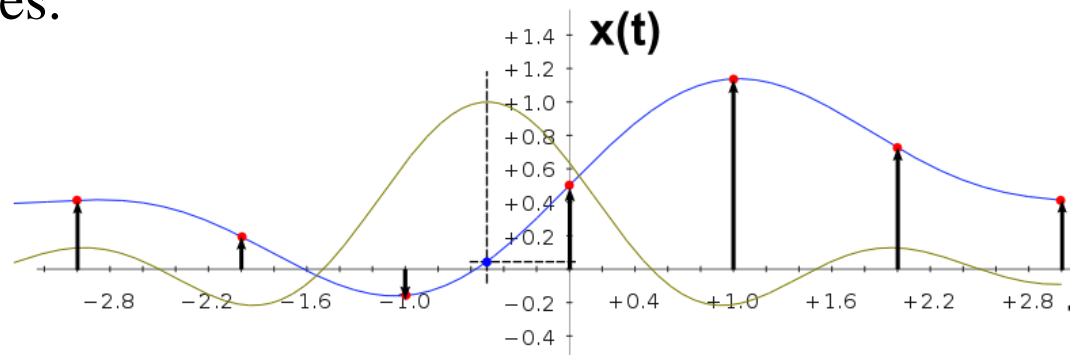


■ Definición.

Una señal se define como una **cantidad física** que **varía** con el tiempo, el espacio, o cualquier otro conjunto de variables independientes.

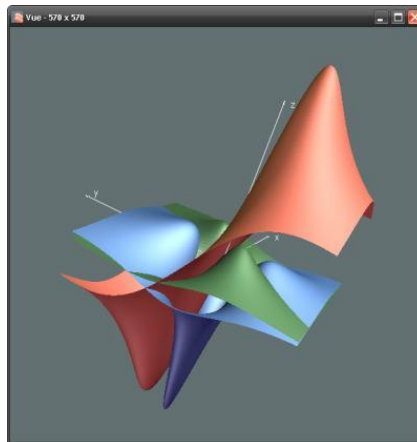
- ◆ Los valores de la cantidad física (variable dependiente) pueden ser reales, complejos o vectores.



■ Representación.

Se representan mediante funciones matemáticas, conjunto de datos, reglas, o gráficas.

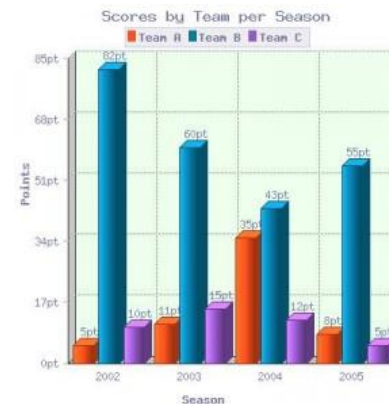
$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$



Población de 15 a 29 años de nacionalidad extranjera empadronada en la CAPV, según continente de origen y sexo. Números absolutos y porcentajes. 2005

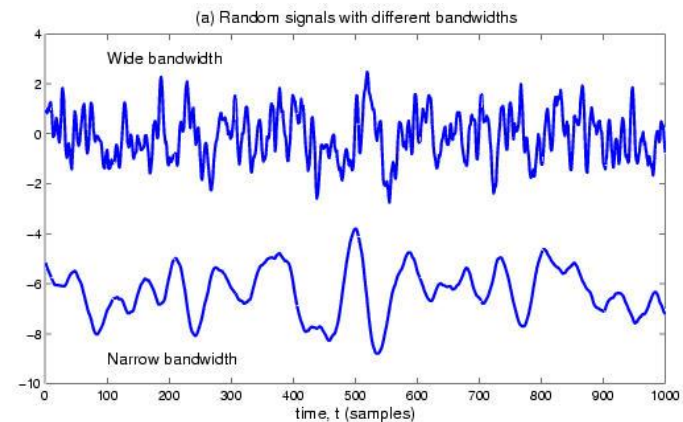
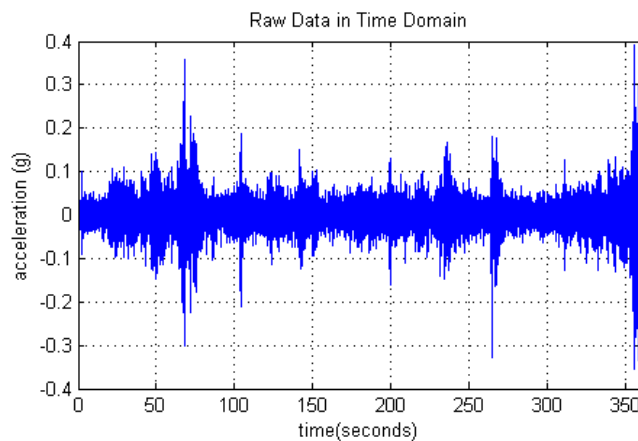
	CAPV		Alava		Bizkaia		Gipuzkoa	
Total	24.333	100	4.943	100	12.406	100	6.984	100
Europa	5.623	23,1	1.869	22,9	2.518	20,3	2.016	28,9
Varones	2.950	53,2	607	55,7	1.230	51,2	1.053	54,2
Mujeres	2.633	46,8	482	44,3	1.228	49,8	923	45,8
América	12.339	50,7	2.055	41,6	6.847	55,2	3.437	49,2
Varones	4.931	40,0	827	40,2	2.651	38,9	1.443	42,0
Mujeres	7.408	60,0	1.228	59,8	4.196	61,1	1.994	58,0
Asia	1.305	5,4	266	5,4	695	5,6	344	4,9
Varones	622	63,0	186	69,9	398	57,3	238	69,2
Mujeres	483	37,0	80	30,1	297	42,7	106	30,8
África	5.039	20,7	1.530	31,0	2.339	18,8	1.170	16,8
Varones	3.549	70,6	1.030	67,3	1.706	73,2	813	69,5
Mujeres	1.481	29,4	500	32,7	624	26,8	357	30,5
Oceania	26	0,1	2	0,0	11	0,1	13	0,2
Varones	20	76,9	1	50,0	10	90,9	9	69,2
Mujeres	6	23,1	1	50,0	1	9,1	4	30,8
Apátridas	2	0,0	0	0,0	1	0,0	1	0,0
Varones	1	50,0	0	0,0	0	0,0	1	100
Mujeres	1	50,0	0	0,0	1	100	0	0,0

Fuente: Estadística del Padrón Municipal de Habitantes, INE y Buitel



■ Señales Aleatorias y Deterministas

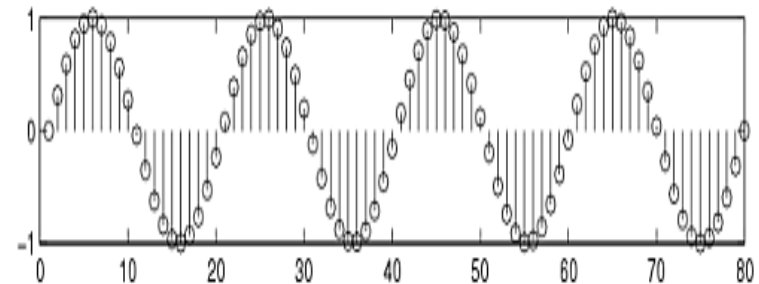
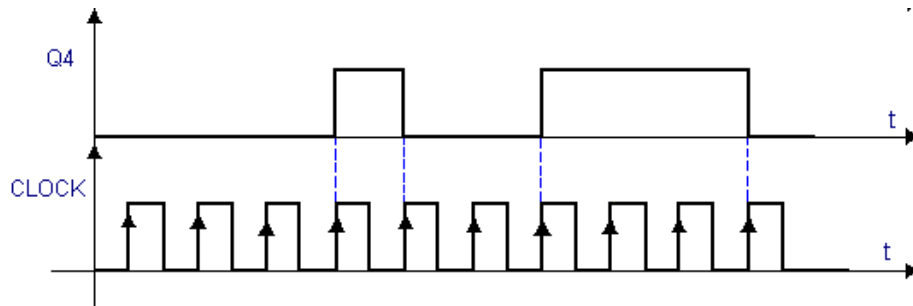
- **Señal Aleatoria:** Señal que no puede describirse con un grado de precisión razonable mediante fórmulas matemáticas explícitas o cuya descripción es demasiado complicada para ser de utilidad práctica.
 - La falta de tal relación supone que dichas señales evolucionan con el tiempo de forma impredecible.



Ejemplo: Señal sísmica; Señal eléctrica generada por un rayo.

■ Señales Aleatorias y Deterministas ...

- **Señal Determinista:** Señal que puede ser definida explícitamente por una ecuación matemática, un conjunto de datos, o una regla bien definida.



