通信电路原理

第二章 滤波器

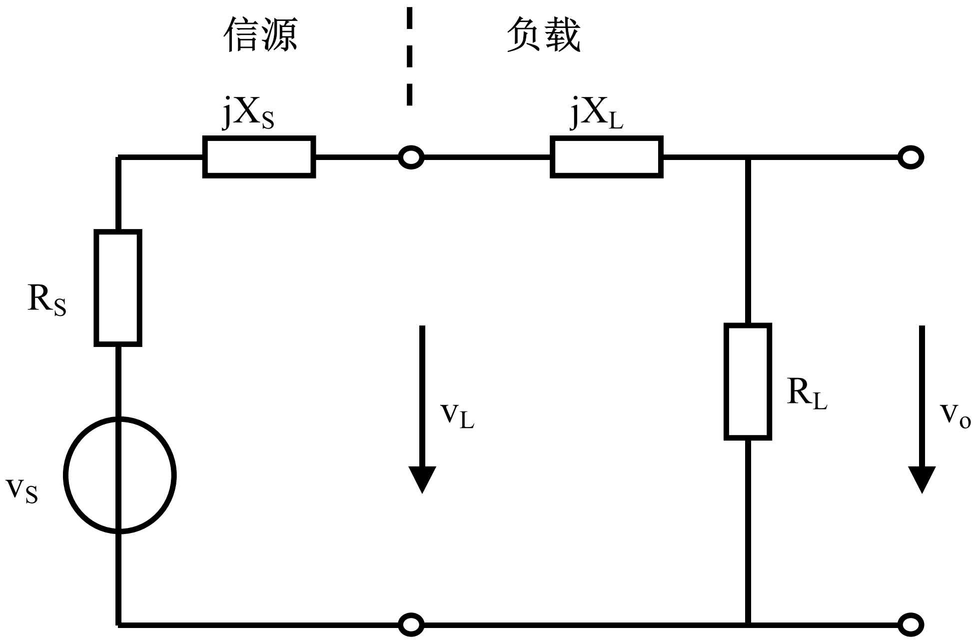
基本概念回顾：匹配、传输、反射、谐振

滤波器设计需要的基本概念

- 最大功率传输匹配
- 传输与反射
  - 功率传输与反射
  - 电压传输与反射
- LC谐振回路
- 二端口网络参量回顾

本节很多属电电课内容回顾，因为射频通信电路用的很多，因而回顾后不再细致分析

一、功率传输



$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_s}{Z_S + Z_L}$$

$$\dot{V}_L = \dot{I}Z_L = \frac{Z_L}{Z_S + Z_L}\dot{V}_s$$

$$\dot{V}_o = \dot{I}R_L = \frac{R_L}{Z_S + Z_L}\dot{V}_s$$

$$P_L = \frac{1}{2}\left|\dot{I}\right|^2 R_L = \frac{1}{2}\frac{\left|\dot{V}_o\right|^2}{R_L} = \frac{1}{2}\frac{R_L}{\left(R_S + R_L\right)^2 + \left(X_S + X_L\right)^2}\left|\dot{V}_S\right|^2$$

最大功率传输的实现

$$P_L = \frac{1}{2}\left|\dot{I}\right|^2 R_L = \frac{1}{2}\frac{\left|\dot{V}_o\right|^2}{R_L} = \frac{1}{2}\frac{R_L}{\left(R_S + R_L\right)^2 + \left(X_S + X_L\right)^2}\left|\dot{V}_S\right|^2$$

$$\boxed{X_L = -X_S}$$

$$P_L = \frac{1}{2}\frac{R_L}{\left(R_S + R_L\right)^2}\left|\dot{V}_S\right|^2$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{1}{2}\frac{R_S - R_L}{\left(R_S + R_L\right)^3}\left|\dot{V}_S\right|^2 = 0 \Rightarrow \boxed{R_L = R_S}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_L = Z_S^*}$$

共轭匹配

最大功率传输匹配条件

共轭匹配

$$Z_L = Z_S^*$$

$$X_L + X_S = 0$$ 谐振：电抗抵消

$$R_L = R_S$$ 相等：匹配

$$P_L = \frac{1}{2}\left|\dot{I}\right|^2 R_L = \frac{1}{2}\frac{\left|\dot{V}_o\right|^2}{R_L} = \frac{1}{2}\frac{R_L}{\left(R_S + R_L\right)^2 + \left(X_S + X_L\right)^2}\left|\dot{V}_S\right|^2$$

$$P_L \overset{Z_L = Z_S^*}{=} P_{L,\max} = \frac{\left|\dot{V}_S\right|^2}{8R_S} = P_{S,\max}$$

- 阻抗共轭匹配时，负载可获得信源的额定功率，这是信源能够输出的最大功率，也是负载能够获得的最大功率，故称共轭匹配为最大功率传输匹配

二、传输与反射

- 基于功率传输定义的传输与反射
  - 功率传输与功率反射

- 基于传输线信号传输定义的传输与反射
  - 电压传输与电压反射
    - 电流传输与电流反射

2.1 功率传输系数：功率增益

$$G_p = \frac{P_L}{P_{S,\max}} = \frac{\frac{1}{2}\frac{\left|\dot{V}_o\right|^2}{R_L}}{\frac{1}{8}\frac{\left|\dot{V}_S\right|^2}{R_S}} = 4\frac{R_S}{R_L}\left|\frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_S}\right|^2$$

$$T_p = 2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_S} \qquad G_p = \left|T_p\right|^2$$

称之为基于功率传输的传输系数:S_{21}

v_o：负载电阻上的电压

v_s：信源电压

例如：$G_p = 0.64$，表明，如果信源能够输出1W的额定功率，那么负载电阻只能得到其中的0.64W功率，

（1）此时，传输系数为$0.8e^{j\theta}$，其中θ表示输出电压和信源电压之间的相移

（2）问题：剩下的0.36W功率到哪里去了?

$$P_L=\frac{1}{2}\left|\dot{I}\right|^2R_L=\frac{1}{2}\frac{\left|\dot{V}_o\right|^2}{R_L}=\frac{1}{2}\frac{R_L}{(R_S+R_L)^2+(X_S+X_L)^2}\left|\dot{V}_S\right|^2$$

功率反射与反射系数

$$P_{S,\max}=\frac{\left|\dot{V}_S\right|^2}{8R_S}$$

- 信源具有输出$P_{s,max}$的能力，并且假定信源确实也输出了这么大的功率，如果满足共轭匹配条件，那么负载就可获得这个功率：$P_L = P_{L,max} = P_{s,max}$。
- 但是，一般情况下，负载是不满足共轭匹配条件的，则负载吸收消耗的功率$P_L<P_{s,max}$，故而，可以认为有$P_R=P_{s,max}-P_L$的功率被反射回信源，为信源内阻所吸收，故而功率反射系数为

$$\rho_R=\frac{P_R}{P_{S,\max}}=\frac{P_{S,\max}-P_L}{P_{S,\max}}=\left|\frac{Z_L-Z_S^*}{Z_L+Z_S}\right|^2$$

$$\Gamma_p=\frac{Z_L-Z_S^*}{Z_L+Z_S}$$

反射系数定义

$$\rho_R=\left|\Gamma_p\right|^2$$

功率反射大小由阻抗匹配关系决定

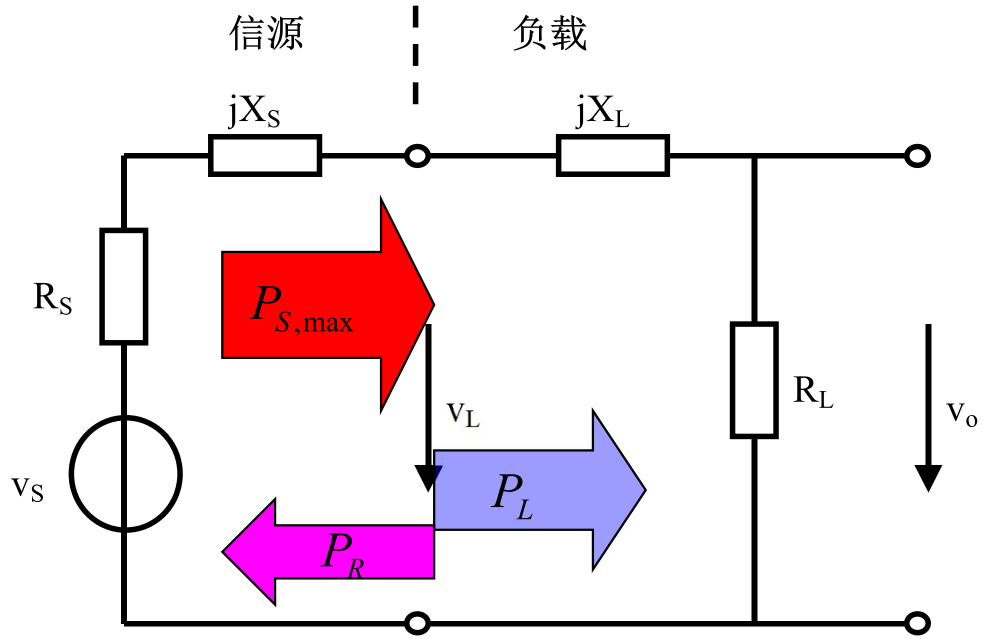
基于功率传输的传输系数和反射系数

$$T_p = 2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_S}$$

$$\left|T_p\right|^2 = \frac{P_L}{P_{S,\max}}$$

$$\Gamma_p = \frac{Z_L - Z_S^*}{Z_L + Z_S}$$

$$\left|\Gamma_p\right|^2 = \frac{P_R}{P_{S,\max}}$$



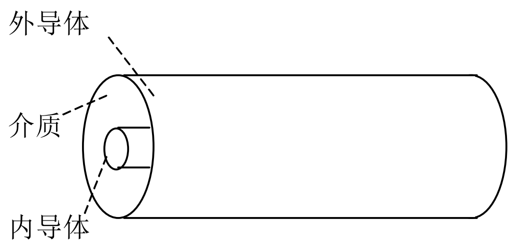
$$\left|T_p\right|^2 + \left|\Gamma_p\right|^2 = 1$$

