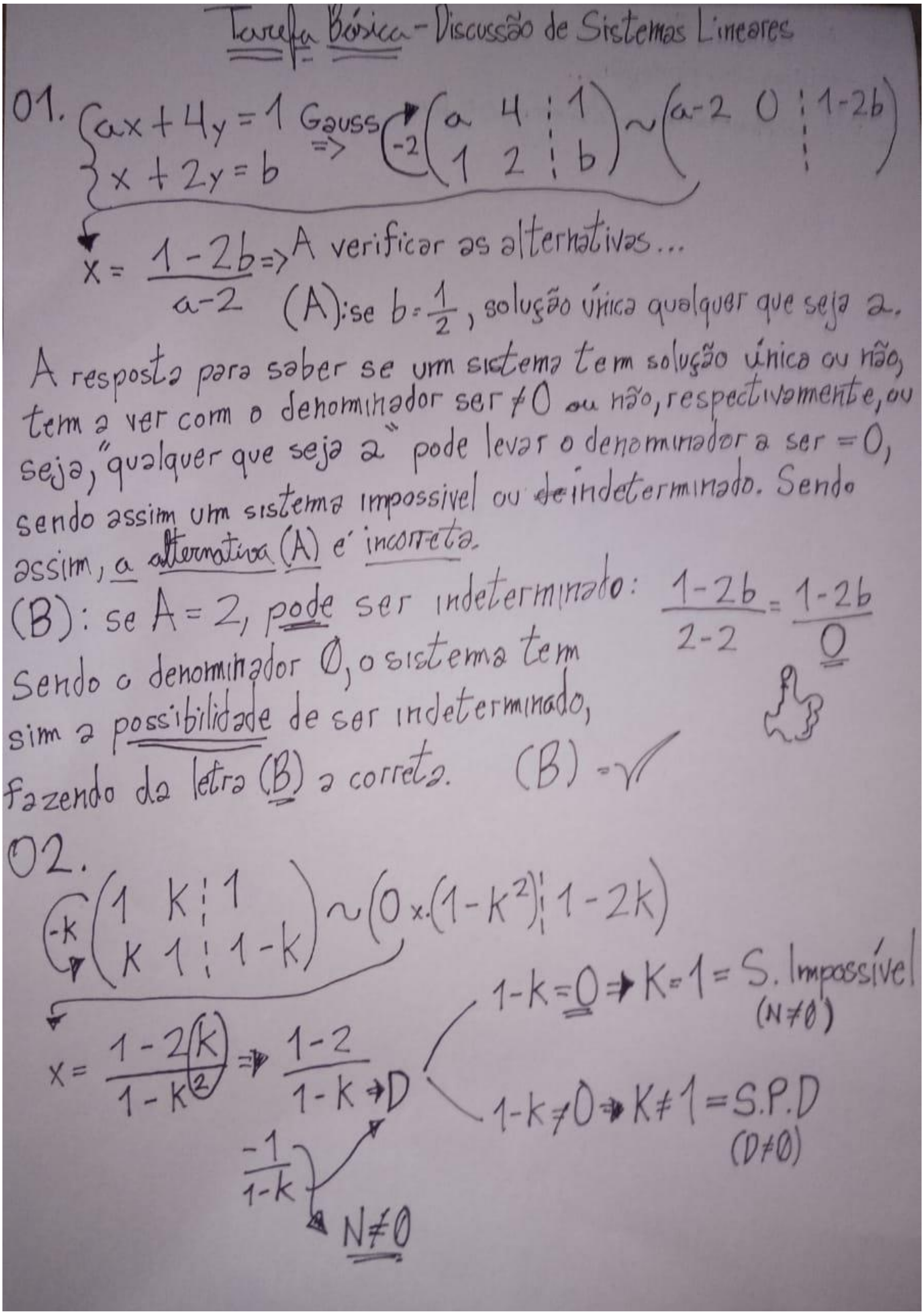
Discussão sobre Sistemas Lineares - Sistema Linear Homogêneo

Tarefa Básica – CTII 317 – Eduardo Lemos



Tarefa Básica - Discussão de Sistemas Lineares

01. $\begin{cases} ax+4y=1 \\ x+2y=b \end{cases}$ Gauss ⇒ $\overset{-2}{\curvearrowright}\left(\begin{array}{cc|c} a & 4 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} a-2 & 0 & 1-2b \\ & & \end{array}\right)$

$x = \dfrac{1-2b}{a-2}$ ⇒ A verificar as alternativas...

