Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.

Carrera	Clave de la Asignatura	Nombre de la Asignatura	Curso
Ingeniería en Computación	36284	Sistemas de Control	2021-2
Alumno: Zavala Román Irvin Eduardo			
Práctica #2: Transformada de Laplace, transformada inversa de Laplace, ecuaciones diferenciales			

Objetivo:

El alumno calculará la Transformada de Laplace utilizando las instrucciones de syms, ***Laplace, pretty, simplify*** de Matlab y comprobará propiedades de la transformada de Laplace

Introducción:

Por su versatilidad y su uso extendido el paquete de software MATLAB se presenta como una herramienta potente para la resolución de problemas de ingeniería de control. En esta práctica se va a presentar diferentes tipos de órdenes y funciones de las que dispone MATLAB y que van a ser utilizadas frecuentemente en las diferentes metodologías y técnicas que se usan para abordar el control de sistemas físicos, así como para simular el comportamiento de éstos.

La transformada de Laplace, la transformada de Fourier y la transformada z son tres técnicas de transformación que proporcionan una conversión de variables. Todas ellas convierten modelos de ecuaciones diferenciales lineales a modelos algebraicos. La transforma de Laplace se usa para obtener una función de transferencia, que modeliza el comportamiento de un sistema continuo, mientras que la transformada z modeliza el comportamiento de sistemas discretos.

Material:

- Lápiz y papel
- Equipo utilizado Equipo de cómputo con software Matlab

Desarrollo de la Práctica:

1. ¿Qué comando se usa en Matlab para calcular la transformada de Laplace de una función expresada en el tiempo? *laplace(f(t))*

2. Calcule las transformadas de Laplace de las siguientes funciones usando Matlab

Tabla 1. Ejercicios para transformada de Laplace

Función	Código en Matlab	Resultado
$f(t) = t^3$	`syms t` `f = laplace(t^3)`	**6/s^4**
$f(t) = t^2$	`syms t` `f = laplace(t^2)`	**2/s^3**
$f(t) = t$	`syms t` `f = laplace(t)`	**1/s^2**
$f(t) = 1$	`syms t` `f = laplace(heaviside(t))`	**1/s**
$f(t) = \sin(t)$	`syms t` `f = laplace(sin(t))`	**1/(s^2 + 1)**
$f(t) = 5 * t * e^{-2*t} * \sin(4 * t + 60°)$	`syms t` `f = laplace(5*t*exp(-2*t)*sin(4*t+deg2rad(60)))`	**(20*cos(60)*(2*s + 4))/((s + 2)^2 + 16)^2 - 5*sin(60)*(1/((s + 2)^2 + 16) - ((2*s + 4)*(s + 2))/((s + 2)^2 + 16)^2)**
$f(t) = e^{-3*t}\sin(2 * t)$	`syms t` `f = laplace(exp(-3*t)*sin(2*t))`	**2/((s + 3)^2 + 4)**
$f(t) = \cos(t)$	`syms t` `f = laplace(cos(t))`	**s/(s^2 + 1)**
$f(t) = e^{-3*t}\cos(5 * t)$	`syms t` `f = laplace(exp(-3*t)*cos(5*t))`	**(s + 3)/((s + 3)^2 + 25)**
$f(t) = 5 * t^2 * \cos(3 * t + 45°)$	`syms t` `f = laplace(t*(t^2)*cos(3*t+deg2rad(45)))`	**(2^(1/2)*((72*s)/(s^2 + 9)^3 - (144*s^3)/(s^2 + 9)^4))/2 + (2^(1/2)*(6/(s^2 + 9)^2 - (48*s^2)/(s^2 + 9)^3 + (48*s^4)/(s^2 + 9)^4))/2**

Matlab utiliza comando para mejorar la apariencia de las expresiones y/o los resultados desplegados:

- **pretty(F)**
- **collect(F,s)**
- **expand(F)**
- **factor(F)**
- **simplify(F)**
- **vp(expression,places)**

3. Investigar y escribir con la ayuda de Matlab como se usan las funciones anteriores, colocar sintaxis, descripción (en español), ejemplo y resultado del ejemplo.