Ejemplo: Señal de reloj de un PC; Señal de voltaje senoidal.

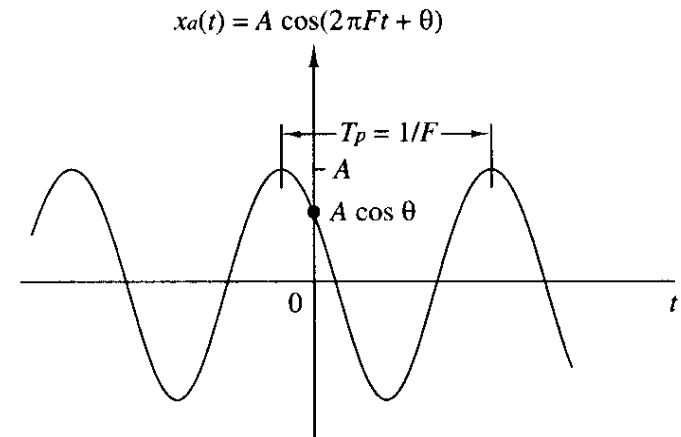
Señales Multidimensional y Unidimensional



- **Señal Unidimensional:** señal función de una sola variable independiente.

- **Ejemplo.** Señal de voltaje:

$$x(t) = A \cos(2\pi f t + \theta)$$



- **Señal Multidimensional:** señal función de M variables independientes.

- ◆ **Ejemplo.** Imagen: $I(x,y)$



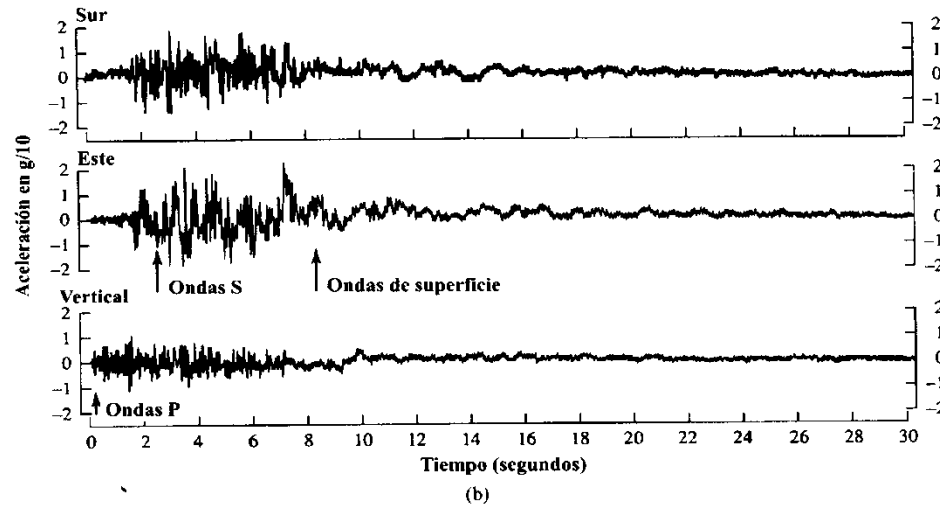
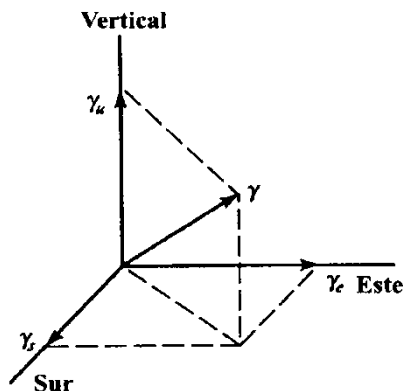
Señal Multicanal y Monocanal

■ **Señal Multicanal:** Señal generada por múltiples fuentes o sensores.

Ejemplo. Imagen de televisión en colores; Aceleración en la superficie terrestre durante un terremoto.

$$\mathbf{S}_{ter}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} s_1(t) \Rightarrow \text{onda longitudinal interior de la roca} \\ s_2(t) \Rightarrow \text{onda transversal interior de la roca} \\ s_3(t) \Rightarrow \text{onda superficial elástica cerca de la superficie} \end{cases}$$

Componentes de la aceleración en tierra de un terremoto



Clasificación de Señales

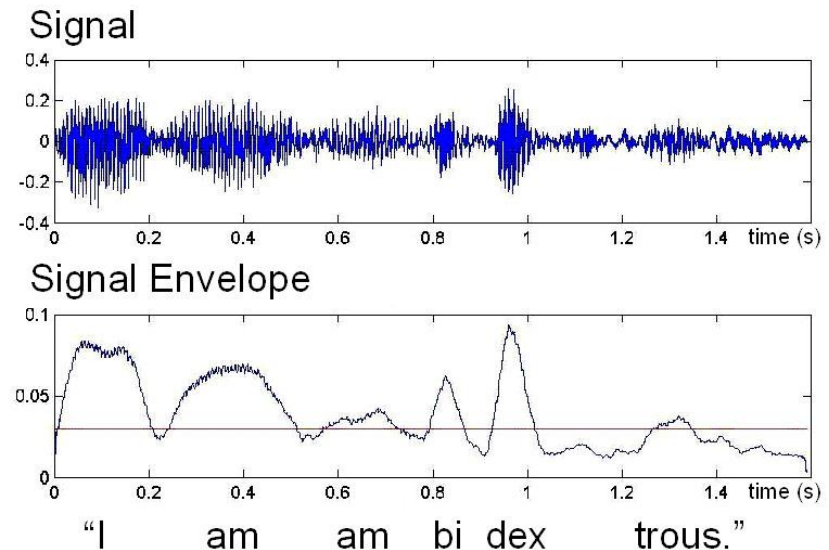


■ **Introducción.** Las señales pueden clasificarse en **cuatro** categorías dependiendo de la **variable independiente** y los **valores** (V. dependiente) que la señal pueda tomar.

◆ **Señales en tiempo continuo (analógicas).**

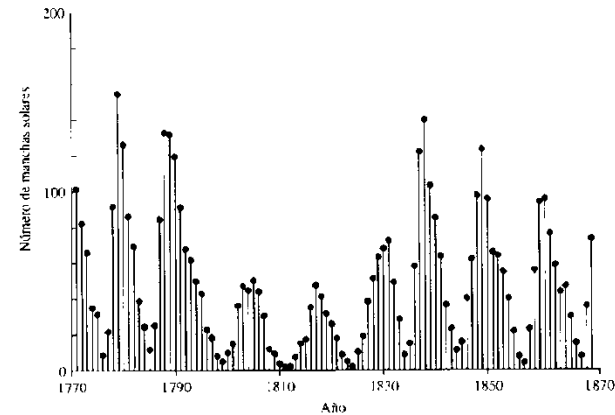
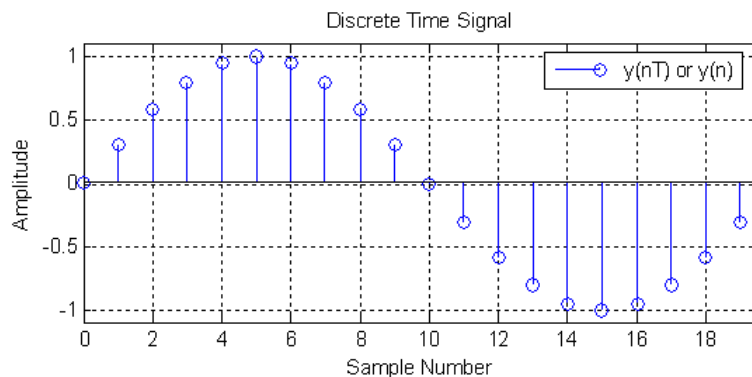
Definidas para todos los valores del tiempo y toman cualquier valor en el intervalo continuo (**a**,**b**), donde **a** puede ser $-\infty$ y **b** puede ser ∞ .

Ejemplo. $x(t) = \cos(\pi t)$; Una onda de VOZ.



- **Señales en tiempo discreto.** Están definidas sólo para **determinados valores** del tiempo. Estos instantes pueden o no ser equidistantes.

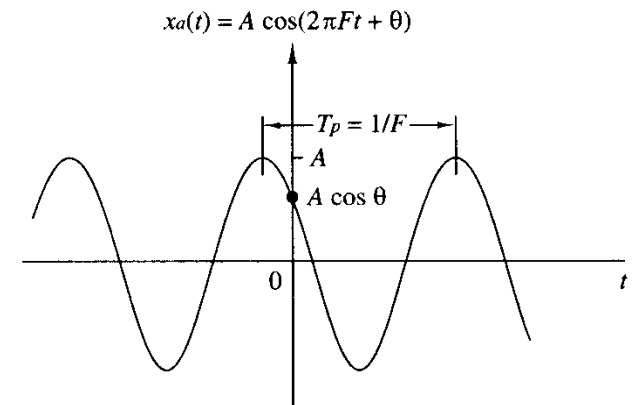
Ejemplo. $x(n) = \sin(\omega n)$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; El número de manchas solares de Wölfer.



