

7)

Para verificar que o problema 3-Coloração está em NP temos:

Um certificado é um grafo não dirigido $G = (V, E)$.

O algoritmo de verificação deve aceitar um certificado se e somente se para todo vértice u, v de V , $f(u)$ é diferente de $f(v)$ se uv é uma aresta de E .

Dado que se trata de um grafo, o tamanho de instância é $|V| + |E|$ e o algoritmo de verificação é da ordem de $O(|V| * |E|)$ porque para cada vértice, acessa todos os vértices adjacentes de primeiro nível e compara suas colorações. Logo é polinomial no tamanho da instância.

9)

Para verificar que o problema da mochila está em NP-completo temos:

Podemos verificar que o problema da mochila está em NP:

Um certificado é um conjunto S de tamanho n composto por pares (w, v) e inteiros W e V .

O algoritmo de verificação deve aceitar um certificado se e somente se para todo w, v de S , a soma de $w_i \leq W$ e a soma de $v_i \geq V$.

Embora o algoritmo de verificação seja da ordem de $O(n)$ porque passa por cada par do conjunto somando seus valores e os compara com os inteiros dados no final, o tamanho da instância é dado por $\sum \log(w_i) + \sum \log(v_i) + \log(W) + \log(V)$. Logo, é polinomial no tamanho da instância.

Podemos reduzi-lo ao 'Subset-Sum Problem' usando o seguinte modelo:

A instância do problema da mochila é $(w_1, \dots, w_n), W, (v_1, \dots, v_n), V$.
A instância do problema da soma dos subconjuntos é $(x_1, \dots, x_n), X$.
Então basta que seja feito $w_i = v_i = x_i$ e $W = X = V$.

Assim, prova-se que o problema da mochila está em NP-completo.