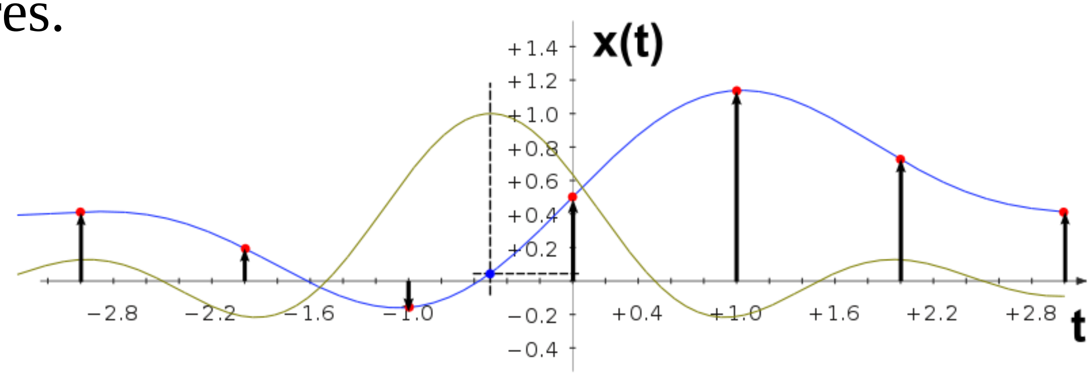
Señales

Definición.

Una señal se define como una **cantidad física** que **varía** con el tiempo, el espacio, o cualquier otro conjunto de variables independientes.

- Los valores de la cantidad física (variable dependiente) pueden ser reales, complejos o vectores.



Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Señales

- **Representación.**

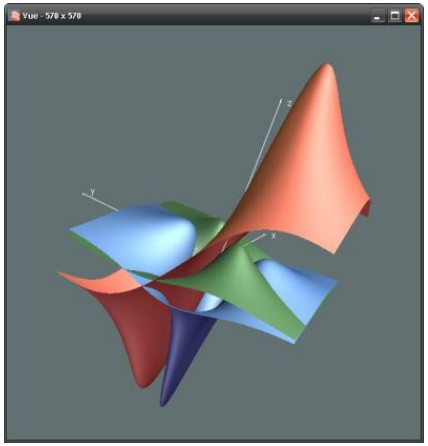
  Se representan mediante funciones matemáticas, conjunto de datos, reglas, o gráficas.

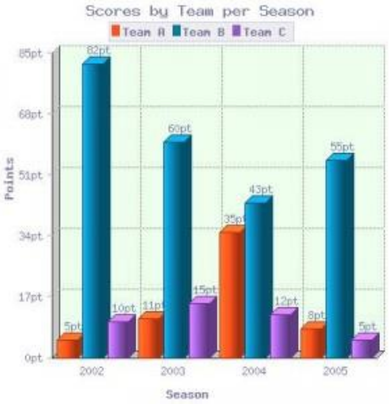
$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

Población de 15 a 29 años de nacionalidad extranjera empadronada en la CAPV, según continente de origen y sexo. Números absolutos y porcentajes. 2005

	CAPV		Alava		Bizkaia		Gipuzkoa	
Total	**24.333**	**100**	**4.943**	**100**	**12.406**	**100**	**6.984**	**100**
Europa	**5.623**	**23,1**	**1.089**	**22,0**	**2.518**	**20,3**	**2.016**	**28,9**
Varones	2.990	53,2	607	55,7	1.290	51,2	1.093	54,2
Mujeres	2.633	46,8	482	44,3	1.228	48,8	923	45,8
América	**12.339**	**50,7**	**2.055**	**41,6**	**6.847**	**55,2**	**3.437**	**49,2**
Varones	4.931	40,0	827	40,2	2.661	38,9	1.443	42,0
Mujeres	7.408	60,0	1.228	59,8	4.186	61,1	1.994	58,0
Asia	**1.305**	**5,4**	**266**	**5,4**	**695**	**5,6**	**344**	**4,9**
Varones	822	63,0	186	69,9	398	57,3	238	69,2
Mujeres	483	37,0	80	30,1	297	42,7	106	30,8
Africa	**5.030**	**20,7**	**1.530**	**31,0**	**2.330**	**18,8**	**1.170**	**16,8**
Varones	3.549	70,6	1.030	67,3	1.706	73,2	813	69,5
Mujeres	1.481	29,4	500	32,7	624	26,8	357	30,5
Oceanía	**26**	**0,1**	**2**	**0,0**	**11**	**0,1**	**13**	**0,2**
Varones	20	76,9	1	50,0	10	90,9	9	69,2
Mujeres	6	23,1	1	50,0	1	9,1	4	30,8
Apátridas	**2**	**0,0**	**0**	**0,0**	**1**	**0,0**	**1**	**0,0**
Varones	1	50,0	0	0,0	0	0,0	1	100
Mujeres	1	50,0	0	0,0	1	100	0	0,0

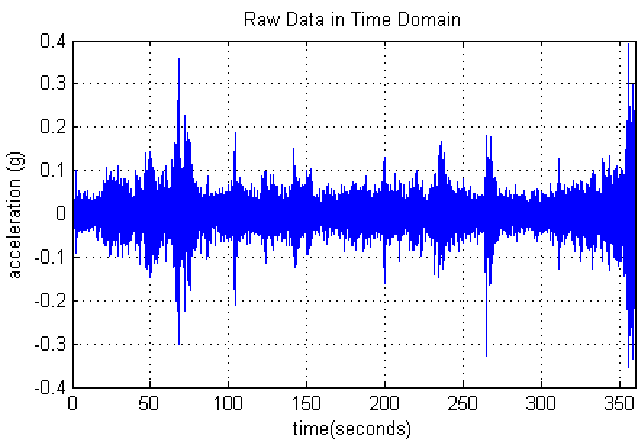
Fuente: Explotación del Padrón Municipal de Habitantes, INE y Eustat

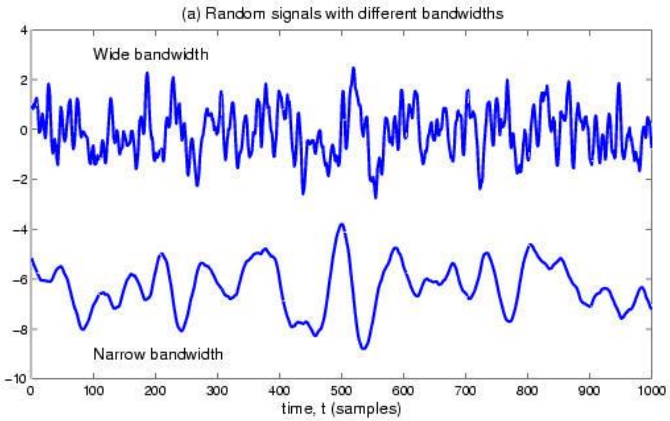




Señales Aleatorias y Deterministas

- **Señal Aleatoria**: Señal que no puede describirse con un grado de precisión razonable mediante fórmulas matemáticas explícitas o cuya descripción es demasiado complicada para ser de utilidad práctica.
  - La falta de tal relación supone que dichas señales evolucionan con el tiempo de forma impredecible.

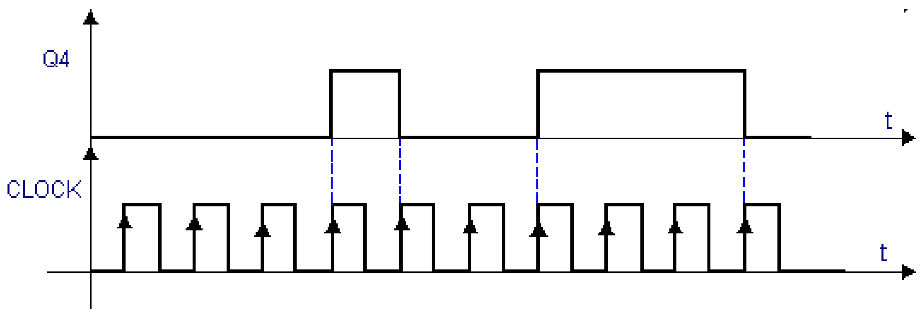


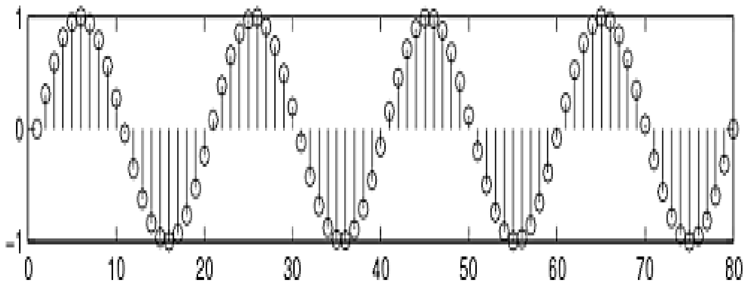


Ejemplo: Señal sísmica; Señal eléctrica generada por un rayo.

Señales Aleatorias y Deterministas …

- **Señal Determinista:** Señal que puede ser definida explícitamente por una ecuación matemática , un conjunto de datos, o una regla bien definida.





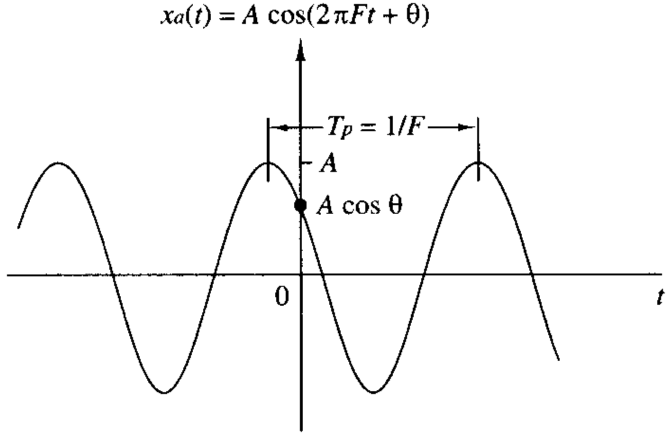
Ejemplo: Señal de reloj de un PC; Señal de voltaje senoidal.

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Señales Multidimensional y Unidimensional

- **Señal Unidimensional:** señal función de una sola variable independiente.
- **Ejemplo.** Señal de voltaje:

  $x(t) = A\cos(2\pi f t + \theta)$



- **Señal Multidimensional:** señal función de M variables independientes.