► Pueden **originarse** de dos maneras:

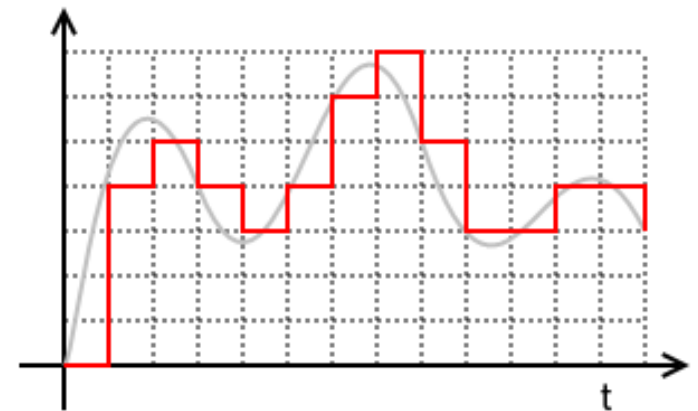
- **Muestreando** valores de una señal analógica en determinados instantes de tiempo.
- **Acumulando** valores de una variable a lo largo de un determinado periodo.

- ◆ **Señales de valor continuo.** Señal que toma todos los valores posibles en un intervalo tanto finito como infinito.



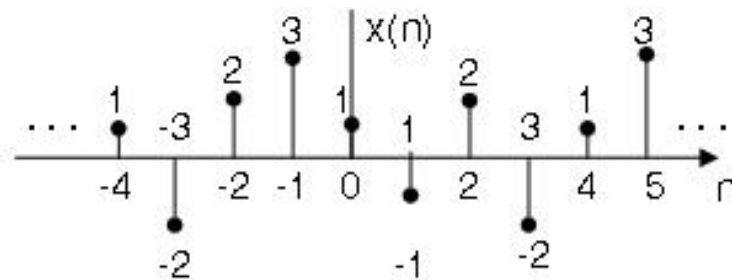
- ◆ **Señales de valor discreto.** Señal que toma valores de un conjunto finito de valores.

- ▶ Los valores pueden ser equidistantes y pueden expresarse como un múltiplo de la distancia entre dos valores sucesivos.

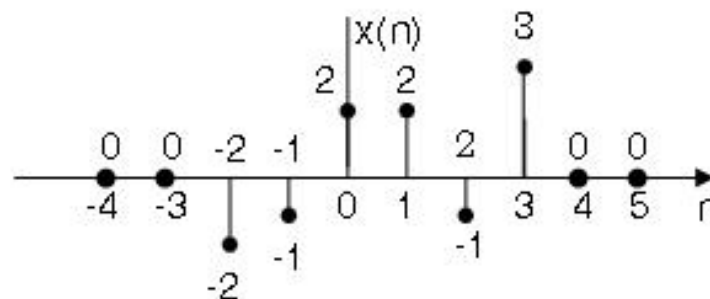


◆ Señal digital

Señal en tiempo discreto que toma valores de un conjunto discreto.



(a) Infinite duration



(b) Finite duration

◆ Definición.

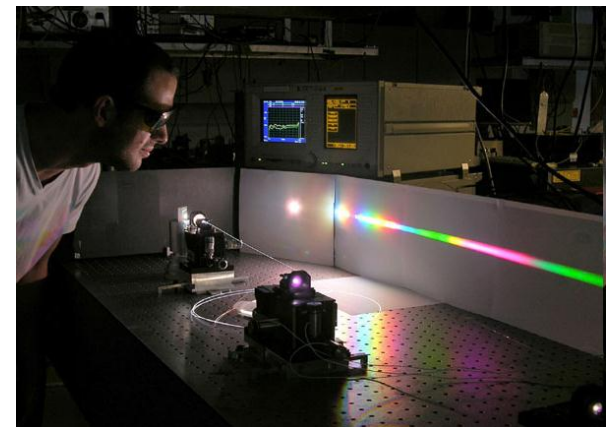
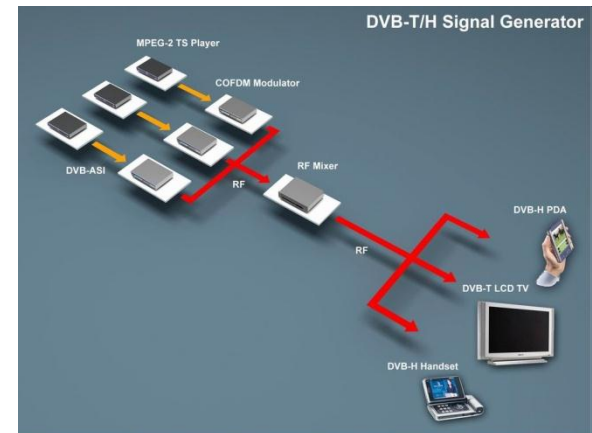
Matemáticamente un sistema es una relación funcional entre la entrada $\mathbf{x(t)}$ y la salida $\mathbf{y(t)}$, que puede expresarse como:

$$y(t_0) = f[x(t); -\infty < t < \infty], \quad -\infty < t_0 < \infty$$

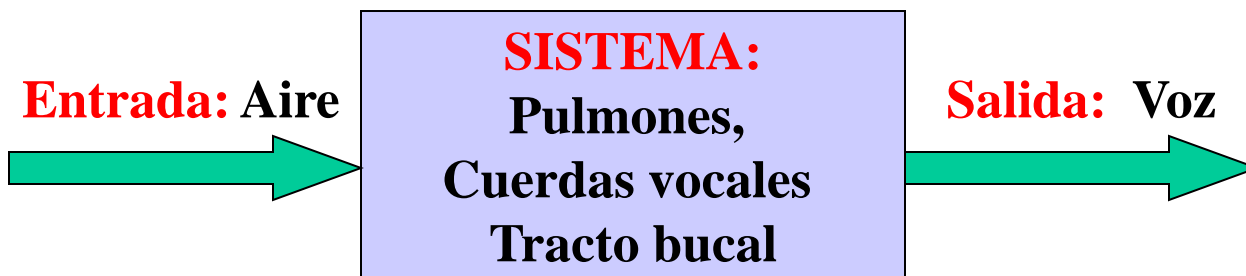
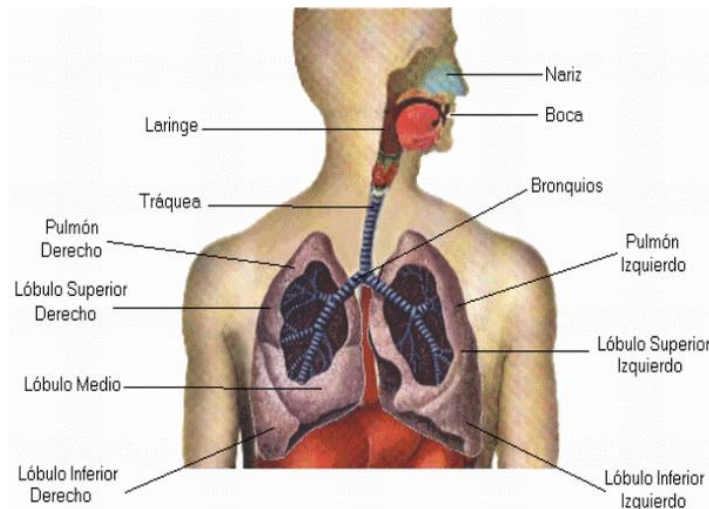


►► Fuente de Señal

- Un sistema puede definirse como un **dispositivo físico** que realiza una **operación** sobre una señal.
- La **forma** en la que se **generan** las señales se encuentra **asociada** con un **sistema** que responde ante un estímulo o fuerza.
- El estímulo en **combinación** con el sistema se llama **Fuente de Señal**.



►► Ejemplo: Generador de voz



■ Sistemas Lineales y No Lineales

■ Sistema Lineal:

- Aquel que satisface el Teorema de Superposición:

- Propiedades de *Aditividad*:

$$\begin{aligned}x_1(n) &\rightarrow y_1(n) ; x_2(n) \rightarrow y_2(n) \\x_3(n) = x_1(n) + x_2(n) &\rightarrow y_3(n) = y_1(n) + y_2(n)\end{aligned}$$

- Propiedad de *Homogenidad*

$$\begin{aligned}x_1(n) &\rightarrow y_1(n) \\ax_1(n) &\rightarrow ay_1(n)\end{aligned}$$

- Superposición

$$\begin{aligned}x_1(n) &\rightarrow y_1(n) ; x_2(n) \rightarrow y_2(n) \\x_3(n) = a_1x_1(n) + a_2x_2(n) &\rightarrow y_3(n) \\&= a_1y_1(n) + a_2y_2(n)\end{aligned}$$

■ Sistemas Lineales y No Lineales

■ Sistema No Lineal:

- Aquel que no satisfaga el teorema de superposición.