(A): se $b = \frac{1}{2}$, solução única qualquer que seja a.

A resposta para saber se um sistema tem solução única ou não, tem a ver com o denominador ser $\neq 0$ ou não, respectivamente, ou seja, "qualquer que seja a" pode levar o denominador a ser $=0$, sendo assim um sistema impossivel ou ~~de~~ indeterminado. Sendo assim, a alternativa (A) é incorreta.

(B): se $A = 2$, pode ser indeterminado: $\dfrac{1-2b}{2-2} = \dfrac{1-2b}{0}$

Sendo o denominador 0, o sistema tem sim a possibilidade de ser indeterminado, fazendo da letra (B) a correta. (B) = ✓

02.

$\overset{-k}{\curvearrowright}\left(\begin{array}{cc|c} 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1-k \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 0 & x.(1-k^2) & 1-2k \end{array}\right)$

$x = \dfrac{1-2k}{1-k^2} \Rightarrow \dfrac{1-2}{1-k} \rightarrow D$

$\dfrac{-1}{1-k} \rightarrow N \neq 0$

$1-k=0 \Rightarrow K=1$ = S. Impossível $(N \neq 0)$

$1-k \neq 0 \Rightarrow K \neq 1$ = S.P.D $(D \neq 0)$

Continuação da 02.

A verificar as afirmações...

I - Falsa, mesmo se o denominador for 0 ($k=1$), o numerador sendo diferente de 0 sempre impedirá o sisteima de ser indeterminado.

II - Falsa, admitindo $k=1$, o ~~detern~~ (denominador) se torna nulo, e o sistema impossível.

III - Falsa, tem solução única para vários valores de k, desde que esse não seja 1 e torne o denominador nulo.

Solução da 02.: Todos falsos, alternativa (D)

03.

a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & c & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 & 2 \end{array}\right. = \begin{array}{c} 8-(3c+2) \\ \underline{\underline{6-3c}} \end{array}$$

b-) Sabendo que o $\det A$, seria, pela regra de Kramer, o denominador de uma fração para descobrir uma incógnita ($x = \frac{D_x}{D}$, por exemplo), esta não pode ser nula. Sendo assim, temos:

$$\det A = 6-3c \neq 0$$

$$-3c \neq 6$$

$$(x-1) -c \neq \frac{6}{3} \cdot (x-1)$$

$$c \underline{\underline{\neq}} 2 \xrightarrow{\text{ou seja:}} S = \{c \in \mathbb{R} \mid c < 2 < c\}$$

ou

$$S = \{c \in \mathbb{R} - \{2\}\}$$

04.

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 12 & -k & 1 & 12 & -k \\ 36 & 0 & +k & 36 & 0 \end{array}\right| = -k^2-36+12k = \text{Denominador de S.P.D.}$$

$\neq$ logo,

$$-k^2+12k-36 \neq 0$$

$a=-1,\ b=12,\ c=-36$

$\Delta = b^2-4.a.c \ // \ \Delta = 12^2-4.-1.-36 \Rightarrow 144-144=0$

$$k \neq \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \Rightarrow \frac{-12 \pm 0}{-2.-1} = \frac{-12}{-2} = \underline{\underline{6}} \Rightarrow k \neq 6,$$ Alternativa $(\underline{E})$

05.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & 6 \\ 2 & 1 & -1 & \vdots & -3 \\ 1 & 2 & -1 & \vdots & -5 \end{pmatrix} \overset{-2,\ -1}{\sim} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 & \vdots & -15 \\ 0 & 3 & -2 & \vdots & -11 \end{pmatrix} -1 \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \vdots & 4 \end{pmatrix}$$

$\underline{\underline{1.z=4}}. \Rightarrow 3y-2z=-11$

$3y=-11+8$

$\underline{y} = \frac{-3}{3} = \underline{-1} \Rightarrow$

$x-y+z=6$

$x-(-1)+4=6$

$x+5=6$

$\underline{x} = 6-5 = \underline{1}$

SPD;

$x.y.z = 1.-1.4 = -4 = (B)$