♦ **Ejemplo.** Imagen: *I(x,y)*

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

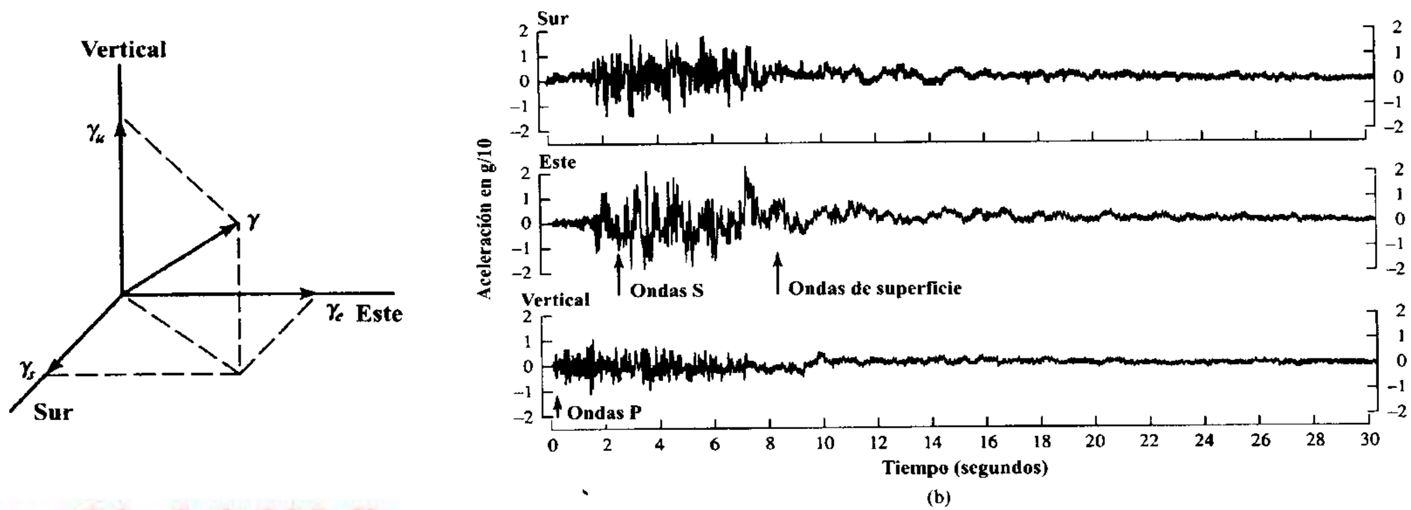
Señal Multicanal y Monocanal

- **Señal Multicanal:** Señal generada por múltiples fuentes o sensores.

  Ejemplo. Imagen de televisión en colores; Aceleración en la superficie terrestre durante un terremoto.

$$\mathbf{S}_{ter}(t)=\begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix} \qquad \text{donde} \begin{cases} s_1(t) \Rightarrow \text{onda longitudinal interior de la roca} \\ s_2(t) \Rightarrow \text{onda transversal interior de la roca} \\ s_2(t) \Rightarrow \text{onda superficial elástica cerca de la superficie} \end{cases}$$

Componentes de la aceleración en tierra de un terremoto

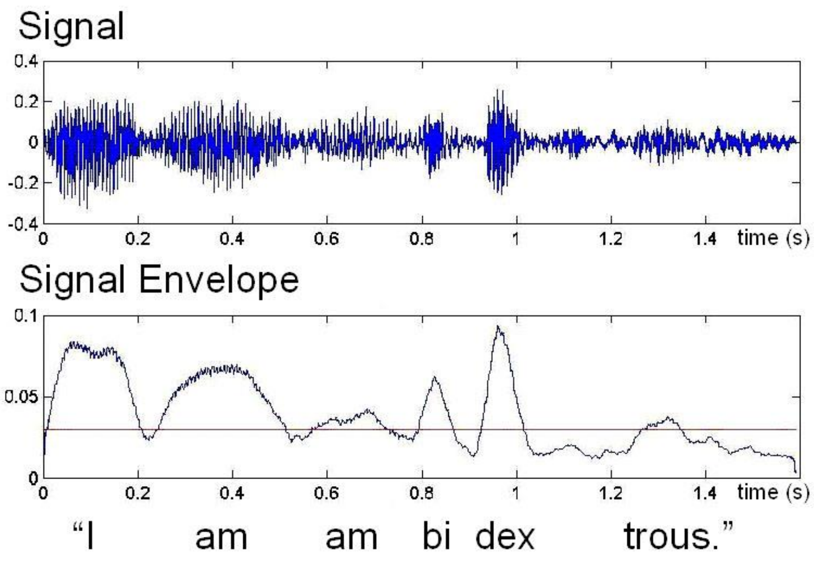


Clasificación de Señales

- **Introducción.** Las señales pueden clasificarse en **cuatro** categorías dependiendo de la **variable independiente** y los **valores** (V. dependiente) que la señal pueda tomar.

- **Señales en tiempo continuo (analógicas).**

  Definidas para todos los valores del tiempo y toman cualquier valor en el intervalo continuo (**a**,**b**), donde **a** puede ser **-∞** y **b** puede ser **∞**.

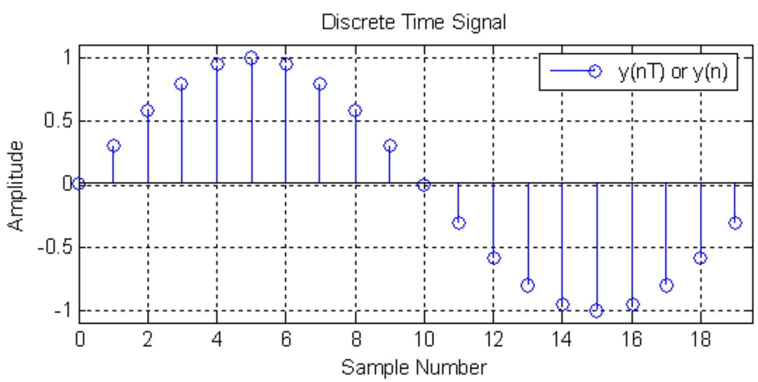


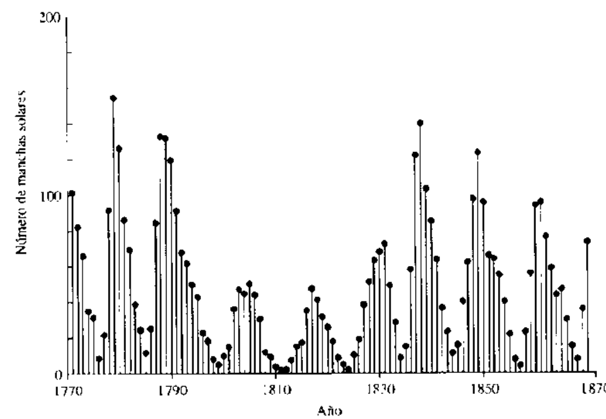
Ejemplo. $x(t)=cos(\pi\ t)$; Una onda de voz.

Clasificación de Señales

- **Señales en tiempo discreto.** Están definidas sólo para **determinados valores** del tiempo. Estos instantes pueden o no ser equidistantes.

  Ejemplo. $x(n)=sen\ (wn)$ $\quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; El número de manchas solares de Wölfer.

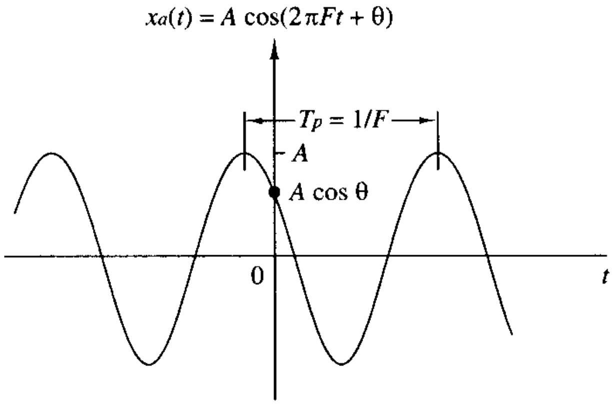




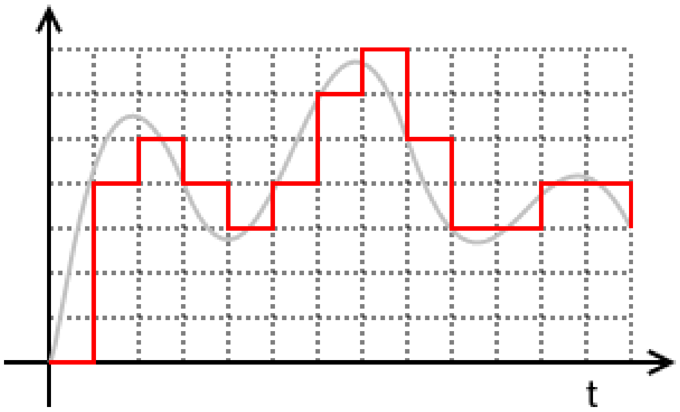
- Pueden **originarse** de dos maneras:
  - **Muestreando** valores de una señal analógica en determinados instantes de tiempo.
  - **Acumulando** valores de una variable a lo largo de un determinado periodo.

Clasificación de Señales

- **Señales de valor continuo.** Señal que toma todos los valores posibles en un intervalo tanto finito como infinito.



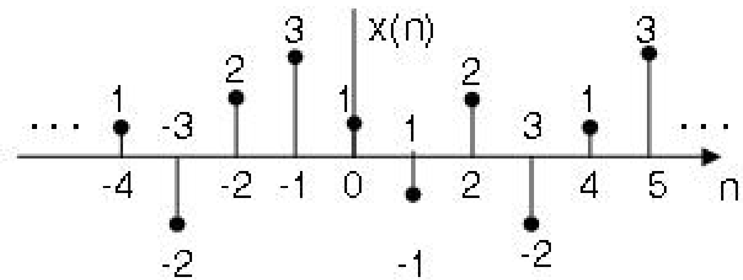
- **Señales de valor discreto.** Señal que toma valores de un conjunto finito de valores.
  - Los valores pueden ser equidistantes y pueden expresarse como un múltiplo de la distancia entre dos valores sucesivos.



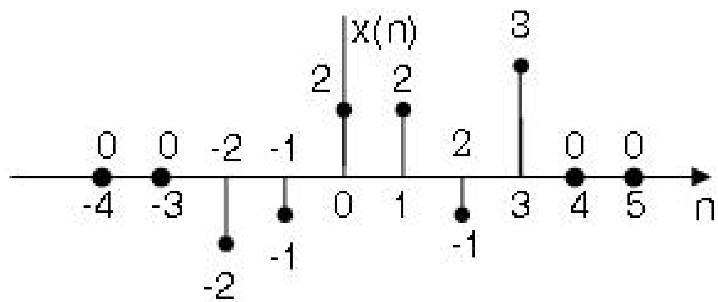
Clasificación de Señales

- **Señal digital**

  Señal en tiempo discreto que toma valores de un conjunto discreto.



(a) Infinite duration



(b) Finite duration

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Sistemas

PSI Percepción y Sistemas Inteligentes

♦ Definición.