■ Sistemas Variantes e Invariantes con el Tiempo

▶▶ Sistema Invariante con el Tiempo.

Aquel que ante un desplazamiento temporal en la señal de entrada produce el mismo desplazamiento de tiempo en la señal de salida.

- Esto es:

$$\text{Si } y(t) = f[x(t)] \quad \text{luego,} \quad y(t - t_0) = f[x(t - t_0)], \quad -\infty < t, \quad t_0 < \infty$$

▶▶ Sistema Variante con el Tiempo.

Cualquier sistema que no cumpla el requerimiento establecido anteriormente.

■ Sistemas Causales y No-Causales

▶▶ Sistema Causal.

Aquel cuya respuesta no empieza antes de que sea aplicada la función de entrada.

- Es decir, el valor de la salida en el instante $t = t_0$ depende solamente de los valores de la entrada $x(t)$ para $t \leq t_0$, esto es:

$$y(t_0) = f[x(t); t \leq t_0]; \quad -\infty < t, \quad t_0 < \infty$$

▶▶ Sistema Anti-Causal.

Son todos los sistemas que no satisfagan la condición precedente.

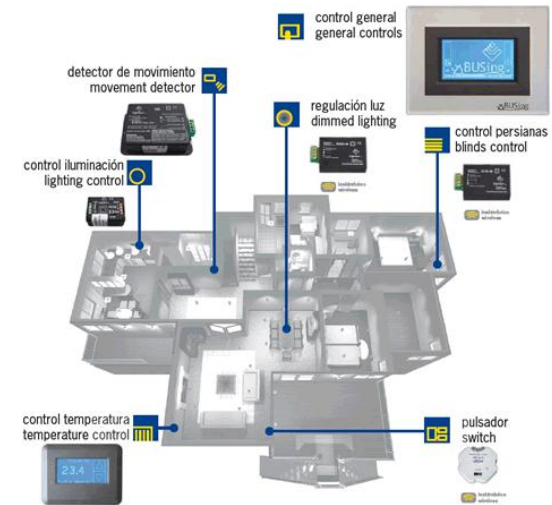
- Estos sistemas no existen en el mundo real.
- Pueden ser simulados utilizando retardos de tiempo.

◆ Procesamiento de Señal

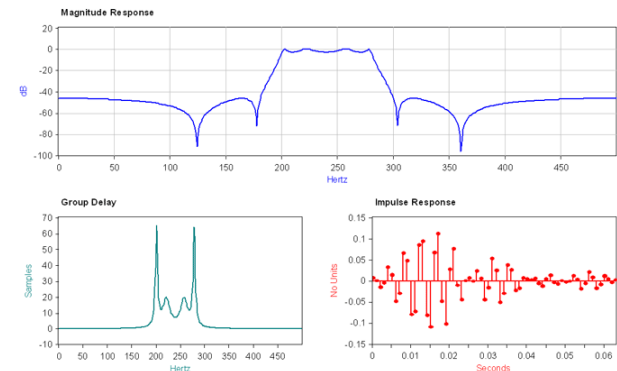
- » Un **sistema** puede definirse como un **dispositivo** (hardware + software) que realiza una **operación** o **transformación** sobre una señal.
- » El paso de la señal por el sistema, implica un **procesamiento de señal**.

» Ejemplo.

- Los filtros selectivos en frecuencia
⇒ Reducir el ruido e interferencias de una señal.

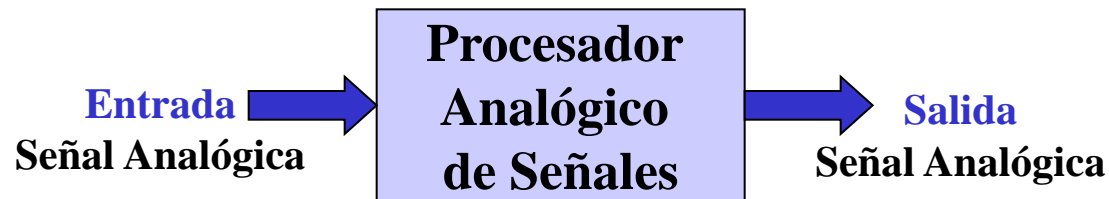


Elliptic Band Pass Filter Response

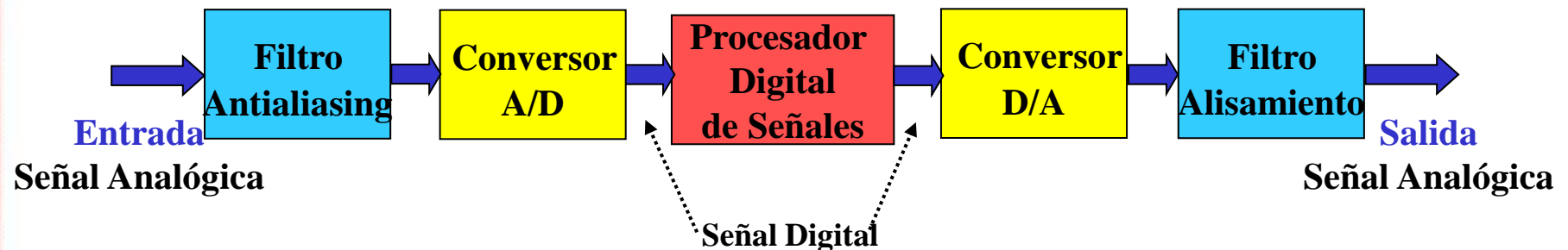


■ Estructura Básica de un Sistema de Procesamiento de Señal

▶▶ Procesamiento Analógico



▶▶ Procesamiento Digital



Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.



■ Reconfiguración

■ P.D.S.

- Permite realizar fácilmente cambios de programas (software)
- Permite utilizar métodos más complejos

■ P.A.S.

- Cambios de procesamiento implica cambios de hardware
- Se implementan métodos poco sofisticados
- FPGAs están evolucionando



■ Control de la Precisión.

■ P.D.S.

- Se determina fácilmente
- Se establece por la precisión de los conversores (A/D y D/A) y las características arquitectónicas del procesador.

■ P.A.S.

- Difícil de determinar
- Depende de la tolerancia de los componentes y de la variación de sus parámetros con el tiempo

■ Almacenamiento

■ P.D.S.

- No se presenta deterioro o pérdida en la fidelidad de la señal
- Facilidad de transporte + Compresión
- Permite el análisis en tiempo no-real

■ P.A.S.

- Puede presentarse deterioro o pérdidas en la fidelidad
- No permite fácil análisis en tiempo no-real

Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.



■ Costo

■ P.D.S.

- Generalmente más barato
- Soluciones generales

■ P.A.S.

- Más costoso
- Soluciones particulares



■ Limitaciones

■ P.D.S.

- La velocidad de operación limitada de los conversores y de los procesadores
- Imposibilidad de utilizar P.D.S. para señales con ancho de banda extremadamente grandes.

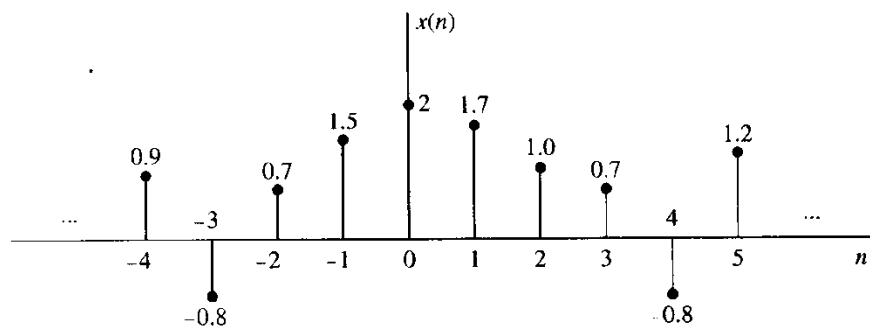
■ P.A.S.

- Trabajan sin problemas con señales de amplio ancho de banda.