这是高阶LC滤波器设计的基本公式

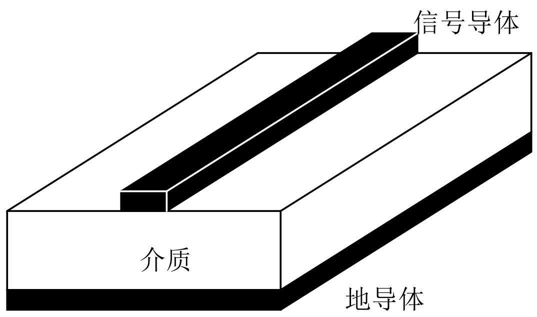
2.2 传输线上的电压传输

- 传输线是射频电路中最基本的分布参数电路形式之一
  - 最简单的传输线是双导体TEM模传输线

平行双线

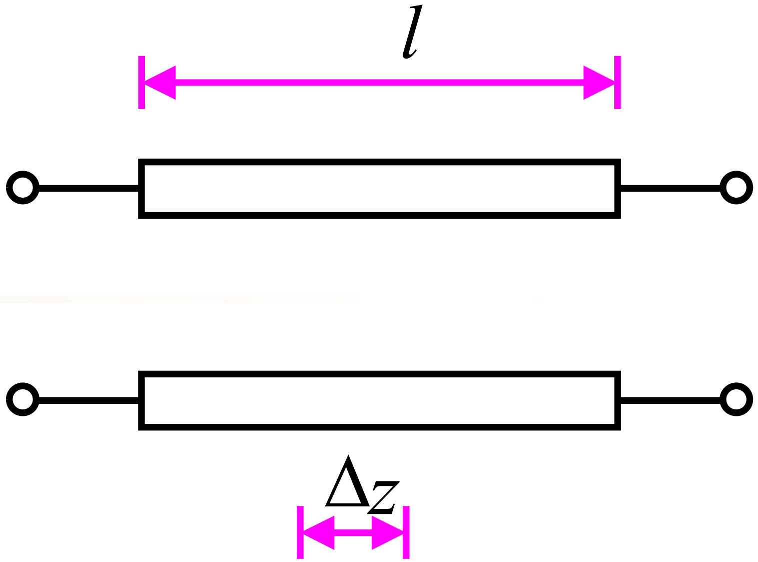


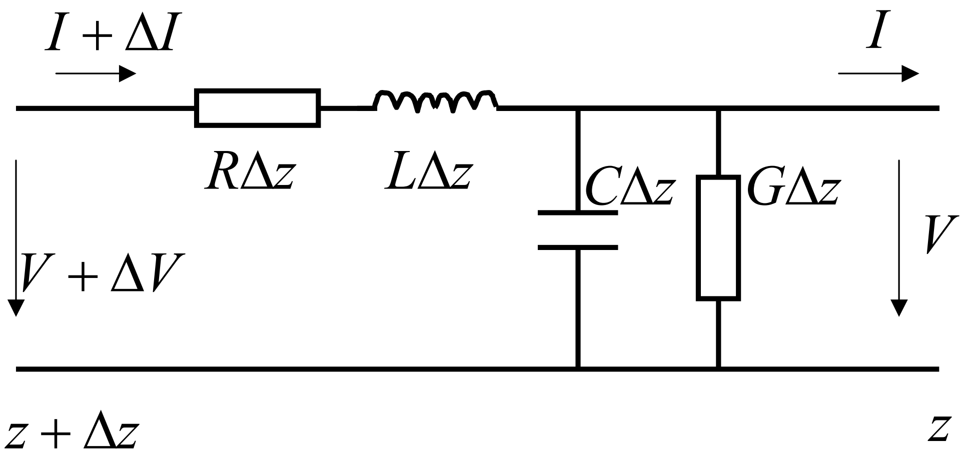
同轴电缆



微带线

传输线等效电路



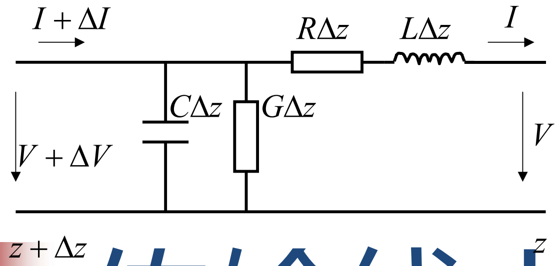


$$\Delta V = (R\Delta z + j\omega L\Delta z)(I+\Delta I)$$
$$\Delta I = (G\Delta z + j\omega C\Delta z)V$$

正弦激励稳态分析：ω
实际信号是单频正弦信号叠加

$$\frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L)I(z)$$
$$\frac{dI(z)}{dz} = (G + j\omega C)V(z)$$

- 传输线方程



$$\frac{dV(z)}{dz}=(R+j\omega L)I(z),\qquad \frac{dI(z)}{dz}=(G+j\omega C)V(z)$$

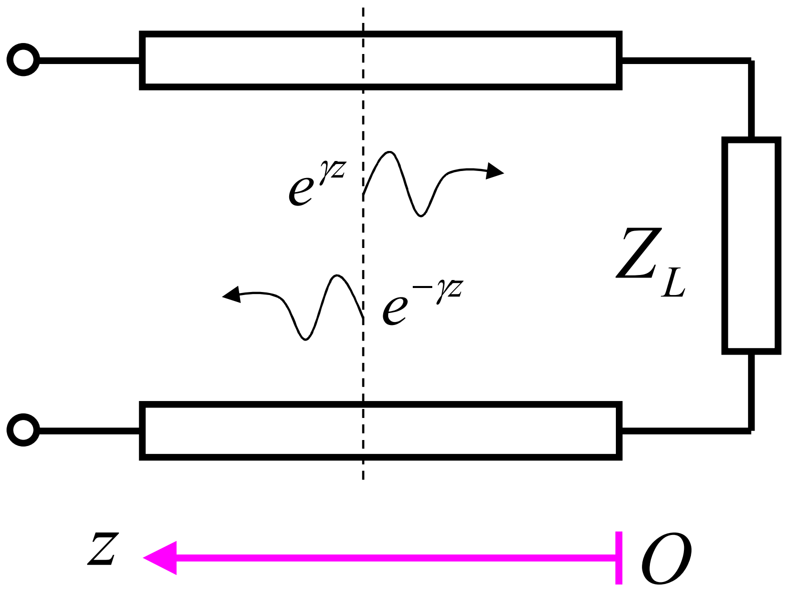
传输线上的电压和电流

$$V(z)=V_0^+\left(e^{\gamma z}+\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{\gamma z}-\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

传播系数：$\gamma=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}=\alpha+j\beta$

特征阻抗：$Z_0=\sqrt{\dfrac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$



波的传输是有方向性的，传输线上任一点的电压和电流是两个方向电压波和电流波的叠加效果

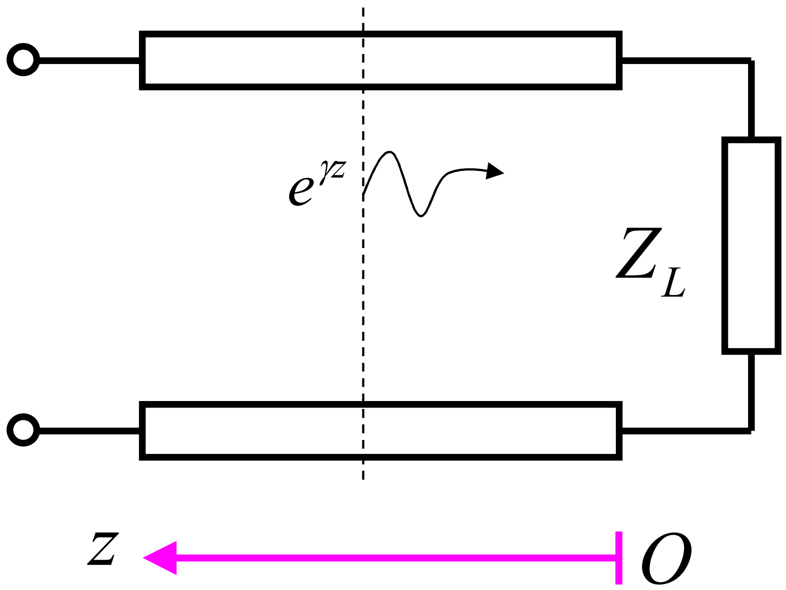
$$V(z)=V_0^+\left(e^{\gamma z}+\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{\gamma z}-\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

假设单向传播

$$V(z)=V_0^+e^{\gamma z}$$

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}e^{\gamma z}$$



- 对于一个单向传输波

$$V(z)/I(z)=Z_0$$

$$V(0)=V_0^+,\quad V(l)=V_0^+e^{\gamma l} \qquad \gamma=\alpha+j\beta$$

$$V_{out}=V(0)=V(l)e^{-\gamma l}=V_{in}e^{-\gamma l}$$

$$IN_{V,I}=A_0e^{j\omega_0 t}$$

$$OUT_{V,I}=IN_{V,I}\cdot e^{-\gamma l}=A_0e^{-\alpha l}e^{j(\omega_0 t-\beta l)}$$

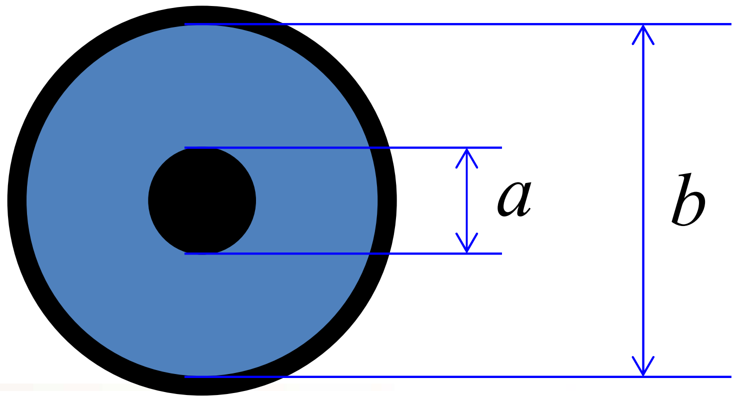
$$L_i=20\log_{10}e^{\alpha l}=8.69\alpha l\ (dB)$$

$$\theta=\beta l \qquad \beta\lambda=2\pi$$

传播系数：$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$

特征阻抗：$Z_0 = \sqrt{\dfrac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$

理想传输线



$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

- 无损传输线 $R = 0, G = 0$

自行验证这两个公式

传播系数：$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \longrightarrow \beta = \omega\sqrt{LC}$