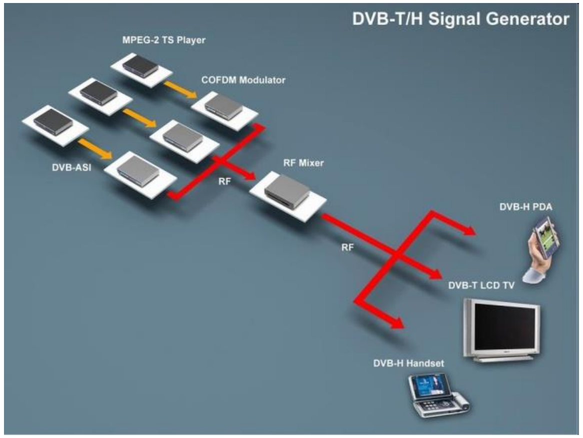
Matemáticamente un sistema es una relación funcional entre la entrada **x(t)** y la salida **y(t),** que puede expresarse como:

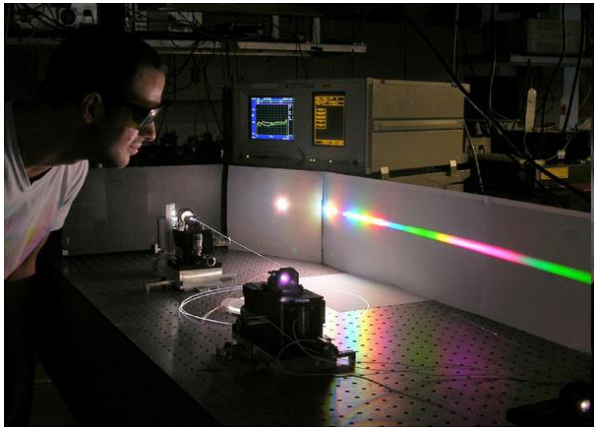
$$y(t_0) = f\left[x(t);\ -\infty < t < \infty\right],\quad -\infty < t_0 < \infty$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Fuente de Señal

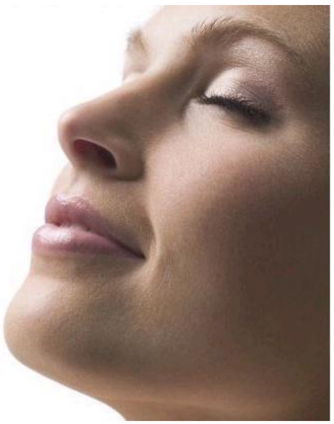
- Un sistema puede definirse como un **dispositivo físico** que realiza una **operación** sobre una señal.
- La **forma** en la que se **generan** las señales se encuentra **asociada** con un **sistema** que responde ante un estímulo o fuerza.
- El estímulo en **combinación** con el sistema se llama **Fuente de Señal**.

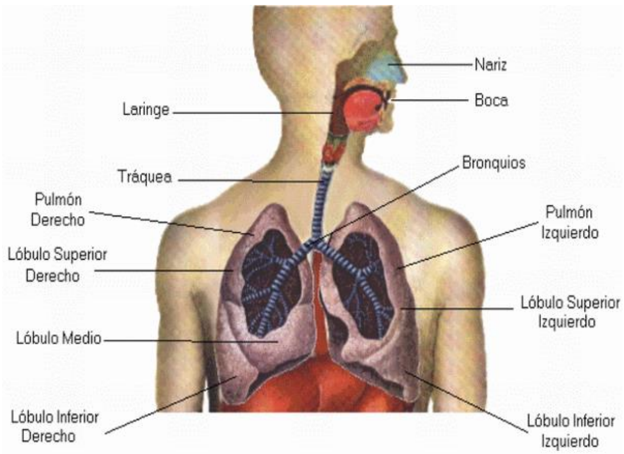


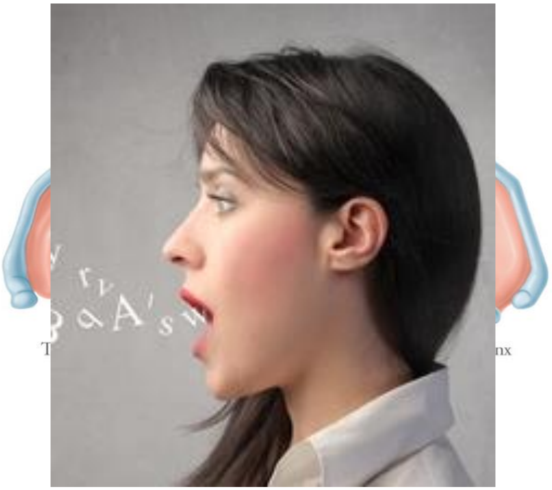


Sistemas

- **Ejemplo:**
  - Generador de voz humana







Entrada: Aire → **SISTEMA: Pulmones, Cuerdas vocales Tracto bucal** → **Salida: Voz**

Sistemas Lineales y No Lineales

Sistema Lineal

- Aquel que satisface el ***Teorema de Superposición***
  - Propiedad de ***Aditividad***
    - $x_1(n) \rightarrow y_1(n); \; x_2(n) \rightarrow y_2(n)$
    - $x_3(n) = x_1(n) + x_2(n) \rightarrow y_3(n) = y_1(n) + y_2(n)$
  - Propiedad de ***Homogenidad***
    - $x_1(n) \rightarrow y_1(n);$
    - $a\, x_1(n) \rightarrow a\, y_1(n);$

Sistemas Lineales y No Lineales

Sistema Lineal …

- Aquel que satisface el ***Teorema de Superposición***
  - ***Teorema de Superposición= Aditividad + Homogenidad***
    - $x_1(n) \rightarrow y_1(n)$
    - $x_2(n) \rightarrow y_2(n)$
    - $x_3(n) = a_1x_1(n) + a_2x_2(n) \rightarrow y_3(n) = a_1y_1(n) + a_2y_2(n)$

Sistema No Lineal:

- **Aquel que *no satisface* el teorema de superposición**.

Sistemas Variantes e Invariantes con el Tiempo

Sistema *In*variante con el Tiempo.

- Aquel que ante un desplazamiento temporal en la señal de entrada produce el mismo desplazamiento de tiempo en la señal de salida.

$$si\ y(n) = f[x(n)] \ \rightarrow \ y(n-n_0) = f[x(n-n_0)], \qquad -\infty < n, \qquad n_0 < \infty$$

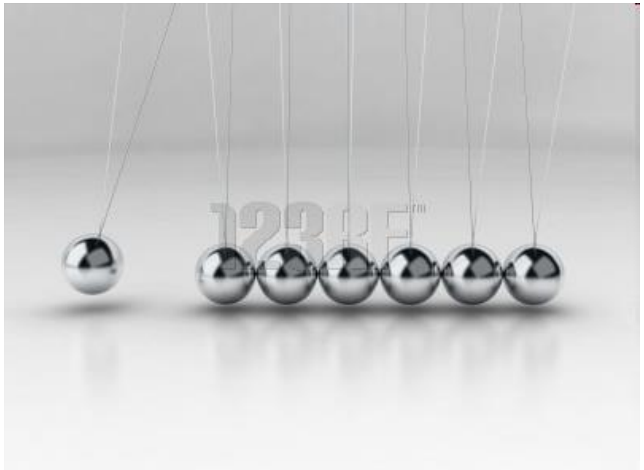
Sistema Variante con el Tiempo.

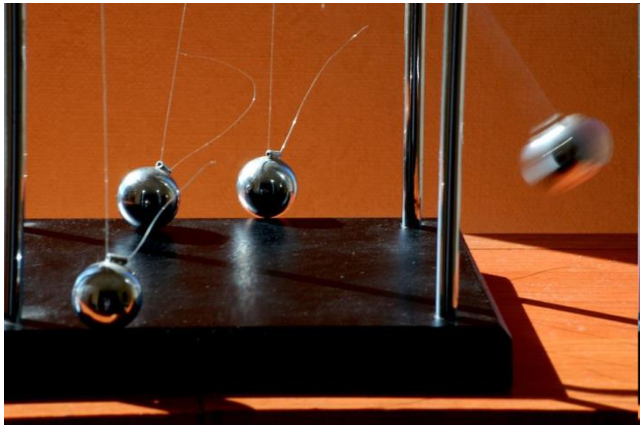
- Cualquier sistema que no cumpla el requerimiento anterior.

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

- **Sistemas Causales y No-Causales**
  - **Sistema Causal**
    - Aquel cuya respuesta no empieza antes de que sea aplicada la señal de entrada.
    - El valor de $y(n)$ en el instante $n = n_0$ depende sólo de los valores de la entrada $x(n)$ para $n = n_0$, esto es:

$$y(n_0) = f[x(n);\ n \leq n_0];\quad -\infty < n, n_0 < \infty$$



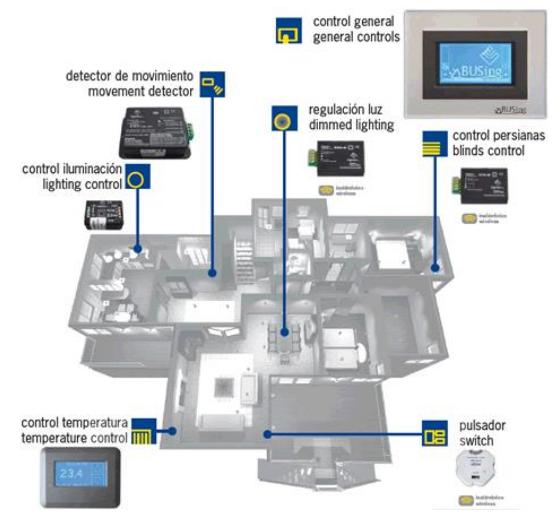


- **Sistemas Causales y No-Causales**
  - **Sistema Anti-Causal**
    - Son todos los sistemas que no satisfagan la condición precedente.
    - No existen en el mundo real.
    - Pueden ser simulados utilizando retardos de tiempo.

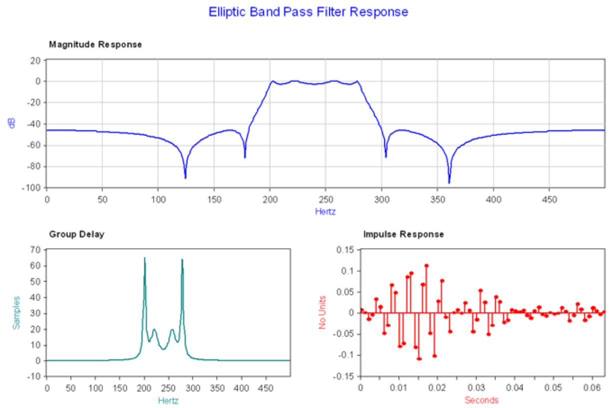
Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

♦ Procesamiento de Señal

- **Sistema:** dispositivo (hardware + software) que realiza una operación o transformación sobre una señal.
- El paso de la señal por el sistema, implica un **procesamiento de señal.**



- **Ejemplo.**
  - Los filtros selectivos en frecuencia ⇒ Reducir el ruido e interferencias de una señal.