Por ejemplo:

collect(F,s)

Este comando lo que hace es ordenar una expresión algebraica en función al grado del polinomio, es decir, comienza con el término libre, luego con los que tienen exponente menor, luego los que son elevados al cuadrado y así sucesivamente.

Sintaxis: Collect(s)
Collect(s,v)

Código:

```
close all
clear all
clc
syms x y
a=collect((x+y)*(x^2+6*y),y)
```

Resultado:

```
a = 6*y^2 + (x^2 + 6*x)*y + x^3
```

pretty(F)

La función F se reescribe de una expresión de una sola línea a algo más entendible por los seres humanos, acercándose más a la notación matemática real.

Sintaxis: pretty(F)

Código:

```
close all
clear all
clc
syms x y
funcion = (x^2 + 8 + y/3)/(y/2)
pretty(función)
```

Resultado:

```
(2*(x^2 + y/3 + 8))/y

/  2   y     \
| x  + - + 8 | 2
\      3     /
----------------
        y
```

expand(F)

Se multiplican todos los paréntesis de la función F y se simplifican funciones trigonométricas aplicando identidades.

Sintaxis: expand(S)
expand(S, Nombre, Valor)

Código:

```
close all
clear all
clc
syms x y
funcion = (x^2 + 8 + y/3)*(y/2)*(cos(pi)^2+sin(pi)^2)
expand(función)
```

Resultado:

```
ans =

(x^2*y)/2 + y^2/6 + 4*y
```

factor(F)

Regresa en un vector los factores irreducibles de F, si es un numero regresara números y si es una función los elementos factores de la función (tienen que ser variables simbólicas).

Sintaxis: factor(F)
factor(F, Variables_de_interes)
factor(F, Nombre, Valor)

Código:

```
close all
clear all
clc
syms x y
N = 10
funcion = x^2 * y;
factor(N)
factor(funcion)
```

Resultado:

```
ans =

     2     5


ans =

[ x, x, y]
```

simplify(F)

A diferencia de expand, simplify busca simplificar la expresión de entrada (si es una matriz o vector se simplifican los componentes). La simplificación es algebraica, por lo que reduce identidades trigonométricas, polinomios y más.

Sintaxis: simplify(F)
simplify (F, Nombre, Valor)

Código:

```
close all
clear all
clc
syms x y
funcion = (x^2 + 8 + y/3)*(y/2)*(cos(pi)^2+sin(pi)^2)
pretty(simplify(funcion)) %Se usa el pretty para ver la diferencia con expand
```

Resultado:

```
   -        _
  /  2    y     \
y | x  + - + 8 |
  \       3     /
----------------
        2
```

vpa(expression,places)

vpa expresa la función con valores flotantes, places sirve para limitar los decimales usados.

Sintaxis: vpa(F)
vpa (F, decimales)

Código:

```
close all
clear all
clc
syms x y
funcion = (x^2 + 8 + y/3)*(y/2)

vpa(funcion)
vpa(funcion,decimales)
```

Resultado:

```
funcion =

(y*(x^2 + y/3 + 8))/2


ans =

0.5*y*(x^2 + 0.33333333333333333333333333333333*y + 8.0)


ans =

0.5*y*(x^2 + 0.3333333333*y + 8.0)
```

4. Calcule la transformada de Laplace de las siguientes expresiones, use además los comandos ***simplify*** y ***pretty*** para hacer más fácil la lectura del resultado. *(Anexe el código usado y el resultado arrojado, incluya las imágenes de cálculos a mano en la cual ha encontrado la solución)*

$$f(t) = 1.5 - e^{-t} sen(5t) + 5e^{-t}\cos(5t)$$

```
syms t
f = laplace(1.5-exp(-t)*sin(5*t)+5*exp(-t)*cos(5*t));
f = simplify(f);
pretty(f)
```

```
       2
  13 s  + 6 s + 78
--------------------
     2
s (s  + 2 s + 26) 2
```

