

2)

$$c) \log_2 n = O(\log_{10} n)$$

$$\log_2 n \leq C \log_{10} n$$

$$\Rightarrow C \geq \log_2 n / \log_{10} n$$

$$\Rightarrow C \geq \log_2 n / (\log_2 n / \log_2 10)$$

$$\Rightarrow C \geq \log_2 10.$$

$$d) n/1000 \text{ não é } O(1)$$

Assuma, por absurdo, que  $n/1000 = O(1)$ , temos então  $n/1000 \leq C$ . Verifica-se que para  $C = 1$  essa inequação é verdadeira para  $n \in \{0, \dots, 1000\}$ , mas para  $n \geq 1001$  é uma inequação falsa, logo  $n/1000$  não é  $O(1)$  porque  $C$  é uma constante.

5a) Assumindo que  $x \in V$ , então existe uma probabilidade de  $1/N$ , de  $x$  estar em  $V[y]$ ,  $\forall y \in [1, N]$ . Assim:

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{N} + 2 \cdot \frac{1}{N} + \dots + y \cdot \frac{1}{N} = \frac{1}{N} \sum_1^y y$$

mas  $y \in [1, N]$ , então:

$$\frac{1}{N} \sum_{y=1}^N y = \frac{N(N+1)}{2N} = \frac{N+1}{2}.$$

b) O pior caso é quando  $x \notin V$ :

1) 1; 2)  $N+1$ ; 3)  $N$ ; 4) 1; 5) 1; 6) 1;

Então, a complexidade é  $2N+5$ .

c) Pior Caso

$$2N+5 = \Theta(N) \Rightarrow C_1 N \leq 2N+5 \leq C_2 N$$

$$\Rightarrow C_1 \leq 2 + \frac{5}{N} \leq C_2 \Rightarrow N_0 = 1, C_1 = 2 \text{ e } C_2 = 7$$

Caso Médio

$$(N+1)/2 = \Theta(N) \Rightarrow C_1 N \leq (N+1)/2 \leq C_2 N$$

$$\Rightarrow C_1 \leq 1/2 + 1/2N \leq C_2 \Rightarrow N_0 = 1, C_1 = \frac{1}{2} \text{ e } C_2 = 1$$