# Opções de Juros - Dia 1 - Parte 1

Marcos Costa Santos Carreira

CMAP - Ecole Polytechnique

XP Investimentos - 03-Jun-2017

#### Conteúdo

- Abertura do curso, objetivos
  - Pré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- 3 IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

- Abertura do curso, objetivosPré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

# O que vocês já conhecem

- Estatística básica
  - Volatilidade
- Conceitos de cálculo
  - Derivadas parciais
  - Minimização
- Álgebra Linear
  - Vetores, matrizes e operações
  - Componentes principais
- Finanças
  - Valor presente
  - Contratos futuros
  - Opções

# O que vamos discutir

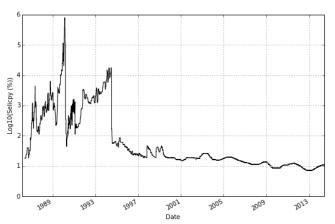
- A dinâmica dos ativos base operados
  - CDI e SELIC
  - Taxas de juros (spot e forward)
- O que muda na modelagem das opções destes ativos
- Gerenciamento de risco

# Objetivos

- Uma maior familiaridade com modelagem de opções
- Ampliar conceitos de risco
- Fortalecer conceitos para análise histórica dos mercados de juros

- Abertura do curso, objetivosPré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

#### Taxas overnight eram altas



#### 30 anos atrás o divisor era 30

- Até 30/06/1989, as taxas dos dias que precediam a fins de semana e feriados eram divididas pelo número de dias destes, de forma a mostrar a taxa over paga pelos dias não úteis.
- Até 31/05/1990, taxas divulgadas ao ano de 360 dias, com expressão linear.
  - Entre 01/06/1990 e 31/12/1997, somente taxas diárias expressas linear ao mês.
- A partir de 01/01/1998, taxas médias diárias de DI-Over e de SELIC divulgadas ao ano de 252 dias úteis, com expressão exponencial.
- Até a implantação do SPB o CDI hoje era a SELIC amanhã

# Estatísticas inteligentes

- Identificar regimes
  - Quebras estruturais
  - Não confundir com volatilidade normal
- Exemplos:
  - Plano Real
- Reuniões extraordinárias do COPOM
  - Última foi em Out-2002

- Abertura do curso, objetivosPré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

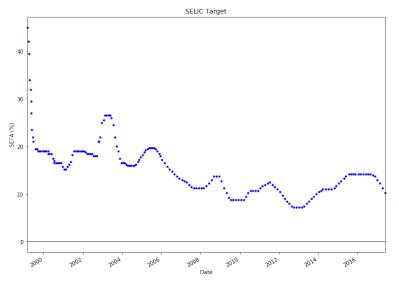
# Regras

- Determinada pelo COPOM
- Varia em múltiplos de 25bp
- Normalmente é determinada em reuniões pré-agendadas
- Calendários do ano seguinte determinados até junho do ano atual
- http://www.bcb.gov.br/Pec/Copom/Port/taxaSelic.asp

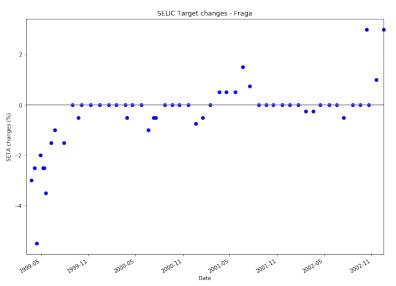
#### Extraindo os dados

- https://github.com/MarcosCarreira/BrazilianDerivatives
- Python
  - requests para acessar a URL
  - BeautifulSoup para quebrar a página nos componentes

