Exercícios - Matrizes - Conceitos Iniciais – Tarefa Básica – CTII 317

04.05.2021

Tarefa Básica - Matemática - CTII 317

Eduardo Pecoto Semos - Professor Luciano Reis

Resoluções

01. $A=(a_{ij})_{3\times 2}$ definida pela lei: $a_{ij}=2i+3j$.

$$A=\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 21 & 22 \\ 31 & 32 \end{bmatrix} \xrightarrow{a_{ij}=2i+3j} \begin{cases} a_{11}=2.1+3.1 = a_{11}=2+3=5_{11} \\ a_{12}=2.1+3.2=a_{12}=2+6=8_{12} \\ a_{21}=2.2+3.1=a_{21}=4+3=7_{21} \\ a_{22}=2.2+3.2=a_{22}=4+6=10_{22} \\ a_{31}=2.3+3.1=a_{31}=6+3=9_{31} \\ a_{32}=2.3+3.2=a_{32}=6+6=12_{32} \end{cases}$$

$$\text{Resposta}=A=\begin{bmatrix} 5_{11} & 8_{12} \\ 7_{21} & 10_{22} \\ 9_{31} & 12_{32} \end{bmatrix}$$

02. $A=(a_{ij})_{2\times 2}$, onde: $a_{ij}=i^2+4j^2$, tem a seguinte representação

$$A=\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 21 & 22 \end{bmatrix} \xrightarrow{a_{ij}=i^2+4j^2} \begin{cases} a_{11}=1^2+4.(1)^2 \\ a_{11}=1+4.1=1+4=5_{11} \\ a_{12}=1^2+4.(2)^2 \\ a_{12}=1+4.4=1+16=17_{12} \\ a_{21}=(2)^2+4(1)^2 \\ a_{21}=4+4.1=4+4=8_{21} \\ a_{22}=2^2+4.(2)^2 \\ a_{22}=4+4.4=4+16=20_{22} \end{cases}$$

$$\text{Solução}=A=\begin{bmatrix} 5_{11} & 17_{12} \\ 8_{21} & 20_{22} \end{bmatrix}=(A)$$

$\boxed{x = \sqrt{z}}$

03. Determine x, y, e z de modo que se tenha:

$$\begin{bmatrix} 1 & x+2 \\ y-1 & z+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -x \\ 2y & -2z \end{bmatrix}$$

* $x+2=-x \Rightarrow +2=-x-x \Rightarrow +2=-2x = \frac{2}{2}=-x \,/\, x=-1$
* $2y=y-1 \Rightarrow 2y-y=-1 \Rightarrow y=-1$
* $z+1=-2z \Rightarrow 1=-2z-z \Rightarrow 1=-3z \Rightarrow -\frac{1}{3}=z$

Solução= $x=-1 \,/\, y=-1 \,/\, z=\frac{-1}{3}$

04. Determine x, y e z do modo que se tenha:

$$\begin{bmatrix} 3 & -x \\ 3x & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & y \\ 2x+1 & z-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1\{\ y=-x \\ 2\{\ 3x=2x+1 \\ 3\{\ z-1=x \end{cases}$$

$2\{\ 3x=2x+1$	$1\{\ y=-x$	$3\{\ z-1=x$	Resolução:
$3x-2x=1 \Rightarrow$	$y=-(1) \Rightarrow$	$z-1=1$	$x=1 \,/\, y=-1 \,/\, z=2$
$x=1$	$y=-1$	$z=1+1$	
		$z=2$	

05.

Sabemos de 3 coisas sobre esta matriz:

1. Sabendo que o lado tem medida 1, podemos descobrir por $d = l\sqrt{2}$ - onde l é a medida do lado e d é a diagonal a ser descoberta - a distância entre os vértices diagonais.

$$d = l\sqrt{2} = 1\sqrt{2} \Rightarrow d = \sqrt{2}$$

Sendo assim, sabemos que as coordenadas da matriz que representam vértices diagonais têm, então, o valor de $\sqrt{2}$, ou seja os elementos 1,3 - 3,1 - 2,4 - 4,2 = $\sqrt{2}$

2. Além disso, sabemos que as coordenadas de números iguais, ($i=j$) representam, pela regra de formação, a distância de certo vértice até eles mesmo, ou seja, a diagonal principal (1,1 - 2,2 - 3,3 - 4,4) está repleta de zeros.

