Departamento de Sistemas e Computação – FURB
Curso de Ciência da Computação
Disciplina de Teoria dos Grafos

Representação de grafos

Prof. Aurélio Hoppe
aureliof@furb.br
http://www.inf.furb.br/~aurelio/

Grupo de Processamento de Imagens,
Análise de dados, Robótica e
Simulação computacional

Bibliografia

Márcia A. Rabuske. **Introdução à Teoria dos Grafos**. Editora da UFSC. 1992

Joan M. Aldous, Robin J. Wilson. **Graphs and Applications**: as introductory approach. Springer. 2001

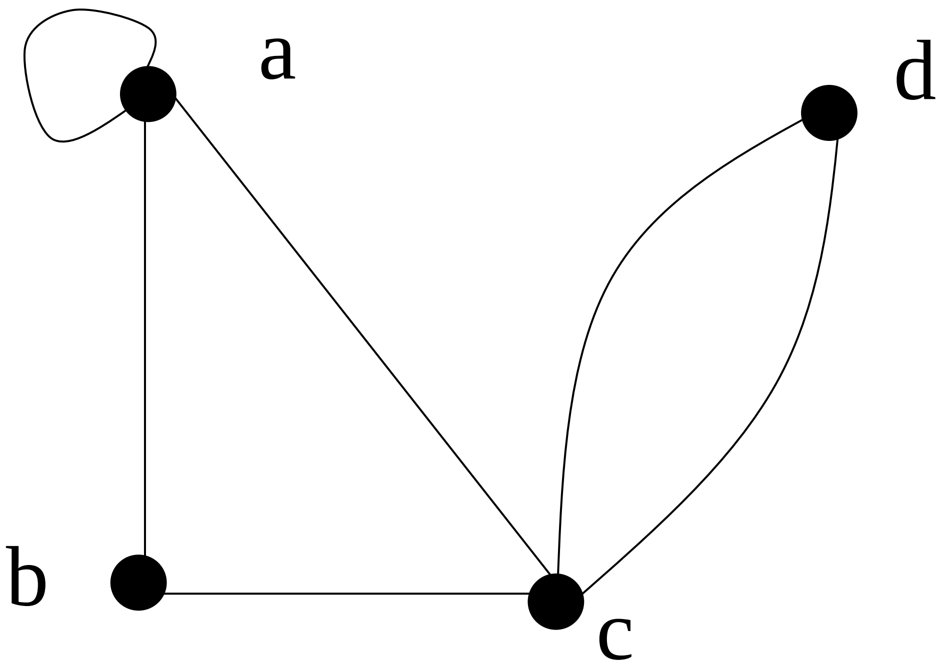
Thomas Cormen et al. **Algoritmos**: teoria e prática. Ed. Campus. 2004.

Até agora, vimos duas formas de representação de grafos:

V = {a, b, c, d}

E = { (a,a), (a,b), (a,c),
(b,c), (c,d), (c,d) }

Conjuntos de vértices e arestas



Representação gráfica

E se quisermos armazenar um grafo em um computador?

i) Matriz de adjacência

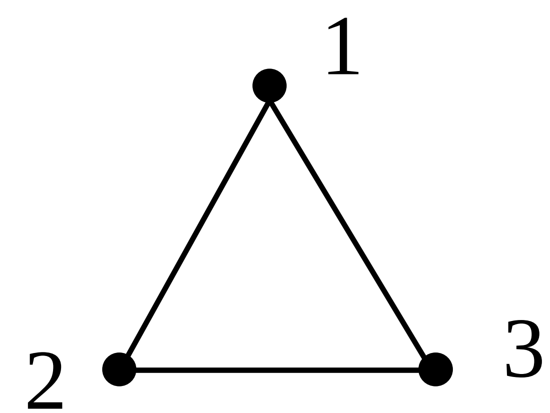
ii) Lista de adjacência

iii) Matriz de incidência

Matriz de Adjacência

A matriz de adjacência de um grafo simples G = (V, E) é uma matriz quadrada, denotada por [A], de tamanho n x n, com elementos definidos da seguinte forma:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{se } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