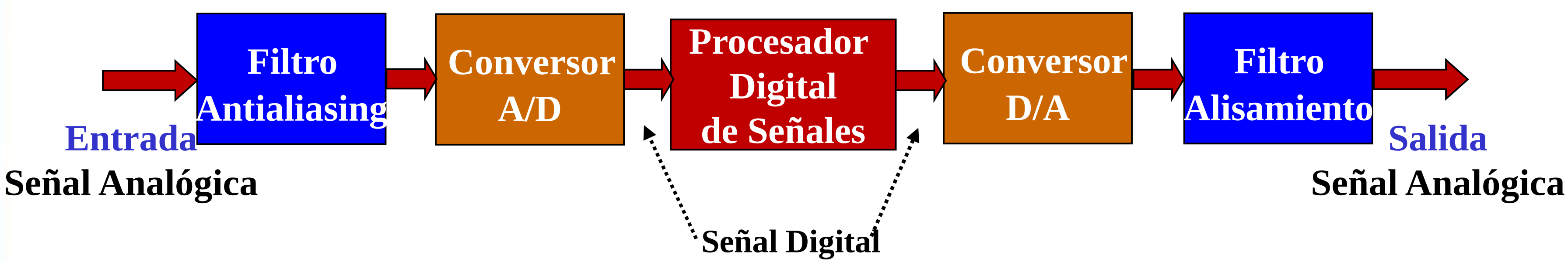
Procesamiento de Señales

PSI Percepción y Sistemas Inteligentes

■ Estructura Básica de un Sistema de Procesamiento de Señal

▸▸ Procesamiento Analógico

▸▸ Procesamiento Digital



Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.

- **Reconfiguración**
  - **P.D.S.**
    - Permite realizar fácilmente cambios de programas (software)
    - Permite utilizar métodos más complejos
  - **P.A.S.**
    - Cambios de procesamiento implica cambios de hardware
    - Se implementan métodos poco sofisticados
    - FPGAs están evolucionando

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.

- **Control de la Precisión**

  - **P.D.S.**
    - Se determina fácilmente
    - Se establece por la precisión de los conversores (A/D y D/A) y las características arquitectónicas del procesador.
  - **P.A.S.**
    - Difícil de determinar
    - Depende de la tolerancia de los componentes y de la variación de sus parámetros con el tiempo

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.

- **Almacenamieto**
  - **P.D.S.**
    - No se presenta deterioro o pérdida en la fidelidad de la señal
    - Facilidad de transporte + Compresión
    - Permite el análisis en tiempo no-real
  - **P.A.S**.
    - Puede presentarse deterioro o pérdidas en la fidelidad
    - No permite fácil análisis en tiempo no-real

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.

PSI Percepción y Sistemas Inteligentes

- **Costo**
  - **P.D.S.**
    - Generalmente más barato
    - Soluciones generales
  - **P.A.S.**
    - Más costoso
    - Soluciones particulares

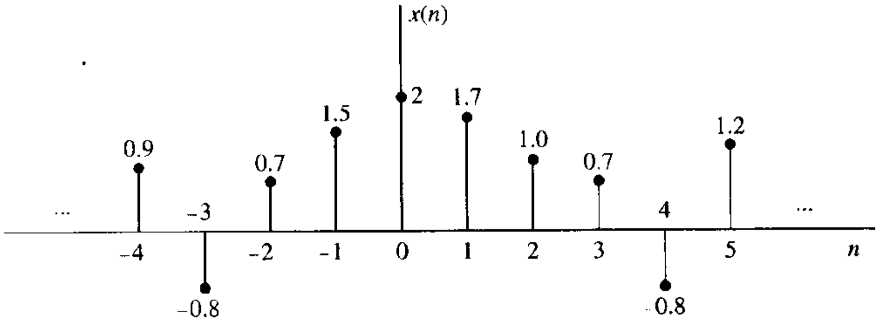
Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Ventajas del P.D.S. frente al P.A.S.

- **Limitaciones**
  - **P.D.S.**
    - La velocidad de operación limitada de los conversores y de los procesadores
    - Imposibilidad de utilizar P.D.S. para señales con ancho de banda extremadamente grandes.
  - **P.A.S.**
    - Trabajan sin problemas con señales de amplio ancho de banda.

Representaciones

R. Gráfica



R. Funcional

$$x(n)=\begin{cases}1, & \text{para} \quad n=1,3\\ 4, & \text{para} \quad n=2,5\\ 0, & \text{en otro caso}\end{cases}$$

Representaciones

R. Tabular

n	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\ldots$
$x(n)$	$\cdots$	0	0	0	1	4	1	0	0	$\ldots$

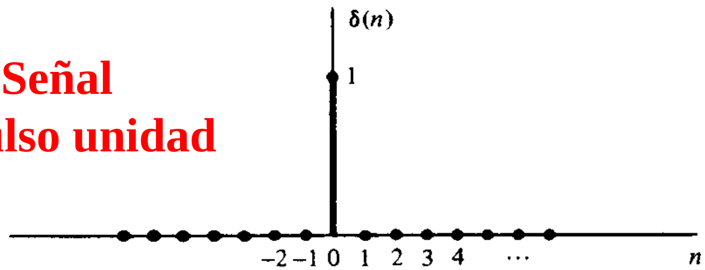
R. Secuencial

$$x(n) = \{\ldots,\ 0,\ 0,\ \underline{1},\ 4,\ 8,\ 3,\ 0,\ 0,\ldots\} \quad \text{duración infinita}$$
$$x(n) = \{2,\ 0,\ 0,\ \underline{1},\ 4,\ 8,\ 3,\ 0,\ 0\} \quad \text{duración finita}$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

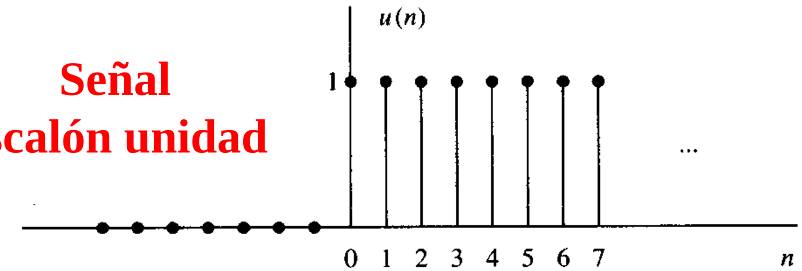
Señales Típicas en Tiempo Discreto

Señal impulso unidad



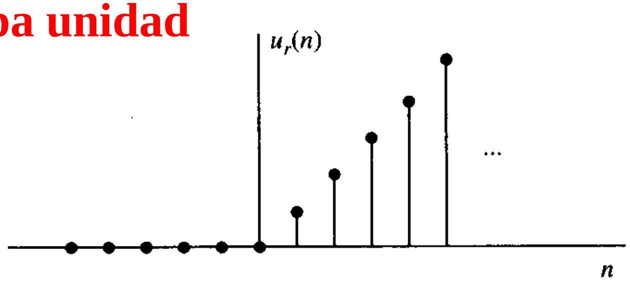
$$\delta(n) \equiv \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0 \\ 0, & \text{para } n \neq 0 \end{cases}$$

Señal escalón unidad



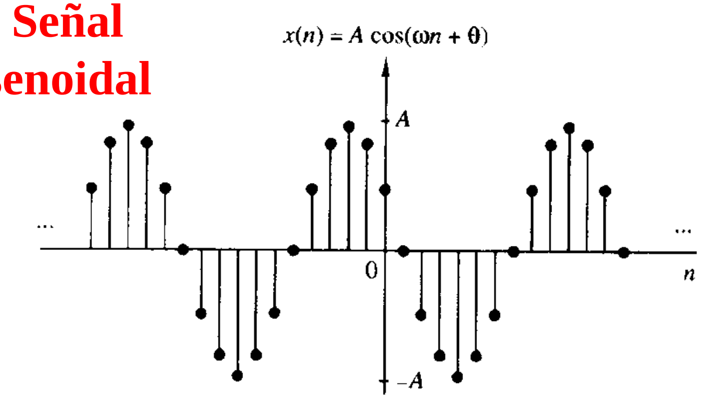
$$u(n) \equiv \begin{cases} 1, & \text{para } n \geq 0 \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$$

Señal rampa unidad



$$u_r(n) \equiv \begin{cases} n, & \text{para } n \geq 0 \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$$

Señal senoidal



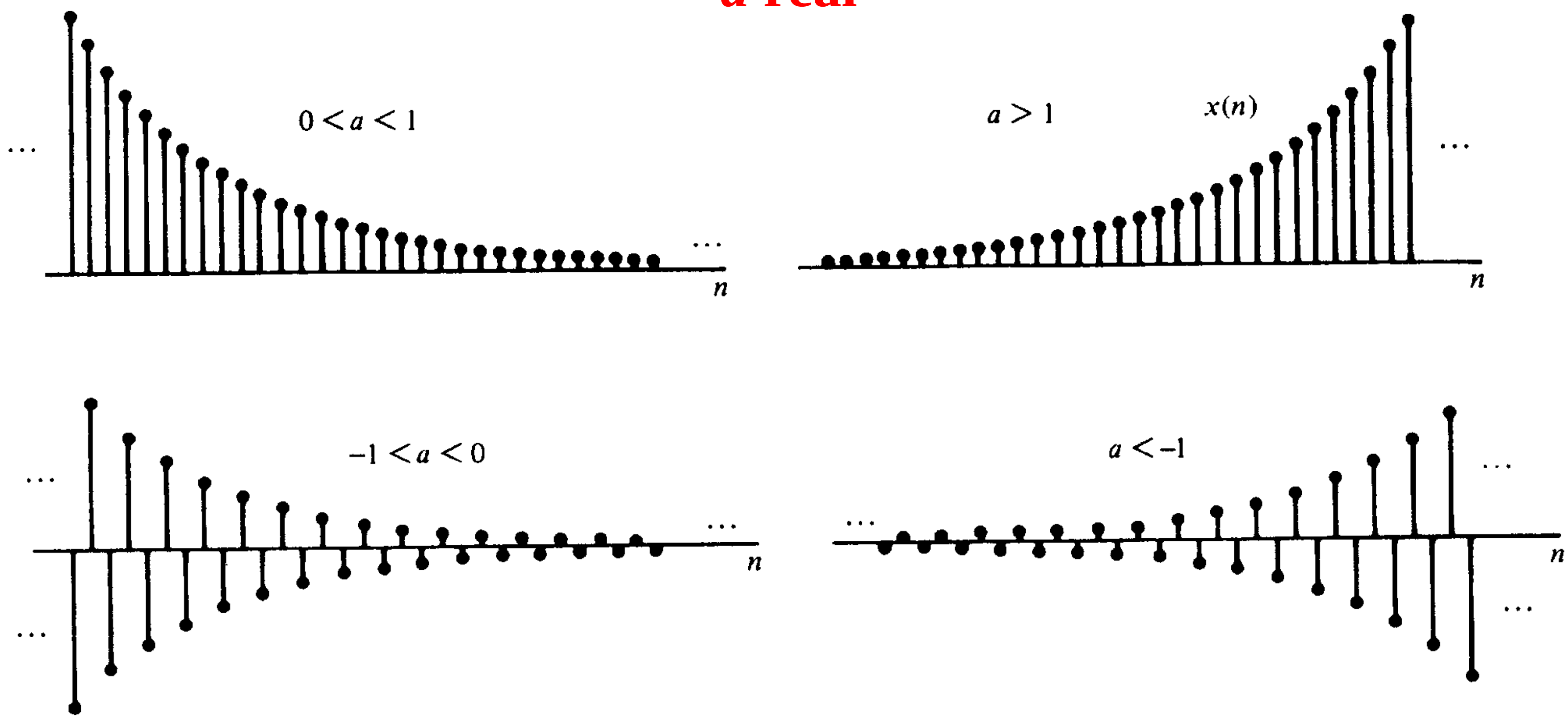
$$x(n) \equiv A\cos(wn + \theta)$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Señales Típicas en Tiempo Discreto