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[1.5] - \mathcal{L}[e^{-t}\sin(5t)] + 5\mathcal{L}[e^{-t}\cos(5t)]$$

$$\mathcal{L}[1.5] = \frac{1.5}{s}$$

$$\mathcal{L}[e^{-t}\sin(5t)] = \frac{5}{(s+1)^2+25}$$

$$\mathcal{L}[e^{-t}\cos(t)] = \frac{(s+1)}{(s+1)^2+25}$$

$$F(s) = \frac{1.5}{s} - \frac{5}{(s+1)^2+25} + 5\left(\frac{(s+1)}{(s+1)^2+25}\right)$$

$$= \frac{3}{2s} + \frac{5(s+1)-5}{(s+1)^2+25}$$

$$= \frac{3(s^2+2s+26)+2s(5s)}{2s(s^2+2s+26)}$$

$$= \frac{13s^2+6s+78}{2s(s^2+2s+26)}$$

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.

$$f(t) = sen(t-2) + \cos(t-2)$$

```
syms t
f = laplace(sin(t-2)+cos(t-2));
f = simplify(f);
pretty(f)
```

```
cos(2) + sin(2) + s cos(2) - s sin(2)
-------------------------------------
                  2
                 s  + 1
```

$$\mathcal{L}[\sin(\overset{A}{t}-\overset{B}{2})] + \mathcal{L}[\cos(\overset{A}{t}-\overset{B}{2})]$$

$$\mathcal{L}[\sin(t)\cos(2) - \cos(t)\sin(2)] + \mathcal{L}[\cos(t)\cos(2) + \sin(t)\sin(2)]$$

$$\frac{\cos(2)}{s^2+1} - \frac{\sin(2)s}{s^2+1} + \frac{s\cos(2)}{s^2+1} + \frac{\sin(2)}{s^2+1}$$

$$\frac{\cos(2)+\sin(2)-\sin(2)s+s\cos(2)}{s^2+1}$$

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.

$$f(t) = t * e^{5t} + 4 * sinh\,(6t)$$

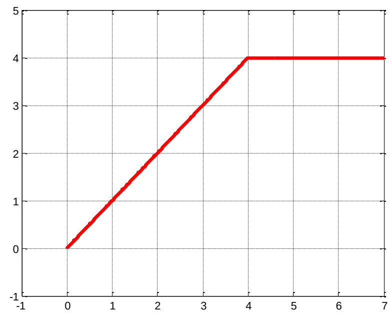
```
syms t
f = laplace(t*exp(5*t)+4*sinh(6*t));
f = simplify(f);
pretty(f)
```

```
    1          24
-------- + -------
       2    2
(s - 5)    s  - 36
```

$$\mathcal{L}\left[te^{5t}\right] + \frac{24}{6}\mathcal{L}\left[\sinh(6t)\right]$$

$$\frac{1}{(s-5)^2} + \frac{24}{s^2-36}$$

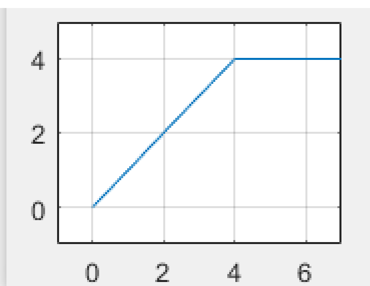
5. De las siguientes figuras grafique en Matlab y obtenga su transformada de Laplace de manera manual y programando las instrucciones.




```
syms tt
t = 0:0.01:7;
ft = t.*heaviside(t)-t.*heaviside(t-4)+4.*heaviside(t-4);
plot(t,ft)
grid
axis([-1 7 -1 5])
lt = laplace(tt*heaviside(tt)-tt*heaviside(tt-4)+4*heaviside(tt-4));
pretty(lt)
```

```
>> graficas_LAPLACE
 1    exp(-4 s)
-- - ---------
 2          2
s          s

>>
```



$$t\,u(t) - t\,u(t-4) + 4u(t-4)$$

$$\mathcal{L}[t^n f(t)] = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n}\left(\mathcal{L}[f(t)]\right)$$