特征阻抗：$Z_0 = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

$$\longrightarrow v_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\beta\lambda = 2\pi \longrightarrow \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_c} = \frac{\omega}{v_c}$$

$$T_D = \frac{l}{v_c} = l\sqrt{LC}$$

$$\beta l = \frac{\omega}{v_c} l = \omega T_D$$

$$IN = A_0 e^{j\omega_0 t}$$

$$OUT = IN \cdot e^{-\gamma l} = A_0 e^{-\alpha l} e^{j(\omega_0 t - \beta l)} = A_0 e^{-\alpha l} e^{j\omega_0 (t - T_D)}$$

信号经过长度为l的传输线后，有βl的相位滞后，或者T_D的延时；
如果是有损传输线，信号还将产生8.69αl dB的衰减
如果是理想无损传输线，信号延时和频率无关：理想传输

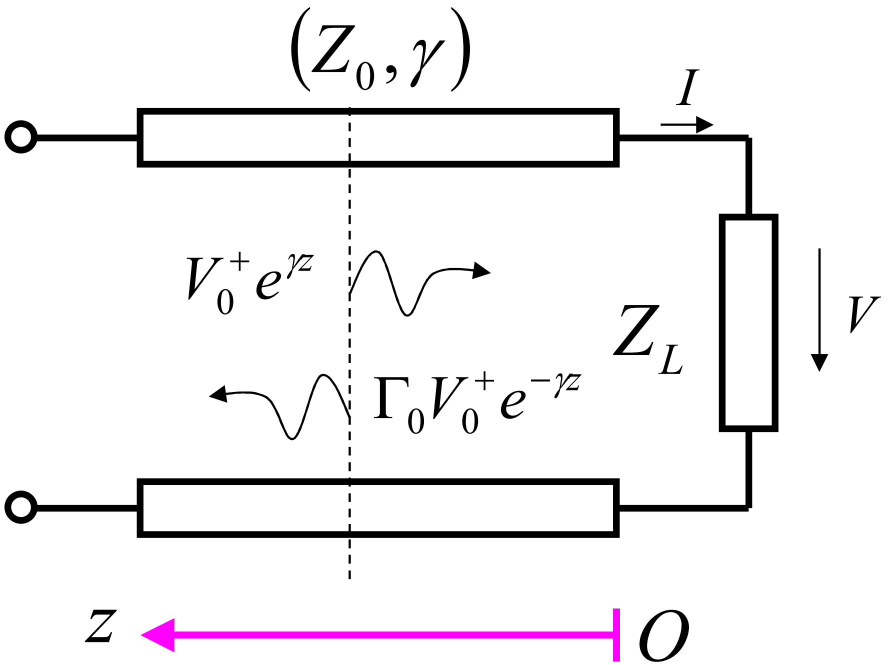
反射系数

$$V(z)=V_0^+\left(e^{\gamma z}+\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{\gamma z}-\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$V(0)=V_0^+\left(1+\Gamma_0\right)$$

$$I(0)=\frac{V_0^+}{Z_0}\left(1-\Gamma_0\right)$$



$$Z_L=\frac{V(0)}{I(0)}=\frac{V_0^+\left(1+\Gamma_0\right)}{\frac{V_0^+}{Z_0}\left(1-\Gamma_0\right)}=Z_0\frac{1+\Gamma_0}{1-\Gamma_0}$$

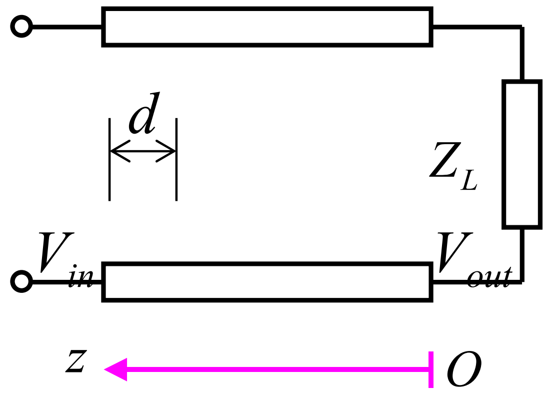
$$\boxed{\Gamma_0=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}}$$

$$\boxed{\Gamma_p=\frac{Z_L-Z_S^{\ *}}{Z_L+Z_S}}$$

$$V(z)=V_0^+\left(e^{\gamma z}+\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{\gamma z}-\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$\Gamma_0=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$



波单向传输匹配

$$Z_L=Z_0 \qquad V(z)=V_0^+e^{\gamma z}\overset{\gamma=j\beta}{=}V_0^+e^{j\beta z}=V_0^+e^{j\omega\frac{z}{v_c}}=V_0^+e^{j\omega\frac{l}{v_c}}e^{j\omega\frac{z-l}{v_c}}=V_{in}e^{-j\omega\frac{d}{v_c}}=V_{in}e^{-j\omega\tau_d}$$

$$\Gamma_0=0 \qquad I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}e^{\gamma z}\overset{\gamma=j\beta}{=}\frac{V_0^+}{Z_0}e^{j\beta z}=\frac{V_0^+}{Z_0}e^{j\omega\frac{z}{v_c}}=\frac{V_0^+}{Z_0}e^{j\omega\frac{l}{v_c}}e^{j\omega\frac{z-l}{v_c}}=I_{in}e^{-j\omega\frac{d}{v_c}}=I_{in}e^{-j\omega\tau_d}$$

- 如果负载阻抗等于传输线特征阻抗，则传输线上只有信源到负载一个方向的单向传输的电压波和电流波，称之为电压波/电流波单向传输匹配
  - 匹配条件：$Z_L = Z_0$
  - 如果匹配，理想传输线的功能就是理想延时

$$Z_L \neq Z_0 \qquad \Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \neq 0$$

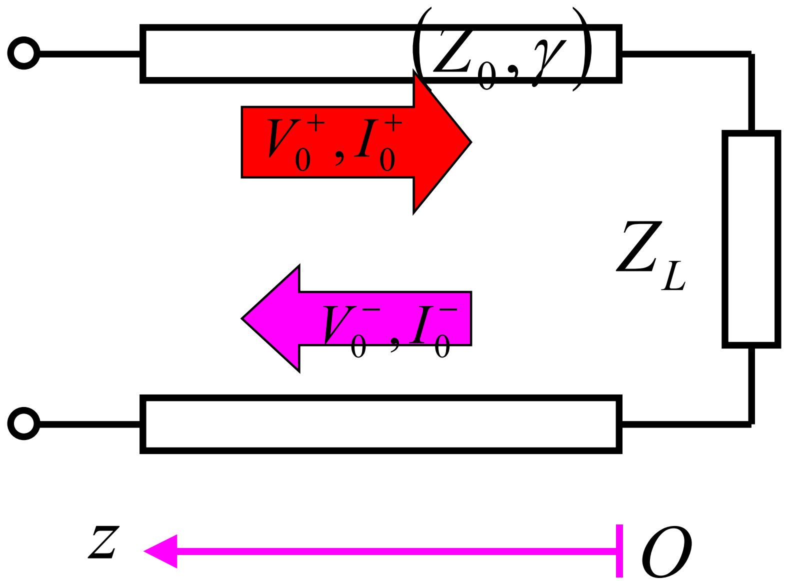
阻抗不匹配：有电压/电流反射

$$V(z) = V_0^+ e^{\gamma z} + V_0^- e^{-\gamma z}$$

$$I(z) = I_0^+ e^{\gamma z} + I_0^- e^{-\gamma z}$$

$$V_0^- = V_0^+ \cdot (\Gamma_0)$$

$$I_0^- = I_0^+ \cdot (-\Gamma_0)$$



- 如果阻抗不匹配，则入射电压V_0^+到达负载后，将会产生出一个$V_0^- = \Gamma_0 V_0^+$的反射电压，这个反射电压V_0^-将沿传输线反方向从负载向信源方向传输
  - 电流…

$$V(z)=V_0^+\left(e^{\gamma z}+\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$
$$I(z)=I_0^+\left(e^{\gamma z}-\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$z=0$：负载位置

$$V(0)=V_0^+\left(1+\Gamma_0\right)=V_0^+ + V_0^-$$
$$I(0)=I_0^+\left(1-\Gamma_0\right)=I_0^+ + I_0^-$$

负载传递系数

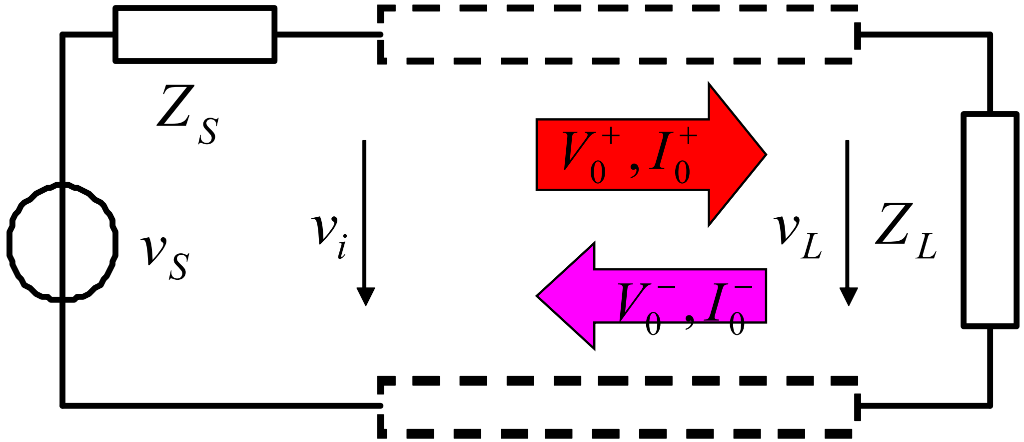
$$T_v=\frac{v_L}{v_{入射}}=\frac{V(0)}{V_0^+}=1+\Gamma_0=1+\Gamma_v,\quad T_i=\frac{i_L}{i_{入射}}=\frac{I(0)}{I_0^+}=1-\Gamma_0=1+\Gamma_i$$