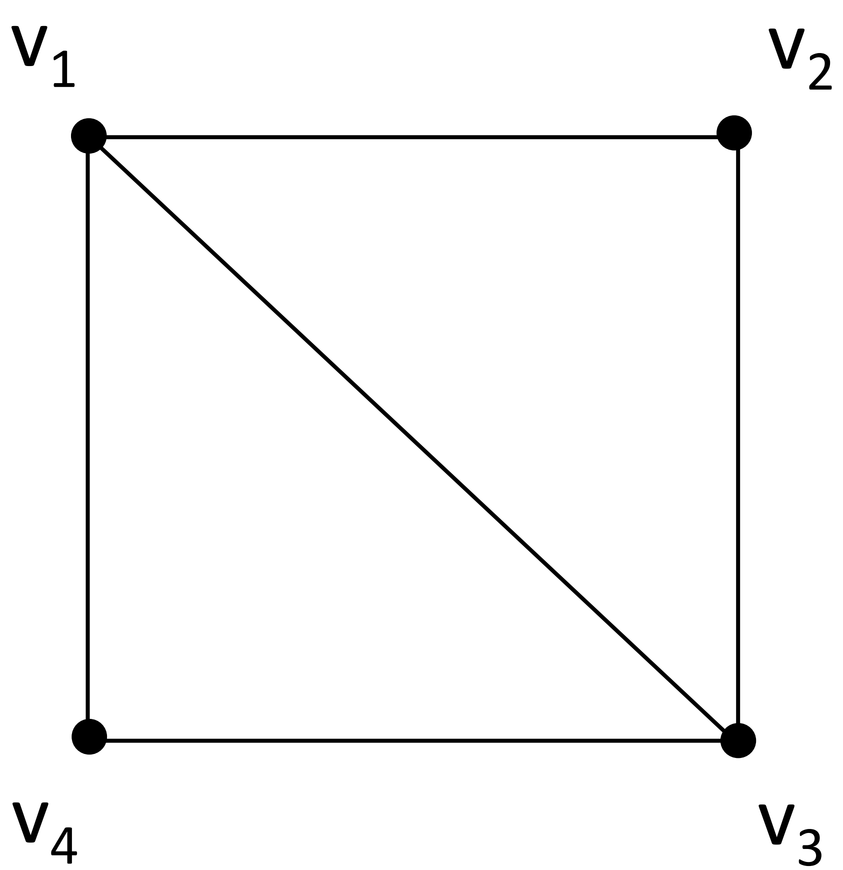


V= {1,2,3}
E= {(1,2), (1,3), (2,3)}

	1	2	3
1			
2			
3			

Matriz de Adjacência

Grafos não dirigidos: $a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{se } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

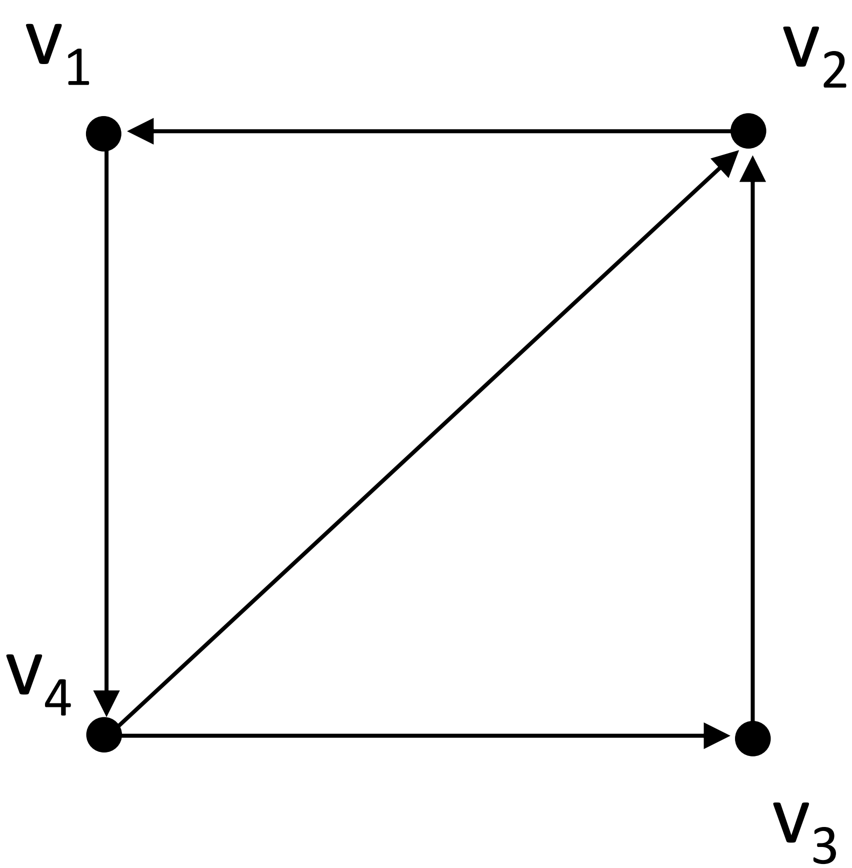
Em um grafo K_4, como seria a matriz de adjacência?

E em um grafo nulo N_4?

Matriz de Adjacência

Grafos dirigidos:

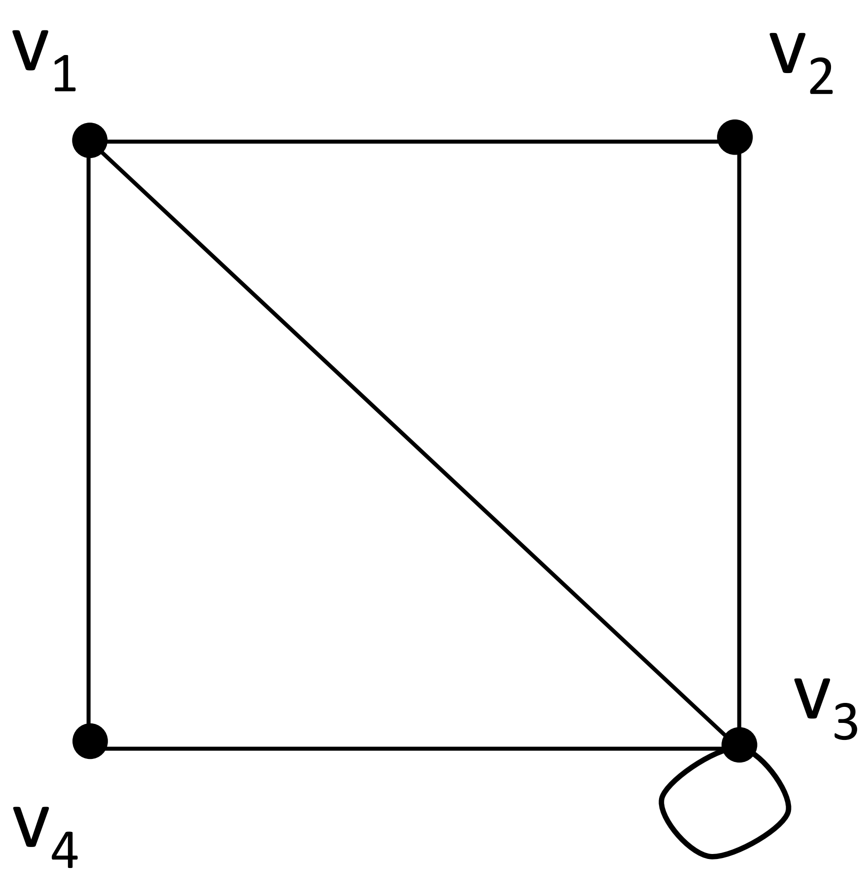
$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{se } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

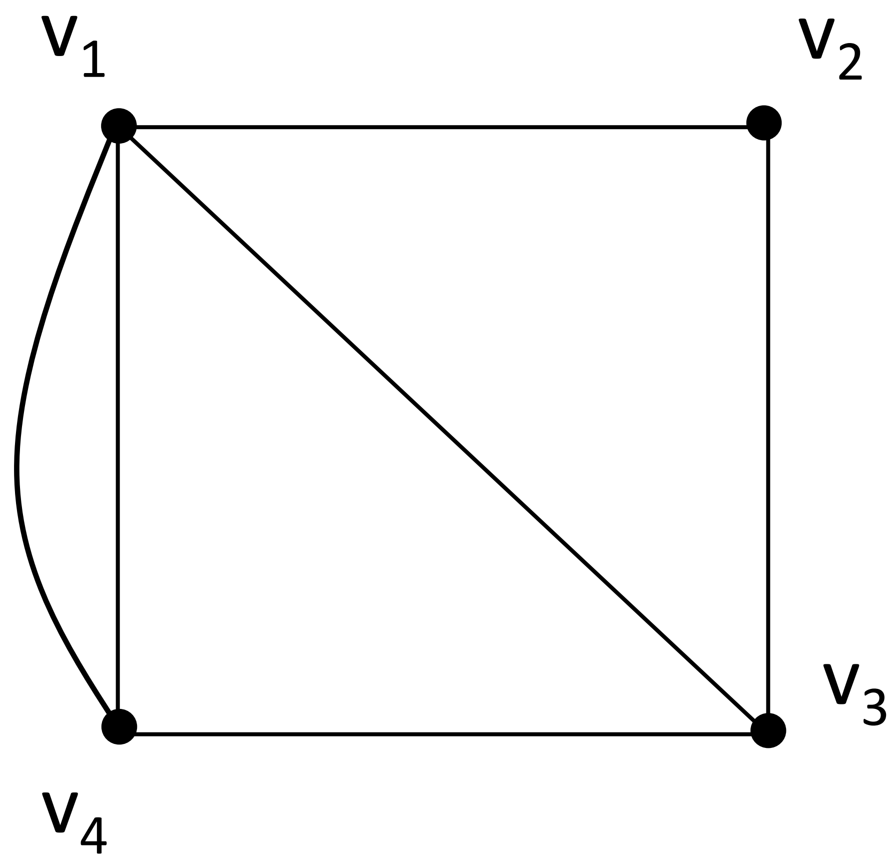
Multigrafos (laço): podemos considerar a matriz de adjacência como uma extensão da definição para grafos simples, onde cada elemento $a_{i,j}$ representa o número de arestas entre os vértices v_i e v_j