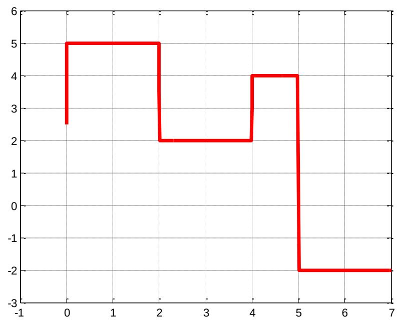
$$\mathcal{L}[t^2 u(t-4)] = (-1)^2 \frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{e^{-4s}}{s}\right)$$

$$= \frac{-4e^{-4s} - e^{-4s}}{s^2}$$

$$\frac{1}{s^2} - \frac{\cancel{-4e^{-4s}} - e^{-4s}}{s^2} + \frac{\cancel{4e^{-4s}}}{s^2}$$

$$\frac{1}{s^2} - \frac{e^{-4s}}{s^2}$$

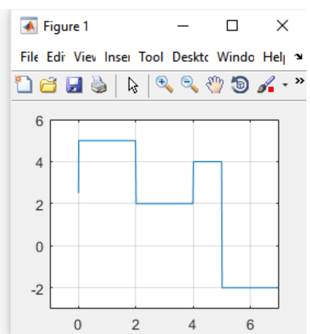
Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.




```
syms tt
t = 0:0.01:7;
ft = 5*heaviside(t)-3*heaviside(t-2)+2*heaviside(t-4)-6*heaviside(t-5);
plot(t,ft)
grid
axis([-1 7 -3 6])
lt = laplace(5*heaviside(tt)-3*heaviside(tt-2)+2*heaviside(tt-4)-
6*heaviside(tt-5));
pretty(lt)
```

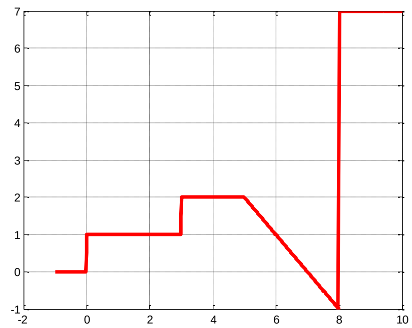
```
>> graficas_LAPLACE
exp(-4 s) 2   exp(-2 s) 3   exp(-5 s) 6   5
----------- - ----------- - ----------- + -
     s             s             s        s

>>
```

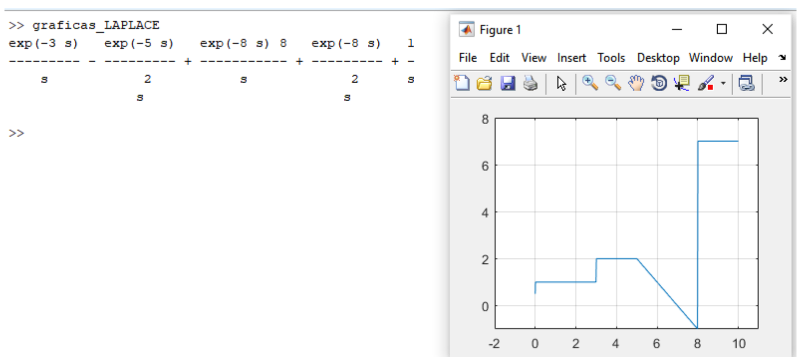


$$\mathcal{L}[5u(t)-3u(t-2)+2u(t-4)-6u(t-5)]$$

$$\frac{5}{s}-\frac{3e^{-2s}}{s}+\frac{2e^{-4s}}{s}-\frac{6e^{-5s}}{s}$$




```
syms tt
t = 0:0.01:10;
ft = heaviside(t)+heaviside(t-3)-(t-5).*heaviside(t-5)+8*heaviside(t-8)+(t-
8).*heaviside(t-8);
plot(t,ft)
grid
axis([-2 11 -1 8])
lt = laplace(heaviside(tt)+heaviside(tt-3)-(tt-5).*heaviside(tt-
5)+8*heaviside(tt-8)+(tt-8).*heaviside(tt-8));
pretty(lt)
```



$$\mathcal{L}[u(t)+u(t-3)-(t-5)u(t-5)+8u(t-8)+(t-8)u(t-8)]$$

$$\frac{1}{s}+\frac{e^{-3s}}{s}-\frac{e^{-5s}}{s^2}+\frac{8e^{-8s}}{s}+\frac{e^{-8s}}{s^2}$$

6. ¿Cómo se representa un polinomio en Matlab?