- **Señal Exponencial:** $x(n) = a^{n}$ para todo n

a real

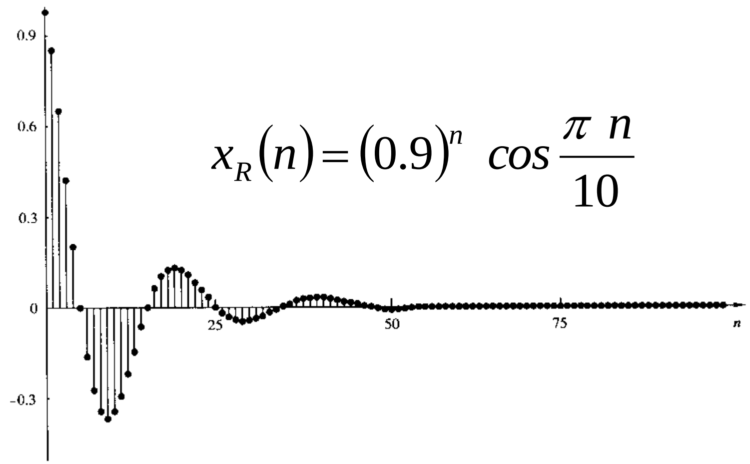


Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

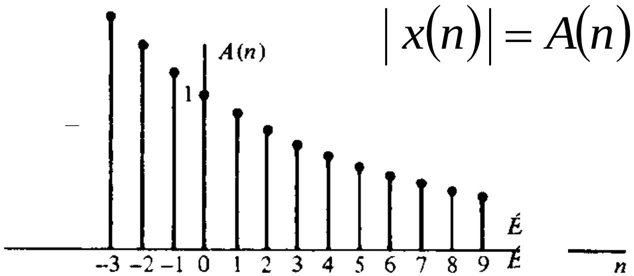
■ Señal exponencial

a complejo $\rightarrow$ $a \equiv r\, e^{j\theta} \rightarrow$ $x(n) = r^n e^{j\theta n} = r^n \left[\cos(\theta n) + j\, sen(\theta n)\right]$

$$x_R(n) = (0.9)^n \cos\frac{\pi n}{10}$$

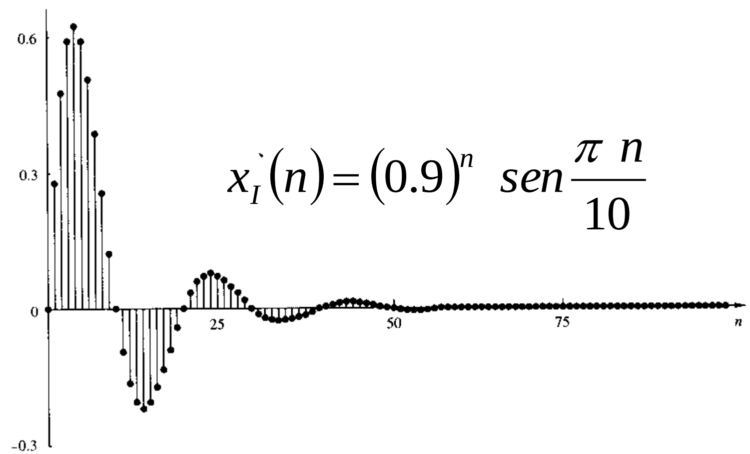


$$|x(n)| = A(n) \equiv r^n$$

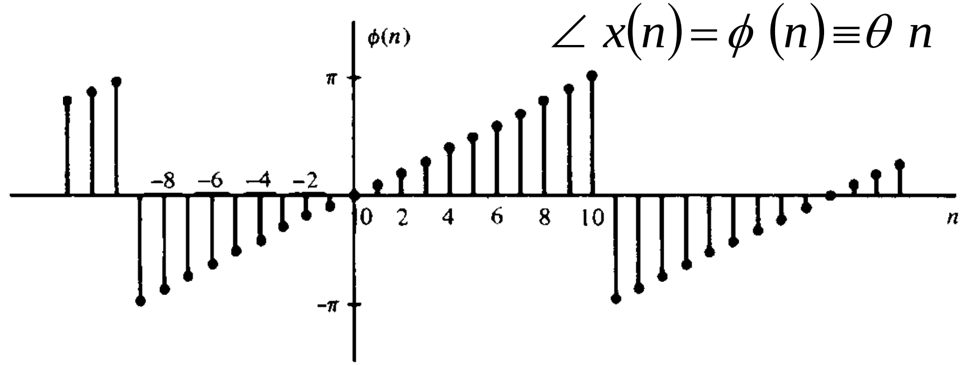


(a) Gráfica de $A(n) = r^n$, $r = 0.9$

$$x_I(n) = (0.9)^n\ sen\frac{\pi n}{10}$$



$$\angle x(n) = \phi(n) \equiv \theta n$$



(b) Gráfica de $\phi(n) = \frac{\pi}{10} n$, módulo 2π dibujada en el intervalo $(-\pi,\pi)$

- **Señales de Energía y de Potencia**
  - En muchas aplicaciones las señales están directamente relacionadas con cantidades físicas que capturan potencia y energía de un sistema físico.

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Características de Señales en T.D.

Definiciones

- La **energía** $\boldsymbol{E}$ de una señal $x(n)$ se define como

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

  - Válido para todo tipo de señal real o compleja
  - La energía puede ser finita o infinita

- La **energía** $\boldsymbol{E_N}$ en un intervalo finito $-N \leq n \leq N$ se obtiene como:

$$E_N = \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Definiciones

- La **potencia media** ***P*** de una señal $x(n)$ se define como:

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

- La **energía** y la **potencia** pueden reescribirse como:

$$E = \lim_{N\to\infty} E_N$$

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} E_N$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

PSI Percepción y Sistemas Inteligentes

Señal de Energía

- Señal con energía finita y potencia media cero.

$$\text{Si } E < \infty \;\wedge\; P = 0 \;\Rightarrow\; \text{Señal de Energía}$$

- **Ejemplo:** Determinar si la señal $x(n)$ es de *Energía*

$$x(n) = \begin{cases} \dfrac{1}{n} & n \geq 1 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$$

- **Respuesta**:

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} (1/n)^2 = \frac{\pi^2}{6}$$

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \left|\frac{1}{n}\right|^2 = 0$$

  - **Señal de Energía!!**

PSI Percepción y Sistemas Inteligentes

Señal de Potencia

- Señal con energía infinita y potencia media finita.

$$\text{Si } E \to \infty \;\; y \;\; 0 < P < \infty \Rightarrow \text{ Señal de Potencia}$$

- **Ejemplo:** Determinar si la señal $x(n)$ es de *Potencia*

$$x(n) = \begin{cases} 3(-1)^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

- **Respuesta**:

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} (3|(-1)^n|)^2 \to \infty$$

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} 9 \sum_{n=0}^{N} 1 = 4.5$$

- **Señal de Potencia!!**

- **Señales Periódicas y Aperiódicas**
  - Una señal es **Periódica** con periodo $N > 0$ si y sólo si:

$$x(n+N) = x(n)\,, \quad \forall\ N\ \in\ \mathbb{Z}$$

    - El valor más pequeño de N que cumple la condición anterior corresponde al *periodo fundamental*.
  - Una señal es **Aperiódica** si no existe un valor de N.
  - La potencia para una señal periódica se calcula sobre un periodo:

$$P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$$

  - Las señales periódicas son señales de potencia.

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

- **Señales Periódicas y Aperiódicas…**

  - **Caso 1:** La **suma** de dos o más señales periódicas es una señal periódica.
    - Sean dos señales periódicas $x_1(n)$ y $x_2(n)$ con periodos fundamentales N_1 y N_2 respectivamente.
    - Luego, la señal $x(n) = x_1(n) + x_2(n)$ será periódica con periodo fundamental N dado por:

$$N = \frac{N_1 N_2}{MCD(N_1, \quad N_2\,)}$$

    - Donde, MCD es el máximo común divisor

- **Señales Periódicas y Aperiódicas …**

  - **Caso 2:** El **producto** de dos o más señales periódicas es una señal periódica.
    - Sean dos señales periódicas $x_1(n)$ y $x_2(n)$ con periodos fundamentales N_1 y N_2 respectivamente.
    - Luego, la señal $x(n) = x_1(n)\,x_2(n)$ será periódica con periodo fundamental N dado por:

$$N \leq \frac{N_1 N_2}{MCD(N_1,\ N_2\ )}$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Señales Periódicas y Aperiódicas …

- **Caso especial**:
- La señal sinusoidal $x(n) = A\,sen\,(2\pi\, f_0\, n)$

  es periódica cuando f_0 es racional, es decir, si puede expresarse como:

$$f_0 = \frac{K}{N}$$

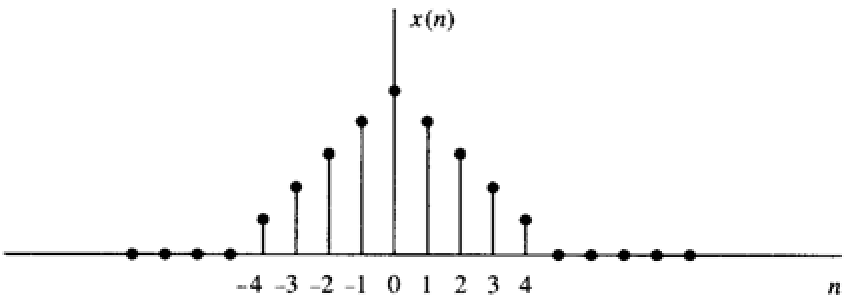
- Cuando K y N son primos relativos (tienen divisor común a ± 1 ó el máximo divisor común es 1), N es el periodo fundamental.

