0\\5&4&1&2\\-2&1&8&5\\0&2&5&0\end{bmatrix}.$$

a) Num referencial cartesiano, construa a figura representada pela matriz A.

b) Indique a matriz T tal que, se adicionada à matriz A, representa uma translação da figura anterior associada ao vetor $u=\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}$.

c) Calcule $A\times B$.

d) Indique duas designações possíveis a atribuir à matriz B.

7. Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases}x+2y-z-w=0\\x+2y+w=4\\-x-2y+2z+4w=5\end{cases}$$

a) Resolva o sistema de equações lineares pelo método de eliminação de Gauss e classifique-o.

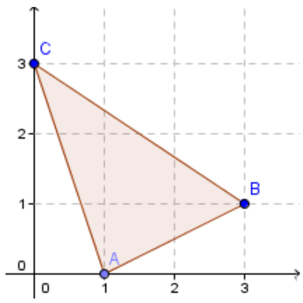
b) Indique a caraterística da matriz ampliada do sistema de equações lineares.

8. Considere a matriz $A=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&2&0\\3&4&3\end{bmatrix}$.

a) Resolva a equação $|xI_3-A|=0$.

b) Recorrendo ao cálculo da matriz adjunta, determine A^{-1}.

9. Calcule a área do seguinte triângulo segundo a aplicação dos determinantes:



10. Considere o conjunto $H=\left\{\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^3:\ x-z=0\right\}$.

a) Mostre que o conjunto H é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^3$.

b) Indique uma base de H e descreva-o geometricamente.

11. Considere os seguintes vetores de $\mathbb{R}^4$: $u_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$; $u_2=\begin{bmatrix}1\\3\\0\\0\end{bmatrix}$; $u_3=\begin{bmatrix}1\\2\\1\\0\end{bmatrix}$ e $u_4=\begin{bmatrix}1\\0\\2\\2\end{bmatrix}$,

a) Determine $<u_1,u_2,u_3,u_4>$.

b) O sistema de vetores $S=\{u_1,u_2,u_3,u_4\}$ forma uma base de $\mathbb{R}^4$? Justifique.