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

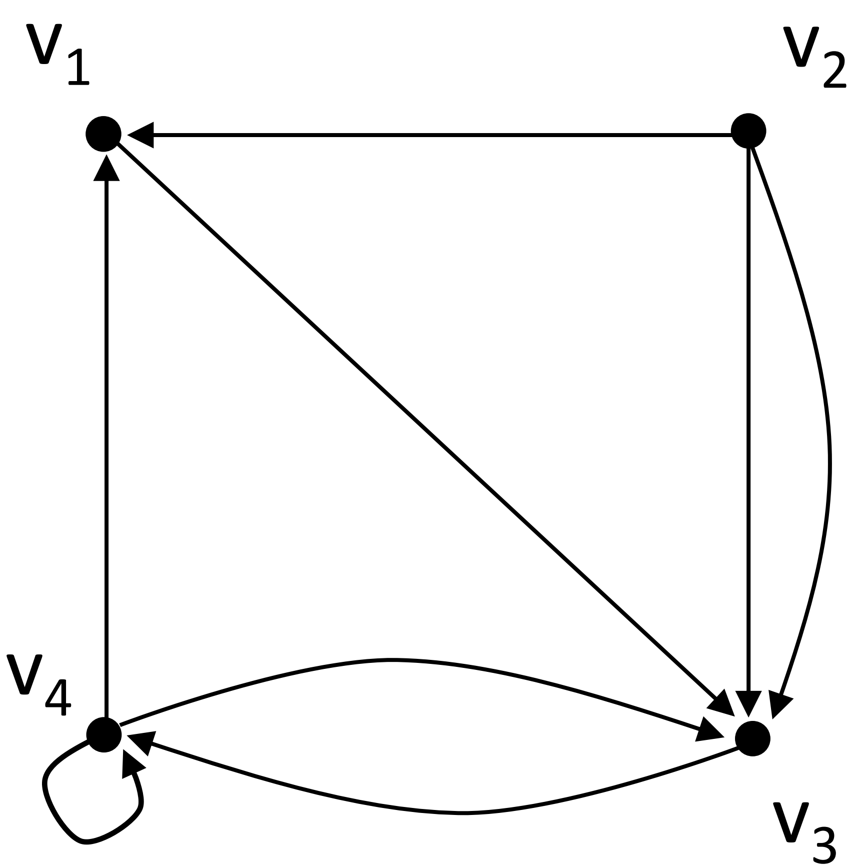
Multigrafos (arestas paralelas)



$$[A] \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

Multigrafos dirigidos:



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

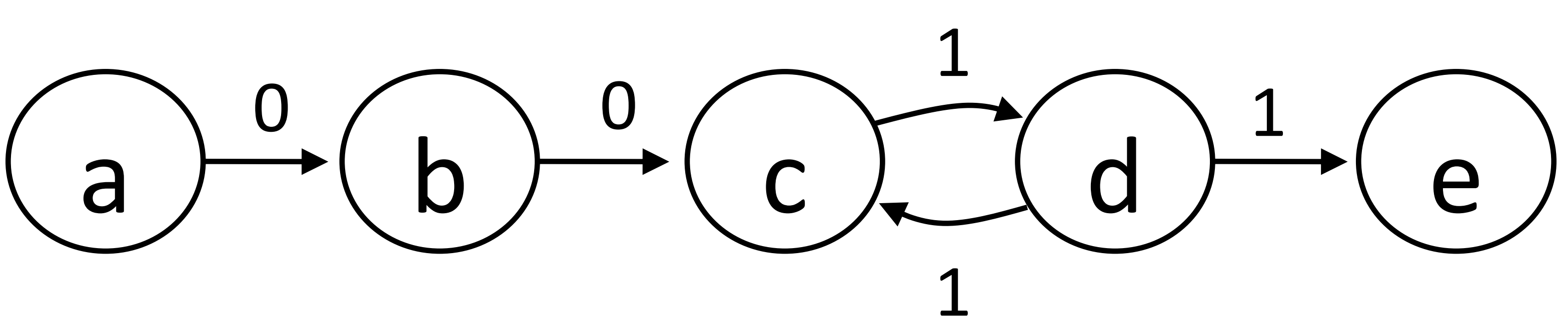
Um grafo simples valorado pode ser representado por sua matriz de custo $W = [\ w_{i\,j}]$, onde

$$w_{i,j} = \begin{cases} \text{custo da aresta, se } (v_i, v_j) \in E \\ 0 \text{ ou } \infty, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Matriz de Adjacência

Arestas valoradas:

$$w_{i,j} = \begin{cases} \text{custo da aresta, se } (v_i, v_j) \in E \\ 0 \text{ ou } \infty, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

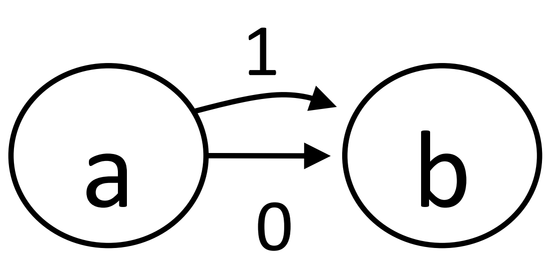


$$[A] \begin{vmatrix} \infty & 0 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & \infty & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

Arestas valoradas e com arestas paralelas:

$$w_{i,j} = \begin{cases} \text{custo da aresta, se } (v_i, v_j) \in E \\ 0 \text{ ou } \infty, \text{ caso contrário} \end{cases}$$