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Señales Simétricas y Antisimétricas

♦ **Señal Simétrica (par):**

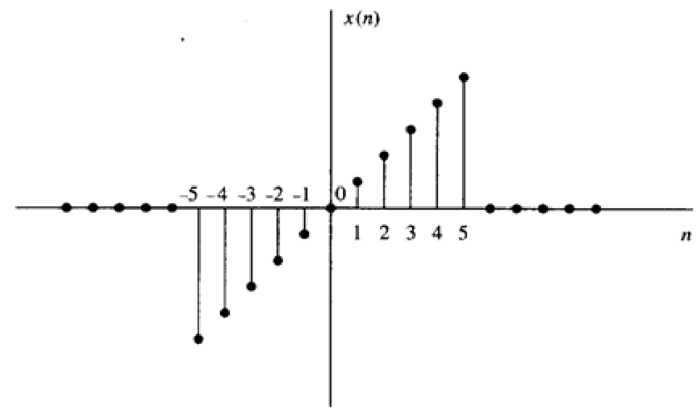
$$x(-n) = x(n) \quad \text{para todo n}$$



♦ **Señal antisimétrica (impar):**

$$x(-n) = -x(n) \quad \text{para todo n.}$$

$$\text{Se cumple:} \quad x(0) = 0$$



♦ **Descomposición:** Cualquier señal puede expresarse como la suma de dos componentes, una par y otra impar:

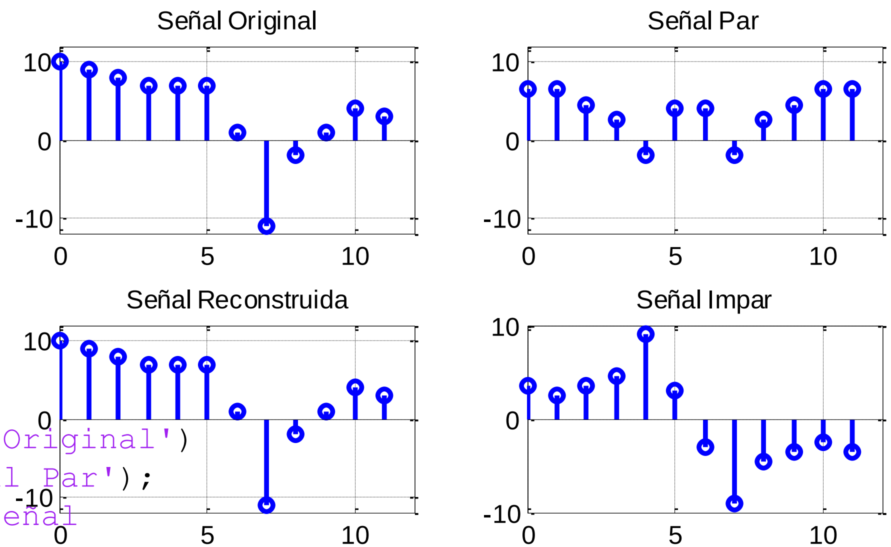
$$x_{par}(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)] \quad y \quad x_{impar}(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$$

$$x(n) = x_{par}(n) + x_{impar}(n)$$

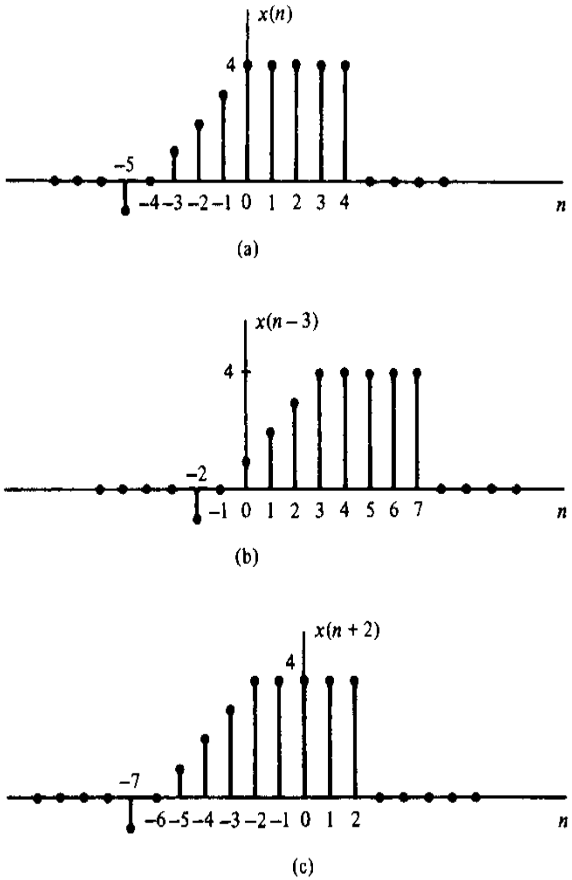
Programa Matlab

- Descomposición de señal en componentes par e impar

```
clc; clear all; close all;
%Señal de entrada
x=[10 9  8  7  7  7  1  -4 - 7  -2  1  4   3];
[nf,nc]=size(x);
n=0:nc-1;
% Descomposición parte par e impar
xpar=(x+fliplr(x))/2;
ximpar=(x-fliplr(x))/2;
% Reconstrucción
xrecons=xpar+ximpar;
%Graficación
subplot(2,2,1); stem(n,x); grid on; title('Señal Original')
subplot(2,2,2); stem(n,xpar);grid on; title('Señal Par');
subplot(2,2,3); stem(n,xrecons);grid on; title('Señal
Reconstruida');
subplot(2,2,4); stem(n,ximpar); grid on;title('Señal
Impar');
```

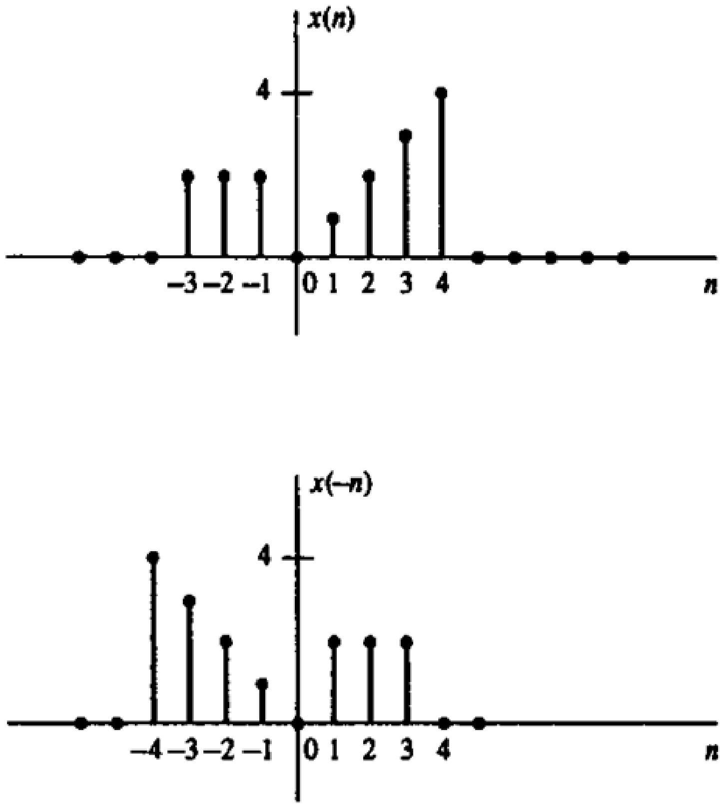


- **Manipulación en el Tiempo**
  - **Desplazamiento en el tiempo**
    - $y(n) = x(n \pm k)$
      - siendo k un entero positivo
    - **Retardo**: $y(n) = x(n-k)$
    - **Adelanto**: $y(n) = x(n+k)$



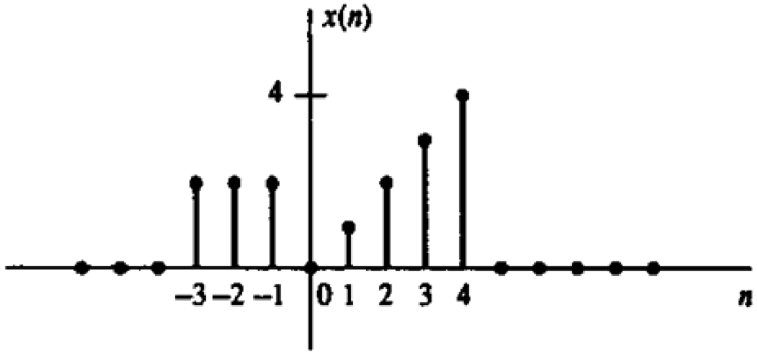
Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

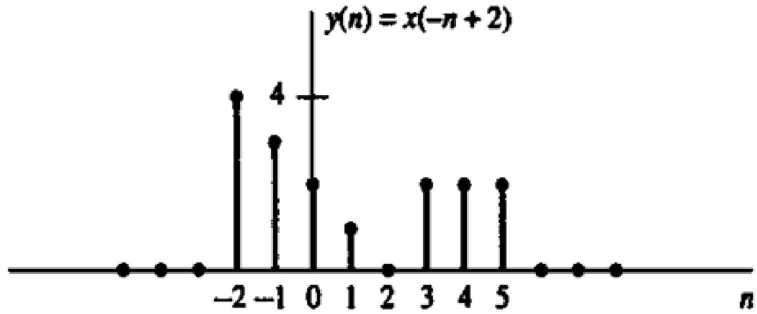
- **Manipulación en el tiempo …**
  - **Reflexión Temporal**
    - $y(n) = x(-n)$



Manipulación de señales en T. D.

- **Manipulación en el tiempo …**
  - **Desplazamiento+ Reflexión**
    - $y(n) = x(-n + k)$





Manipulación de señales en T. D.

Manipulación en el tiempo …

Escalamiento temporal

- *Submuestreo*

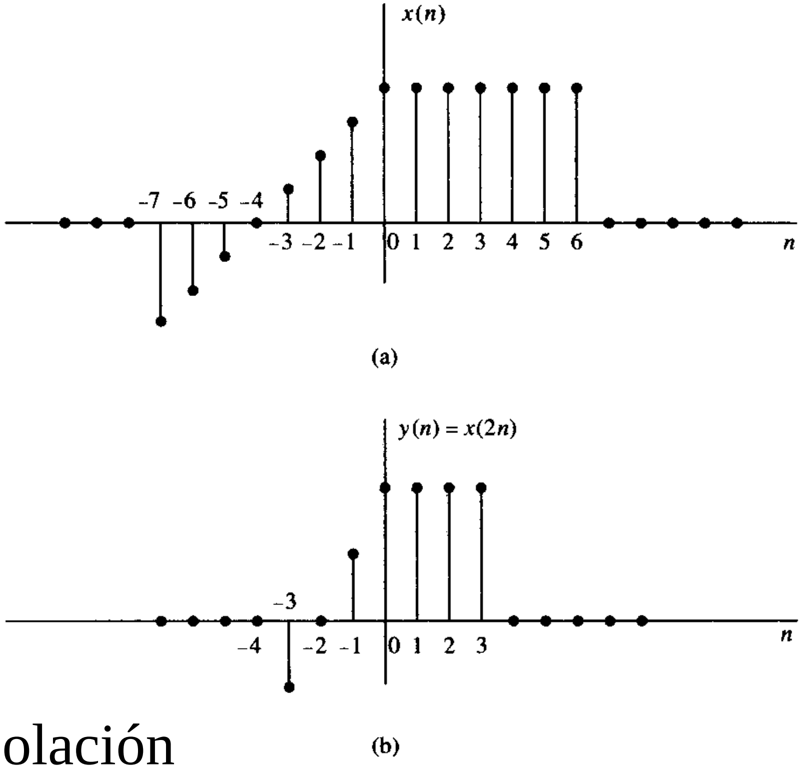
$$y(n) = x(d\,n)$$

  - siendo d un entero.