3. Para finalizar, as coordenadas que sobraram tem o valor de 1, por representarem a distância de um vértice até outro que não seja oposto a ele por diagonal. Com estes 3 conhecimentos, podemos ver que a matriz ficará assim:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$ Ou seja, a alternativa correta é a letra (B).

FORONI

06. Sendo $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, calcule o valor de $2A - B$

$2A - B = ?$

$2 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} - B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$-2 - 0 = -2 \,//\, 4 - (-2) = 4 + 2 = 6 \,//\, 6 - 1 = 5$

Resolução = $2A - B = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (D)$

07.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $B^t = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A - B^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1 - (-1) = 1 + 1 = \underline{2} \\ 2 - 2 = \underline{0} \,//\, 3 - 3 = \underline{0} \\ 4 - 0 = \underline{4} \,//\, 5 - 2 = \underline{3} \\ 6 - 1 = \underline{5} \end{cases}$

Resolução = $A - B^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = (B)$

08. Simétrica = $A = A^t$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2y \\ x & 0 & -z \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \text{Simétrica}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & x & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2y & -z & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2y \\ x & 0 & -z \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Então... $x+y+z = ?$

$x = -1$ // $2y = -4 \Rightarrow y = \frac{-4}{2} \Rightarrow y = -2$ // $-z = 3$

$z = -3$

Então:

Resolução: $x+y+z = (-1)+(-2)+(-3) = -1+2-3$

$x+y+z = -2 = (A)$

09: $A = (a_{ij})_{3\times2} \rightarrow a_{ij} = i+j$ se $i \neq j$ / $a_{ij} = 1$ se $i = j$

$B = (b_{ij})_{3\times2} \Rightarrow b_{ij} = 0$, se $i \neq j$ / $b_{ij} = 2i-j$, se $i = j$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$a_{11} = i=j = a_{11} = 1_{//11}$

$a_{12} = i \neq j = a_{12} = 1+2 = 3_{//12}$

$a_{21} = i \neq j = a_{21} = 2+1 = 3_{//21}$

$a_{22} = i=j = a_{22} = 1_{//22}$

$a_{31} = i \neq j = a_{31} = 3+1 = 4_{//31}$

$a_{32} = i \neq j = a_{32} = 3+2 = 5_{//32}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$b_{12}, b_{21}, b_{31}, b_{32} = i \neq j = 0_{//}$

$b_{11} = i \neq j = 2i - j = b_{11} = 2.1-1 = 2-1 = 1_{//11}$

$b_{22} = i = j = 2i - j = b_{22} = 2.2-2 = 4-2 = 2_{//22}$

Continuação da 9. 2

Então... $A+B=?$

Resolução = $A+B \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = 9 = (B)$

10. $M = \begin{bmatrix} x & 8 \\ 10 & y \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} y & 6 \\ 12 & x+4 \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 7 & 16 \\ 23 & 13 \end{bmatrix}$

$\frac{3}{2}M + \frac{2}{3}N = P$; logo $y-x=?$

$\frac{3}{2}M = \begin{bmatrix} x & 8 \\ 10 & y \end{bmatrix} \cdot \frac{3}{2} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}x & 12 \\ 15 & \frac{3}{2}y \end{bmatrix}$

$+$

$\frac{2}{3}N = \begin{bmatrix} y & 6 \\ 12 & x+4 \end{bmatrix} \cdot \frac{2}{3} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}y & 4 \\ 8 & \frac{2x+8}{3} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 7 & 16 \\ 23 & 13 \end{bmatrix}$

$\frac{3x}{2} + \frac{2y}{3} = 7 \,//\, \frac{9x}{\cancel{6}} + \frac{4y}{\cancel{6}} = \frac{42}{\cancel{6}} \,//\, 9x + 4y = 42 \ (I)$

$\frac{3y}{2} + \frac{2x+8}{3} = 13 \,//\, \frac{9y}{\cancel{6}} + \frac{4x+16}{\cancel{6}} = \frac{78}{\cancel{6}} \,//\, 9y + 4x = 78 - 16$

$9y + 4x = 62 \ (II)$

Subtraindo a equação (II) da (I)

$9y - 4y + 4x - 9x = 62 - 42$

$5y - 5x = 20$

$5(y-x) = 20$

$(y-x) = \frac{20}{5}$

$y - x = 4$

Resolução $= y - x = 4 = (B)$