Não é possível sem utilizar estruturas auxiliares

Listas de Adjacência

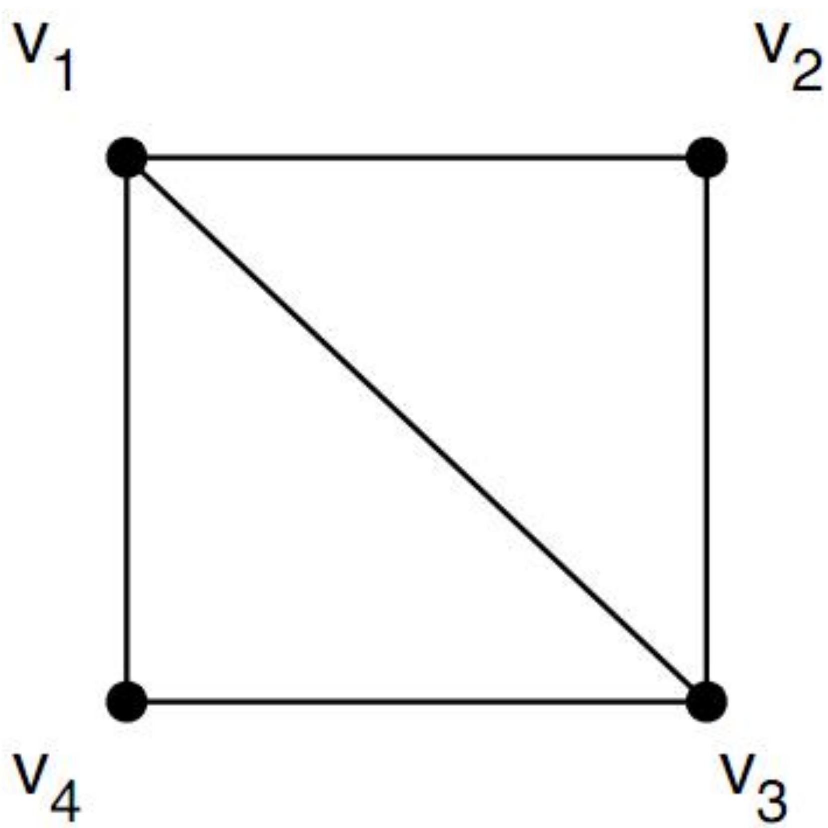
A estrutura de listas de adjacência de um grafo G = (V, E) consiste em um arranjo de *n* listas de adjacência, denotadas por *Adj[v]*, uma para cada vértice *v* do grafo.

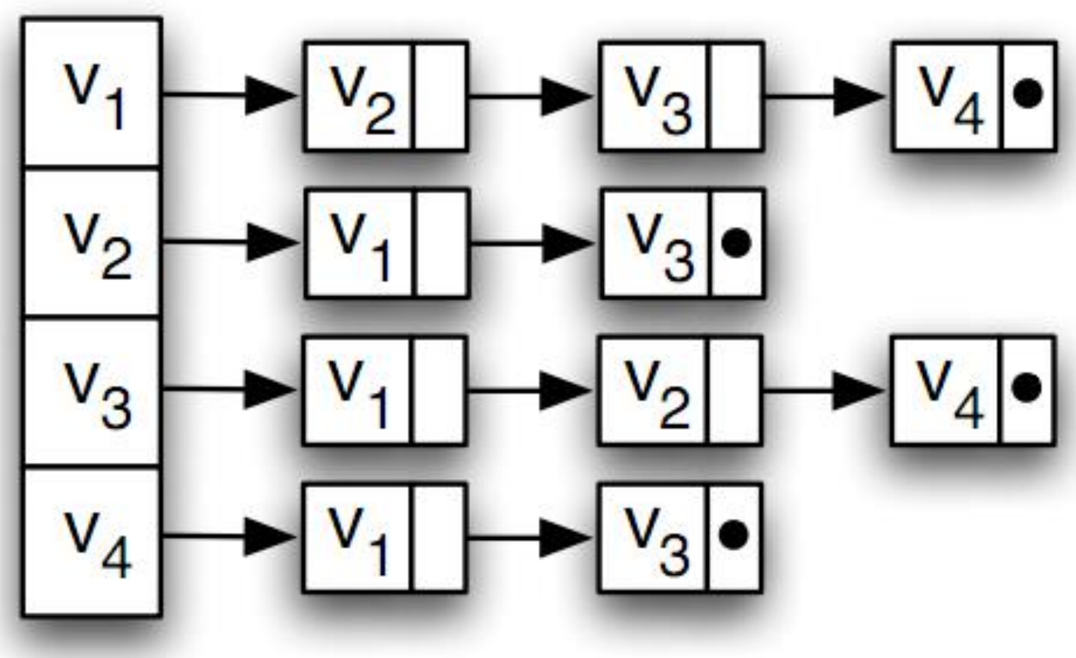
Cada lista *Adj[v]* é composta por referências aos vértices adjacentes a *v*, representando individualmente as arestas do grafo.

As listas *Adj[v]* podem ser armazenadas em vetores, listas encadeadas ou estruturas de conjuntos de vértices.