■ Representaciones

►► R. Gráfica



►► R. Funcional

$$x(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 1, 3 \\ 4, & \text{para } n = 2, 5 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

►► R. Tabular

n	\dots	-2	-1	0	1	2	3	4	5	\dots
$x(n)$	\dots	0	0	0	1	4	1	0	0	\dots

►► R. Secuencial

$$x(n) = \{\dots, 0, 0, \underline{1}, 4, 8, 3, 0, 0, \dots\} \quad \text{duración infinita}$$

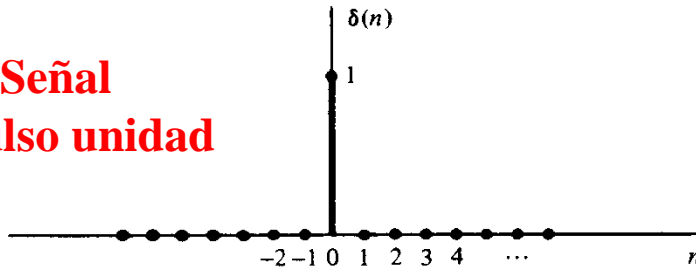
$$x(n) = \{2, 0, 0, \underline{1}, 4, 8, 3, 0, 0\} \quad \text{duración finita}$$



Señales Típicas en Tiempo Discreto

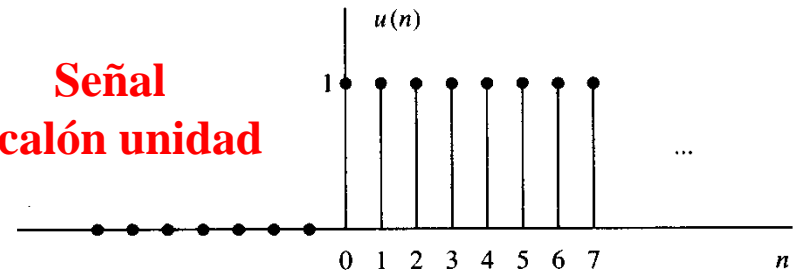


**Señal
impulso unidad**



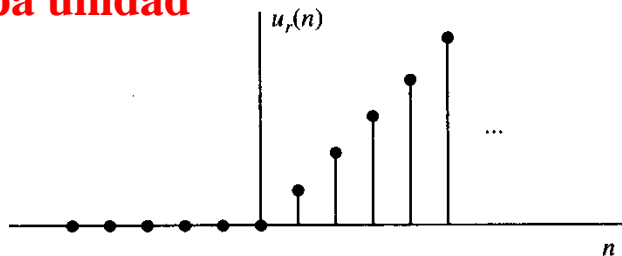
$$\delta(n) \equiv \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0 \\ 0, & \text{para } n \neq 0 \end{cases}$$

**Señal
escalón unidad**



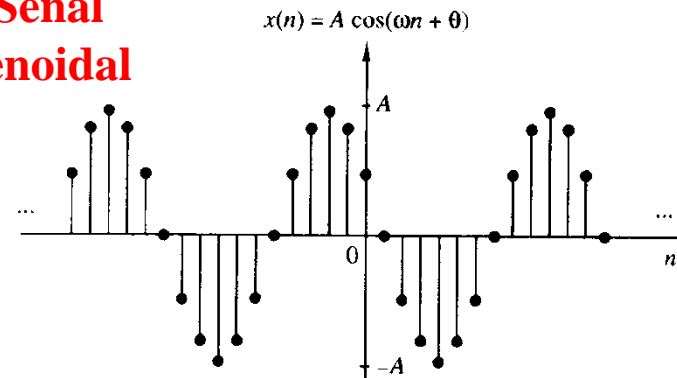
$$u(n) \equiv \begin{cases} 1, & \text{para } n \geq 0 \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$$

**Señal
rampa unidad**



$$u_r(n) \equiv \begin{cases} n, & \text{para } n \geq 0 \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$$

**Señal
senoidal**



$$x(n) \equiv A \cos(wn + \theta)$$

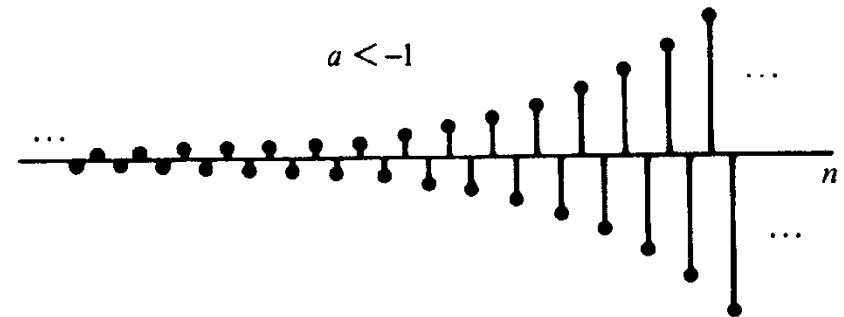
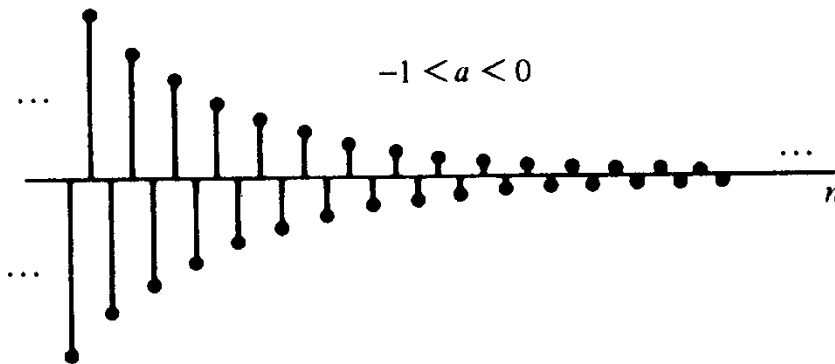
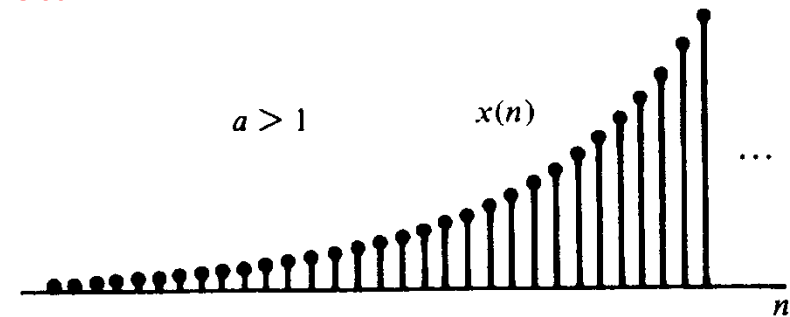
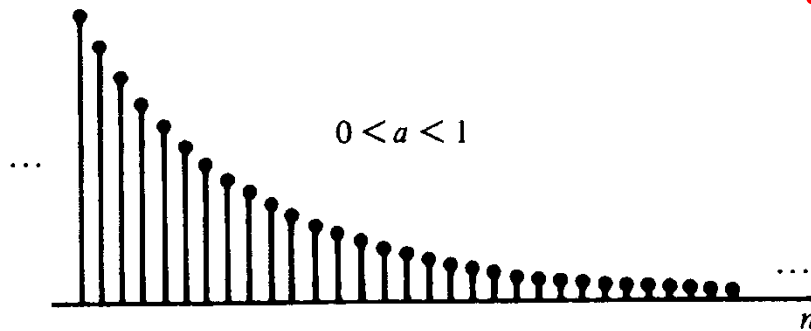


Señales Típicas en Tiempo Discreto

■ Señal Exponencial:

$$x(n) = a^n \text{ para todo } n$$

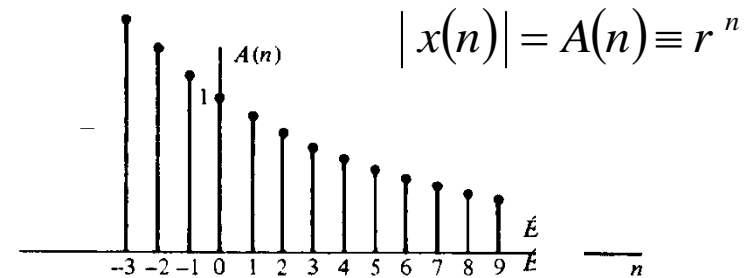
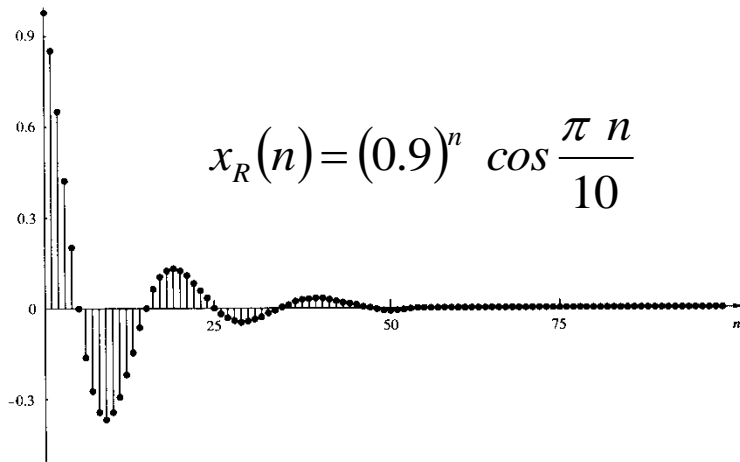
a real