- 如果阻抗不匹配，则入射电压V_0^+到达负载后，将会产生出一个$V_0^- = \Gamma_0 V_0^+$的反射电压，这个反射电压V_0^-将沿传输线反方向从负载向信源方向传输
- 负载上的电压是入射电压和反射电压之和，负载上的电流是入射电流和反射电流之和
  - 正因为如此，负载位置的电压传递为1加上反射系数
  - 1代表负载位置的入射，反射系数就是该位置的反射

$$\Gamma_v = \frac{Z_L - Z_S}{Z_L + Z_S}$$

人为插入一段传输线$(Z_S, \gamma, l \to 0)$

基于电压波传输的传输系数



$$v_i = v_s \frac{Z_0}{Z_S + Z_0} = 0.5 v_s$$

$$v_{i,T_D} = 0.5 v_s \cdot e^{-\gamma l}$$

$$v_R = 0.5 v_s \cdot e^{-\gamma l} \cdot \Gamma_v$$

$$v_L = 0.5 v_s \cdot e^{-\gamma l} \cdot (1 + \Gamma_v)$$

$$v_{R,2T_D} = 0.5 v_s \cdot e^{-\gamma l} \cdot \Gamma_v \cdot e^{-\gamma l}$$

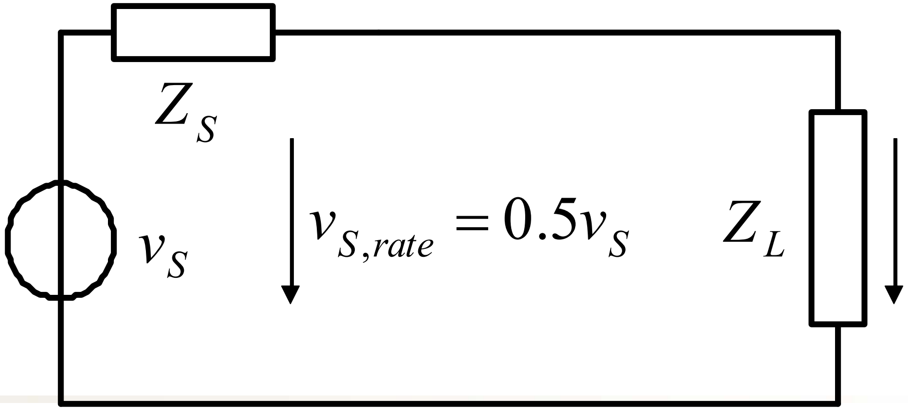
理想传输线：代表延时

$$T_v = \frac{v_L}{v_i} = \frac{0.5 v_s \cdot e^{-\gamma l} \cdot (1 + \Gamma_v)}{0.5 v_s}$$

$$= e^{-\gamma l} \cdot (1 + \Gamma_v) \overset{l \to 0}{=} 1 + \Gamma_v$$

$$= 2 \frac{Z_L}{Z_L + Z_S} = 2 \frac{v_L}{v_S} = \frac{v_L}{0.5 v_S}$$

理解电压反射传输



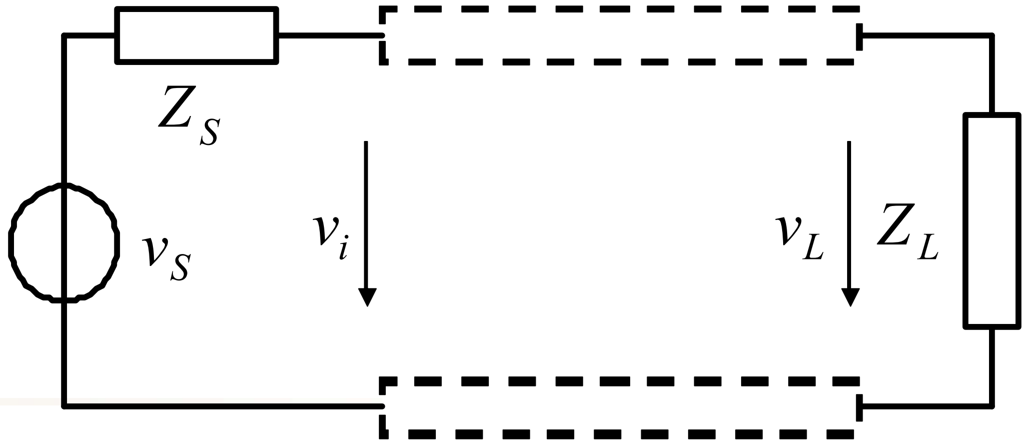
$$v_L = (1+\Gamma_v) v_{s,rate} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_S} v_s$$

- 在这里如是理解：信源首先默认负载为特征阻抗（等于信源内阻的阻抗），故而输出额定电压$V_{s,rated} = 0.5V_s$；如果满足单向传输匹配条件$Z_L = Z_S$，那么负载就可获得这个额定电压：$V_L = V_{L,rated} = V_{S,rated} = 0.5V_s$。
- 但是，一般情况下，负载未必满足单向传输匹配条件，故而有反射电压产生$V_R = \Gamma \cdot V_{s,rated}$，从而负载获得的电压为入射和反射之和$V_L = V_{s,rated} + \Gamma \cdot V_{s,rated} = (1+\Gamma) V_{s,rated}$
- 反射电压被信源内阻吸收，整个系统稳定，包括连接位置的电压（电流）

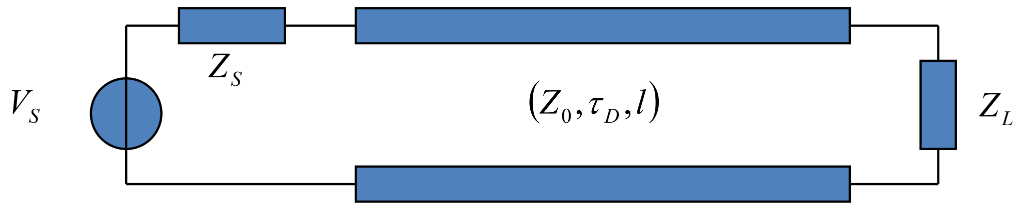
$$v_R = \Gamma_v v_{S,rated} = \frac{Z_L - Z_S}{Z_L + Z_S} 0.5 v_S \qquad \Gamma_v = \frac{Z_L - Z_S}{Z_L + Z_S}$$

$$v_L = (1+\Gamma_v) v_{S,rated} = 2\frac{Z_L}{Z_L + Z_S} \cdot 0.5 v_S = \frac{Z_L}{Z_L + Z_S} v_S = \text{信源在}Z_L\text{上的分压}$$

为什么这样理解？



- 实际电路中，负载和信源之间一定存在互连线，在低频段，互连线可视为短接线，可理解为瞬间完成分压
- 但在高速数字电路和射频电路中，分布参数效应使得互连线不能被视为短接线，而需将其视为传输线（并且实际PCB设计中故意将其设计为传输线结构），这就要求或者负载、或者信源内阻必须和互连线的特征阻抗相等，以确保负载电压一个传输线延时即可稳定，确保逻辑正确

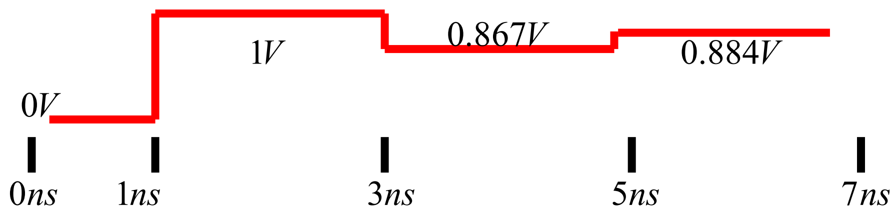


怕什么？

- 最怕的信源内阻、负载电阻和互连线特征阻抗不相等，则有来回反射电压，导致负载电压无法及时稳定下来，无法高速数字处理

例：信源内阻为10Ω，负载电阻为75Ω，传输线特征阻抗为50Ω，传输线延时为1ns，信源电压为1V的阶跃电压，下图为负载电压波形

研究理解这个波形
传输线稳定后，负载电压为多少？
如果没有传输线，负载电压为多少？
两者有何关系？如何解释？
如果不匹配，数字信号还能高速吗？
画出传输线输入端口的电压波形



两种匹配

$$V(z)=V_0^+\left(e^{\gamma z}+\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

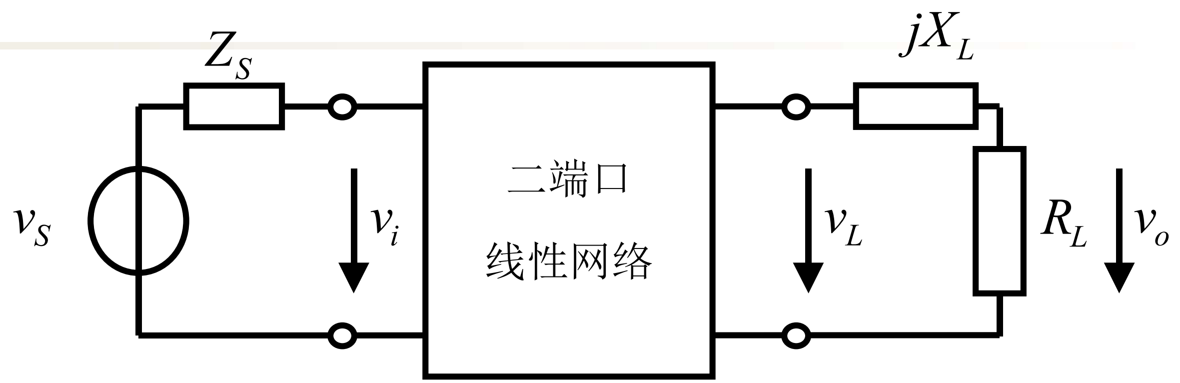
$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{\gamma z}-\Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$\Gamma_0=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

$$\boxed{\Gamma_p=\frac{Z_L-Z_S{}^*}{Z_L+Z_S}}$$

- Γ_0代表了电压反射，-Γ_0代表了电流反射
- $|\Gamma_p|^2$代表了功率反射
- 如果是最大功率传输匹配，则无反射功率；如果是单向传输匹配，则无反射电压/反射电流
- 应用背景不同
  - 功率匹配，窄带应用
  - 单向匹配，宽带应用，数字应用

2.3 线性系统传递函数定义问题



$$H(s)=\frac{v_L}{v_i} \qquad H(s)=\frac{v_o}{v_i}$$

低频：如放大器的电压放大倍数

从电压放大的角度给出的定义

（低频系统：阻性电路）

$$H(s)=T_p(s)=2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{v_o}{v_S}\overset{R_L=R_S}{=}2\frac{v_o}{v_S}$$