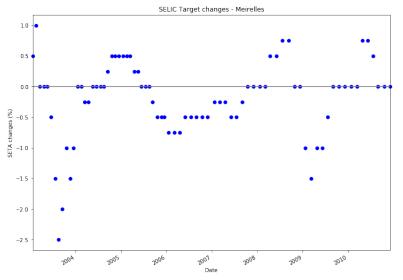
# Degraus



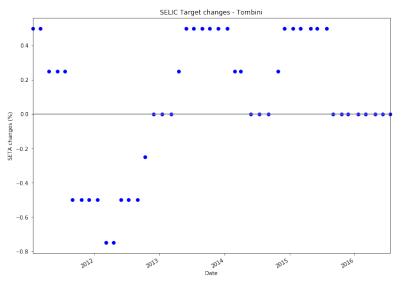
## Armínio



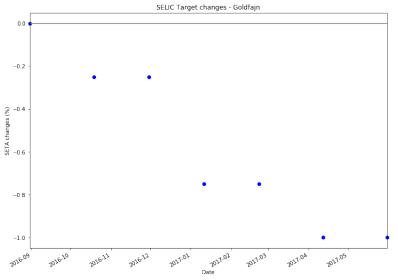
## Meirelles



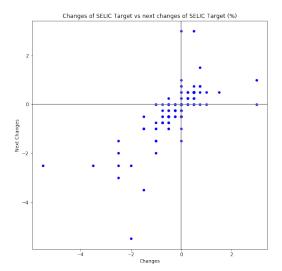
## **Tombini**



# Goldfajn



# Olhe para trás



- Abertura do curso, objetivosPré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- 3 IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE



Series updated according to the new IBGE's calculation methodology for GDP and released in March 2007.

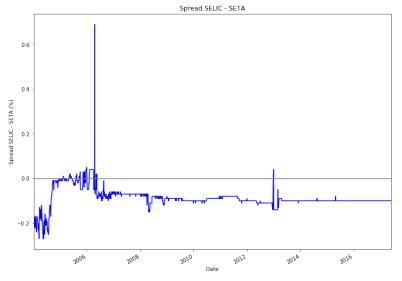
#### Search series

Select one or more series to search values

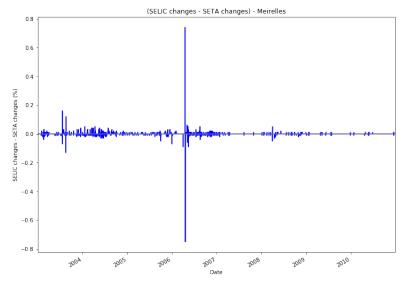
 Find more series Full name 5 △ Last value Interest rate - CDI % p.d. D 06/03/1986 29/05/2014 Cetip Interest rate - Selic target % p.y. D 05/03/1999 16/07/2014 Copom Interest rate - Selic in annual terms (basis 252) % p.y. D 04/05/1986 30/05/2014 Sisbacen PTAX860 Interest rate - CDI in annual terms (basis 252) % p.y. 06/03/1986 29/05/2014 Mark all Unmark all Take out checked series from listing above Remove

View chart View values

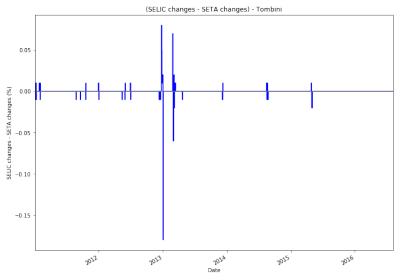
# Spreads



# Pulos



# Saltos



## **Produtos**

- LFT
- Repos
- 2013:
  - SCS
  - OC1

- Abertura do curso, objetivosPré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- 3 IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE



NOVA METODOLOGIA DE APURAÇÃO DA TAXA DI

#### TAXA DI-Cetip

#### Critério de Apuração a partir de 07/10/2013

As estatisticas do ativo Taxa DI-Cetip Over (Extra-Grupo) são calculadas e divulgadas pela Cetip, apuradas com base nas operações de emissão de Depósitos Interfinanceiros pré-fixados, pactuadas por um dia útil e registradas e liquidadas pelo sistema Cetip, conforme determinação do Banco Central do Brasil.

No universo do mercado interbancário abla seleccionadas as operações de 1 (um) dia ún! de prazo (over), considerando apenas as operações realizadas entre instituições de congiormendos diferentes (Extra-grupo), desprezando-se as demais (intra-Grupo). As estatistosa aqui apuradas são, portanto estatísticas da população DI Over (Extra-Grupo).

A nova metodología de apuração do DI propõe que o cálculo seja baseado em grupos de taxas e valores, não mais em operações.

A diferença principal deste novo tratamento é que não há mais exclusão de cinco 5% nos extremos das caudas (superior e inferior); mas sim uma diluição do percentual de alto, definido em 10%, so longo de toda a série de dados. Dessa forma, os pesos das caudas são reduzidos e proporcionalmente distribuidos nos pesos remanascentina.

FALLBACK - PROCEDIMENTO ESPECIAL PARA A APURAÇÃO DA TAXA DI

O fatback é caracterizado num cenário onde, em um dia de negociação, o número de operações usadas para o cálculo da Taxa DI seja inferior a 10 (dez). Nesta situação, a metodologia atual do DI não será aplicada e será acionado um modelo estatístico diferenciado para a apuração da Taxa DI.