Listas de Adjacência

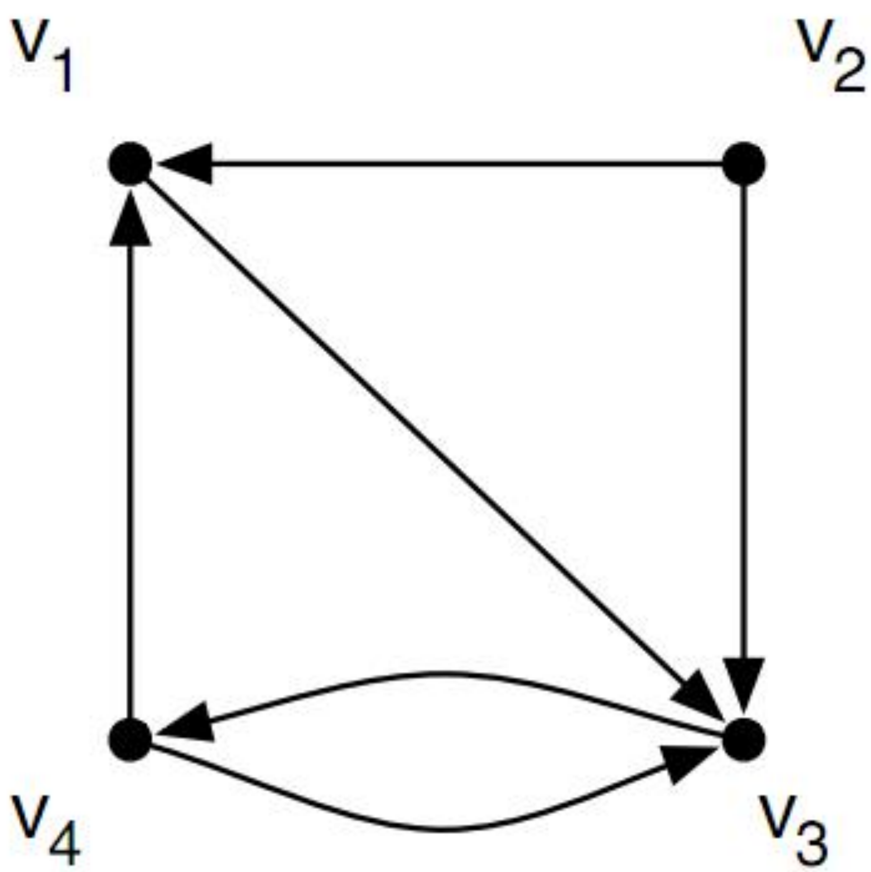
Grafos não dirigidos

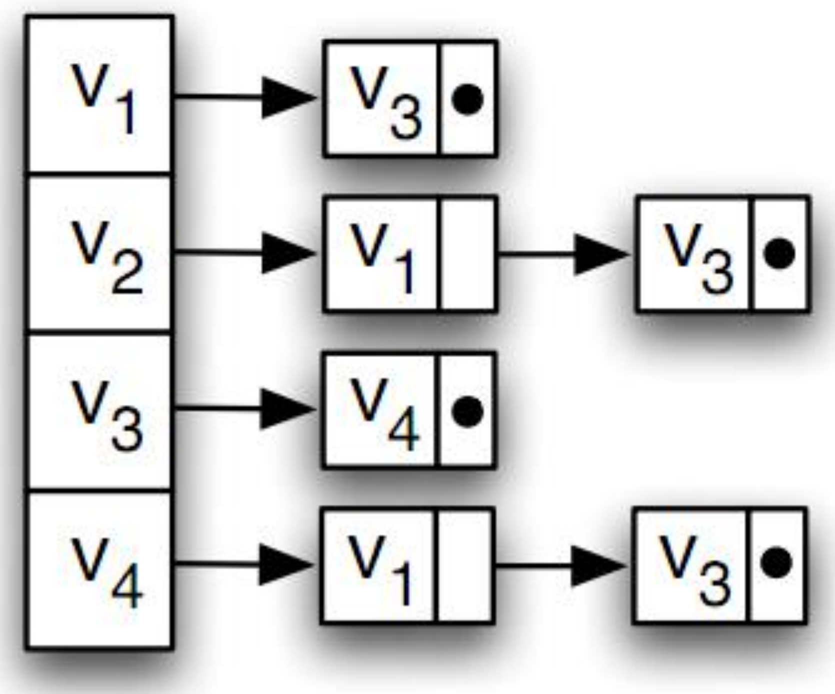




Listas de Adjacência

Grafos dirigidos





Lista x Matriz de Adjacência

Vantagem?

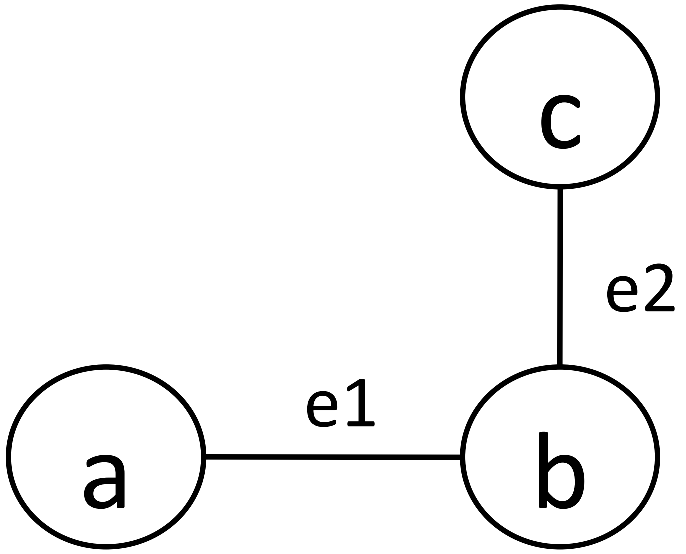
Desvantagem?