射频应用中传输函数的基本定义

从功率传输的角度给出的定义

（窄带射频系统：S_{21}）

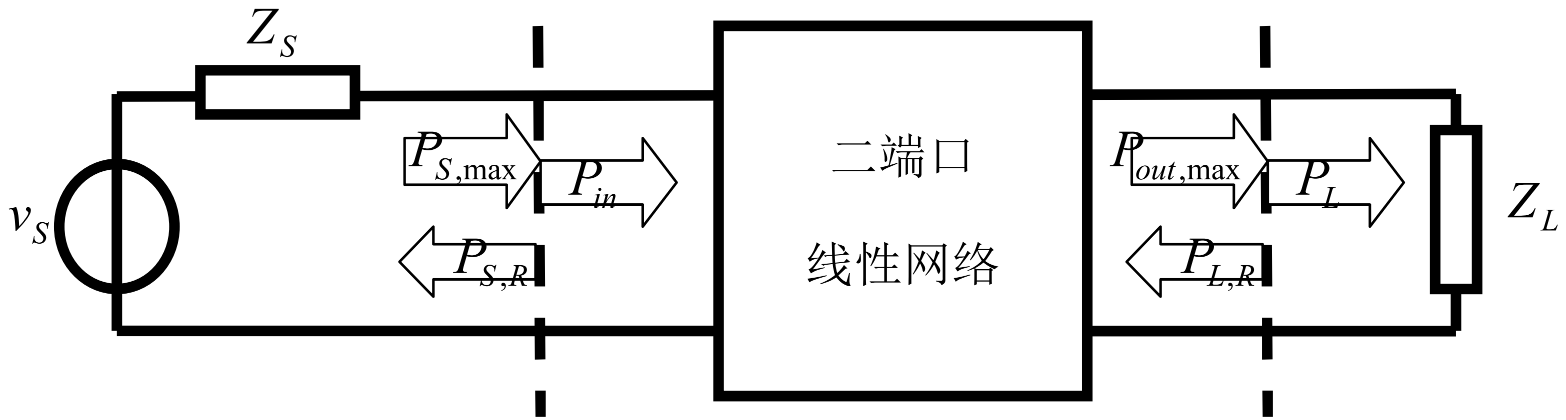
$$H(s)=T_v(s)=2\frac{v_L}{v_S} \qquad H(s)\underset{\text{或}R_L=0}{\overset{R_S=0}{=}}\frac{v_L}{v_S}$$

从电压传输的角度给出的定义

（宽带系统、数字系统）

$$G_T \le G_p \qquad G_T \le G_A$$

射频通信线性系统中常见的三个功率增益



$$\text{转换功率增益}: G_T = \frac{P_L}{P_{S,\max}} = \frac{\text{负载获得的实际功率}}{\text{来自信源的资用功率}}$$

射频线性系统常用定义，对应前面定义的传递函数

$$\text{工作功率增益}: G_p = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\text{负载获得的实际功率}}{\text{网络输入端获得的实际功率}}$$

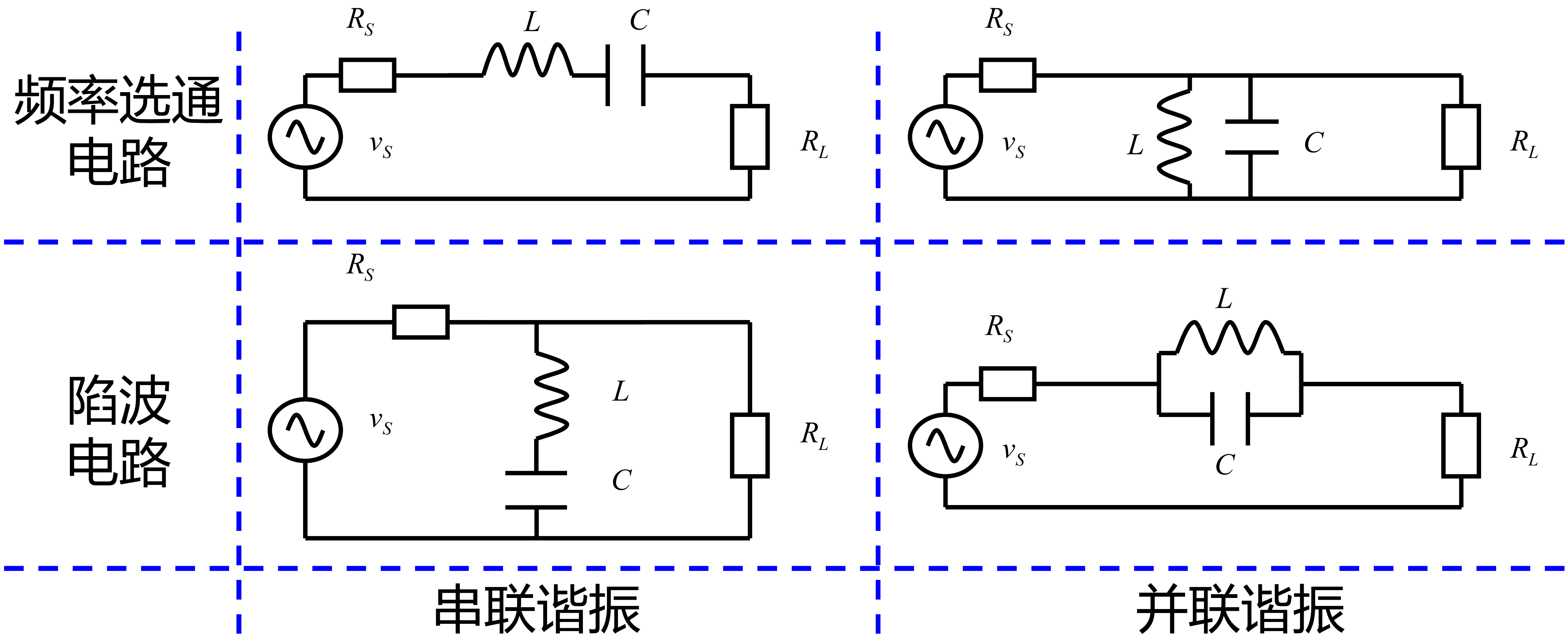
低频线性系统常用定义，和放大器放大倍数对应
能量转换系统转换效率定义

$$\text{额定功率增益}: G_A = \frac{P_{out,\max}}{P_{S,\max}} = \frac{\text{网络输出的资用功率}}{\text{来自信源的资用功率}}$$

不常用，但在噪声级联公式中采用的是该定义：第3章

三、LC谐振

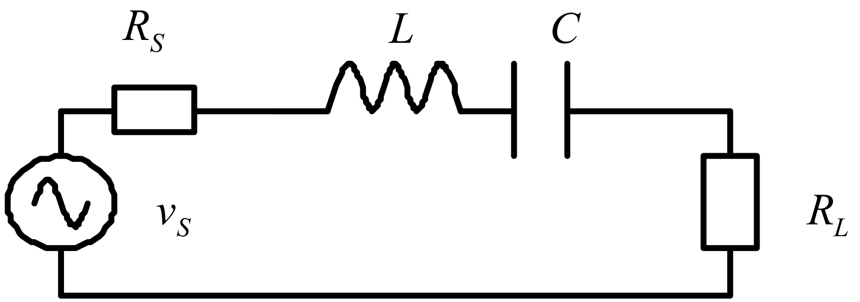
- LC谐振回路是最简单的带通/带阻滤波器，是射频电路中的常见组件
  - 滤波器、放大器、振荡器

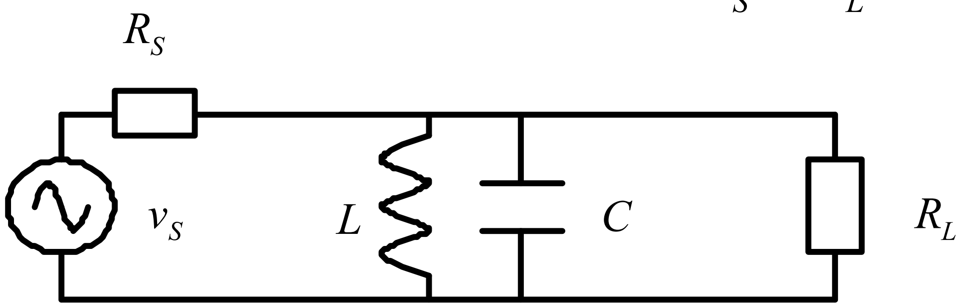


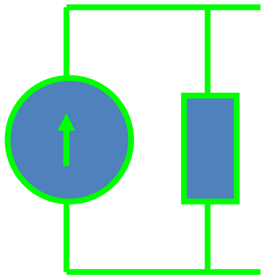
3.1 频率选通电路

$$H(s)=2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{v_o}{v_s}=2\sqrt{\frac{G_S}{G_L}}\frac{i_o}{i_s}=A_0\frac{\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)+1}$$

$$Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}\qquad R=\frac{R_SR_L}{R_S+R_L}$$







$$H(s)=2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{v_o}{v_s}=2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{R_L}{R_S+sL+\frac{1}{sC}+R_L}$$

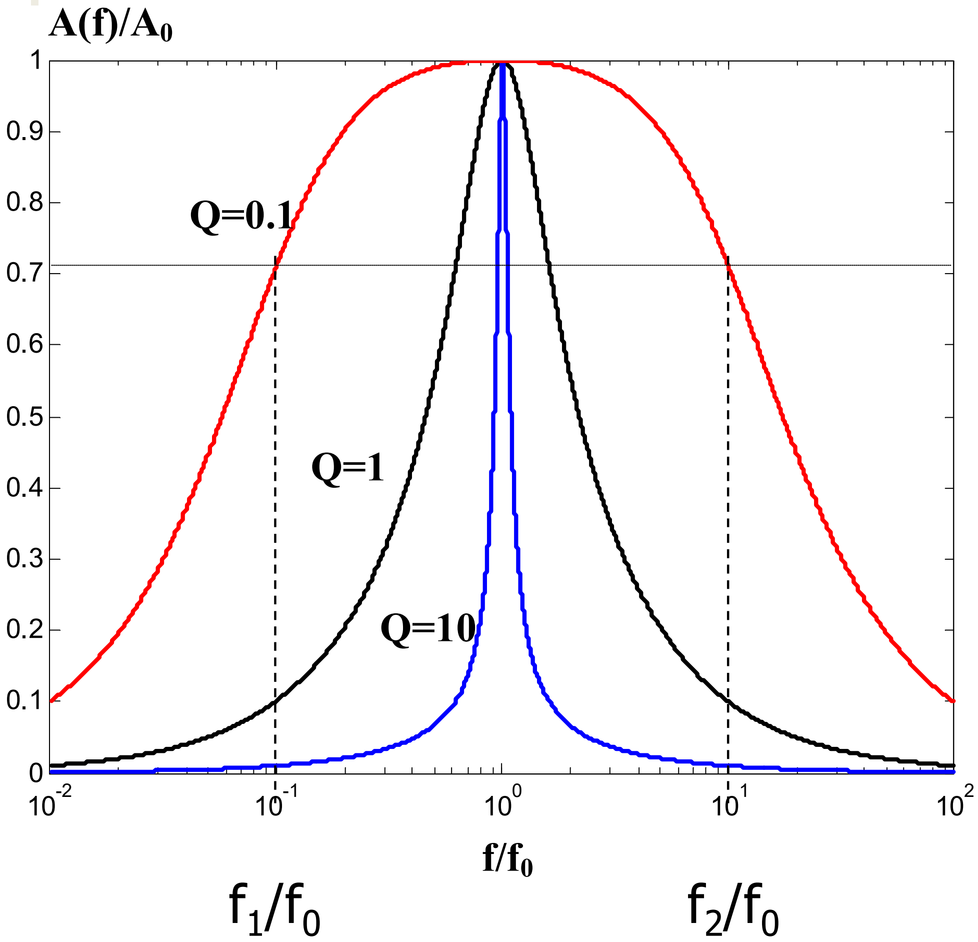
$$=A_0\frac{\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)+1}$$

$$A_0=\frac{2\sqrt{R_SR_L}}{R_S+R_L}\le 1\qquad Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\qquad R=R_S+R_L$$

$$H(s)=A_0\frac{\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)+1}\overset{s=j\omega}{=}A_0\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}=A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