En un vector de coeficientes, por ejemplo $x^2 + x + 1$ *es igual a [1,1,1]*

____

Anexe ejemplo de un polinomio, código utilizado en Matlab, junto con resultado arrojado

7. Calcule las raíces de los siguientes polinomios usando Matlab con el comando ***roots***.

Tabla 2. Ejercicios para usar la función roots.

Función	Código en Matlab	Resultado
$f(s) = s^2 + 2 * s + 1$	`coef = [1,2,1];` `roots(coef)`	ans = -1 -1
$f(s) = s^2 + 2 * s + 2$	`coef = [1,2,2];` `roots(coef)`	ans = -1.0000 + 1.0000i -1.0000 - 1.0000i
$f(s) = 2 * s^3 + 4 * s^2 + 2 * s$	`coef = [2,4,2,0];` `roots(coef)`	ans = 0 -1 -1
$f(s) = s^6 - 7.5s^5 + 10.5s^4 + 20.5s^3 - 25.5s^2 - 27s$	`coef = [1,-7.5,10.5,20.5,-25.5,-27,0];` `roots(coef)`	ans = 0 9/2 3 2 -1 -1

8. ¿Qué comando se usa en Matlab para expandir una función en sus fracciones parciales?

```
[N,D] = residue(num,den)
```

____

9. Descomponga las siguientes funciones en fracciones parciales usando Matlab y realiza también los cálculos a mano para comparar tus resultados.

Tabla 2. Ejercicios para encontrar fracciones parciales

Función	Código en Matlab	Resultado

$f(t)=\dfrac{s+5}{s(s+10)}$	`num = [1,5];`
	`den = conv([1,0],[1,10]);`
	`format rat`
	`[N,D] = residue(num,den)`
	
	$\frac{s+5}{s(s+10)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+10} = \frac{1}{2s} + \frac{1}{2(s+10)}$
	$s+5 = A(s+10) + Bs$
	Si $s=-10$ Si $s=0$
	$-5 = -10B$ $5 = A(10)$
	$B = 1/2$ $A = 1/2$
		N =
		1/2
		1/2
		
		D =
		-10
		0

$f(t)=\dfrac{s^2(s+5)(s-5)}{s^3(s^2-25)}$	`num = conv([1,0,0],conv([1,5],[1,-5]));`
	`den = conv([1,0,0,0],[1,0,-25]);`
	`format rat`
	`[N,D] = residue(num,den)`
	
	$\frac{s^2(s+5)(s-5)}{s^3(s^2-25)} = \frac{s^2\cancel{(s+5)}\cancel{(s-5)}}{s^3\cancel{(s+5)}\cancel{(s-5)}} = \frac{1}{s}$
		N =
		0
		0
		1
		0
		0
		
		D =
		5
		-5
		0
		0
		0

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.

$f(t) = \frac{(s+10)(s+60)}{s(s+4)(s+5)(s^2+7*s+10)(s+10)}$	`num = conv([1,10],[1,60]);`
	`den = conv([1,0],conv([1,4],`
	`conv([1,5],conv([1,7,10],[1,10]))));`
	`format rat`
	`[N,D] = residue(num,den)`
	