- *Interpolación*

$$y(n) = x\left(\frac{n}{d}\right)$$

  - siendo d un entero.
  - Utiliza funciones de interpolación



Percepción y Sistemas Inteligentes

♦ Manipulación en Amplitud

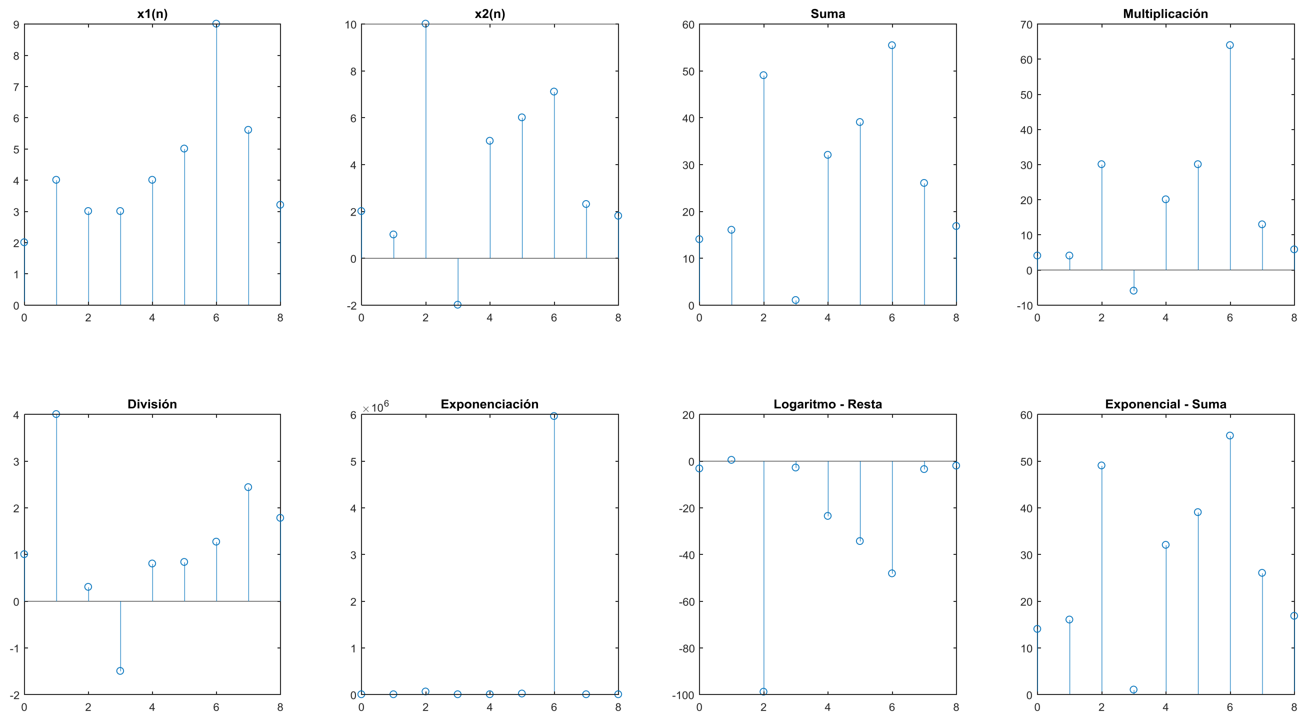
- **Escalamiento:** $y(n) = A\,x(n) \qquad -\infty < n < \infty$
- **Suma/Resta:** $y(n) = x_1(n) \pm x_2(n) \qquad -\infty < n < \infty$
- **Multiplicación:** $y(n) = x_1(n)\,.\,x_2(n) \qquad -\infty < n < \infty$
- **División:** $y(n) = x_1(n)\,./\,x_2(n) \qquad -\infty < n < \infty$
- **Exponenciación:** $y(n) = x_1(n).^{\wedge}\,x_2(n) \qquad -\infty < n < \infty$
- **Logaritmo:** $y(n) = \ln[x_1(n)] - [x_2(n)]^2 \qquad -\infty < n < \infty$
- **Son posibles Todas las operaciones matemáticas**

- **Ejercicio**
  - Programa en Matlab para aplicar operaciones matemáticas a dos señales.
- **Solución**

```
clc; clear all; close all;
%Señales x1(n) y x2(n)
x1=[2  4 3 3 4 5 9 5.6  3.2];
x2= [2 1 10 -2 5 6  7.1  2.3 1.8];
n=0:8;
%Operaciones Matemáticas
x3=3*x1+4*x2;  %Suma
x4=x1.*x2;  %Multiplicación
x5=x1./x2;  %División
x6=x1.^x2;  % Exponenciación
x7=log(x1)-x2.^2;  %Logaritmo
x8=exp(x1)+x2; %Exponenciación
% Visualización

subplot(2,4,1); stem(n,x1); title('x1(n)');grid on
subplot(2,4,2); stem(n,x2); title('x2(n)') ;grid on
subplot(2,4,3); stem(n,x3); title('Suma') ;grid on
subplot(2,4,4); stem(n,x4); title('Multiplicación';grid on)
subplot(2,4,5); stem(n,x5); title('División') ;grid on
subplot(2,4,6); stem(n,x6); title('Exponenciación') ;grid on
subplot(2,4,7); stem(n,x7); title('Logaritmo - Resta') ;grid on
subplot(2,4,8); stem(n,x3); title('Exponencial - Suma');grid on
```

Solución …



Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Sistemas con memoria y sin memoria

- **Sistema sin memoria o estático**
  - La salida para cada valor de la variable independiente en un tiempo dado sólo depende de la entrada en ese mismo instante.
  - **Ejemplos**:

$$y(n) = [x(n)]^2$$

$$y(n) = \frac{1}{5}x(n)$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

Sistemas con memoria y sin memoria

- **Sistema con memoria o dinámico**
  - La salida depende de valores de la señal de entrada en el instante actual y de tiempos pasados.
  - **Ejemplos:**

$$y(n) = x(n) + 3x(n-1)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{9} x(n-k) \quad memoria\ finita$$

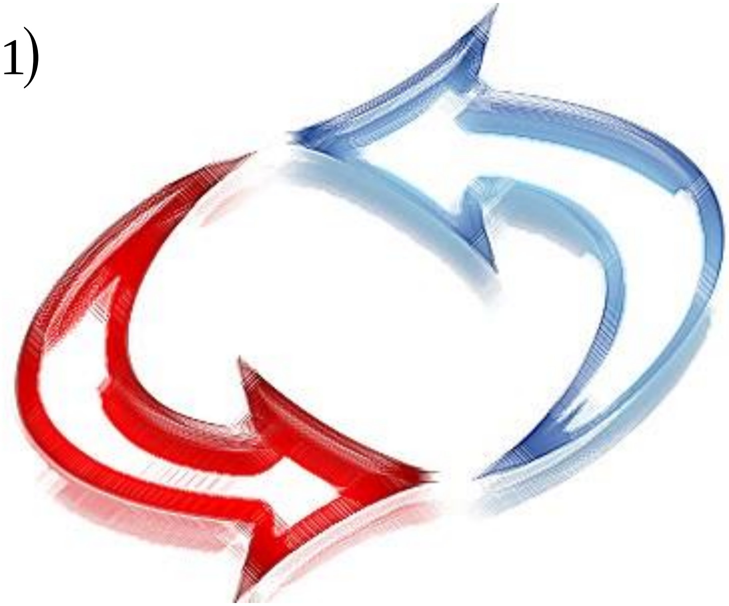
$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{0} x^2(n+k) \quad memoria\ infinita$$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

- **Sistema Recursivo**
  - La salida para cada valor de la variable independiente en un tiempo dado también depende de los valores pasados de la salida.

- **Ejemplo.**

$$y(n) = 5x(n) + 0.8y(n-1)$$



Sistema Recursivo y No-Recursivo

- **Sistema No-Recursivo**
  - La salida depende de valores de la señal de entrada en tiempos presente y/o pasados.

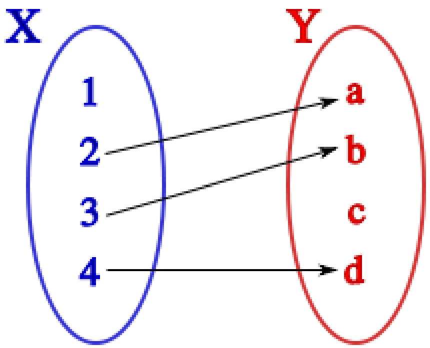
- **Ejemplos.**

$$y(n) = 0.5\,x(n) + \sqrt{2}\,x(n-2)$$

$$y(n) = \frac{1}{3}x(n+1) + \frac{1}{3}x(n) + \frac{1}{3}x(n-1)$$

Sistema Invertible

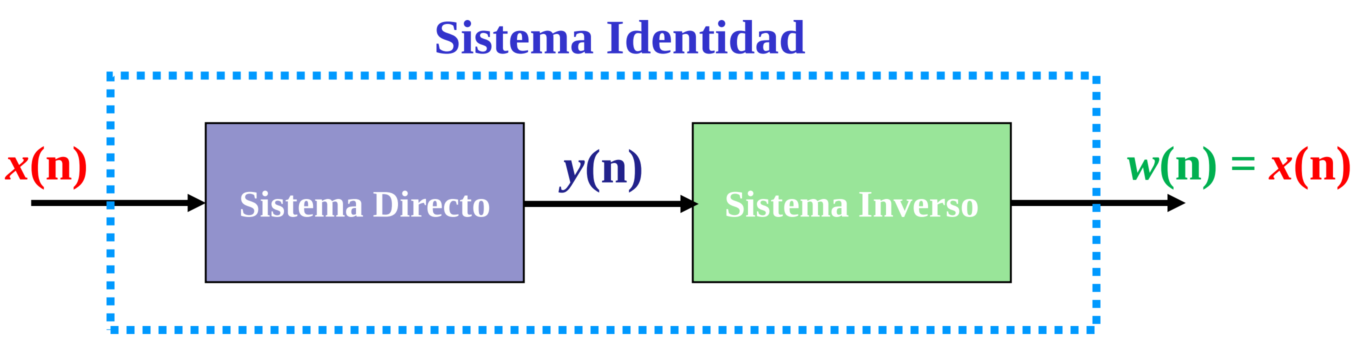
- Aquel que presenta una correspondencia biunívoca entre sus señales de entrada y salida.