选通特性



$$A(f)=A_0\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2}}$$

3dB通频带： $Q\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)=\pm 1$

$\Rightarrow f_{1,2}=\dots$

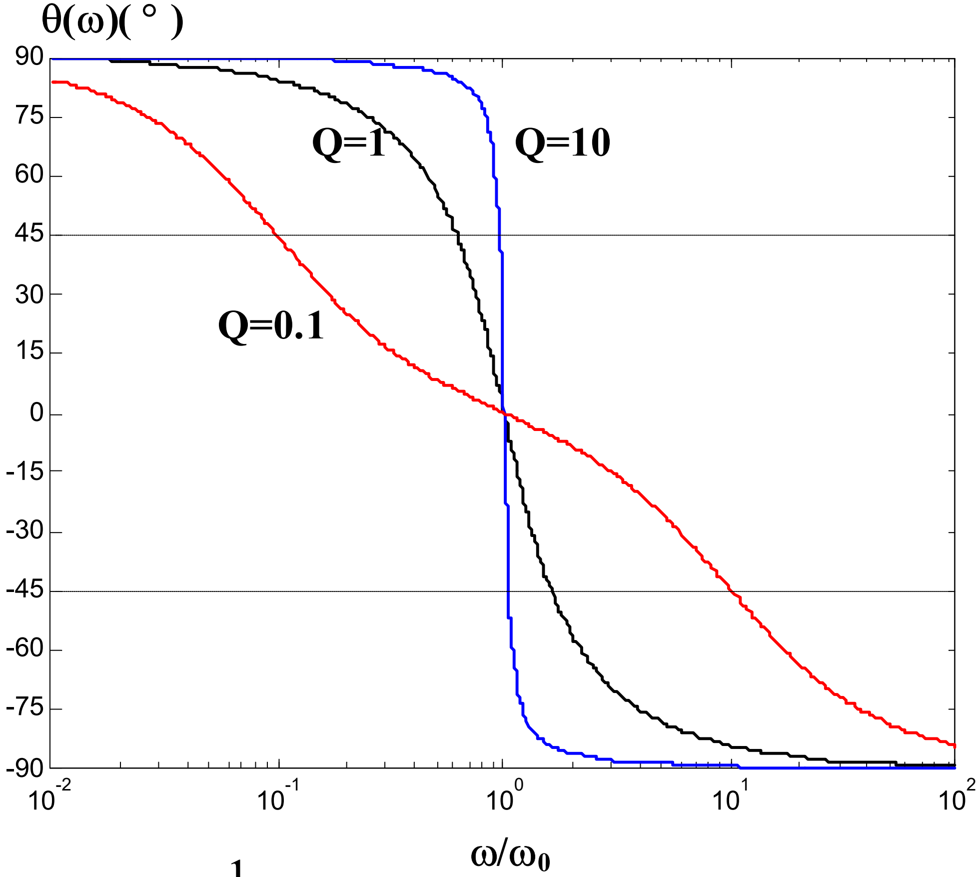
$\Rightarrow BW_{3dB}=f_2-f_1=\frac{f_0}{Q}$

$f_0=\sqrt{f_1f_2}$

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$H(s)=A_0\frac{\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{1}{Q}\left(\frac{s}{\omega_0}\right)+1}=A_0\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}=A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

相频特性



$$\theta(\omega)=-\arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

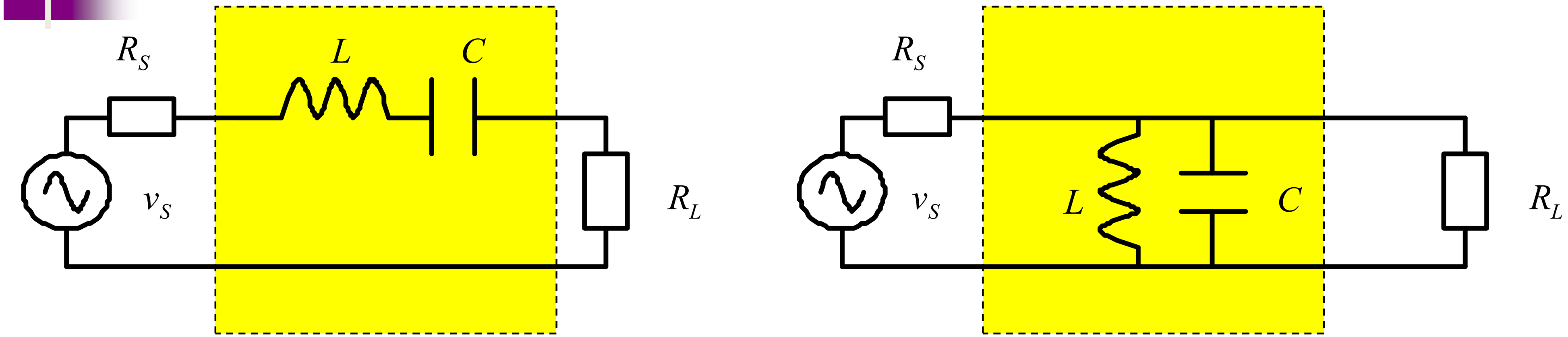
$$\tau_g=-\frac{d\theta}{d\omega}\bigg|_{\omega=\omega_0}=\frac{2Q}{\omega_0}=\frac{Q}{\pi f_0}$$

$$BW_{3dB}\cdot\tau_g=\frac{1}{\pi}=0.32$$

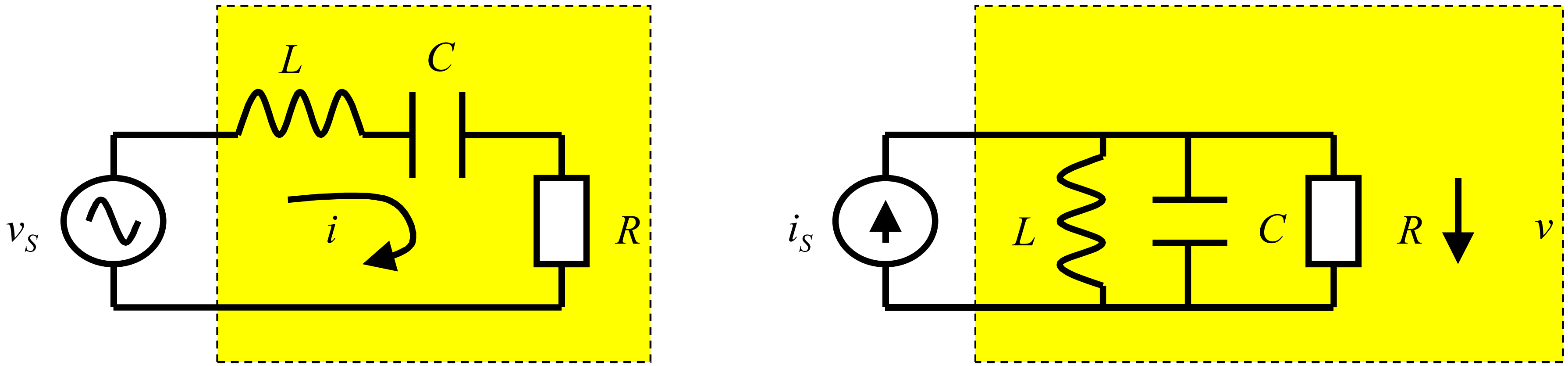
$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

滤波器（低通、带通）: $BW_{3dB}\cdot\tau_g=$ 常数

3.2 谐振回路特性



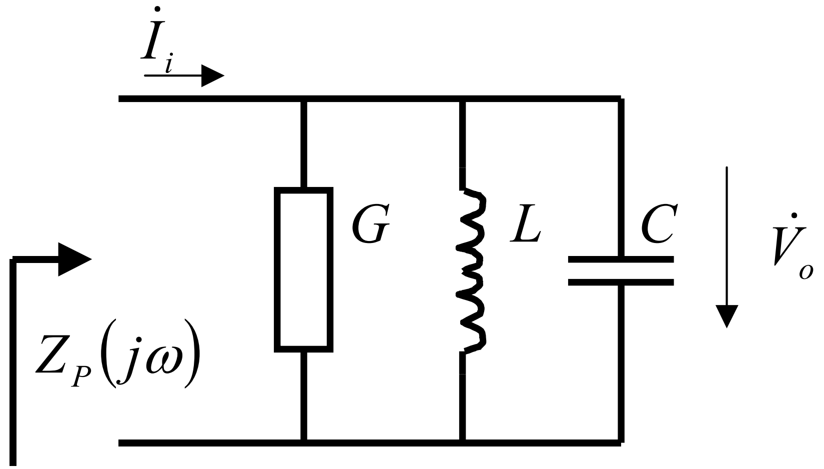
二端口网络的传输特性



单端口网络的阻抗特性

LC并联谐振回路

- 基本电路形式



$$Y_P(j\omega) = G + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$

$$= G\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{G\omega_0 L} = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{Y_0}{G}$$