Matriz de Incidência

A matriz de incidência possui a seguinte dimensão:

$|V| \times |A|$

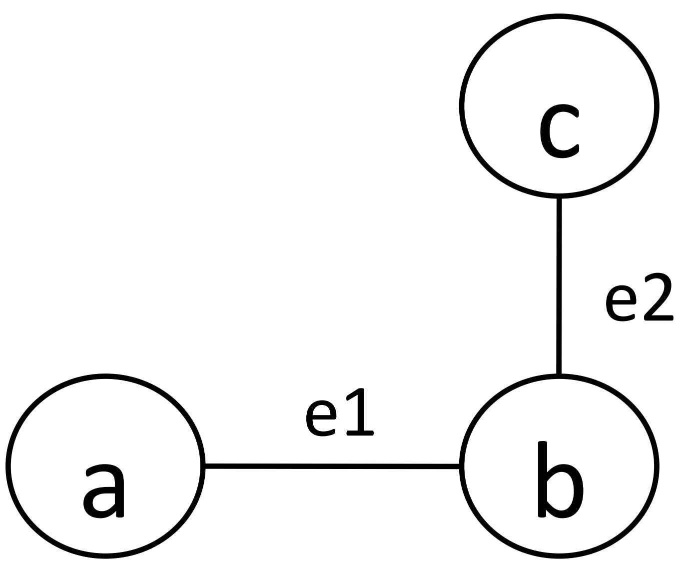
Suponha a matriz $M_{|V| \times |A|}$



$$M_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ se a aresta j incide no vértice i} \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$

Matriz de Incidência

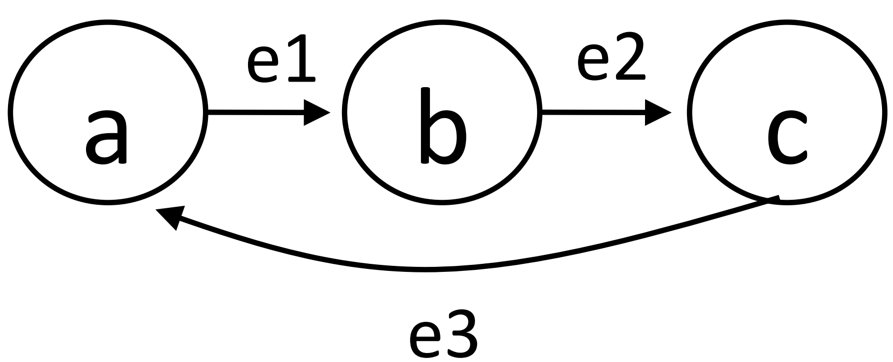
$$M_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$



	e_1	e_2
a	1	0
b	1	1
c	0	1

Matriz de Incidência

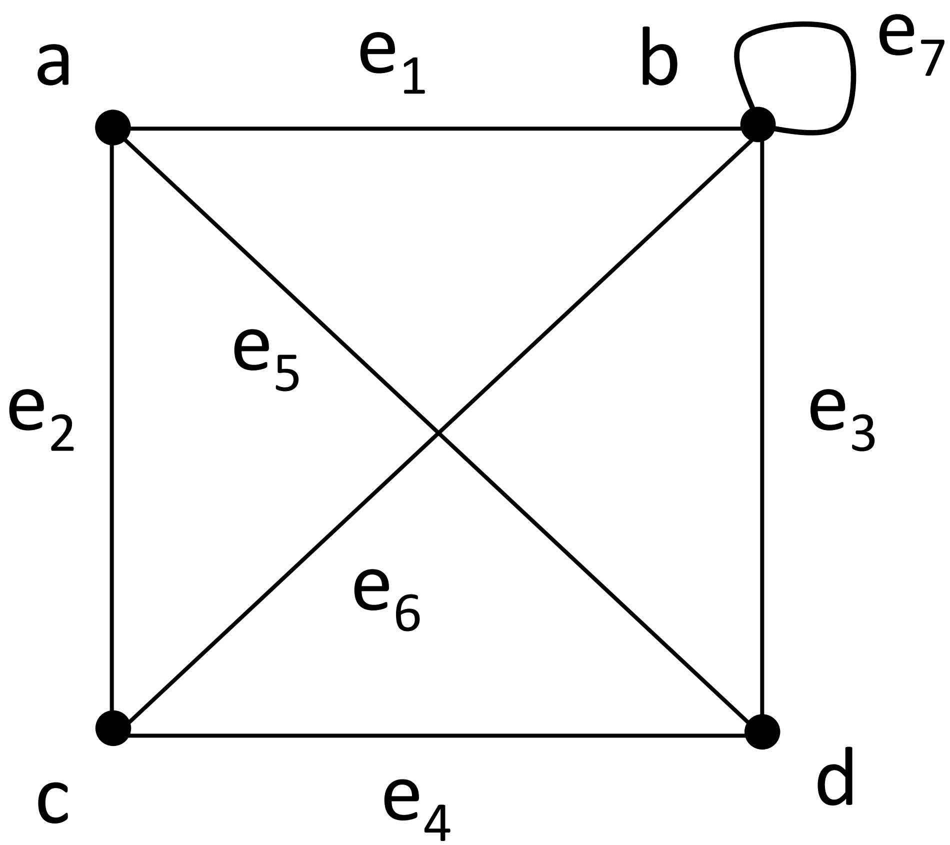
$$M_{i,j} = \begin{cases} -1, \text{ se a aresta j tem como origem o vértice i} \\ +1, \text{ se a aresta j tem como destino o vértice i} \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$