	$\frac{\cancel{(s+10)}(s+60)}{s(s+4)(s+5)(s^2+7s+10)\cancel{(s+10)}} = \frac{(s+60)}{s(s+4)(s+5)(s+2)(s+5)} = \frac{A}{s}+\frac{B}{s+4}+\frac{C}{s+5}+\frac{D}{(s+5)^2}+\frac{E}{s+2}$
	$s+60 = A(s+4)(s+5)^2(s+2)+B(s)(s+5)^2(s+2)+C(s)(s+4)(s+2)(s+5)+D(s)(s+4)(s+2)+E(s)(s+4)(s+5)^2$
	Si $s=0$: $60 = A(4)(25)(2)$, $A = 3/10$
	Si $s=-4$: $56 = B(-4)(1)(-2)$, $B = 7$
	Si $s=-2$: $58 = E(-2)(2)(9)$, $E = -29/18$
	Si $s=-5$: $55 = D(-5)(-1)(-3)$, $D = -11/3$
	Sustituyendo A,B,D,E y simplificando queda: $40C + \frac{2053}{9} = 1$
	$C = -\frac{256}{45}$
	$\frac{3}{10s}+\frac{7}{s+4}-\frac{256}{45(s+5)}-\frac{11}{3(s+5)^2}-\frac{29}{18(s+2)}$
		`N =`
		
		`1/9595737842408856`
		`-256/45`
		`-11/3`
		`7`
		`-29/18`
		`3/10`
		
		`D =`
		
		`-10`
		`-5`
		`-5`
		`-4`
		`-2`
		`0`

10. ¿Qué comando se usa en Matlab para calcular la transformada inversa de Laplace de una función expresada en el domino de la frecuencia?

```
ilaplace(F(s))
```
____

11. Use Matlab para calcular la transformada inversa de Laplace de las siguientes funciones, anexa también los cálculos a mano para comprobar tus resultados:

$$F(s) = \frac{5(s+5)}{s(s+10)}$$

```
syms s
fs = (5*(s+5))/(s*(s+10));
pretty(ilaplace(fs))
```

```
exp(-10 t) 5    5
------------ + -
      2         2
```

$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5(s+5)}{s(s+10)}\right]$

$5(s+5) = A(s+10) + Bs$

Si $s=-10$: $-25 = -10B$, $B = 5/2$

Si $s=0$: $25 = 10A$, $A = 5/2$

$\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{s} + \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{s+10}$

$\frac{5}{2} + \frac{5}{2}e^{-10t}$

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.

$$F(s) = \frac{25}{s(s^2 + 7s + 12)}$$

```
syms s
fs = 25/(s*(s^2+7*s+12));
pretty(ilaplace(fs))
```

```
exp(-4 t) 25   exp(-3 t) 25   25
------------ - ------------ + --
      4              3        12
```

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{25}{s(s^2+7s+12)}\right]$$

$$25 = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+3} + \frac{C}{s+4}$$

$$25 = A(s+3)(s+4) + B(s)(s+4) + C(s)(s+3)$$

Si $s=-3$	Si $s=-4$	Si $s=0$
$25 = B(-3)(1)$	$25 = C(-4)(-1)$	$25 = A(3)(4)$
$B = -\frac{25}{3}$	$C = 25/4$	$A = 25/12$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{25}{12}\cdot\frac{1}{s} - \frac{25}{3}\cdot\frac{1}{s+3} + \frac{25}{4}\cdot\frac{1}{s+4}\right]$$

$$\frac{25}{12} - \frac{25}{3}e^{-3t} + \frac{25}{4}e^{-4t}$$

$$F(s) = \frac{(s+2)(S-3)}{(s+2)(s+4)(s^2 + 7s + 12)}$$

```
syms s
fs = ((s+2)*(s-3))/((s+2)*(s+4)*(s^2+7*s+12));
pretty(ilaplace(fs))
```

```
exp(-4 t) 6 - exp(-3 t) 6 + t exp(-4 t) 7
```

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\cancel{(s+2)}(s-3)}{\cancel{(s+2)}(s+4)(s+4)(s+3)}\right]$$

$$\frac{s-3}{(s+4)(s+4)(s+3)} = \frac{A}{s+4} + \frac{B}{(s+4)^2} + \frac{C}{s+3}$$

$$s-3 = A(s+4)(s+3) + B(s+3) + C(s+4)^2$$

Si $s=-3$	Si $s=-4$	Si sustituyo B, C
$-6 = C(1)$	$-7 = B(-1)$	y simplifico queda:
$C = -6$	$B = 7$	$12A - 75 = -3$
		$A = 6$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6}{s+4} + \frac{7}{(s+4)^2} - \frac{6}{s+3}\right] = 6e^{-4t} + 7te^{-4t} - 6e^{-3t}$$

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
I.E. Araiza Medrano Lizette.