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$： 无阻尼固有振荡频率

$Y_0 = \sqrt{\dfrac{C}{L}}$ 特征导纳

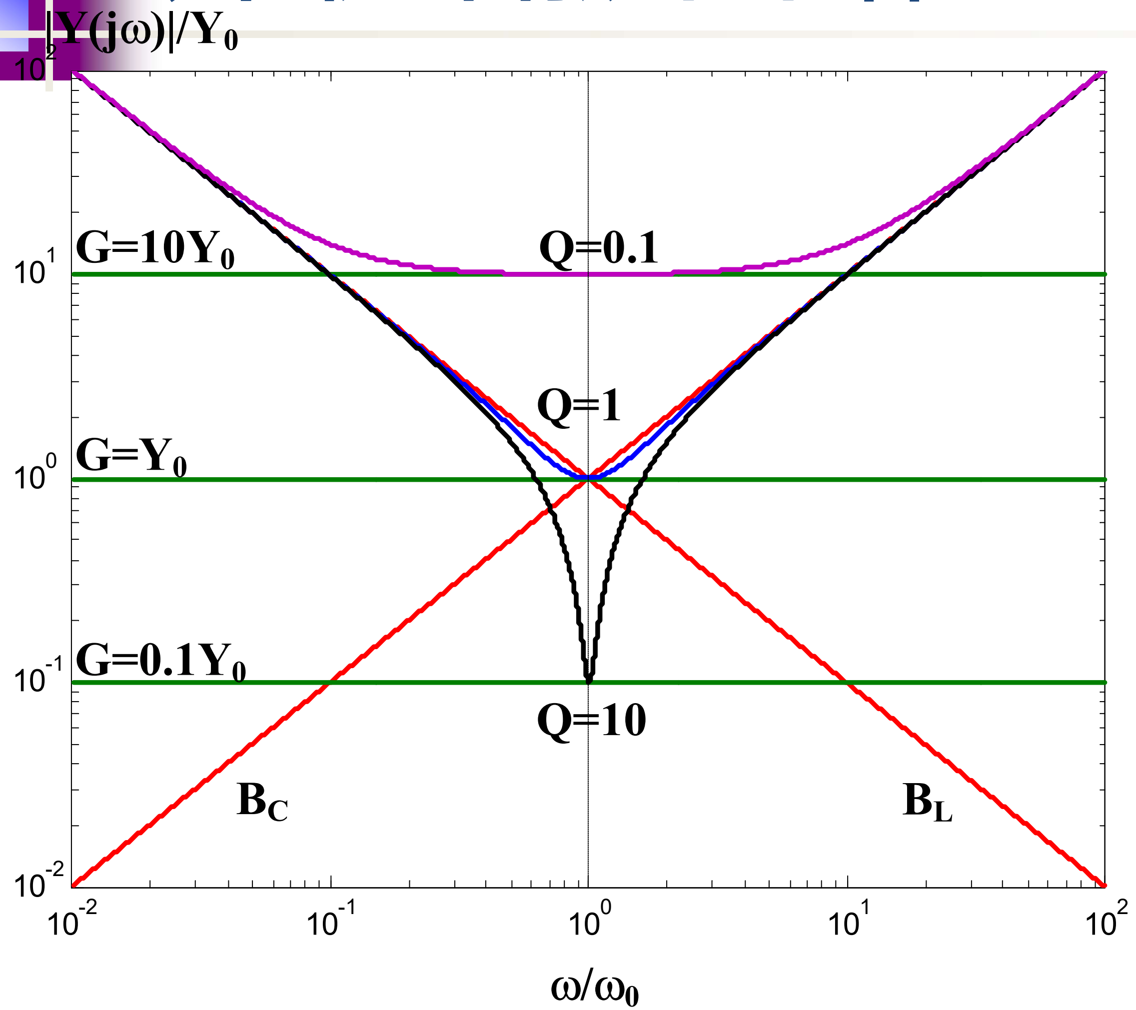
$Q = \dfrac{\omega_0 C}{G} = \dfrac{1}{G\omega_0 L}$： 回路品质因数

$Z_0 = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$ 特征阻抗

$$Y_P(j\omega)=G+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C$$

并联谐振回路的导纳

$$=G\left(1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$



$$Y_0=\sqrt{\frac{C}{L}}=\omega_0 C \qquad Q=\frac{Y_0}{G}$$

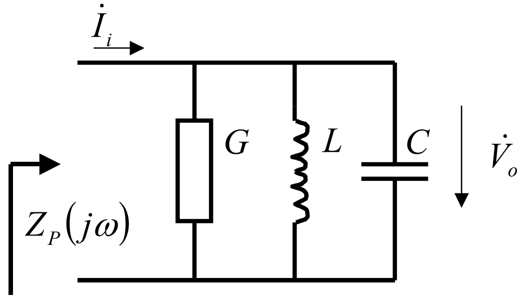
$$\frac{Y_P(j\omega)}{Y_0}=\frac{G}{Y_0}-j\frac{\omega_0}{\omega}+j\frac{\omega}{\omega_0}$$

G L C

谐振频率点上，容性电纳和感性电纳恰好抵消，回路呈现纯导/阻

谐振频率点上，容性电纳和感性电纳值等于特征导纳

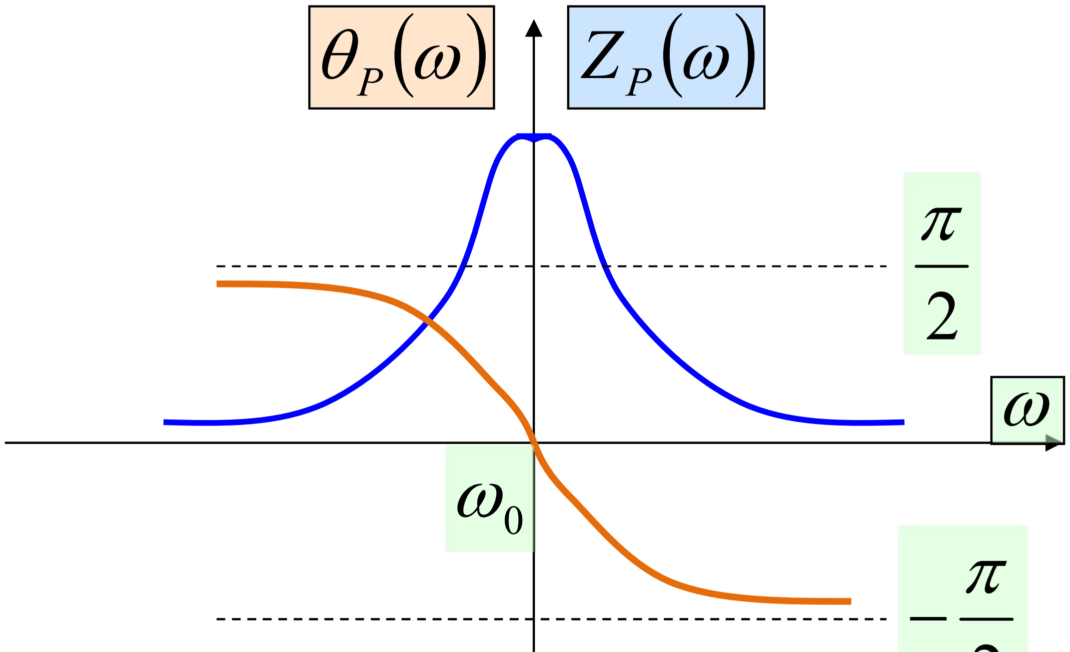
$$Y_P(j\omega) = G\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$



阻抗特性

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},\quad Q = \frac{\omega_0 C}{G}$$

$$\frac{V_o}{I_i} = Z_P(j\omega) = \frac{1}{Y_P(j\omega)} = \frac{1}{G\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)} = Z_P(\omega)e^{j\theta_P(\omega)}$$

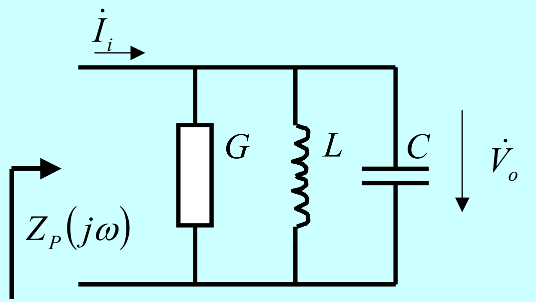


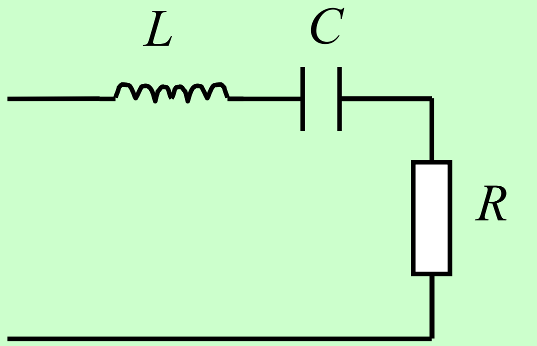
$$H(s) = A_0\frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

$\omega < \omega_0$: $\theta_P > 0$: 感性

$\omega > \omega_0$: $\theta_P < 0$: 容性

电流谐振

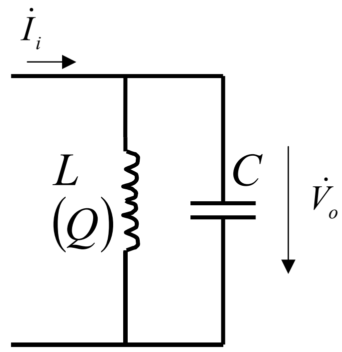




- 电流谐振：并联回路谐振时，流过其电纳支路的电流比激励电流大Q倍
  - 串联谐振又称电压谐振：串联回路谐振时，两个电抗上的电压是激励电压的Q倍
  - 谐振时： $\omega=\omega_0$：回路呈现纯阻性
- 当输入信号频率不等于回路谐振频率时，回路工作于失谐状态
  - 当$\omega>\omega_0$时，回路呈现容性
  - 当$\omega<\omega_0$时，回路呈现感性
    - 串联谐振回路相反

$$\dot{I}_R(j\omega_0)=\dot{I}_i(j\omega_0)$$
$$\dot{I}_C(j\omega_0)=jQ\dot{I}_i(j\omega_0)$$
$$\dot{I}_L(j\omega_0)=-jQ\dot{I}_i(j\omega_0)$$