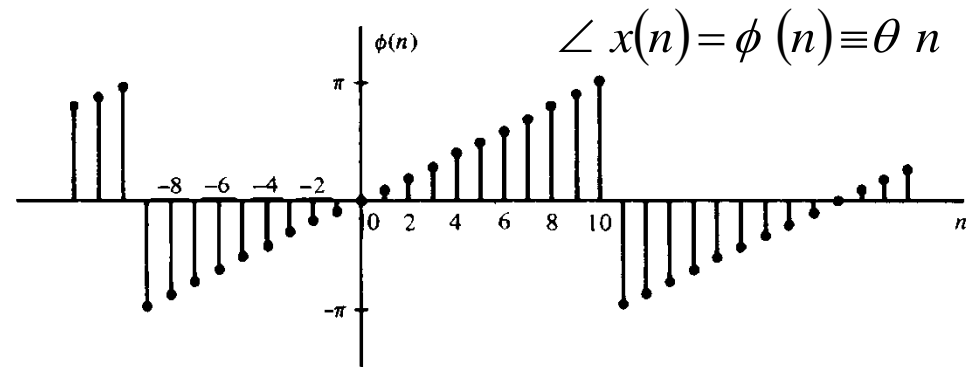
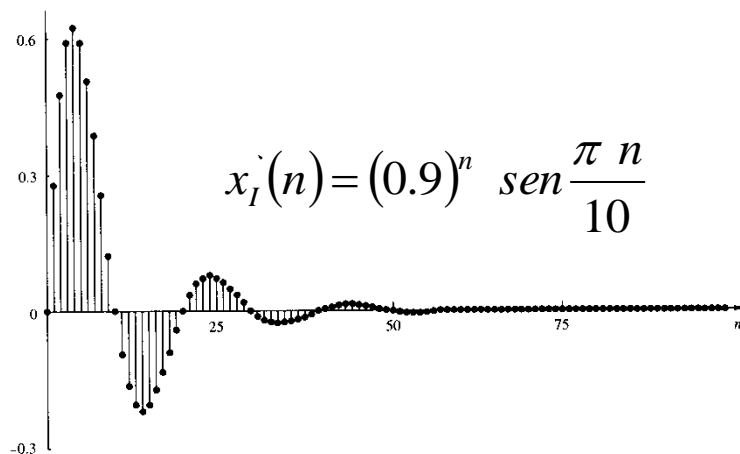
Señales Típicas en Tiempo Discreto..

■ Señal exponencial

a complejo $\rightarrow a \equiv r e^{j\theta} \rightarrow x(n) = r^n e^{j\theta n} = r^n [\cos(\theta n) + j \sin(\theta n)]$



(a) Gráfica de $A(n) = r^n$, $r = 0.9$



(b) Gráfica de $\phi(n) = \frac{\pi}{10} n$, módulo 2π dibujada en el intervalo $(-\pi, \pi)$

■ Señales de Energía y de Potencia

- En muchas aplicaciones las señales están directamente relacionadas con cantidades físicas que capturan potencia y energía de un sistema físico.



■ Definiciones:

- La **Energía E** de una señal $x(n)$ se define como:

$$E \equiv \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

- Válido para señales reales y complejas.
- La energía puede ser finita o infinita.

- La **Energía E_N** en un intervalo $-N \leq n \leq N$ se calcula como:

$$E_N \equiv \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

■ Definiciones

- La **Potencia Media P** de una señal $x(n)$ se define como:

$$P \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

- La **Energía y la potencia** pueden reescribirse como:

$$E \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} E_N \qquad P \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} E_N$$

■ Señal de Energía:

- Señal de energía finita con potencia media cero.

Si $E < \infty$ y $P = 0 \Rightarrow$ Señal de Energía

■ Ejemplo

$$x(n) = \begin{cases} \frac{1}{n} & n \geq 1 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}, \quad E = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{\pi^2}{6}, \quad P = 0$$

■ Señal de Potencia:

- Señal de energía infinita con potencia media finita.

Si $E \rightarrow \infty$ y $0 < |P| < \infty \Rightarrow$ Señal de Potencia

■ Ejemplo

$$x(n) = \begin{cases} 3(-1)^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}, \quad E = \sum_{n=0}^{\infty} \left(3|(-1)^n| \right)^2 \rightarrow \infty, \quad P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \left(9 \sum_{n=0}^N 1 \right) = 4.5$$

■ Señales Periódicas y Aperiódicas

- Una señal $x(n)$ es periódica con periodo $N > 0$ si y solo si:

$$x(n + N) = x(n), \text{ para todo } n$$

- El valor más pequeño de N para el que se cumple lo anterior, se denomina periodo fundamental.
- Si no existe N , la señal se denomina aperiódica.
- Señales periódicas, con periodo N , son de potencia, donde:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$$

■ Señales Periódicas y Aperiódicas...

- **Caso 1:** La **suma** de dos o más señales periódicas es una señal periódica.

- Sean dos señales periódicas $x_1(n)$ y $x_2(n)$ con periodos fundamentales N_1 y N_2 respectivamente.
- Luego, la señal $x(n) = x_1(n) + x_2(n)$ será periódica con periodo fundamental N dado por:

$$N = \frac{N_1 N_2}{MCD(N_1, N_2)}$$

- Donde, MCD es el máximo común divisor

■ Señales Periódicas y Aperiódicas ...

- **Caso 2:** El **producto** de dos o más señales periódicas es una señal periódica.
 - Sean dos señales periódicas $x_1(n)$ y $x_2(n)$ con periodos fundamentales N_1 y N_2 respectivamente.
 - Luego, la señal $x(n) = x_1(n) x_2(n)$ será periódica con periodo fundamental N dado por:

$$N \leq \frac{N_1 N_2}{MCD(N_1, N_2)}$$

■ Señales Periódicas y Aperiódicas ...

■ Caso especial:

- La señal sinusoidal $x(n) = A \sen(2\pi f_0 n)$ es periódica cuando f_0 es racional, es decir, si puede expresarse como:

$$f_0 = \frac{K}{N}$$

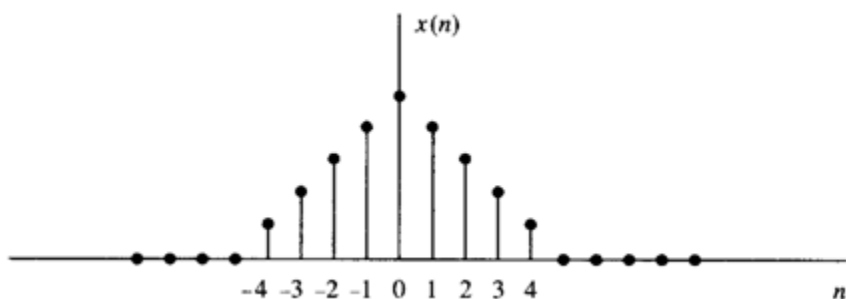
- Cuando K y N son primos relativos (tienen divisor común a ± 1 ó el máximo divisor común es 1), N es el periodo fundamental.