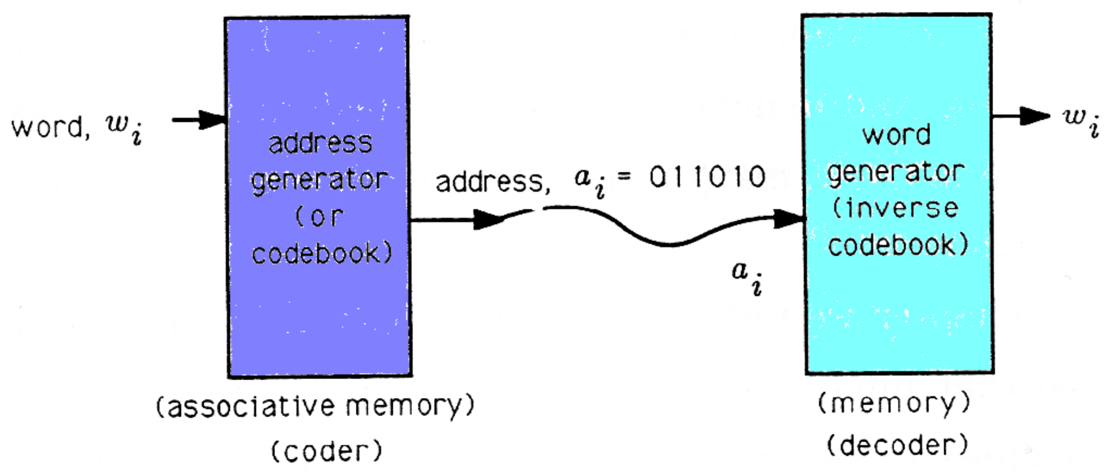
- **Correspondencia biunívoca** es una correspondencia unívoca cuya correspondencia inversa también es unívoca.

Sistema Inverso:

- Si un sistema es invertible existe un **sistema inverso** que al conectarlo en cascada con el sistema original, produce una salida $w(n)$ igual a la entrada $x(n)$ del primer sistema.

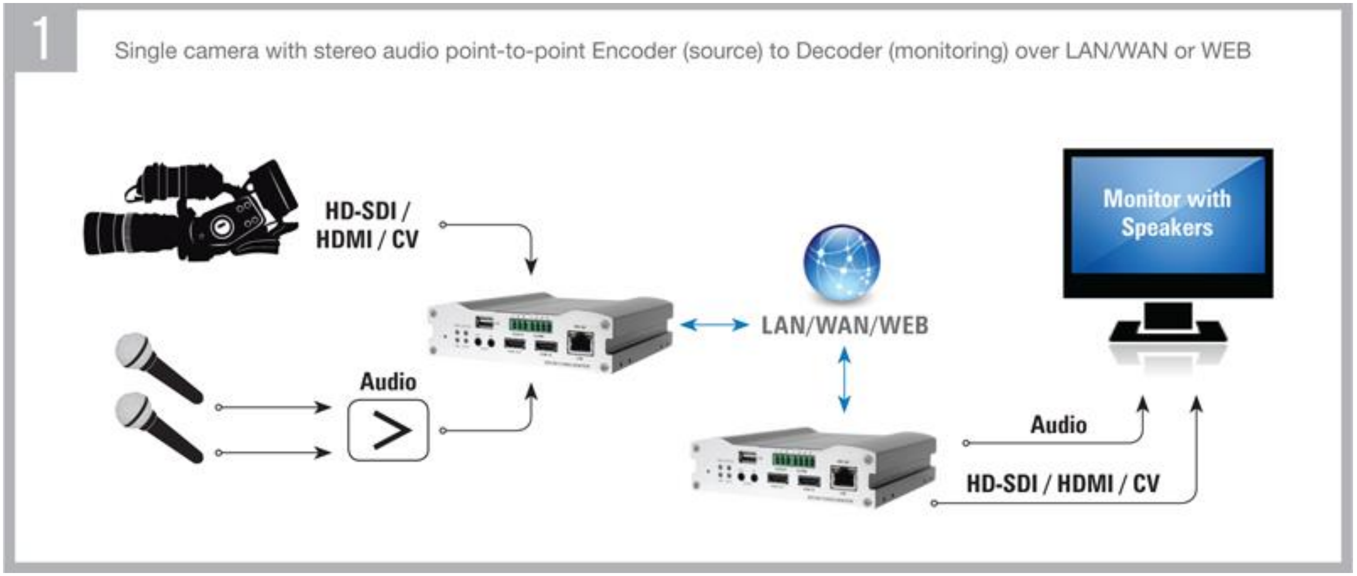


- **Sistema Inverso …**
  - **Ejemplo 1**: Sistema de codificación y decodificación de mensajes.



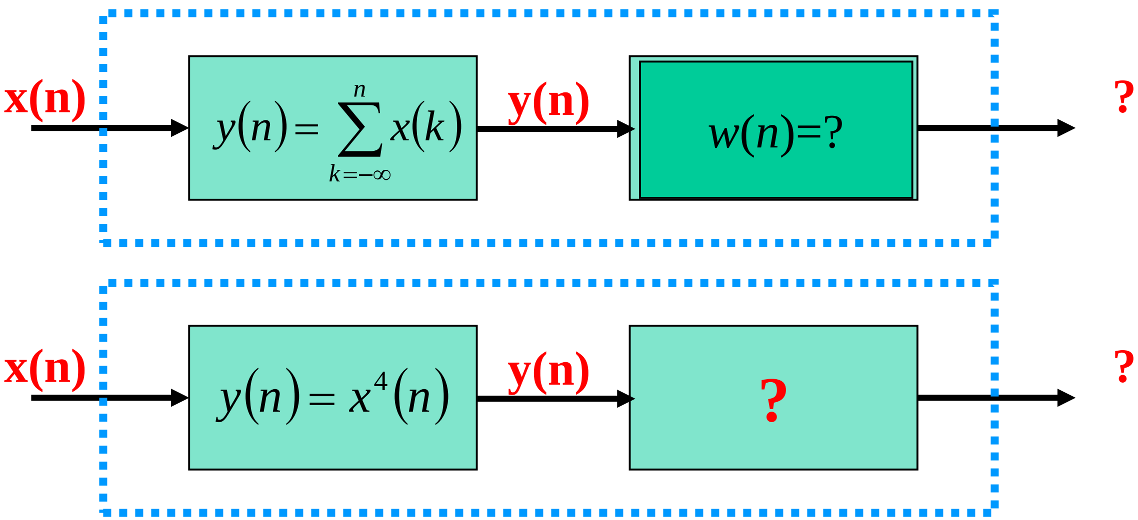
- **Sistema Inverso …**

  - **Ejemplo 2**: Sistema de codificación y decodificación de vídeo y audio sobre WEB



Sistemas Invertibles

- **Sistema Inverso …**
  - **Ejemplos:**



Estabilidad de Sistemas

PSI Percepción y Sistemas Inteligentes

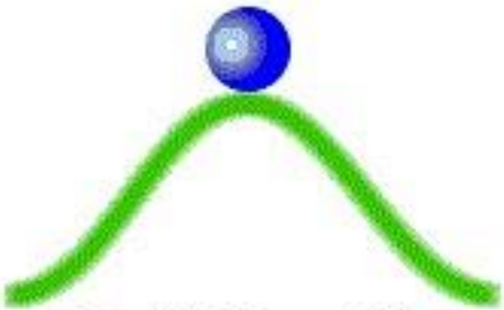
- **Sistema Estable**

  - Un sistema es **estable** si y solo si estando reposo y ante una entrada acotada en amplitud produce una salida acotada en amplitud (**BIBO, Bounded Input -Bounded Output**)

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

- **Sistema Inestable**

  - Un sistema es **inestable** si para alguna entrada acotada $x(n)$ la salida no está acotada.



- **Ejemplo**
  - Determinar si el siguiente sistema es estable

$$y(n) = y^2(n-1) + x(n); \quad y(-1) = 0$$

Cuando la entrada es $x(n) = C\,\delta(n)$; $C \in \mathbb{R}$, constante

- **Solución**
  - Calcular iterativamente $y(n)$ para distintos valores de n.
  - $y(n) = y^2(n-1) + C\,\delta(n);$
  - $y(0) = C;$ $\qquad y(1) = C^2$; $\qquad y(2) = C^4$
  - $y(n) = C^{2^n}$

Humberto Loaiza Correa
humberto.loaiza@correounivalle.edu.co

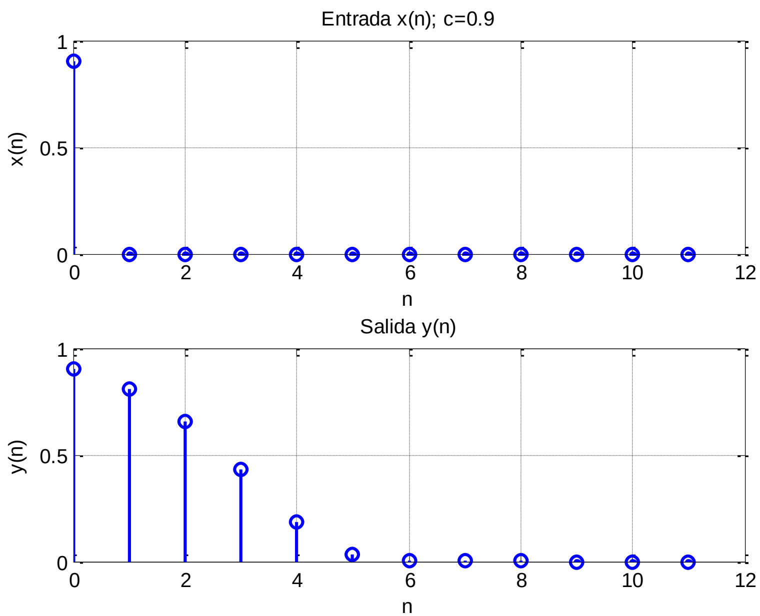
Solución

```
clc;clear all; close all;
Ns=12; % Definición número de muestras
% Entrada x(n)=c d(n)
c=0.9;
x= c*[1 zeros(1,Ns-1)];
yi=0;  %condición inicial y(-1)=0
y=zeros(1,Ns);
y(1)=yi^2+x(1); % evaluando para y(n=0)
for n=1:Ns-1
   y(n+1)=y(n)^2+x(n+1);
end
n=0:Ns-1;
subplot(2,1,1);
stem(n,x,'LineWidth',2);xlabel('n');ylabel('x(n)');
title(['Entrada x(n); c=' num2str(c)]);grid on;
subplot(2,1,2);
stem(n,y,'LineWidth',2);xlabel('n');ylabel('y(n)');title('Salida y(n)');grid on;
```

Estabilidad de Sistemas

Solución

- Para $C = 0.9$



- Para $C = 1.001$