12. ¿Qué comando se usa en Matlab para resolver una ecuación diferencial?

```
dsolve('ED, COND.INIC')
```

13. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales utilizando Matlab y también aplicando la transformada de Laplace en tu cuaderno (anexa los cálculos a mano):

$$3\frac{dy^2}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+6y=10U(t)$$ con condiciones iniciales de $y(0)=-3$ y $y'(0)=2$

```
syms t
pretty(dsolve('3*D2y+Dy+6*y=10', 'y(0)=-3','Dy(0)=2'))
```

```
             /  t \    / sqrt(71) t \
sqrt(71) exp| - - | sin| ---------- | 22
             \  6 /    \     6      /
-------------------------------------------
                    213

         /  t \    / sqrt(71) t \
     exp| - - | cos| ---------- | 14
         \  6 /    \     6      /        5
  - -------------------------------- + -
                    3                    3
```

$3y''+y'+6y=10U(t),\ y(0)=-3,\ y'(0)=2$

$3(s^2y(s)+3s-2)+sy(s)+3+6y(s)=\frac{10}{s}$

$3s^2y(s)+9s-6+sy(s)+3+6y(s)=\frac{10}{s}$

$y(s)[3s^2+s+6]=\frac{10}{s}-9s+3$

$y(s)=\frac{10+3s-9s^2}{s(3s^2+s+6)}$

$\frac{10+3s-9s^2}{s(3s^2+s+6)}=\frac{A}{s}+\frac{Bx+C}{3s^2+s+6}$

$10+3s-9s^2=A(3s^2+s+6)+(Bx+C)s$

Si $s=0$
$A=5/3$

Sustituyo A y obtengo B y C

$10+3s-9s^2=s^2(B+5)+s(c+\frac{5}{3})+10$
1) $B+5=-9$ $\quad B=-14$
2) $c+\frac{5}{3}=3$ $\quad c=4/3$

$=\frac{5}{3s}+\frac{\frac{4}{3}-14s}{3s^2+s+6}$

$\frac{4}{3}-14s=A\left(s-\left(\frac{-1+\sqrt{71}i}{6}\right)\right)+B\left(s-\left(\frac{-1-\sqrt{71}}{6}\right)\right)$

Si $s=\frac{-1+\sqrt{71}i}{6}$

$A=-7-\frac{11\sqrt{71}}{71}i$

$B=-7+\frac{11\sqrt{71}}{71}i$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{3s}+\frac{-7+\frac{11\sqrt{71}i}{71}}{s-\left(-\frac{1-\sqrt{71}i}{6}\right)}+\frac{-7-\frac{11\sqrt{71}i}{71}}{s-\left(-\frac{1+\sqrt{71}i}{6}\right)}\right\}$

$\frac{5}{3}u(t)+\left(-7+\frac{11\sqrt{71}}{71}i\right)e^{\left(-\frac{1-\sqrt{71}i}{6}\right)}+\left(-7-\frac{11\sqrt{71}}{71}i\right)e^{\left(-\frac{1+\sqrt{71}i}{6}\right)}$

Usando la identidad de euler se obtiene.

$\frac{5}{3}u(t)+\frac{22\sqrt{71}}{71}e^{-\frac{t}{6}}\sin\left(\frac{\sqrt{71}t}{6}\right)-\frac{994}{71}e^{-\frac{t}{6}}\cos\left(\frac{\sqrt{71}t}{6}\right)$

$\frac{dy^3}{dt^3} + 5\frac{dy^2}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 15y = 4U(t)$ con condiciones iniciales de $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ y $y''(0) = 2$

```
F = dsolve('D3y+5*D2y+2*Dy+15*y=4 = 1,y(0) = 0,Dy(0)=1, D2y(0)=2')
simplify(vpa(F))
```

0.034451616485810301213996294871704*exp(-5.1738028043875037695331758998583*t) - 0.30111828315247696788066296153837*exp(0.086901402193751884766587949929148*t)*cos(1.7004909829361752667795765944686*t) + 0.70827395329228802690080859025187*exp(0.086901402193751884766587949929148*t)*sin(1.7004909829361752667795765944686*t) + 0.26666666666666666666666666666667

$y''' + 5y'' + 2y' + 15y = 4u(t),\ y(0)=0,\ y'(0)=1,\ y''(0)=2$

$s^3 y(s) - \cancel{s^2 y(0)}^{0} - \cancel{s y'(0)}^{1} - \cancel{y''(0)}^{2} + 5(s^2 y(s) - \cancel{s y(0)}^{0} - \cancel{y'(0)}^{1})$
$+ 2(s y(s) - \cancel{y(0)}^{0}) + 15 y(s) = \frac{4}{s}$

$s^3 y(s) + 5s^2 y(s) + 2s y(s) + 15 y(s) - s - 7 = \frac{4}{s}$

$y(s) = \frac{s^2+7s+4}{s(s^3+5s^2+2s+15)}$

$\frac{s^2+7s+4}{s^4+5s^3+2s^2+15s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+5.174} + \frac{C}{s-(0.087-1.7i)} + \frac{D}{s-(0.087+1.7i)}$

$s^2+7s+4 = A(s+5.174)(s-(0.087-1.7i))(s-(0.087+1.7i))$
$+ B(s)(s-(0.087-1.7i))(s-(0.087+1.7i))$
$+ C(s)(s+5.174)(s-(0.087+1.7i))$
$+ D(s)(s+5.174)(s-(0.087-1.7i))$

Si $s=0$
$4 = A(5.174)(-0.087+1.7i)(-0.087-1.7i)$
$A \approx 0.266$

Si $s = -5.174$
$B \approx 0.034$

Si $s = 0.087 - 1.7i$
$C \approx -0.151 + 0.354i$

$D \approx -0.151 - 0.354i$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{0.266}{s} + \frac{0.034}{s+5.174} + \frac{-0.151+0.354i}{s-(0.087-1.7i)} + \frac{-0.151-0.354i}{s-(0.087+1.7i)} \right\}$

$0.266 + 0.034e^{-5.174t} + (-0.151+0.354i)e^{0.087t}e^{-1.7it} + (-0.151-0.354i)e^{0.087t}e^{1.7it}$

$0.266 + 0.034e^{-5.174t} - 0.151e^{0.087t}e^{-1.7it} + 0.354ie^{0.087t}e^{-1.7it}$
$-0.151e^{0.087t}e^{1.7it} - 0.354ie^{0.087t}e^{1.7it}$

$-0.151e^{0.087t}\cos(1.7t) + 0.151e^{0.087t}i\sin(1.7t) + 0.354ie^{0.087t}\cos(1.7t) - 0.354ie^{0.087t}i\sin(1.7t)$

$-0.151e^{0.087t}\cos(1.7t) - 0.151e^{0.087t}i\sin(1.7t) - 0.354ie^{0.087t}\cos(1.7t) - 0.354ie^{0.087t}i\sin(1.7t)$

$0.266 + 0.034e^{-5.174t} - 0.302e^{0.087t}\cos(1.7t) + 0.708e^{0.087t}\sin(1.7t)$

Conclusiones:

Matlab es una herramienta muy poderosa en el área de la ingeniería, permitiendo de manera sencilla y visual hacer operaciones ya vistas en clase como operaciones con señales, transformadas de Laplace, transformada inversa de Laplace, ecuaciones diferenciales, diagramas de bloques y más. Aunque no es del todo sencillo saber utilizarlo, si sabemos que queremos hacer no será tan difícil llegar a las funciones necesarias para lograr nuestros objetivos, y cuando eso pase la utilidad de Matlab aumenta bastante.