Señales Simétricas y Antisimétricas



◆ Señal Simétrica (par):

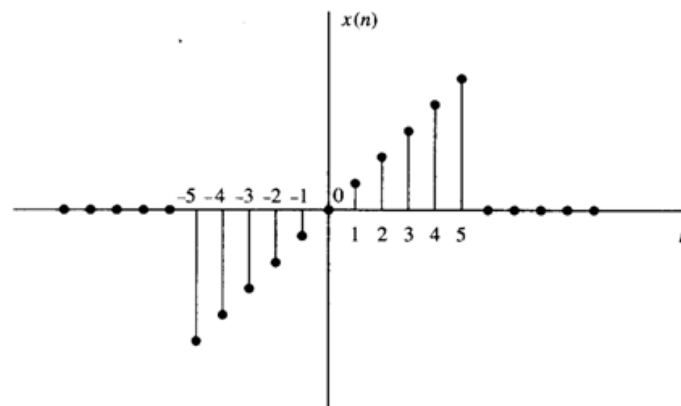
$$x(-n) = x(n) \text{ para todo } n$$



◆ Señal antisimétrica (impar):

$$x(-n) = -x(n) \text{ para todo } n.$$

$$\text{Se cumple: } x(0) = 0$$



◆ **Descomposición:** Cualquier señal puede expresarse como la suma de dos componentes, una par y otra impar:

$$x_{par}(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)] \quad y \quad x_{impar}(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$$

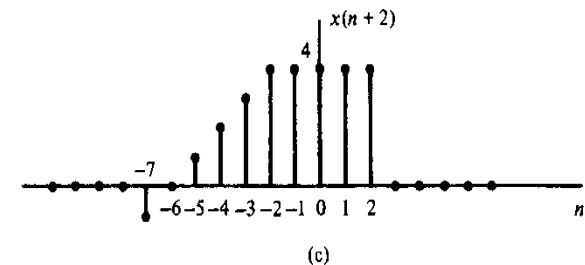
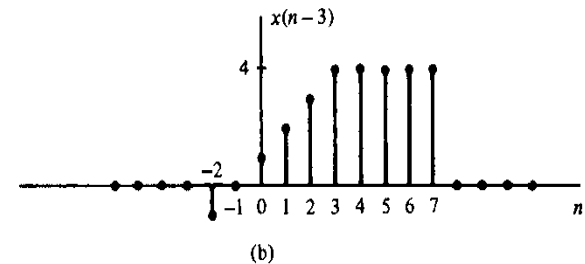
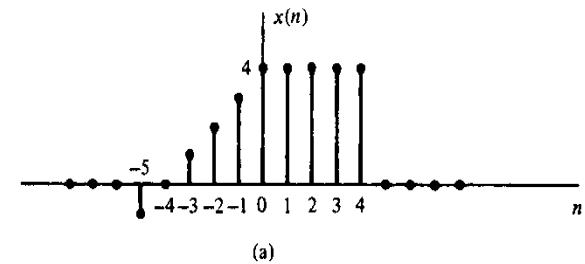
$$x(n) = x_{par}(n) + x_{impar}(n)$$



■ Manipulación en el Tiempo

■ Desplazamiento en el tiempo

- $y(n) = x(n \pm k)$
 - siendo k un entero positivo
- **Retardo:** $y(n) = x(n - k)$
- **Adelanto:** $y(n) = x(n + k)$

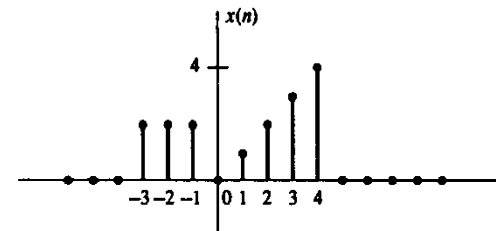




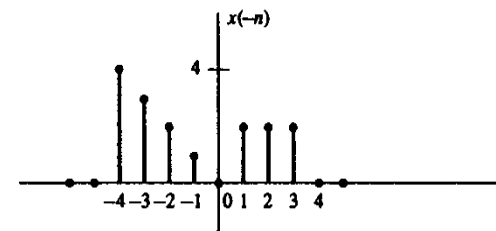
■ Manipulación en el tiempo ...

■ Reflexión Temporal

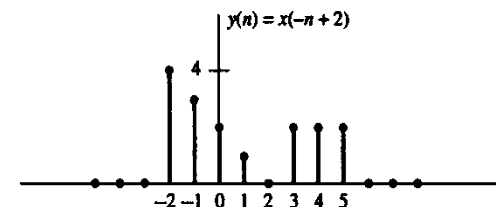
- $y(n] = x(-n)$



(a)



(b)



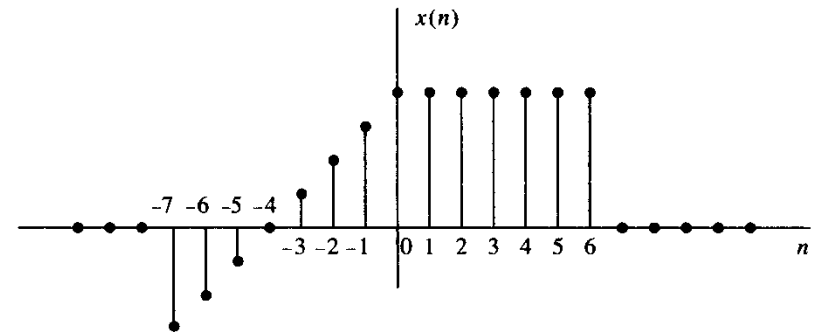
(c)



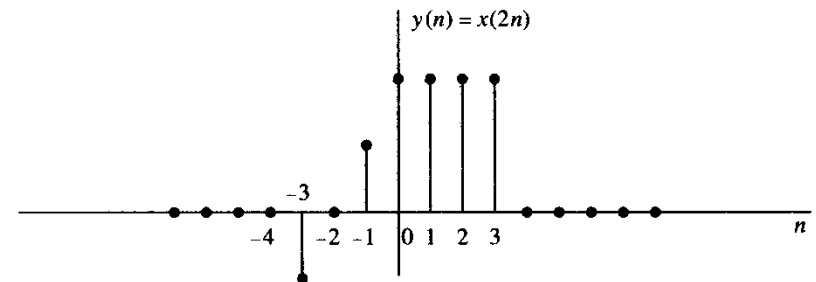
■ Manipulación en el tiempo ...

■ Escalamiento temporal

- Submuestreo
- $y(n) = x(\mu n)$
 - siendo μ un entero.



(a)



(b)

♦ Manipulación en Amplitud

- **Ecalamiento:** $y(n) = A x(n)$ $-\infty < n < \infty$
- **Suma/Resta:** $y(n) = x_1(n) \pm x_2(n)$ $-\infty < n < \infty$
- **Multipliación:** $y(n) = x_1(n) \cdot x_2(n)$ $-\infty < n < \infty$
- **División:** $y(n) = x_1(n) ./ x_2(n)$ $-\infty < n < \infty$
- **Exponenciación:** $y(n) = x_1(n) .^x x_2(n)$ $-\infty < n < \infty$

■ Sistema sin memoria o estático

- La salida para cada valor de la variable independiente en un tiempo dado sólo depende de la entrada en ese mismo instante.

■ Ejemplos:

$$y(n) = [x(n)]^2$$
$$y(n) = \frac{1}{5} x(n)$$

■ Sistema con memoria o dinámico

- La salida depende de valores de la señal de entrada en el instante actual y de tiempos pasados.

■ Ejemplos:

$$y(n) = x(n) + 3x(n - 1)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^9 x(n - k) \text{ memoria finita}$$

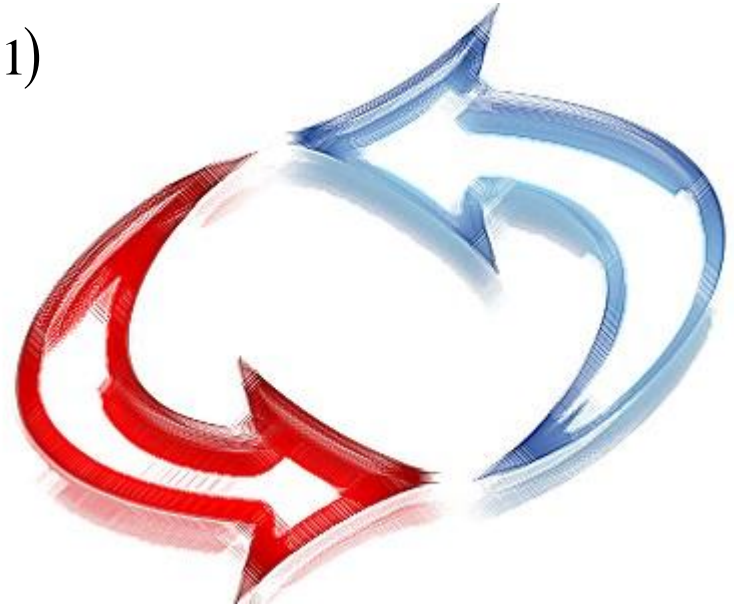
$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^0 x^2(n + k) \text{ memoria infinita}$$

■ Sistema Recursivo

- La salida para cada valor de la variable independiente en un tiempo dado también depende de los valores pasados de la salida.

■ Ejemplo.

$$y(n) = 5x(n) + 0.8y(n-1)$$



■ Sistema No-Recursivo

- La salida depende de valores de la señal de entrada en tiempos presente y/o pasados.