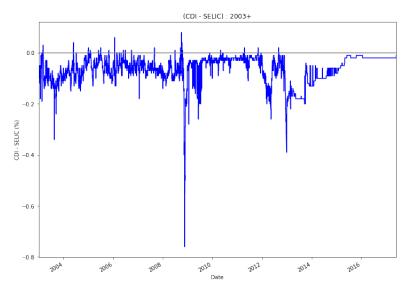
Com o intuito de prover mais simplicidade e transparência, a metodologia fallback para apuração da Taxa DI a partir da Taxa Selic Over foi alterada na revisão de 21 de julho de 2016, como divulgado através do comunicado Cedio nº 062/2016 em 8 de julho de 2016.

Dessa forma, uma vez caracterizado o falibacir, a acuração da Tava DI, para uma determinada data, é malizada através do modelo descrito abaixo:

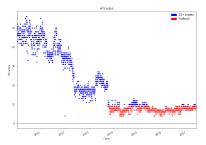
#### DI = β x SELIC

Di: Taxa Di Over do dia, apurada com duas casas decimais com arredondamento;
SELIC\*: Taxa Selic Over, apurada e divulgada no dia com duas casas decimais;
B: parâmetro com 5 casas decimais conforme detalhado no modelo abalxo.

"Em caso extraordinário de não indivigação da Tissa SELIC Over de lá a 21/10, o. Celip poderá adobte a SELIC da étida entrivir exclusivemente para o cálculo da Tissa de la participa de la composição de la compo

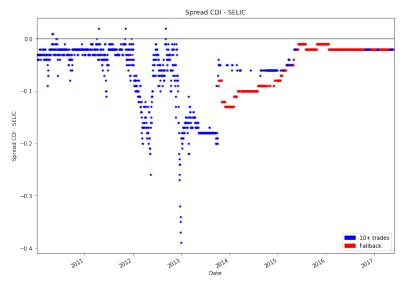


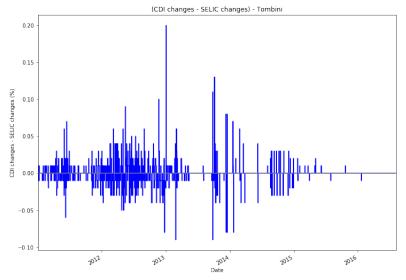
- Bancos aplicados em SELIC e captados a CDI
- Spread aumenta
- 2013: Productos indexados a SELIC na BVMF
- SCC=>SCS
- E problemas com fixing ... contribuições ao CDI somem



CDI



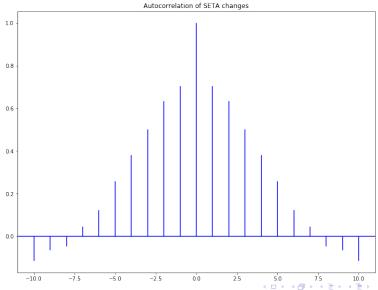




## Futuro?

- Convergência para SELIC?
- Desindexação?

- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE



# O passado sempre está presente

- A trajetória passada da meta é importante para a estimativa da trajetória futura ...
- Até não ser (31-Ago-2011)
- Comunicação (comunicado, ata, ...) ajudam a sinalizar possíveis mudanças no ritmo
- Assim como eleições freiam subidas
- Podemos usar isso na modelagem (estrutura a termo)

- Abertura do curso, objetivos
  - Pré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- 3 IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

#### Taxas fixas e flutuantes

• Taxa do prazo equivalente ao accrual:

• 
$$(1 + r_{0,N})^{\frac{N}{252}} = \prod_{j=0}^{N-1} (1 + CDI_j)^{\frac{1}{252}}$$

CDI médio equivalente ao accrual:

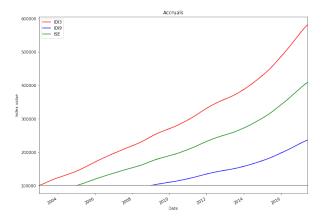
• 
$$(1+r_{0,N})^{\frac{N}{252}} = \prod_{j=0}^{N-1} (1+r_{0,N})^{\frac{1}{252}}$$

- O CDI varia no tempo (em degraus), portanto muito provavelmente o CDI nunca vai ser igual à taxa média
- E portanto:

• 
$$\prod_{j=0}^{N-1} \left( 1 + \left( (1 + r_{0,N})^{\frac{1}{252}} - 1 \right) \cdot Perc \right) \neq \prod_{j=0}^{N-1} \left( 1 + \left( (1 + CDI_j)^{\frac{1}{252}} - 1 \right) \cdot Perc \right)$$

