Multiplicação de Matrizes - Propriedades do produto matricial - Tarefa Básica – Eduardo Lemos – CTII 317

Tarefa Básica - Matemática - CTII 317
Eduardo P. Lemos - Professor Luciano Reis
Resolução
Multiplicação de Matrizes

01.

$$A_{2\times 2} \cdot B_{2\times 3} = \exists = AB_{2\times 3}$$
$$\underbrace{\;}_{=}$$

$$B_{2\times 3} \cdot A_{2\times 2} = \nexists = BA \text{ não existe.}$$
$$\underbrace{\;}_{\neq}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AB = A\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3-1 & 6+3 & 0-4 \\ 0+2 & 0-6 & 0+8 \end{bmatrix}$$

$$\text{Resolução} = AB = \begin{bmatrix} -4 & 9 & -4 \\ 2 & -6 & 8 \end{bmatrix}; \; BA \text{ não existe}$$

02.

$$A_{2\times 3} \cdot B_{3\times 2} = \exists = AB_{2\times 2}$$
$$\underbrace{\;}_{=}$$

$$B_{3\times 2} \cdot A_{2\times 3} = \exists = BA_{3\times 3}$$
$$\underbrace{\;}_{=}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15+2+4 & -10-6+0 \\ 21+4-12 & -14-12+0 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{11}{15-14} & \underset{12}{6-8} & \underset{13}{-3-6} \\ \underset{21}{5-21} & \underset{22}{2-12} & \underset{23}{-1-9} \\ \underset{31}{-20+0} & \underset{32}{-8+0} & \underset{33}{+4+0} \end{bmatrix}$$

Resolução da 02.

R.: $\underline{AB} = \begin{bmatrix} 21 & -16 \\ 13 & -26 \end{bmatrix}$; $BA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -9 \\ -16 & -10 & -10 \\ -20 & -8 & 4 \end{bmatrix}$

03. $A_{2\times2} \cdot A^t_{2\times2} = E = AA^t_{2\times2}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cancel{0} & 2 \end{bmatrix}$; $A^t = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$AA^t = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \frac{1+0}{-1+0} & \frac{-1+0}{1+4} \end{matrix} = $ R.: $AA^t = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

Alternativa (B) Correta

04.

$C = A_{2\times3} \cdot B_{3\times1} = \exists = C_{2\times1} \Rightarrow c_{21} = ?$

$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \frac{1+4+15}{c_{11}} \\ \frac{3+8+18}{c_{21}} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 20_{11} \\ 29_{21} \end{bmatrix} = c_{21} = 29 = (A)$

R.: (A) = 29

05.

a-) $$A_{2x4} = \begin{array}{c|} \begin{bmatrix} 25 & 50 & 200 & 20 \\ 28 & 60 & 150 & 22 \end{bmatrix} & \begin{matrix} R1 \\ R2 \end{matrix} \end{array}$$

$$B_{4x2} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1{,}0 & 1{,}0 \\ 8{,}0 & 10{,}00 \\ 0{,}9 & 0{,}8 \\ 1{,}5 & 1{,}0 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} F1 & \quad F2 \end{matrix} \end{array}$$

b-)
$$A_{2x4} \cdot B_{4x2} = \exists = AB_{2x2}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 25 & 50 & 200 & 20 \\ 28 & 60 & 150 & 22 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1{,}0 & 1{,}0 \\ 8{,}0 & 10{,}0 \\ 0{,}9 & 0{,}8 \\ 1{,}5 & 1{,}0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} \underset{11}{\underline{25+400+180+30}} & \underset{12}{\underline{25+500+160+20}} \\ \underset{21}{\underline{28+480+135+33}} & \underset{22}{\underline{28+600+120+22}} \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 635 & 705 \\ 676 & 770 \end{bmatrix} & \begin{matrix} R1 \\ R2 \end{matrix} \end{array} \\ \begin{matrix} F1 & \quad F2 \end{matrix} \end{array}$$

Lucro = $705 - 635 = R\$\ 70{,}00$ +
$770 - 676 = R\$\ 94{,}00$

R.: R\$ 164,00

06. A · B = C

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \alpha & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_{21,22} \cdot B_{12,22} = C_{22}$

$\alpha \cdot 1 + 1.0 = 1$

$\alpha + 0 = 1$ = Solução => $\alpha = 1$ = (E)

Particularidades do produto matricial

01. $A = A_{m \times n}$; $B = B_{p \times q}$

(A): $(A^t)^t = A$ e $(B^t)^t = B$

$(A_{m \times n}{}^t)^t = A_{m \times n}$ e $(B_{p \times q}{}^t)^t \Rightarrow (A_{n \times m})^t = A_{m \times n}$ e $(B_{q \times p})^t = B_{p \times q}$

$(A_{m \times n}) = A$ e $(B_{p \times q}) = B_{p \times q}$ => Verdadeiro = R.: (A)

02. A, B e C = n x n

(A) AB = BA => De modo geral, não. => Falso

(B) Se AB = AC, então B = C => Não necessariamente, quando se trata de matrizes => Falso

(C) Se $A^2 = O_n$ (Matriz nula), então $A = O_n$ => De modo geral, também não => Falso

(D) (AB).C = A(BC) => Propriedade Associativa => Verdadeiro

R.: (D)

03.

Sabendo que C = Produto do preço das substâncias das formulas, sabemos que X => A, Y => B, Z => C, então:

$$C = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 5x + 8y + 10z \\ 9x + 6y + 4z \end{bmatrix} \\ \hat{A} \quad \hat{B} \quad \hat{C} \end{array} \begin{array}{l} \text{Dengue Ax} \\ \text{Chicungunha Ax} \\ \end{array}$$

Se C = Formulas x Preço, A única alternativa que corresponde a isto é:

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 9 & 6 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \text{Alternativa (B)}$$

04.

$$A_{3x3} \Rightarrow \underset{3x3}{A} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a.1 + d.0 + g.0 = 1 \\ a = 1 \\ b.1 + e.0 + h.0 = 4 \\ b = 4 \\ c.1 + f.0 + i.0 = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \text{1ª linha da transposta de A;}$$

Alternativa correta = (C)