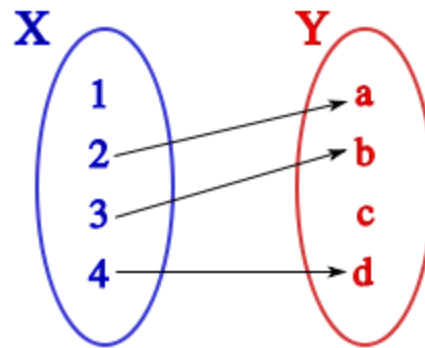
■ Ejemplos.

$$y(n) = 0.5 x(n) + \sqrt{2} x(n - 2)$$

$$y(n) = \frac{1}{3} x(n + 1) + \frac{1}{3} x(n) + \frac{1}{3} x(n - 1)$$

►► Sistema Invertible

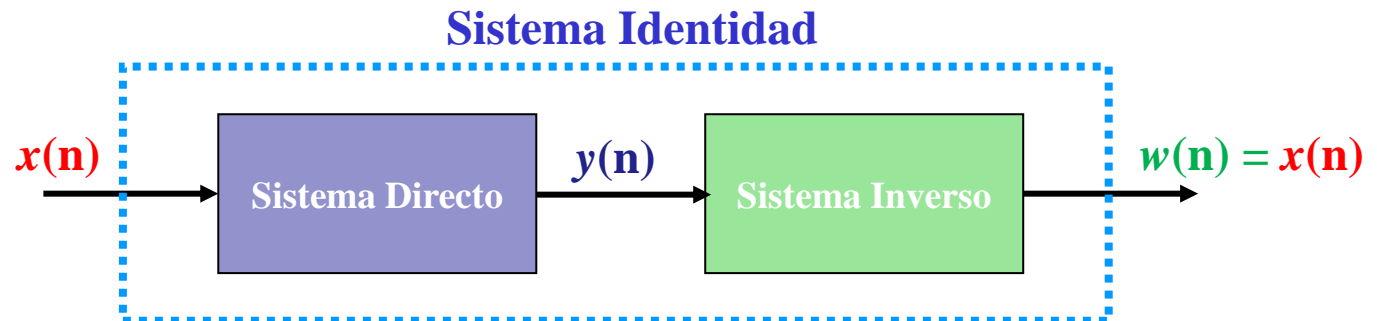
- Aquel que presenta una correspondencia biunívoca entre sus señales de entrada y salida.



- **Correspondencia biunívoca** es una correspondencia unívoca cuya correspondencia inversa también es unívoca.

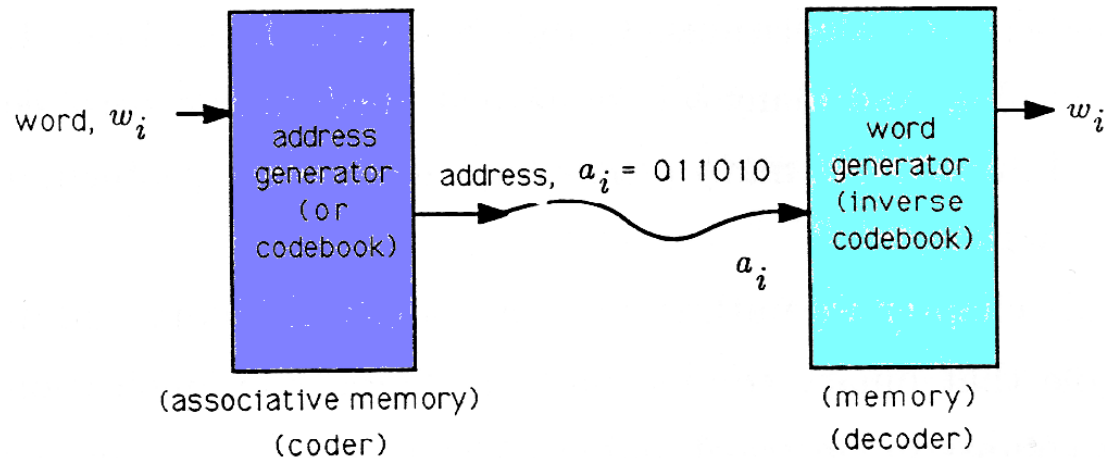
►► Sistema Inverso:

- Si un sistema es invertible existe un **sistema inverso** que al conectarlo en cascada con el sistema original, produce una salida $w(n)$ igual a la entrada $x(n)$ del primer sistema.



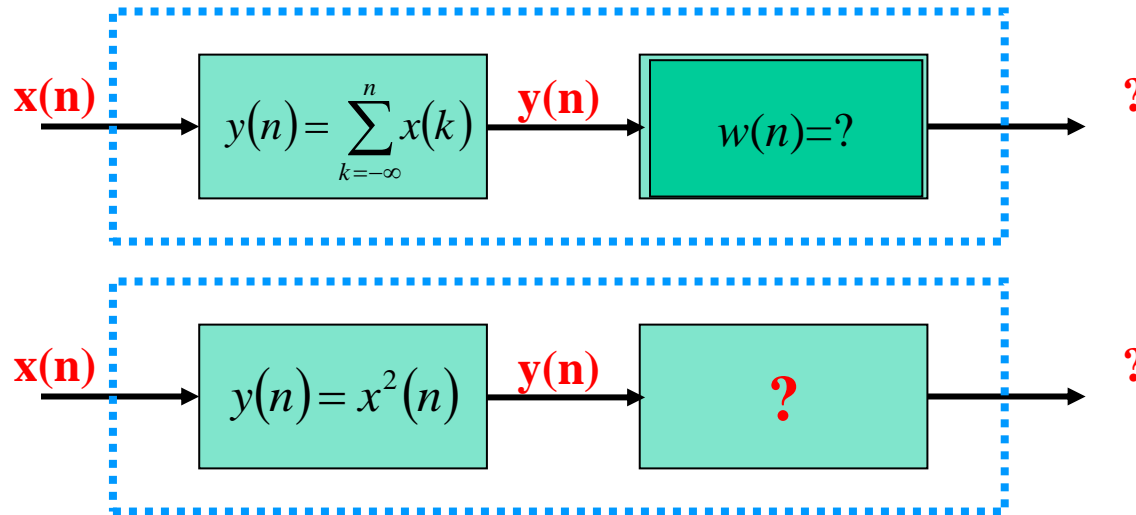
■ Sistema Inverso ...

- **Ejemplo:** Sistema de codificación y decodificación de mensajes.



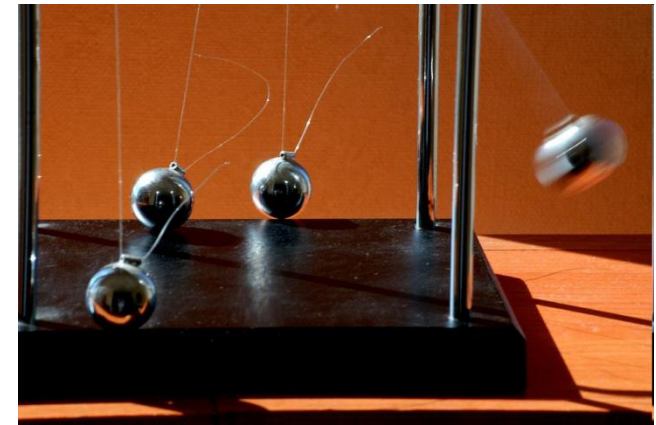
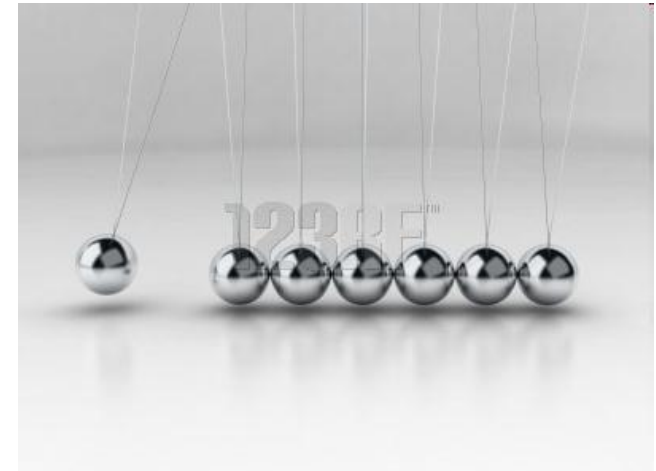
■ Sistema Inverso ...

■ Ejemplos:



►► Definición:

- Un sistema arbitrario en reposo se dice de entrada limitada-salida limitada (**BIBO, Bounded Input - Bounded Output**) si y sólo si toda entrada acotada produce una salida acotada.
- Si un sistema satisface lo anterior, se dice que es **estable**.
- Si para alguna entrada acotada $x(n)$ la salida no está acotada, el sistema se clasifica como **inestable**.



Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica



PSI Percepción y Sistemas Inteligentes



Universidad del Valle

Humberto Loaiza Correa

humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica