



通信电路原理

第六章 调制与解调

频率调制



调制与解调

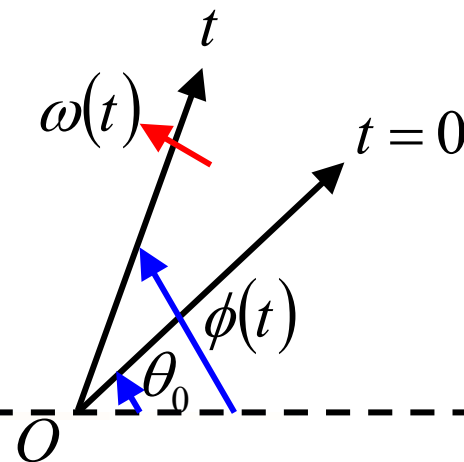
- 6.1 幅度调制
- 6.2 角度调制
 - 基本概念
 - 频率调制信号的性质
 - 实现频率调制的方法和电路
 - 技术指标
 - 上变频
 - 直接调频电路
 - 间接调频电路
 - 调频波的解调方法和电路
- 6.3 数字调制



6.2 角度调制

- **正弦波的瞬时频率或者瞬时相位随调制信号变化的调制，称为角度调制**
 - **幅度不随调制信号变化而变化，保持恒定**
 - **如果瞬时频率随调制信号线性变化，称为频率调制 (FM, Frequency Modulation)**
 - **如果瞬时相位随调制信号线性变化，称为相位调制 (PM, Phase Modulation)**
- **从考察瞬时频率和瞬时相位的关系入手，研究频率调制和相位调制之间的关系**

基本概念： 瞬时频率和瞬时相位



■ 单频余弦信号

$$v_c(t) = V_{cm} \cos \phi(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + \theta_0)$$

■ 全相角

■ 瞬时相位

$$\phi(t) = \omega_c t + \theta_0$$

- 称某一时刻的全相角为瞬时相位

■ 瞬时频率

- 称某一时刻的角频率为瞬时频率

- 如果是纯余弦信号，瞬时频率为 ω_c

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\phi(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \phi(0) = \int_0^t \omega(t) dt + \theta_0 \stackrel{\omega(t)=\omega_c}{=} \omega_c t + \theta_0$$

$$\dot{v}_{FM}(t) = V_{cm} e^{j\left(\omega_c t + K_F \int_0^t v_f(t) dt + \theta_0\right)}$$

$$\dot{v}_{PM}(t) = V_{cm} e^{j(\omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0)}$$

调角波数学表达式

频率调制

瞬时频率: $\omega_F(t) = \omega_c + K_F v_f(t)$

瞬时相位: $\phi_F(t) = \int_0^t \omega_F(t) dt + \theta_0 = \omega_c t + K_F \int_0^t v_f(t) dt + \theta_0$

调频波: $v_{FM}(t) = V_{cm} \cos \phi_F(t) = V_{cm} \cos\left(\omega_c t + K_F \int_0^t v_f(t) dt + \theta_0\right)$

瞬时相位: $\phi_P(t) = \omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0$

调相波: $v_{PM}(t) = V_{cm} \cos \phi_P(t)$
 $= V_{cm} \cos(\omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0)$

瞬时频率: $\omega_P(t) = \frac{d\phi_P(t)}{dt} = \omega_c + K_P \frac{dv_f(t)}{dt}$

- 使余弦信号的瞬时角频率与调制信号成线性关系变化, 而初始相位不变

相位调制

- 保持余弦信号的中心角频率不变, 而使其瞬时相位与调制信号成线性关系变化

调频波: $v_{FM}(t) = V_{cm} \cos\left(\omega_c t + K_F \int_0^t v_f(t) dt + \theta_0\right)$

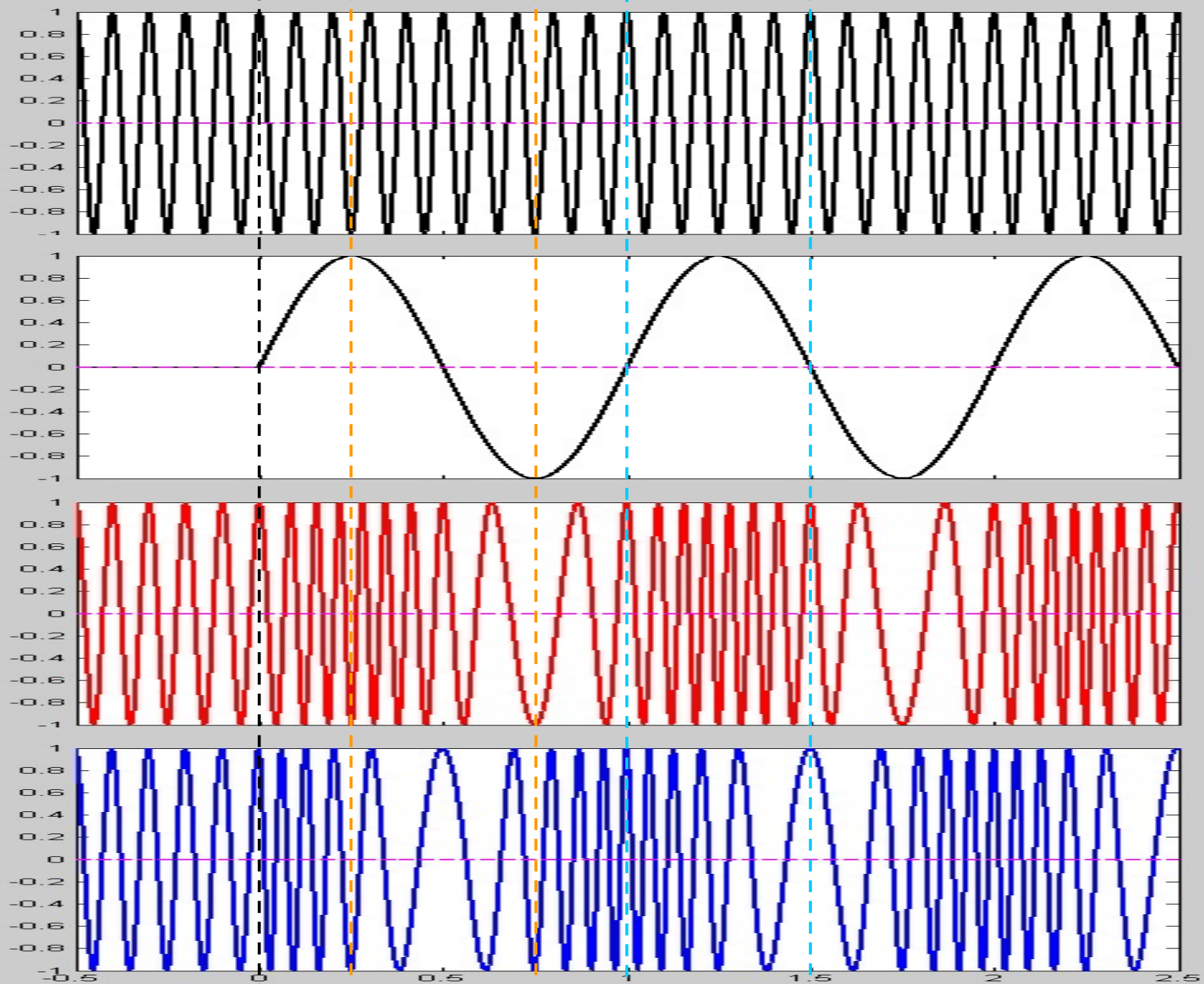
调相波: $v_{PM}(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0)$

调频波与调相波的关系

- 频率调制和相位调制都是改变载波信号的相角，只是该相角的变化随调制信号的变化关系不同，它们之间存在着内在联系
 - 如果事先不知道调制信号的动态变化特性，就不能区分调频波和调相波
 - 如果先将调制信号经积分处理后，再进行相位调制，得到的是调制信号的调频波
 - 如果先将调制信号经微分处理后，再进行频率调制，得到的是调制信号的调相波

$$\omega_{FM}(t) = \omega_c + K_F v_f(t)$$

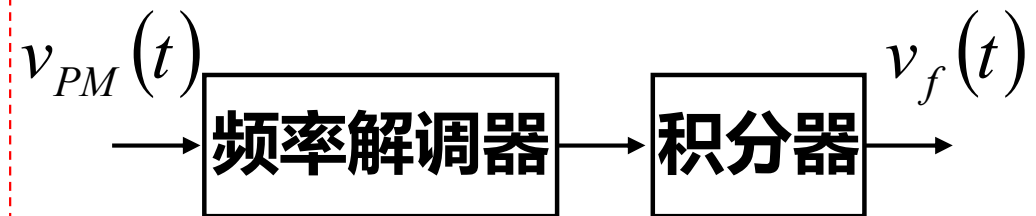
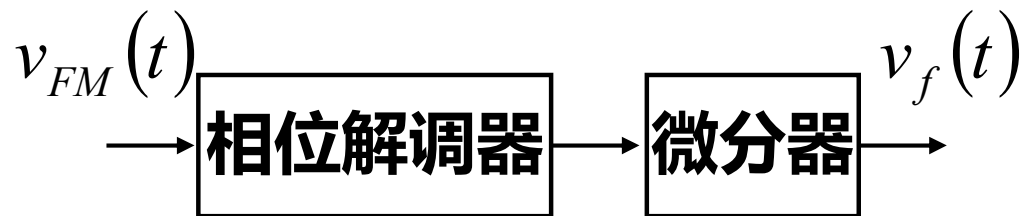
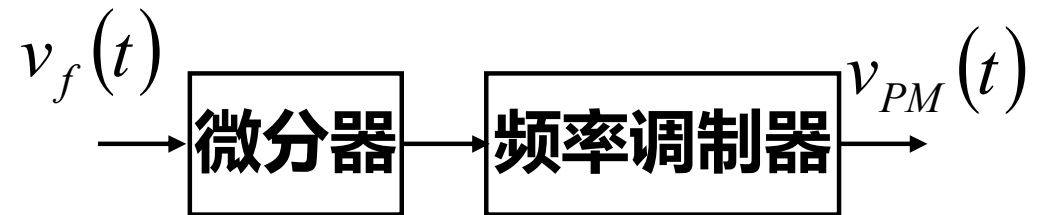
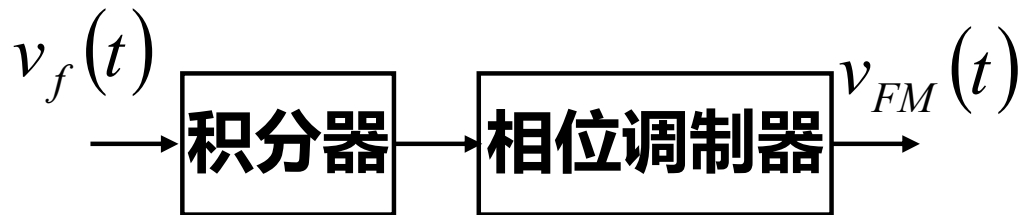
$$\omega_{PM}(t) = \omega_c + K_P \frac{dv_f(t)}{dt}$$



$$\text{调频波: } v_{FM}(t) = V_{cm} \cos\left(\omega_c t + K_F \int_0^t v_f(t) dt + \theta_0\right)$$

$$\text{调相波: } v_{PM}(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0)$$

调制与解调的实现方法





6.2.2 频率调制信号的性质

- **频率调制过程是一个非线性过程，分析比较复杂**
 - **为了避免复杂的计算和分析，我们只讨论最为简单的单频和双频调制情况，所得结果可以用来揭示一般调频信号的频谱规律**
 - **调制信号为单频余弦信号**
 - **调制信号为双频余弦信号**
 - **调频波上叠加噪声/干扰信号**

最大频偏: $\Delta\omega = K_F V_{\Omega m}$

$m_F = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = \frac{\Delta f_m}{F}$ 调频波的调制指数

调制信号为单频余弦信号

调制信号: $v_f(t) = V_{\Omega m} \cos \Omega t$

瞬时角频率: $\omega_F(t) = \omega_c + K_F v_f(t)$
 $= \omega_c + K_F V_{\Omega m} \cos \Omega t$
 $= \omega_c + \Delta\omega \cos \Omega t$

瞬时相位: $\phi_F(t) = \int_0^t \omega_F(t) dt + \theta_0$
 $= \omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t + \theta_0$

调频波: $v_{FM}(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t + \theta_0)$

为了方便起见, 记调频波为: $v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)$

调频波的调制指数有如下特点

- m_F 表示相位偏移的最大值
- m_F 可以小于1, 可以大于1
- m_F 正比于频偏 $\Delta\omega$
- m_F 反比于调制信号频率 Ω

调制信号: $v_f(t) = V_{\Omega m} \cos \Omega t$

调频波: $v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)$

调相波与调频波对比

调相波: $v_{PM}(t) = \cos(\omega_c t + K_p \cdot v_f(t)) = \cos(\omega_c t + m_p \cos \Omega t)$

调制指数: $m_p = K_p V_{\Omega m}$

$$m_F = \frac{\Delta \omega}{\Omega} = \frac{K_F V_{\Omega m}}{\Omega}$$

瞬时相位: $\theta_p(t) = \omega_c t + m_p \cos \Omega t$

瞬时频率: $\omega_p(t) = \frac{d\theta_p(t)}{dt} = \omega_c - m_p \Omega \sin \Omega t$

频偏: $\Delta \omega = m_p \Omega = K_p V_{\Omega m} \Omega$

$$\Delta \omega = K_F V_{\Omega m}$$

- 调相波的调制指数只和调制信号幅度成正比
- 其频偏和调制信号幅度成正比, 和调制信号的频率也成正比

调频波: $v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)$

$$\dot{v}_{FM}(t) = e^{j(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)} = e^{j\omega_c t} e^{jm_F \sin \Omega t}$$

调频波的傅立叶级数展开

$$e^{jm_F \sin \Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) e^{jn\Omega t}$$

$$\dot{v}_{FM}(t) = e^{j\omega_c t} e^{jm_F \sin \Omega t} = e^{j\omega_c t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) e^{jn\Omega t}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) e^{j(\omega_c t + n\Omega t)}$$

$$v_{FM}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c t + n\Omega t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c + n\Omega)t$$

- 单频调制信号的调频波可以分解为无穷多个间隔为调制信号频率的余弦波的叠加
 - 调频波除了载波频率外，还有无穷多个旁频分量，其幅度由调制指数的第一类 Bessel 函数决定



调频与调相：都是调角

瞬时频率： $\omega_F(t) = \omega_c + K_F v_f(t)$

调频波： $v_{FM}(t) = V_{cm} \cos \phi_F(t) = V_{cm} \cos \left(\omega_c t + K_F \int_0^t v_f(t) dt + \theta_0 \right)$

瞬时相位： $\phi_P(t) = \omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0$

调相波： $v_{PM}(t) = V_{cm} \cos \phi_P(t)$
 $= V_{cm} \cos (\omega_c t + K_P v_f(t) + \theta_0)$

瞬时频率： $\omega_P(t) = \frac{d\phi_P(t)}{dt} = \omega_c + K_P \frac{dv_f(t)}{dt}$

调频波和调相波都是调角波，调制信号积分后调相可完成调频，调制信号微分后调频可完成调相



频率调制信号的性质

- 频率调制过程是一个非线性过程，分析比较复杂
 - 为了避免复杂的计算和分析，我们只讨论最为简单的单频和双频调制情况，所得结果可以用来揭示一般调频信号的频谱规律
 - 调制信号为单频余弦信号
 - 调制信号为双频余弦信号
 - 调频波上叠加噪声/干扰信号

调制信号: $v_f(t) = V_{\Omega m} \cos \Omega t$

调制信号为单频信号

瞬时角频率: $\omega_F(t) = \omega_c + K_F v_f(t)$
 $= \omega_c + K_F V_{\Omega m} \cos \Omega t$
 $= \omega_c + \Delta\omega \cos \Omega t$

$$\Delta\omega = K_F V_{\Omega m}$$

调频波: $v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)$

$$m_F = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = \frac{K_F V_{\Omega m}}{\Omega}$$

调相波: $v_{PM}(t) = \cos(\omega_c t + K_p \cdot v_f(t)) = \cos(\omega_c t + m_P \cos \Omega t)$

$$m_P = K_P V_{\Omega m}$$

$$\Delta\omega = m_P \Omega = K_P V_{\Omega m} \Omega$$

调频波: $v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)$

$$\dot{v}_{FM}(t) = e^{j(\omega_c t + m_F \sin \Omega t)} = e^{j\omega_c t} e^{jm_F \sin \Omega t}$$

调频波的傅立叶级数展开

$$e^{jm_F \sin \Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) e^{jn\Omega t}$$

$$\dot{v}_{FM}(t) = e^{j\omega_c t} e^{jm_F \sin \Omega t} = e^{j\omega_c t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) e^{jn\Omega t}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) e^{j(\omega_c t + n\Omega t)}$$

$$v_{FM}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c t + n\Omega t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c + n\Omega)t$$

- 单频调制信号的调频波可以分解为无穷多个间隔为调制信号频率的余弦波的叠加
 - 调频波除了载波频率外，还有无穷多个旁频分量，其幅度由调制指数的第一类 Bessel 函数决定

$$v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c + n\Omega)t$$

贝塞尔函数的性质

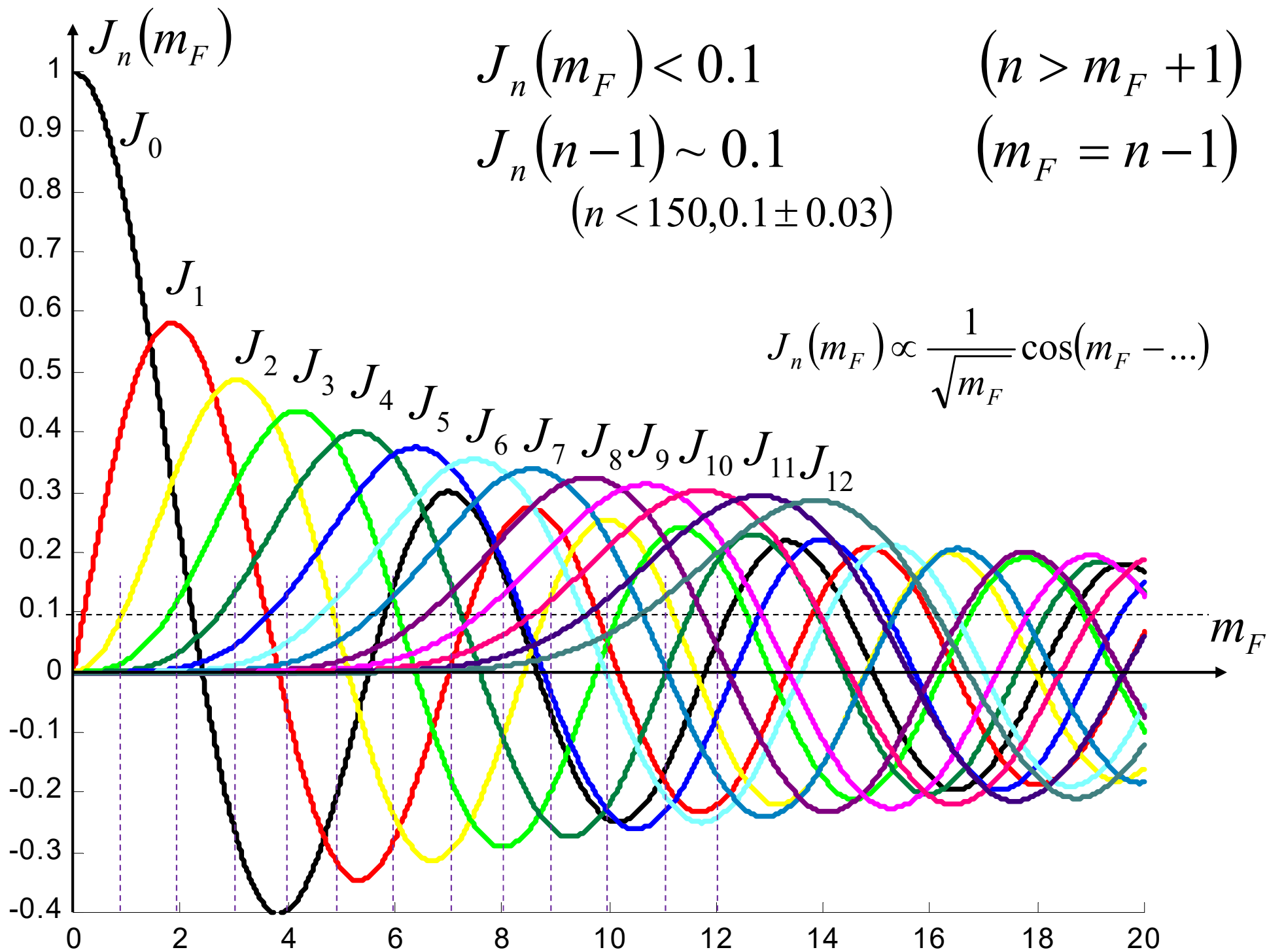
1. 随 m_F 的增加, 呈现近似周期性变化,
峰值下降

$$J_n(m_F) \stackrel{m_F \text{ 很大时}}{\propto} \frac{1}{\sqrt{m_F}} \cos(m_F - \dots)$$

$$2. J_{-n}(m_F) = (-1)^n J_n(m_F)$$

$$3. \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(m_F) = 1$$

$$4. J_n(m_F) \approx 0 \quad (n > m_F + 1)$$



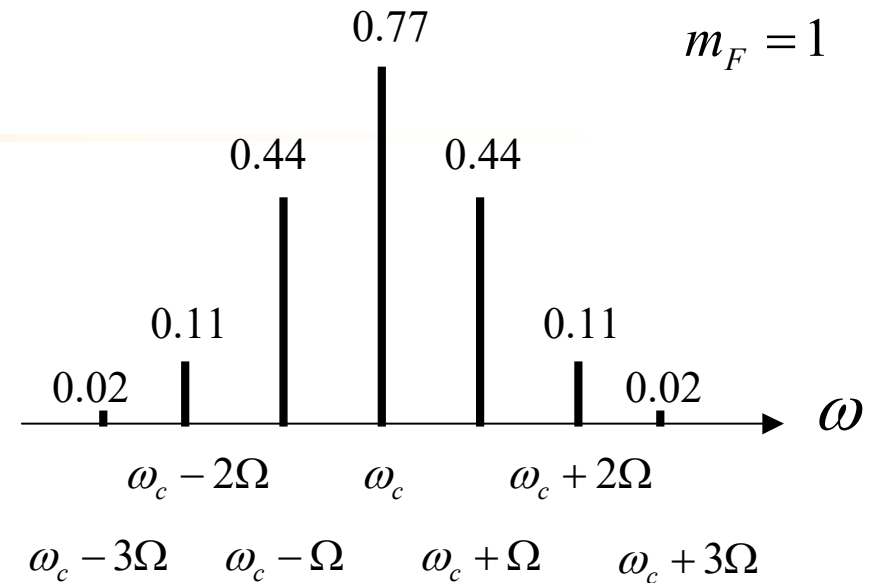
m_F	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}	J_{11}	J_{12}	J_{13}	J_{14}
0.00	1		100.0												
0.25	0.98	0.12	0.01	99.99					$J_n(m_F) < 0.1 \quad (n > m_F + 1)$						
0.50	0.94	0.24	0.03		99.81										
1.00	0.77	0.44	0.11	0.02		99.92					$\sim 99\%$				
1.50	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01		99.23								
2.00	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03			99.76							
2.40	0.00	0.52	0.43	0.20	0.06	0.02			99.12						
2.50	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	0.01			98.83					
3.00	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01				99.60				
4.00	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02				99.47			
5.00	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02				99.36		
5.52	0.00	-0.34	-0.12	0.25	0.40	0.32	0.19	0.09	0.03	0.01				98.18	
6.00	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02					99.26
7.00	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02				99.18
8.00	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03			99.11
8.65	0.00	0.27	0.06	-0.24	-0.23	0.03	0.26	0.34	0.28	0.18	0.10	0.05	0.02		99.48
9.00	-0.09	0.25	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.31	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	99.05
10.0	-0.25	0.05	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.32	0.29	0.21	0.12	0.06	0.03	99.00

$$v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c + n\Omega)t$$

调频波频谱结构

包含载波频率分量

- 其幅度小于1，与调制指数有关-- $J_0(m_F)$
- 对于某些特殊的 m_F 值，载频分量可以为零：例如，当 $m_F=2.40, 5.52, 8.65$ 时，没有载频分量， $J_0(m_F)=0$



理论上包含无穷多个旁频分量

- 各旁频分量之间的距离是调制信号频率： Ω, F
- 各频率分量的幅度由贝塞尔函数决定： $J_n(m_F)$
- 奇次旁频分量的相位相反： $J_{-(2k+1)}(m_F) = -J_{(2k+1)}(m_F)$
- 调频波的频谱结构与调制指数 m_F 关系密切。 m_F 愈大，则具有一定幅度的旁频数目愈多，这是调频波频谱的主要特点

频率调制不是将信号的频谱在频率轴上平移,而是将信号各频率分量进行非线性变换——因此称其为非线性调制

$$v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c + n\Omega)t$$

调频波各频谱分量的功率分配

- 调频波是一个等幅波，所以它的总功率为常数，不随调制指数的变化而变化，并且等于未调载波的功率
 - 调制后，已调波出现许多频率分量，这个总功率就分配到各分量之中
 - 随调制指数的不同，各频率分量之间功率分配的数值不同

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(m_F) = 1$$

$$v_{FM}(t) = \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c + n\Omega)t$$

调频波的带宽

$$J_n(m_F) < 0.1 \quad (n > m_F + 1)$$

- 调频波所占的带宽，理论上说是无穷宽的，因为它包含有无穷多个频率分量
 - 但实际上，在调制指数一定时，超过某一阶数的贝塞尔函数的值已经相当小，其影响可以忽略，这时则可认为调频波所具有的频带宽度是近似有限的
 - 近似公式

$$BW_F \approx 2(m_F + 1)F$$

卡森公式

忽略幅度小于 0.1 的分量： $BW_F \approx 2(m_F + 1)F = 2\Delta f_m + 2F$

(Carson 公式)

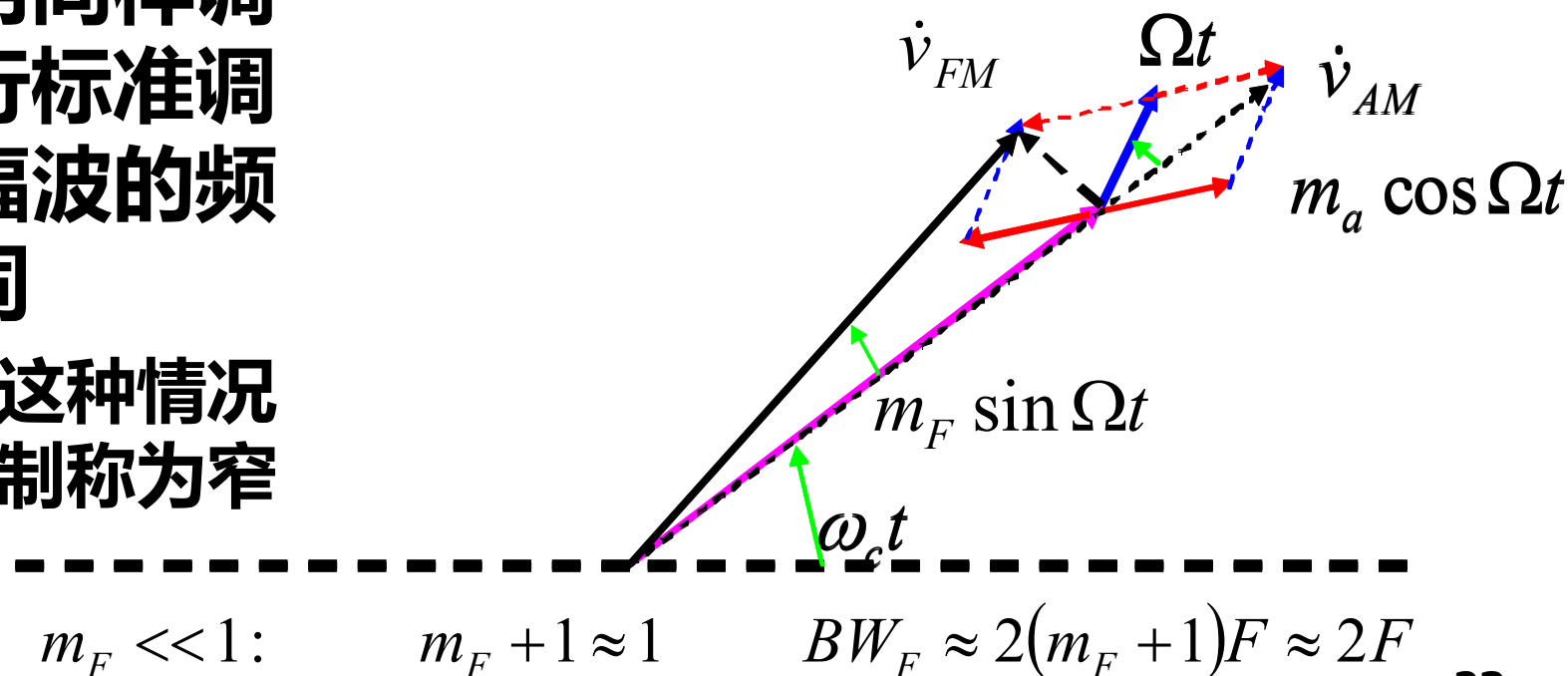
窄带调频

$$m_F = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = \frac{\Delta f_m}{F}$$

- $m_F \ll 1$ 时，调频波主要频率分量只有载波频率和两个边频，它与用同样调制信号进行标准调幅所得调幅波的频带宽度相同

- 通常，把这种情况的频率调制称为窄带调频

$$\begin{aligned} v_{FM}(t) &= \cos(\omega_c t + m_F \sin \Omega t) \\ &= \cos \omega_c t \cos(m_F \sin \Omega t) - \sin \omega_c t \sin(m_F \sin \Omega t) \\ &\approx \cos \omega_c t - m_F \sin \Omega t \sin \omega_c t \\ &= \cos \omega_c t - \frac{1}{2} m_F \cos(\omega_c - \Omega)t + \frac{1}{2} m_F \cos(\omega_c + \Omega)t \end{aligned}$$



忽略幅度小于 0.1 的分量： $BW_F \approx 2(m_F + 1)F = 2\Delta f_m + 2F$ (Carson 公式)

$$m_F = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = \frac{\Delta f_m}{F}$$

宽带调频： 恒定带宽调频

$$\Delta f_m = \frac{K_F V_{\Omega m}}{2\pi}$$

$$m_F \gg 1: \quad m_F + 1 \approx m_F \quad BW_F \approx 2m_F F \approx 2\Delta f_m$$

- 在调制指数较大的情况下，调频波的带宽约等于二倍频偏
 - 通常，把这种情况的频率调制称为宽带调频
 - 又称为恒定带宽调频

■ 第三种情况介于窄带调频和宽带调频之间，直接采用Carson公式确定调频带宽

$$BW_F = 2\Delta f_m + 2F$$



例：由调制指数得到频谱结构

- 一个FM调制器的最大频偏为10kHz，调制信号频率为10kHz，载波频率为500kHz，幅度为10V，求
 - 带宽近似值 (BW_F)
 - 输出频谱结构图



解

$$m_F = \frac{\Delta f_m}{F} = \frac{10k}{10k} = 1$$

$$BW_F = 2(m_F + 1)F = 2 \times (1 + 1) \times 10k = 40kHz$$

■ 0.7652

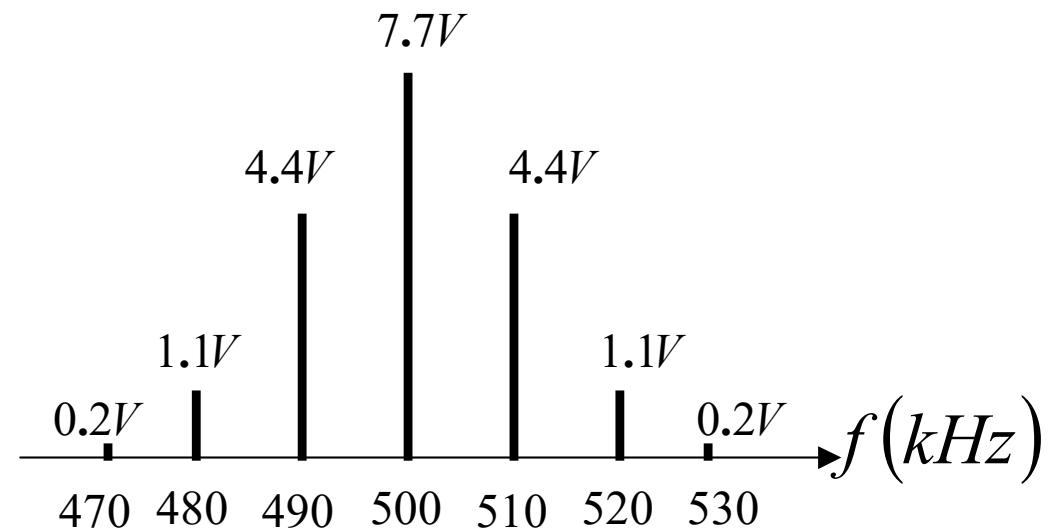
■ 0.4401

■ 0.1149

■ 0.0196

■ 0.0025

■ 0.0002



$$7.652^2 + 2 * 4.401^2 + 2 * 1.149^2 = 99.98$$

调制信号为双频信号

调制信号: $v_f(t) = V_{\Omega m1} \cos \Omega_1 t + V_{\Omega m2} \cos \Omega_2 t$

瞬时角频率: $\omega_F(t) = \omega_c + K_F v_f(t)$

$$= \omega_c + K_F V_{\Omega m1} \cos \Omega_1 t + K_F V_{\Omega m2} \cos \Omega_2 t$$
$$= \omega_c + \Delta\omega_1 \cos \Omega_1 t + \Delta\omega_2 \cos \Omega_2 t$$

瞬时相位: $\phi_F(t) = \int_0^t \omega_F(t) dt + \theta_0$

$$= \omega_c t + \frac{\Delta\omega_1}{\Omega_1} \sin \Omega_1 t + \frac{\Delta\omega_2}{\Omega_2} \sin \Omega_2 t + \theta_0$$

调频波: $v_{FM}(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + m_{F1} \sin \Omega_1 t + m_{F2} \sin \Omega_2 t + \theta_0)$

调频波: $v_{FM}(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + m_{F1} \sin \Omega_1 t + m_{F2} \sin \Omega_2 t + \theta_0)$

组合频率

当两个频率不同的信号同时对一个载波进行频率调制时, 所得调频波的频谱中, 除有载波角频率分量 ω_c 及 $\omega_c \pm n\Omega_1$ 和 $\omega_c \pm k\Omega_2$ 分量外, 还有 $\omega_c \pm n\Omega_1 \pm k\Omega_2$ 分量, 它们是两个调制信号频率之间的组合频率分量

频带宽度近似有限, 公式相似

$$\begin{aligned} v_{FM}(t) &= \cos(\omega_c t + m_{F1} \sin \Omega_1 t + m_{F2} \sin \Omega_2 t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_n(m_{F1}) J_k(m_{F2}) \cos(\omega_c + n\Omega_1 + k\Omega_2)t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_{FM}(t) &= e^{j(\omega_c t + m_{F1} \sin \Omega_1 t + m_{F2} \sin \Omega_2 t)} \\ &= e^{j\omega_c t} e^{jm_{F1} \sin \Omega_1 t} e^{jm_{F2} \sin \Omega_2 t} \\ &= e^{j\omega_c t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_{F1}) e^{jn\Omega_1 t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m_{F2}) e^{jk\Omega_2 t} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_n(m_{F1}) J_k(m_{F2}) e^{j(\omega_c + n\Omega_1 + k\Omega_2)t} \end{aligned}$$

$$\Delta f_m \text{ 取 } \Delta f_{m(\max)}, \quad F \text{ 取 } F_{(\max)}$$

$$2\pi BW_F \approx 2(m_F + 1)\Omega = 2\Delta\omega + 2\Omega = 2K_F V_{\Omega m} + 2\Omega \approx 2K_F V_{\Omega m}$$

$$2\pi BW_P \approx 2(m_P + 1)\Omega = 2K_P V_{\Omega m} \Omega + 2\Omega$$

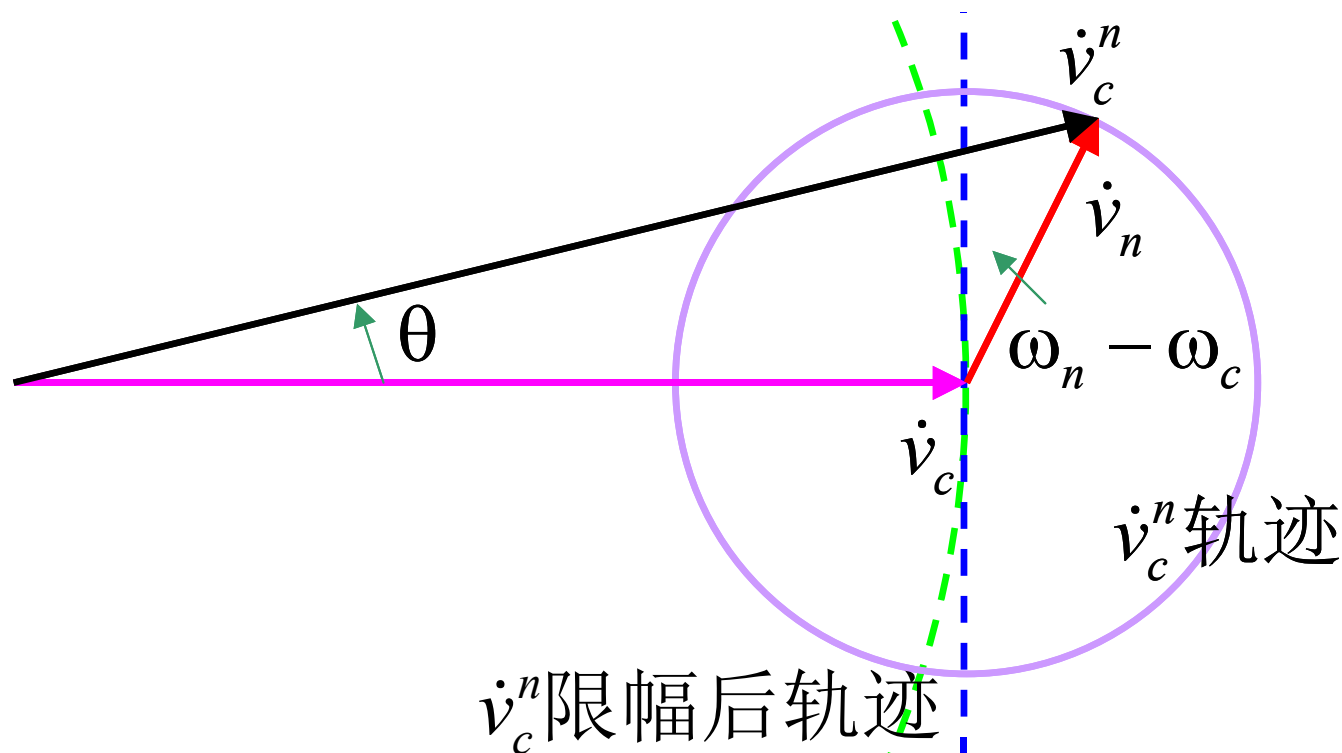
调频波的性质

- **三个频率**
 - **中心角频率：** ω_c (f_c)
 - **调制信号角频率：** Ω (F)
 - **调制频偏：** $\Delta\omega$ (Δf_m)
- **恒定带宽**
 - **在调制指数较大的情况下，调频波的带宽近似等于两倍的频偏**
 - 和调制信号频率几乎无关
 - **调相波带宽与调制信号频率有关**
 - 调相波频带宽度在调制信号频率的高端和低端相差很大，所以对频带的利用是不经济的

- 限幅后，噪声电压将产生调相

$$\Delta\theta_{peak} = \frac{V_{nm}}{V_{cm}}$$

干扰信号引起的调制



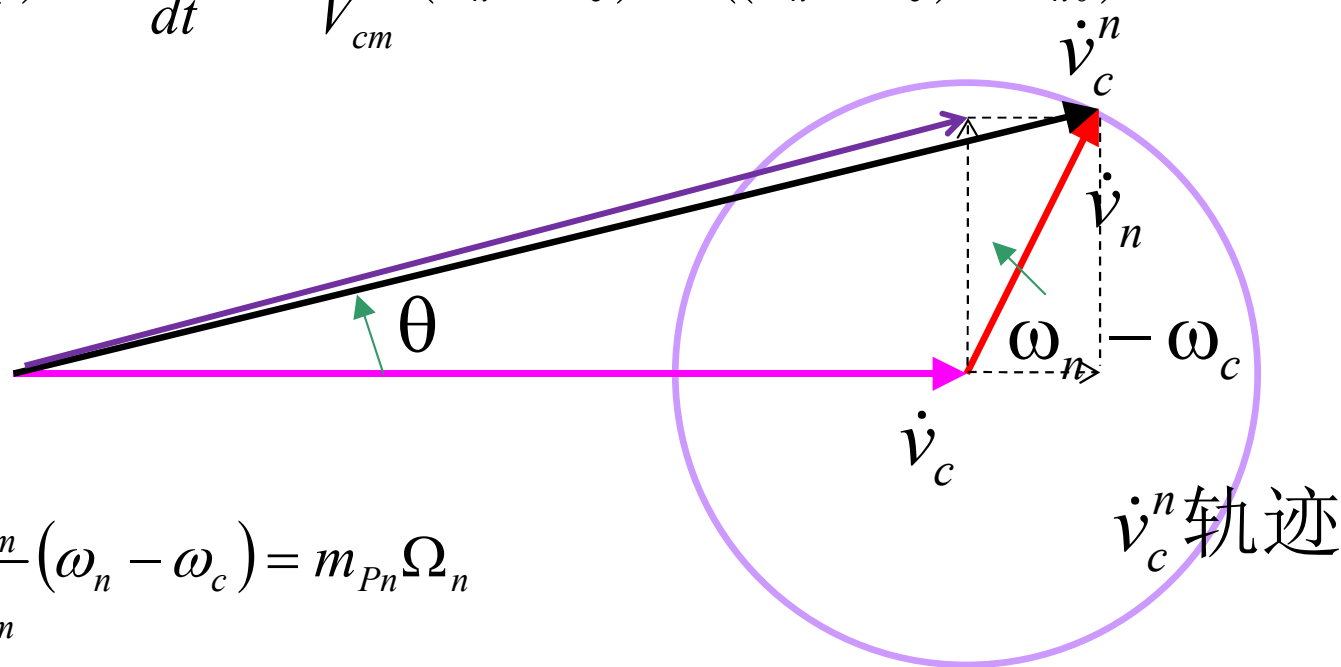
- 噪声电压和载波电压相比很小
- 当噪声电压和载波电压同相时，将仅引起幅度调制
- 当噪声电压和载波电压正交时，将引起最大的相位偏移

- 假设噪声为在载波附近均匀分布的热噪声
- 噪声频率离载波频率越远，产生的频率偏移就越大
- 相位偏移相同时，调制信号高端的噪声产生的频率偏移比低端所产生的偏移大

干扰信号引起的频率调制（限幅后）

瞬时相位偏移： $\theta_n(t) = \frac{V_{nm}}{V_{cm}} \sin((\omega_n - \omega_c)t + \theta_{n0}) = m_{Pn} \sin(\Omega_n t + \theta_{n0})$

瞬时频率偏移： $\Delta\omega_n(t) = \frac{d\theta_n(t)}{dt} = \frac{V_{nm}}{V_{cm}} (\omega_n - \omega_c) \cos((\omega_n - \omega_c)t + \theta_{n0})$

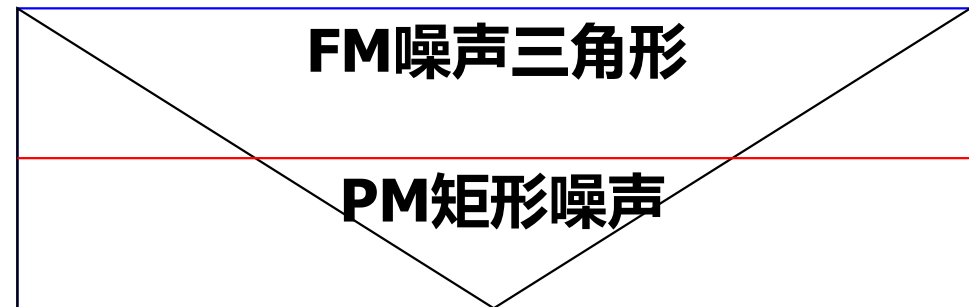


最大频偏： $\Delta\omega_n = \frac{V_{nm}}{V_{cm}} (\omega_n - \omega_c) = m_{Pn} \Omega_n$

$$\text{最大频偏: } \Delta\omega_n = \frac{V_{nm}}{V_{cm}}(\omega_n - \omega_c) = m_{pn}\Omega_n$$

FM噪声三角形

- FM解调器输出电压和频偏成正比
 - 调制信号频率高端噪声成分产生的解调噪声比低端大



- FM解调器输出信噪比（电压比）
 - 有用消息信号与干扰信号产生的频偏之比

$$SNR = \frac{\Delta\omega_s(\text{信号})}{\Delta\omega_n(\text{噪声})}$$

- 相同的噪声/干扰电压，相同的调制信号频偏
调制信号频率高端的信噪比比频率低端的信噪比低

例

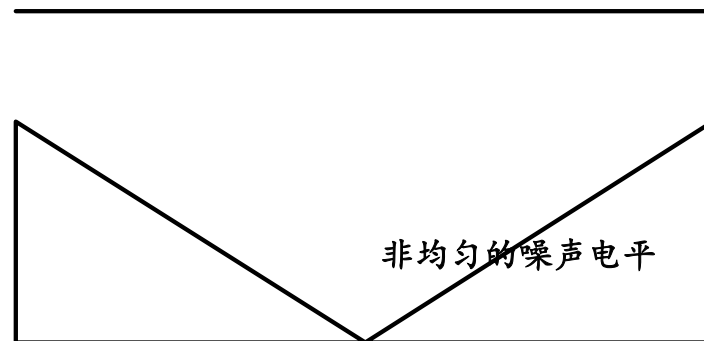
- 已知载波频率为110MHz，幅度为6V，调制信号的频偏为75kHz；干扰信号幅度为0.3V，如果干扰信号频率分别为109.985MHz和109.980MHz，干扰信号引起的最大频偏为多少？解调器输出端信噪比为多少？

$$\Delta f_n = \frac{V_{nm}}{V_{cm}} |f_n - f_c| = \frac{0.3}{6} \times \left| \frac{109.985 - 110}{109.980 - 110} \right| \times 10^6 = \left| \frac{750}{1000} \right| (Hz)$$

$$SNR_1 = \frac{75k}{750} = 100 \quad (= 40dB)$$

$$SNR_2 = \frac{75k}{1k} = 75 \quad (= 37.5dB)$$

假设均匀的信号电平



- FM中，采用预加重和去加重，可以改善噪声性能（调频广播：~ 10dB）
- 预加重网络为高通（微分），去加重网络为低通（积分）

这说明了预加重其实是将FM转换为PM

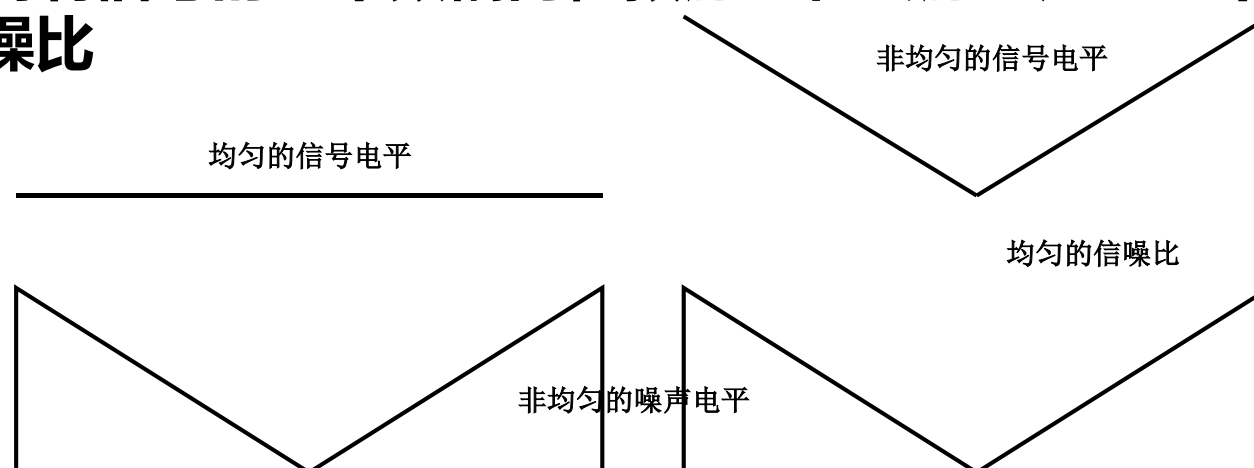
预加重和去加重

■ 预加重

- 调制前，在发射机中加强调制信号频率高端的振幅

■ 去加重

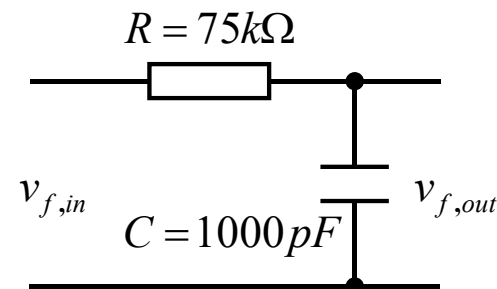
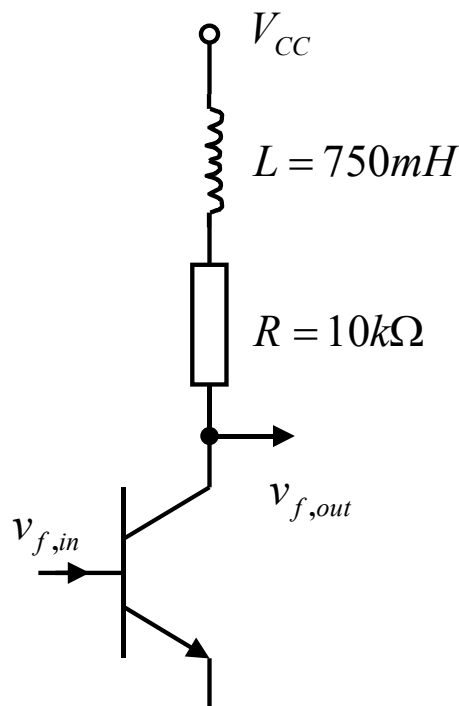
- 解调后，在接收机中对调制信号频率高端进行衰减
- 去加重恢复了预加重对原始调制信号的改变，对有用调制信号的影响是相互抵消的
- 在调制信号的整个频偏内，预加重和去加重产生一个均匀的信噪比



- 在调频广播调制器中，当频率小于2.12kHz时，产生调频；
当频率大于2.12kHz时，产生调相
- 将FM转换为PM不是预加重网络的功能，但却实现了这一结果
非恒定带宽？

例

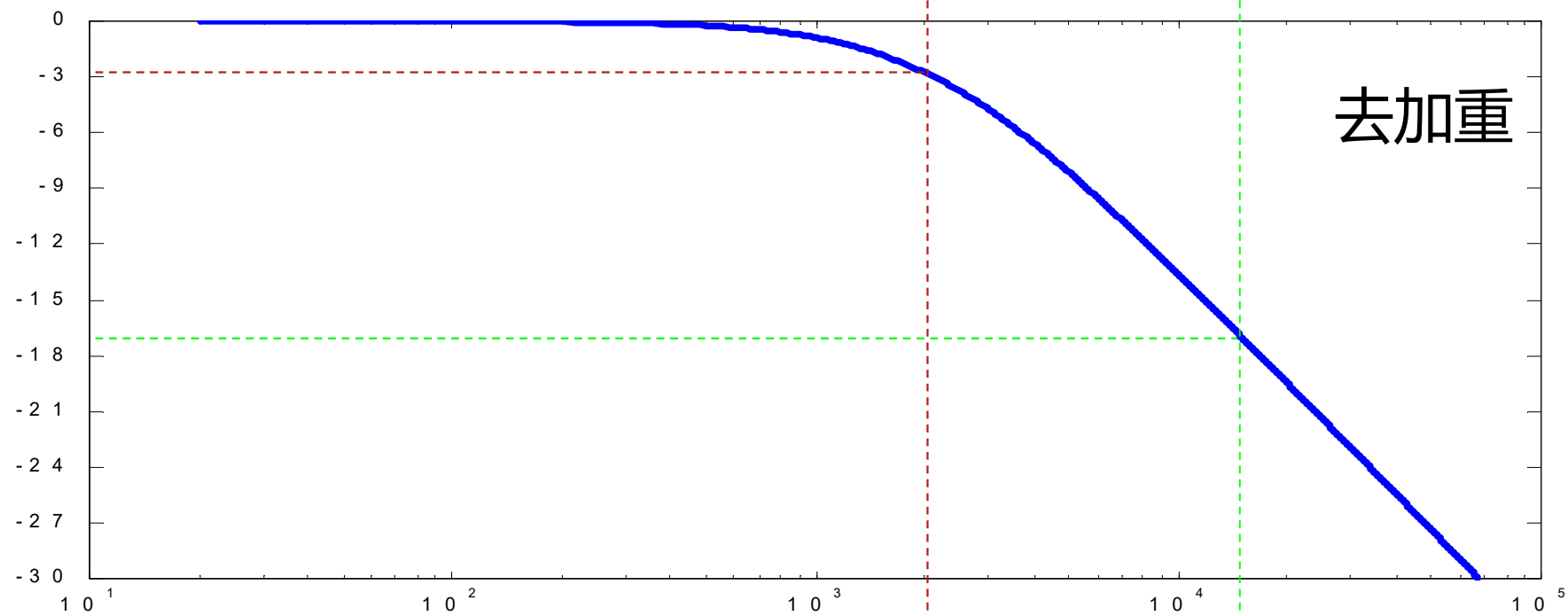
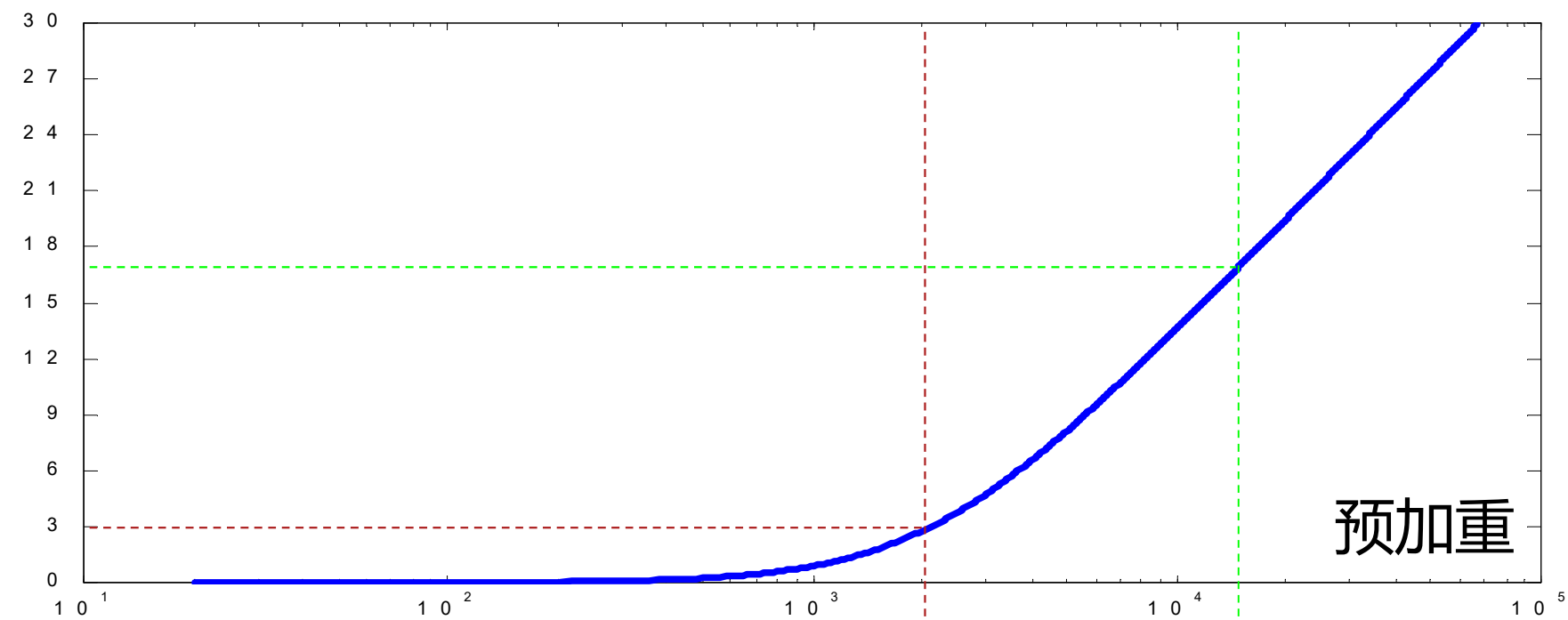
- 这是预加重和去加重的原理图，试计算预加重和去加重的频率转折点



$$\tau_L = GL = \frac{L}{R} = \frac{750m}{10k} = 75\mu s$$

$$\tau_C = RC = 75k \times 1000p = 75\mu s$$

$$f_{knee} = \frac{1}{2\pi\tau} = 2.12kHz$$

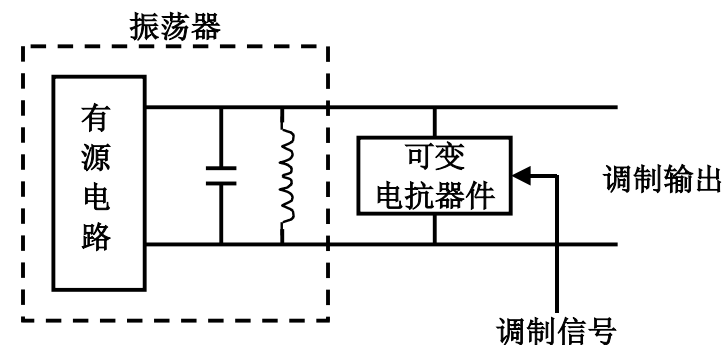




6.2.3 实现频率调制的方法和电路

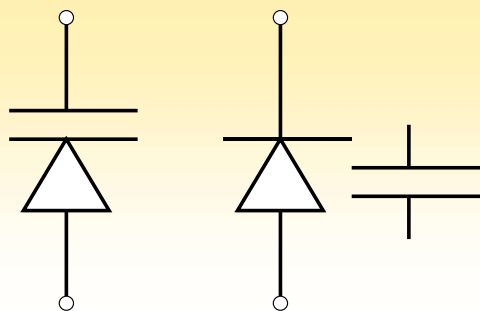
- **调频方法总体上可分为两大类**
 - **直接调频**
 - 直接使振荡器的频率随调制信号呈线性关系变化
 - **间接调频**
 - 先将调制信号积分处理后，再进行调相
 - 窄带调频/调相可以采用阿姆斯特朗法
 - 矢量叠加

- **特点：**可变电抗在振荡回路谐振腔中
- **优点：**易于得到比较大的频偏
- **缺点：**中心频率的频率稳定度不易做得很高

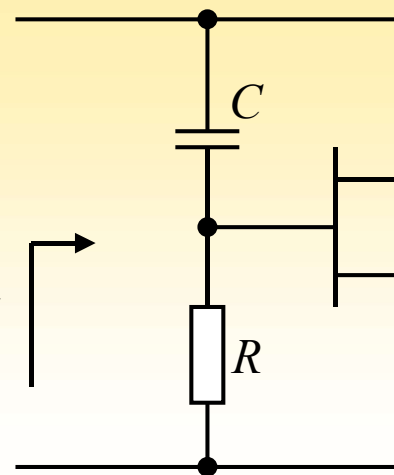


直接调频

- **直接调频就是直接使振荡器的频率随调制信号成线性关系变化**
 - 在一个由LC回路决定振荡频率的振荡器中，将一个可变电抗元件接入回路，使可变电抗元件的电抗值随调制电压而变化，则可使振荡器的振荡频率随调制信号而变化
 - 变容二极管
 - 等效可变电抗

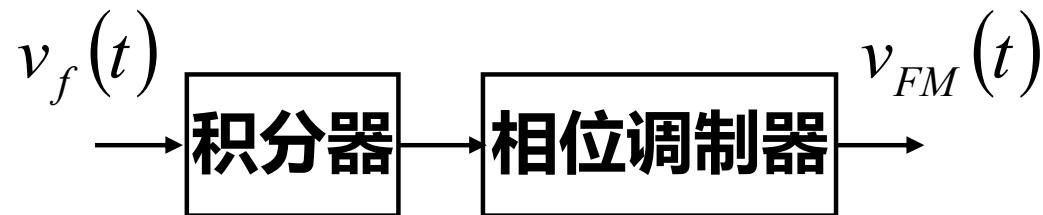


$$Z \approx \frac{1}{j\Omega(g_m RC)}$$

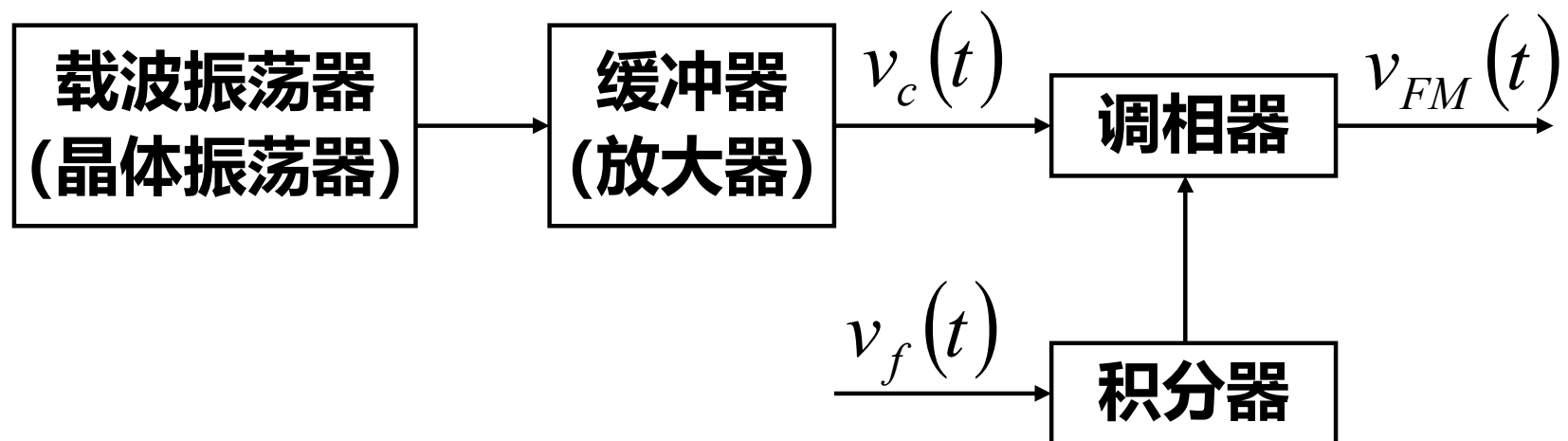


- 特点：可变电抗不在振荡回路中，在振荡器后级，如放大器的谐振回路中
- 优点：载波中心频率稳定度很高
- 缺点：频偏小

间接调频



- 先将调制信号进行积分处理，再进行调相而得到调频波



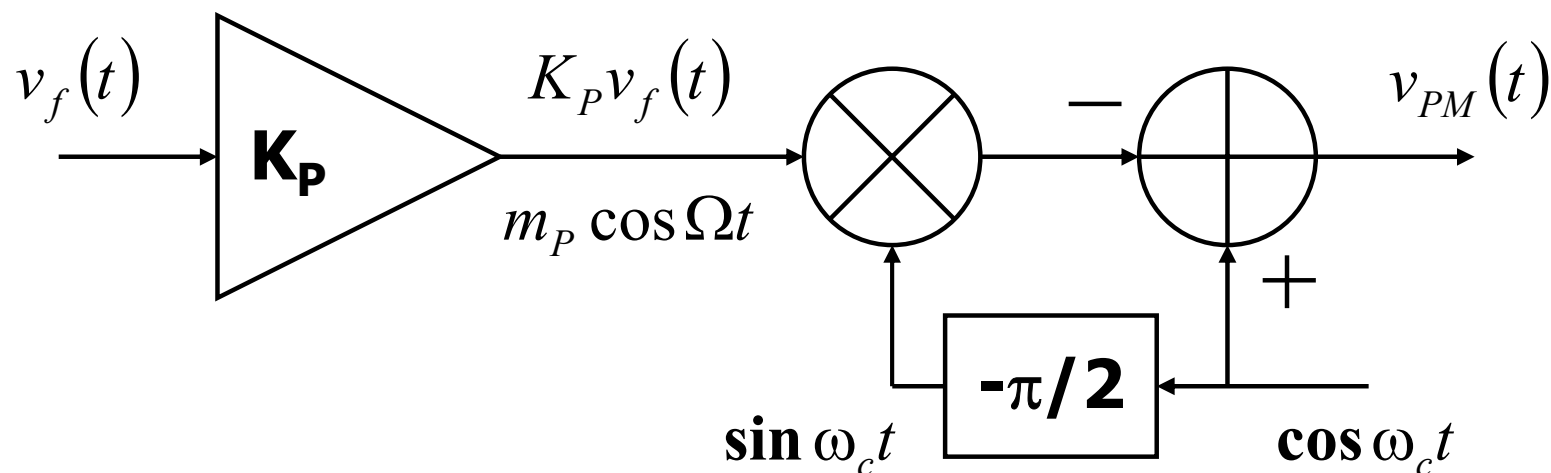
- 窄带调相可以表示成为一个线性调制过程
- 窄带调频：调制信号积分后再窄带调相

$$m_P < \frac{\pi}{12}$$

阿姆斯特朗法： 矢量叠加移相

■ 窄带调相

$$\begin{aligned}
 v_{PM}(t) &= \cos(\omega_c t + m_P \cos \Omega t) \\
 &= \cos(\omega_c t) \cos(m_P \cos \Omega t) - \sin(\omega_c t) \sin(m_P \cos \Omega t) \\
 &\approx \cos(\omega_c t) - m_P \cos \Omega t \sin(\omega_c t)
 \end{aligned}$$

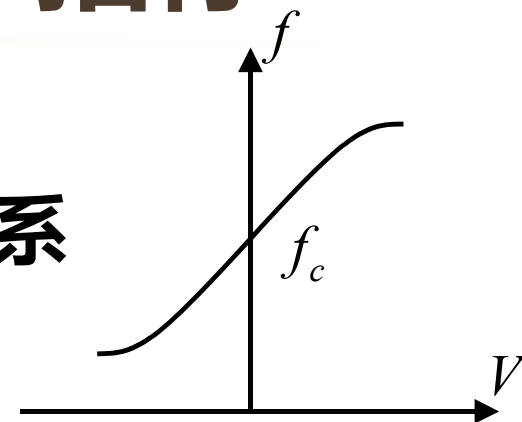


6.2.3.1 调频电路的技术指标

■ 调制特性

- 被调振荡器的频率偏移与调制电压的关系

$$g(v_f) = \frac{\Delta f}{f_c}$$



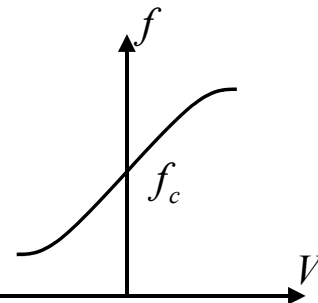
- 调制特性应为线性

- 实际电路中，在 v_f 的某一电压范围内，调制特性近似为线性
 - 调制器就工作在这一电压范围内

■ 最大频偏

- 在调制电压作用下，所能达到的最大频率偏移： Δf_m
 - FM中，一般要求最大频偏在整个调制信号所占有的频带内保持不变
 - 不同的调频系统对最大频偏有不同的要求
 - 调频广播：75kHz；电视伴音：50kHz；无线电：5kHz

调频电路的技术指标 (3,4)



■ 调制灵敏度

- 调制电压变化单位数值所产生的频率偏移
 - 调制灵敏度越高，调制信号的控制作用越强

$$S_F = \frac{\Delta f}{\Delta V}$$

■ 中心频率稳定度

- 调频信号的瞬时频率是随调制信号而变化的，但这种变化是以稳定的中心频率（载波频率）为基准的
 - 如果中心频率稳定，接收机可正常接收信号
 - 如果中心频率不稳，有可能使调频信号的频谱落到接收机通带之外，以致不能正常通信；同时可能还会影响到邻近信道



6.2.3.2 上变频

- **FM调制器的输出载波频率如果比传输频率（发射频率）低，要求调制后将已调波的频率升高，称为上变频**
 - **先在中频上调制，再上变频到射频**
 - **上变频有两种方法**
 - **外差法**
 - 即通常意义下的上变频
 - **倍频法**

$$\omega(t) = \omega_c + K_F v_f(t) \Rightarrow \omega(t) = \underline{\omega_c + \omega_{LO}} + K_F v_f(t)$$

外差法

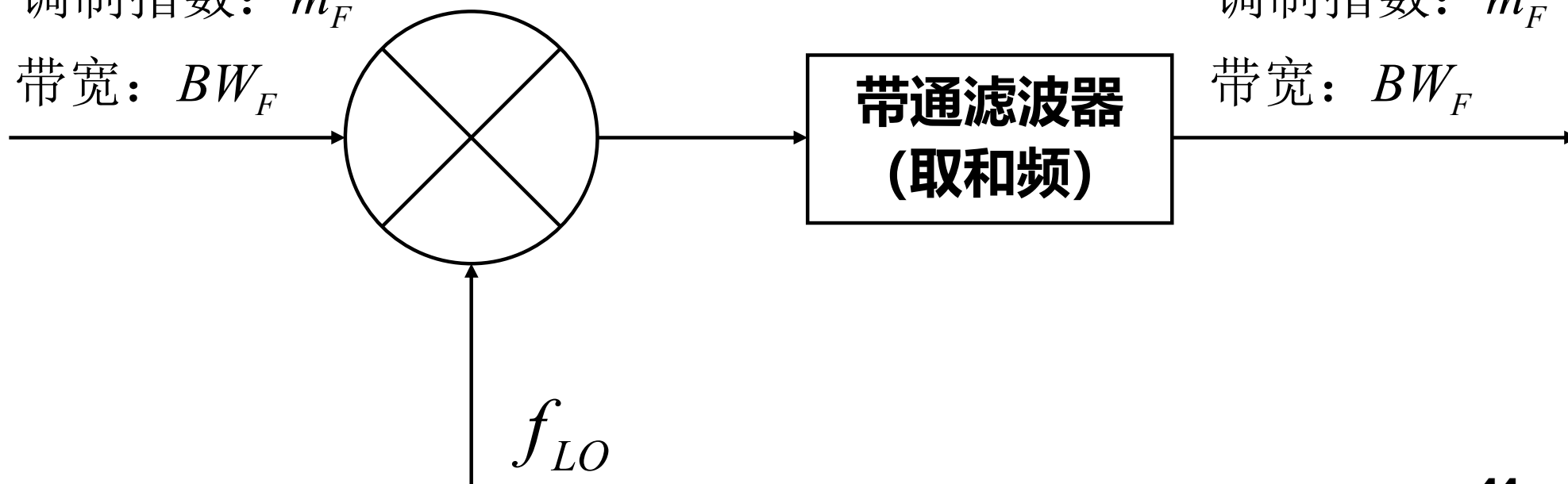
调频波

载波: f_c

频偏: Δf_m

调制指数: m_F

带宽: BW_F



调频波

载波: $f_c + f_{LO}$

频偏: Δf_m

调制指数: m_F

带宽: BW_F

$$\omega(t) = \omega_c + K_F v_f(t) \Rightarrow \omega(t) = N\omega_c + NK_F v_f(t)$$

倍频法

调频波

载波: f_c

频偏: Δf_m

调制指数: m_F

带宽: $2\Delta f_m + 2F$

调频波

载波: Nf_c

频偏: $N\Delta f_m$

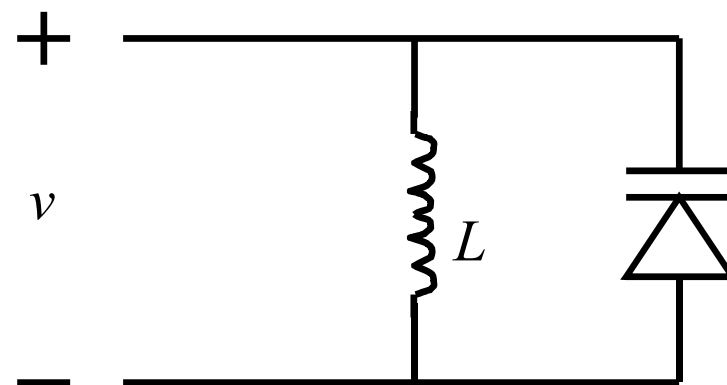
调制指数: Nm_F

带宽: $2N\Delta f_m + 2F$

N倍频器

6.2.3.3 变容二极管直接调频

- 变容管全部接入



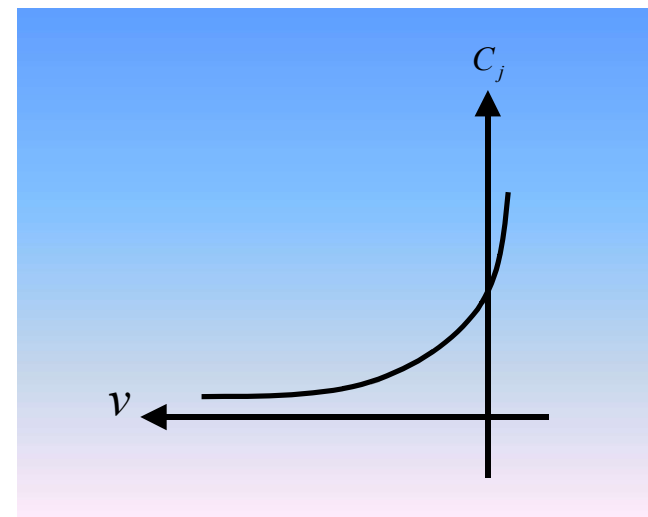
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_j}}$$

$$C_j = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{v}{\phi}\right)^\gamma}$$

$$C_j = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{v}{\phi}\right)^\gamma}$$

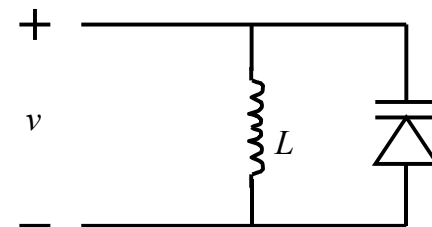
变容二极管特性

- 变容管是利用PN结来实现的
 - PN结的电容包括势垒电容和扩散电容两部分
 - 变容管利用的是PN结的反偏势垒电容
- C_0 为 $V=0$ 时变容管的等效电容
- γ 为变容指数，它是一个取决于PN结结构和杂质分布情况的系数
 - 缓变结变容管： $\gamma=1/3$
 - 突变结变容管： $\gamma=1/2$
 - 超突变结变容管： $\gamma=2$
- ϕ 称为接触电位差
 - 硅管约为0.7V，锗管约为0.2V



$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_j}}$$

$$C_j = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{v}{\phi}\right)^\gamma}$$



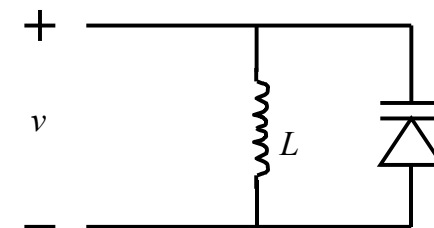
加在变容二极管上的电压

- 变容二极管在振荡回路中，加在二极管上的电压包括三部分
 - 直流偏置电压： V_B
 - 调制信号电压： $v_f(t)$
 - 回路振荡电压： $v_{osc}(t)$
 - 在原理性分析中，通常认为变容管所呈现的电容主要由偏置电压和调制电压决定
- 假定调制信号为单频余弦信号，则加于变容管两端的电压为

$$v = V_B + V_{\Omega m} \cos \Omega t$$

$$C_j = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{v}{\phi}\right)^\gamma}$$

$$v = V_B + V_{\Omega m} \cos \Omega t$$



电容随调制电压而变化

$$\begin{aligned} C_j &= \frac{C_0}{\left(1 + \frac{V_B + V_{\Omega m} \cos \Omega t}{\phi}\right)^\gamma} = \frac{C_0}{\left[\left(1 + \frac{V_B}{\phi}\right) + \frac{V_{\Omega m}}{\phi} \cos \Omega t\right]^\gamma} \\ &= \frac{C_0}{\left(1 + \frac{V_B}{\phi}\right)^\gamma \left(1 + \frac{V_{\Omega m}}{V_B + \phi} \cos \Omega t\right)^\gamma} = \frac{C'_0}{(1 + m_c \cos \Omega t)^\gamma} \end{aligned}$$

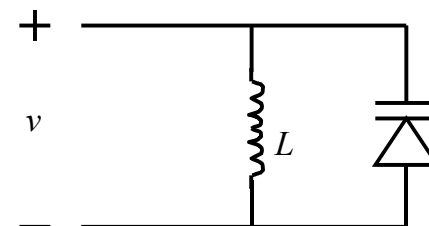
$C'_0 = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{V_B}{\phi}\right)^\gamma}$ 为直流偏置电压 V_B 作用下变容管所呈现的 电容

$m_c = \frac{V_{\Omega m}}{V_B + \phi} < 1$, 称为电容调制度

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_j}}$$

$$v = V_B + V_{\Omega m} \cos \Omega t$$

$$C_j = \frac{C'_0}{(1 + m_c \cos \Omega t)^\gamma}$$



振荡频率随调制电压而变化

$$v = V_B : C_j = C'_0, f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_j}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC'_0}} = f_c$$

$$v = V_B + V_{\Omega m} \cos \Omega t : C_j = \frac{C'_0}{(1 + m_c \cos \Omega t)^\gamma} \quad (m_c < 1)$$

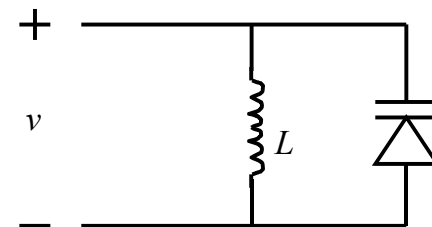
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_j}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \frac{C'_0}{(1 + m_c \cos \Omega t)^\gamma}}} = f_c (1 + m_c \cos \Omega t)^{\frac{\gamma}{2}}$$

显然，如果 $\gamma = 2$ ，则可实现调频，频偏 为 $\Delta f_m = m_c f_c$

$$\text{调制灵敏度 } S_F = \frac{\Delta f_m}{V_{\Omega m}} = \frac{f_c}{V_B + \phi} \text{ 很高}$$

$$m_c = \frac{V_{\Omega m}}{V_B + \phi}$$

■ 为了减小非线性失真，应选用超突变结变容管



调制特性

$$f = f_c (1 + m_c \cos \Omega t)^{\frac{\gamma}{2}}$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{1}{2!}n(n-1)x^2 + \frac{1}{3!}n(n-1)(n-2)x^3 + \dots \quad |x| < 1$$

$$m_c = \frac{V_{\Omega m}}{V_B + \phi}$$

$$f = f_c (1 + m_c \cos \Omega t)^{\frac{\gamma}{2}}$$

$$= f_c \left(1 + \frac{\gamma}{2} m_c \cos \Omega t + \frac{1}{2!} \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\gamma}{2} - 1 \right) (m_c \cos \Omega t)^2 + \dots \right)$$

$$g = \frac{f - f_c}{f_c}$$

$$= \left(\frac{1}{8} \gamma \left(\frac{\gamma}{2} - 1 \right) m_c^2 + \frac{\gamma}{2} m_c \cos \Omega t + \frac{1}{8} \gamma \left(\frac{\gamma}{2} - 1 \right) m_c^2 \cos 2\Omega t + \dots \right)$$

$\gamma = 2$ ，调制特性为线性

$\gamma \neq 2$ ，出现了调制信号的谐波分量

1. 调制失真

$$K_{f2} = \frac{\frac{1}{8} \gamma \left(\frac{\gamma}{2} - 1 \right) m_c^2}{\frac{\gamma}{2} m_c} = \frac{1}{4} \left(\frac{\gamma}{2} - 1 \right) m_c$$

2. 载频偏移

$$\frac{\Delta f_c}{f_c} = \frac{1}{8} \gamma \left(\frac{\gamma}{2} - 1 \right) m_c^2$$