#### E no início ...

- Início do IDI: 02-Jan-2003
- Mas o tempo passa:



Accrual

# Porque esse spot tão grande? É para operar pior

- PV01 do DI Futuro:
  - $\bullet \ \ PV01_{DI} = PV_{DI} \cdot ModDur \cdot 1bp = \frac{100000}{(1+r)^t} \cdot \frac{t}{(1+r)} \cdot 1bp = \frac{10 \cdot t}{(1+r)^{t+1}}$
- PV01 de um IDI Futuro:
  - $PV01_{IDI} = PV_{IDI} \cdot ModDur \cdot 1bp = 100000 \cdot Accrual \cdot \frac{t}{(1+r)} \cdot 1bp = \frac{10 \cdot t}{(1+r)} \cdot Accrual$
- Número de contratos de DI para hedgear 1 IDI:

$$\bullet \ \frac{PV01_{IDI}}{PV01_{DI}} = \frac{\prod_{j=0}^{N-1} (1 + CDI_j)^{\frac{1}{252}}}{(1+r)^t}$$

### Qual o problema?

- Opção fica mais cara (em reais)
- O valor (e o risco) de um "contrato" aumenta com o tempo
- ...?

### Começar de novo

- Novo IDI (2009)
- E quando vem o novo?

IDI

- Abertura do curso, objetivos
  - Pré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- 3 IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

#### Para o alto e avante

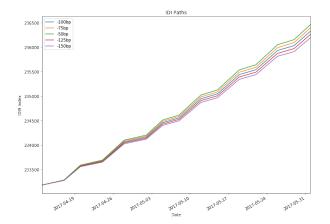
- Juros positivos (por muito tempo)
- IDI só muda a inclinação
- Ruim para payoffs com dependência de trajetória

### Positivo operante

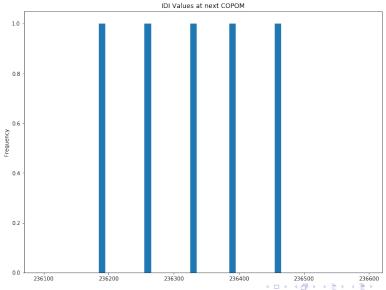
- Drift positivo
- Spot não varia, só o forward
- Expressar o IDI forward em função da taxa implícita

#### Nem todo valor é relevante

- Só alguns valores de IDI são "possíveis"
  - Agora o CDI está "bem comportado"



### Difusão não



## Recombinação

- Comutatividade de trajetórias
  - Funcionaria a princípio
    - SE número de dias úteis for o mesmo nos períodos entre COPOMs

### Autocorrelação

- Mudanças nas taxas são autocorrelacionadas
- Forma forte:
  - Próxima mudança é igual à mudança anterior na ausência de sinalização sobre mudança de ritmo
- Forma fraca:
  - Próxima mudança tem o mesmo sinal da mudança anterior na ausência de sinalização sobre início ou fim de ciclo
- Consequência:
  - Zigue-zagues são bastante improváveis
  - Algumas trajetórias são muito mais prováveis que outras

## Transição

- Matrizes de transição:
- No estado inicial, associamos ao vetor de possíveis mudanças de taxa  $m = [\ldots, -50, -25, 0, +25, +50, \ldots]$  um vetor de probabilidades  $p = [\ldots, p_{-50}, p_{-25}, p_0, p_{+25}, p_{+50}, \ldots]$ 
  - A soma dos elementos desse vetor é 1
  - O produto escalar  $p \bullet m$  tem que ser coerente com o mercado de DIs
  - Distribuição pode ser parametrizada como unimodal (ou bimodal para mudanças de taxa vizinhas)
    - Exceção para prêmio de risco (Maio-2017)?
  - Levar em conta as mudanças de taxas anteriores
  - Pode ser calibrada com opções de IDI
- Para cada mudança em m haverá um novo vetor de probabilidades, que continua levando em conta as mudanças de taxas anteriores, incluindo as projetadas:
  - Zigue-zagues improváveis
- Calibrar probabilidades com opções de IDI mais longas

- Abertura do curso, objetivos
  - Pré-requisitos
- 2 CDI e SELIC história e modelagem
  - História
  - Meta SELIC
  - SELIC
  - CDI
  - Transições
- 3 IDI e accrual
  - Accrual
  - Dinâmica
  - ISE

# Regularidade

- SELIC foi mais bem comportada que o CDI
- Mesma lógica
- Balcão (não listado)