$$\begin{array}{c|ccc|} & e_1 & e_2 & e_3 \\ a & -1 & 0 & +1 \\ b & +1 & -1 & 0 \\ c & 0 & +1 & -1 \end{array}$$

Matriz de Incidência

Multigrafos (laço)

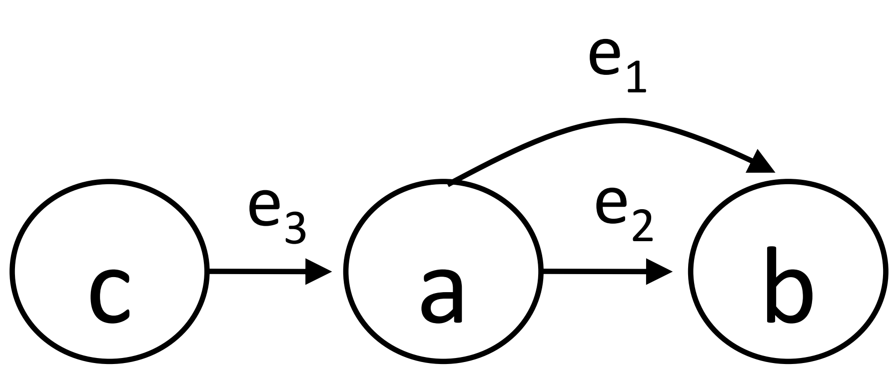


	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
a	1	1	0	0	1	0	0
b	1	0	1	0	0	1	2
c	0	1	0	1	0	1	0
d	0	0	1	1	1	0	0

Matriz de Incidência

Multigrafos (arestas paralelas)

$$M_{i,j} = \begin{cases} -1, \text{ se a aresta j tem como origem o vértice i} \\ +1, \text{ se a aresta j tem como destino o vértice i} \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$

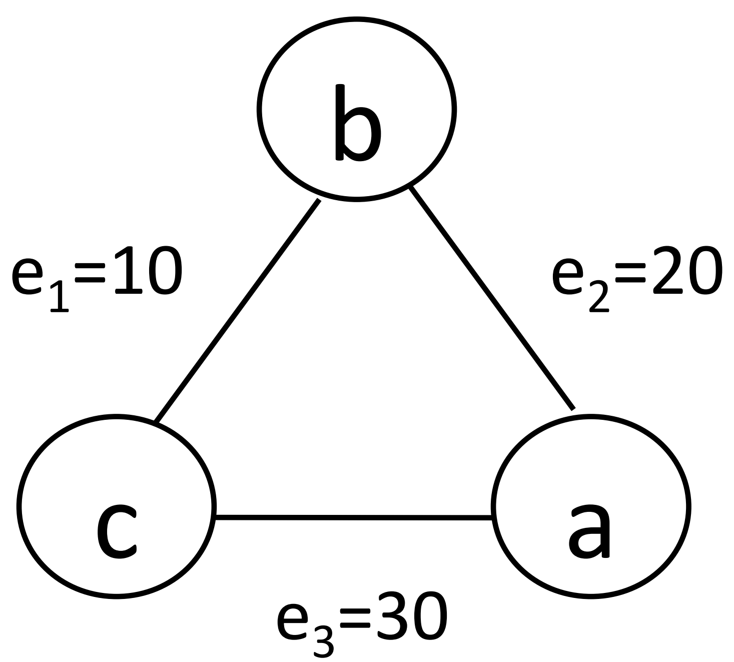


$$\begin{array}{c|ccc|} & e_1 & e_2 & e_3 \\ \hline a & -1 & -1 & +1 \\ b & +1 & +1 & 0 \\ c & 0 & 0 & -1 \end{array}$$

Matriz de Incidência

Arestas valoradas

$$M_{i,j} = \begin{cases} c_j, \text{ se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ \infty, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$



	e_1	e_2	e_3
a	∞	20	30
b	10	20	∞
c	10	∞	30

Próxima aula...

ALGORITMOS DE BUSCA