例

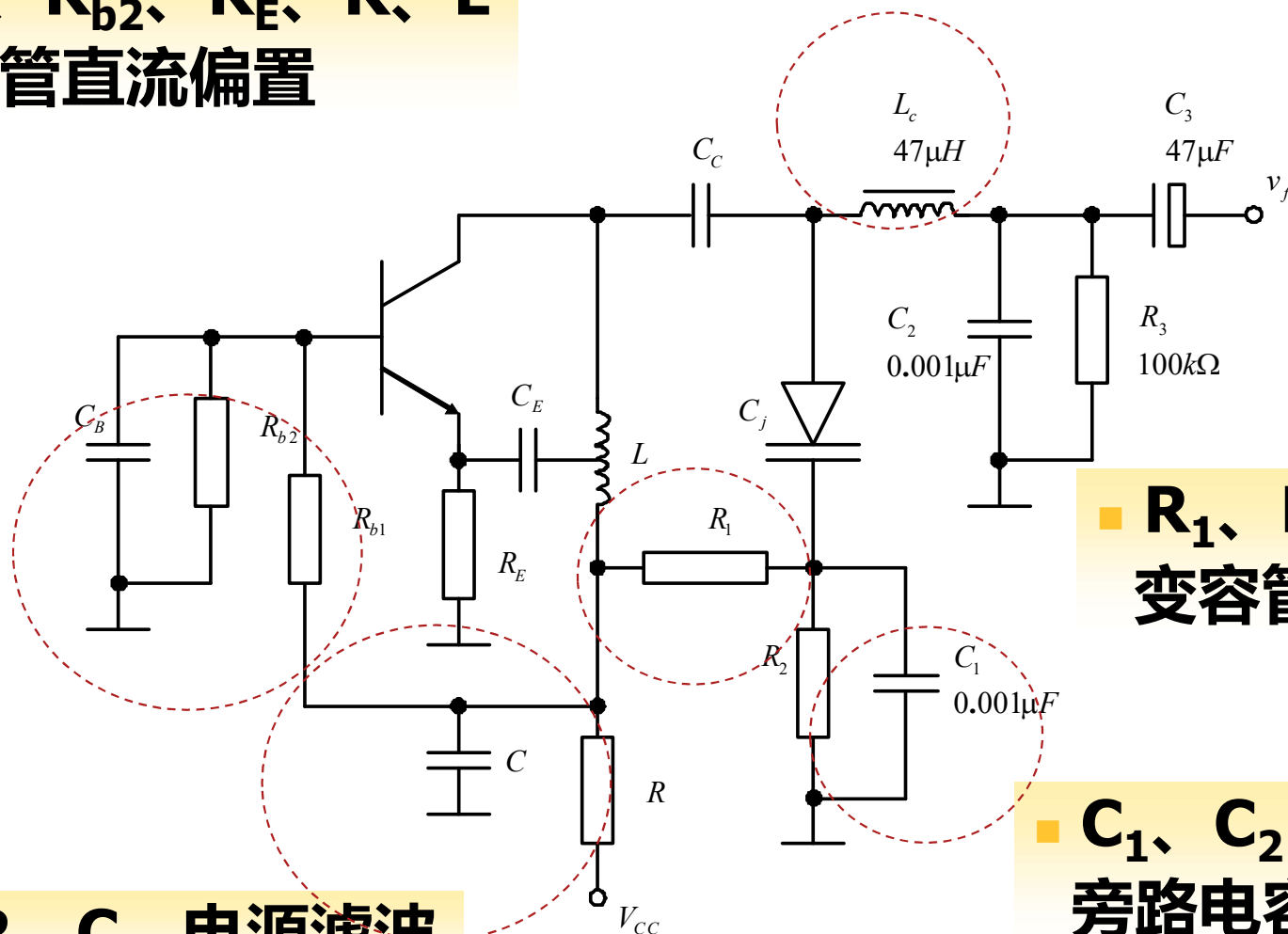
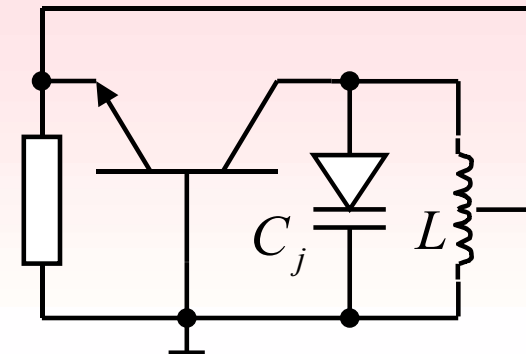
■ R_{b1} 、 R_{b2} 、 R_E 、 R 、 L
晶体管直流偏置

■ L_c 高频扼流圈

■ 本电路进一步分析见下节

■ R_1 、 R_2 、 R_3
变容管直流偏置

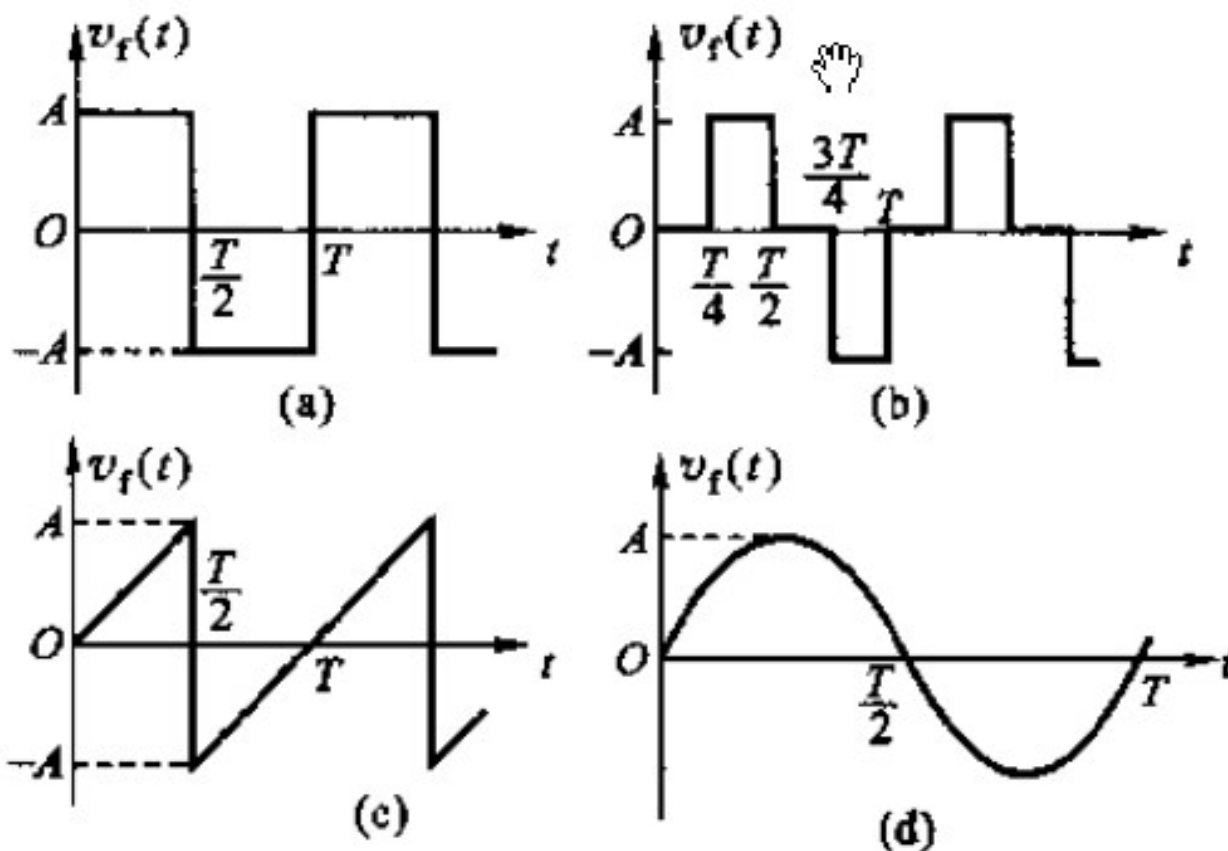
■ C_1 、 C_2 、 C_B 、 C_E 、 C_C
旁路电容或隔直电容



■ R 、 C ，电源滤波

作业1：调频波波形

题图(a)、(b)、(c)和(d)所示为四种不同形式的调制信号,分别画出它们对载波 $v_c(t) = V_{cm} \cos \omega_c t$ 进行频率调制后调频波的示意图、瞬时频率和瞬时相位随时间 t 的变化曲线并计算 $t = T/3$ 瞬间调频波的全相角。





作业2：调频与调相

调制信号 $v_f(t) = \cos(2\pi \times 400t)$ (V) 对载波 $v_c(t) = 4\cos(2\pi \times 25 \times 10^6 t)$ (V) 进行角度调制。若最大频偏为 $\Delta f = 15$ kHz, 试

- (1) 写出已调波为调频波时的数学表示式。
- (2) 写出已调波为调相波时的数学表示式。

作业1：调相波频谱分析

调相波的调制信号为 $v_f(t) = V_{\Omega m} \cos \Omega t$ ，被调载波信号为 $v_c(t) = V_{cm} \cos \omega_c t$ ，则调相波的表示式可写为

$$v_{FM}(t) = V_{cm} \cos(\omega_c t + m_p \cos \Omega t)$$

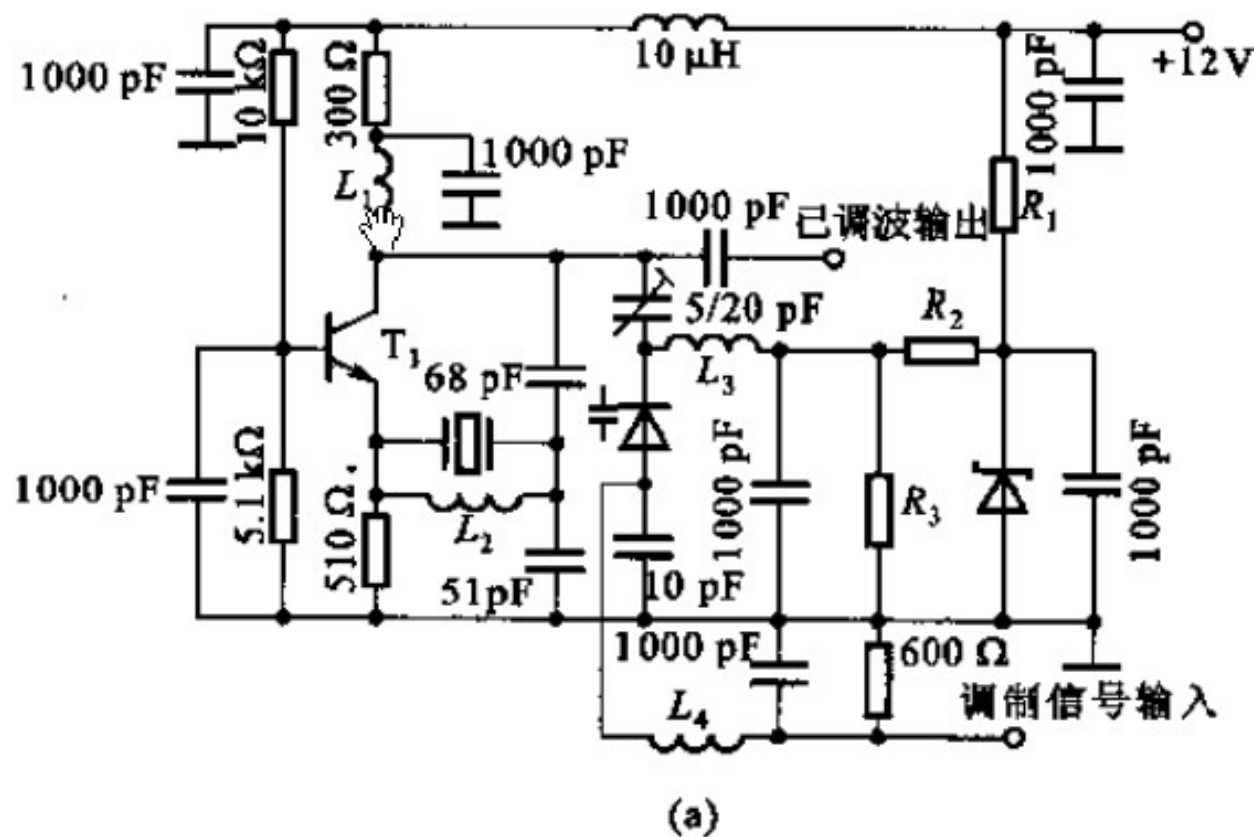
其中， $m_p = K_p V_{\Omega m}$ ，试用与分析调频波类似的方法分析调相波的频谱，并比较调制信号相同时，调相波与调频波频谱之间的异同。



作业2：调相波的带宽

- 对频率为100MHz的载波进行相位调制，若调制信号为 $\sin(2\pi Ft)(V)$, $F=10\text{kHz}$ ，最大相移角为10rad
 - 确定该调相波的频带宽度
 - 如果调制信号幅度不变，频率F改变为5kHz，调相波有效宽度是否变化？为什么？
 - 如果调制信号的振幅为2V，最大相移角为20rad，调制频率为5kHz，其有效带宽为多少？

- 画出高频等效电路
- 说明电感L1、L2、L3、L4的作用





选作：将此电路做CAD仿真，看调频波情况