

## Határérték számítás:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin x_n}{x_n} = 1$  , ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arcsin x_n}{x_n} = 1$  , ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\tan x_n}{x_n} = 1$  , ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctan x_n}{x_n} = 1$  , ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x_n)}{x_n} = 1$  , ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{x_n} - 1}{x_n} = \ln a$  , ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$   
 $a = e \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{x_n} - 1}{x_n} = 1$
7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x_n})^{x_n} = e$  a  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \pm \infty$
8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}) = e$
9.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  L'Hôpital

## Figyelj oda!

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} \neq 1$  , mert  $\lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$   
 $\Rightarrow$  Fogó tétel  
 $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad / * \frac{1}{x}$   
 $\frac{-1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$   
 $\downarrow$   
 $0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$
- $e^{\frac{1}{-0}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0 \mid \frac{1}{-0} = -\infty$   
 $e^{\frac{1}{+0}} = e^{+\infty} = \infty \mid \frac{1}{+0} = +\infty$

## Határozatlan esetek

1.  $\frac{\infty}{\infty}$  vagy  $\frac{0}{0}$  lehet L'Hôpital szabály, vagy nevezetes határérték. Ha gyök is van akkor vagy kiemelsz a gyök alól (de vigyázz, mert  $\sqrt{x^2} = |x|$ ), vagy konjugált
2.  $\infty * 0 \rightarrow f * g = \frac{f}{\frac{1}{g}} \rightarrow$  L'H
3.  $(\infty - \infty) \rightarrow$  gyök esetén - konjugált ( $\sqrt[3]{}$  harmadfokú képlet)  
 $\rightarrow$  erőltetve kiemelek  
 pl:  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \ln(x+1) = \lim_{x \rightarrow \infty} x * (1 - \frac{\ln(x+1)}{x}) = \infty * (1 - 0) = \infty$   
 \*:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = (\frac{\infty}{\infty}) = \dots = 0$
4.  $1^\infty$  visszavezetjük "e"-re:  $\lim_{x \rightarrow x_0} (1 + f(x_0))^{\frac{1}{f(x)}} = e$  ,  $\forall \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$