- r_s是由导线欧姆电阻和高频集肤效应引入的
- 当Q值很高时，并联谐振频率ω_p近似等于自由振荡频率ω_0：对于大多数通信电路，这个近似基本上是成立的

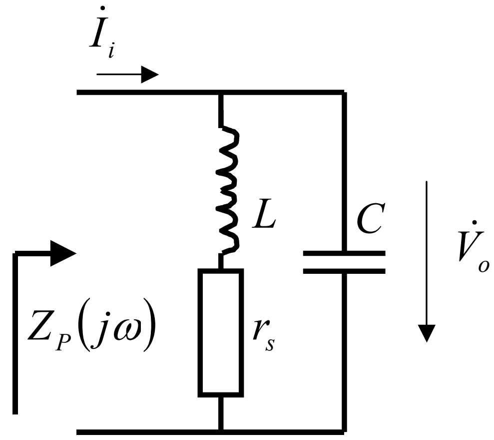


并联谐振回路的一般形式

$$Q=\frac{\omega L}{r_s}\overset{\omega=\omega_0}{=}\frac{1}{r_s}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{Z_0}{r_s}$$

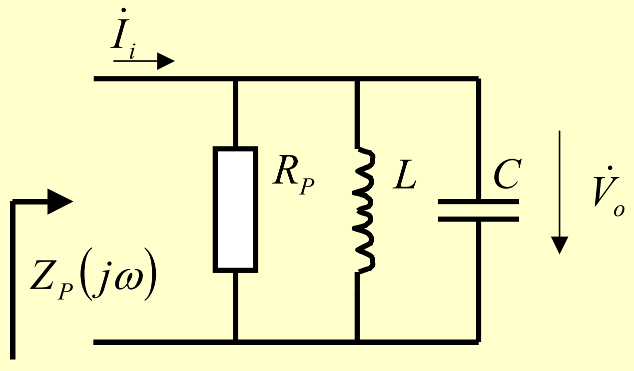
$$Z_P(j\omega)=\frac{\dot{V}_o(j\omega)}{\dot{I}_i(j\omega)}=\frac{(r_s+j\omega L)\dfrac{1}{j\omega C}}{r_s+j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{(r_s+j\omega L)\dfrac{1}{j\omega C}}{r_s+j\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

$$=\frac{r_s/(\omega C)^2-j\left(r_s^2+(\omega L)^2-\dfrac{L}{C}\right)\Big/\omega C}{r_s^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}=R_P+jX_P$$



谐振：$X_P=0\Rightarrow\omega_P=\sqrt{\dfrac{1}{LC}-\left(\dfrac{r_s}{L}\right)^2}=\omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{Q^2}}$

$$\Rightarrow R_P=Q^2r_s=\frac{L}{r_sC}=\frac{Z_0^2}{r_s}\qquad Q_P=R_P\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{R_P}{Z_0}=Q$$



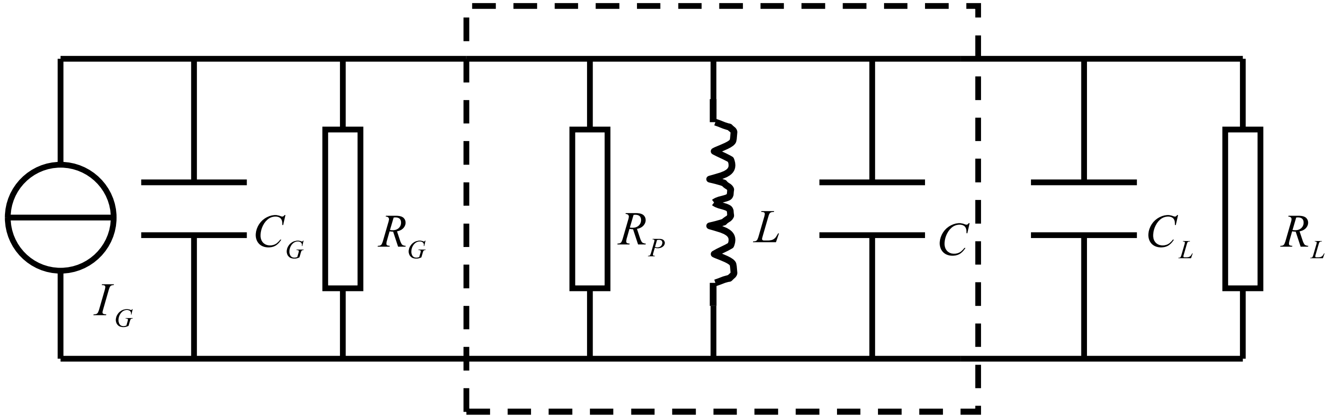
3.3 部分接入

- 并联谐振回路是射频电路中的常见单元，原因在于晶体管是受控电流源，电流源驱动LC并联谐振回路，输出电压是输入激励的带通选频结果

- 负载对LC并联谐振回路的影响
- 部分接入

- 接入负载后，中心频率变低，品质因数变小，通频带改变
  - 需要Q值很高的中心频率确定的选频回路，负载的接入应考虑如何使其对并联谐振回路的影响尽量的小
    - 部分接入

负载对并联谐振回路的影响



有时需要Q值很高的选频回路

中心频率改变：$C_\Sigma = C + C_L + C_G$　　$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_\Sigma}}$

品质因数改变：$R_P' = R_P \parallel R_L \parallel R_G$　　$\dfrac{1}{Q'} = \dfrac{1}{Q_0} + \dfrac{1}{Q_L} + \dfrac{1}{Q_G}$

$Q_P = R_p\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

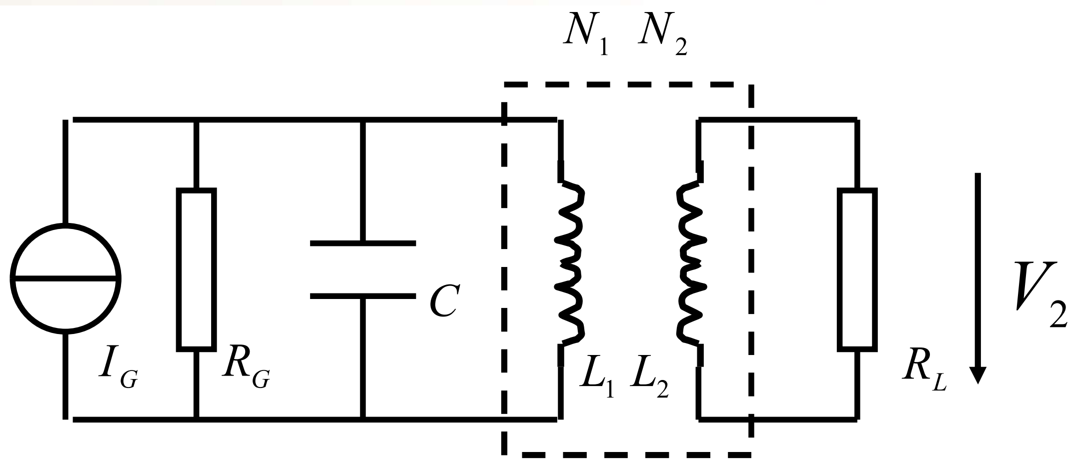
有载Q　　无载Q

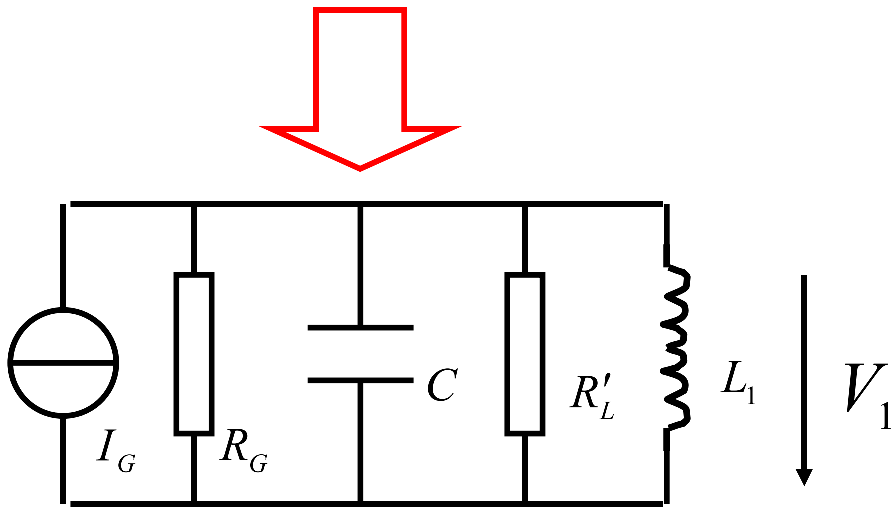
接入系数：$p=\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{N_2}{N_1}$

变压器接入

等效前：$P_L=\dfrac{V_2^2}{R_L}$

等效后：$P_L'=\dfrac{V_1^2}{R_L'}$





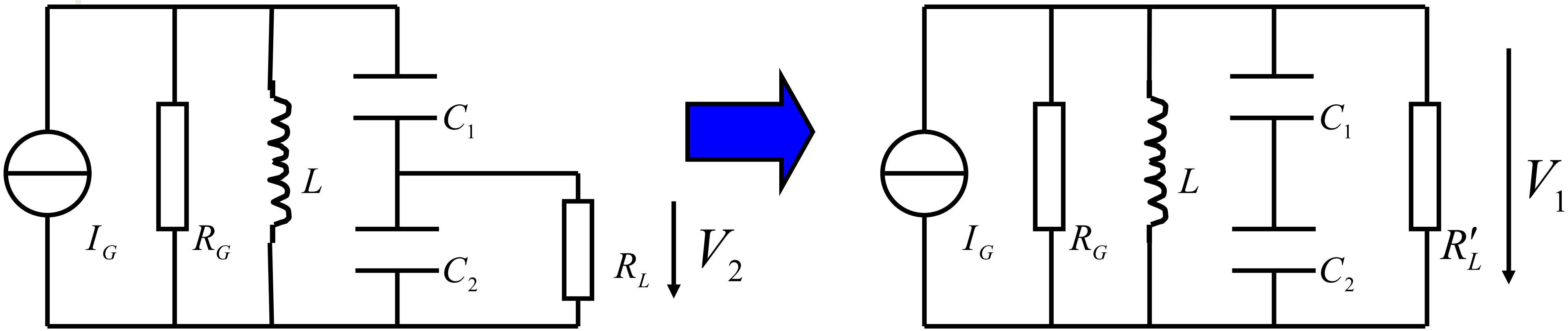
$R_L'=n^2R_L$

- 电路等效前后，等效电阻上获得的功率等于负载电阻上的功率

$$P_L'=P_L\Rightarrow R_L'=\frac{R_L}{p^2}$$

$$Q_2 = \frac{\omega C_2}{G_L} = \omega R_L C_2 \gg 1$$

电容抽头部分接入



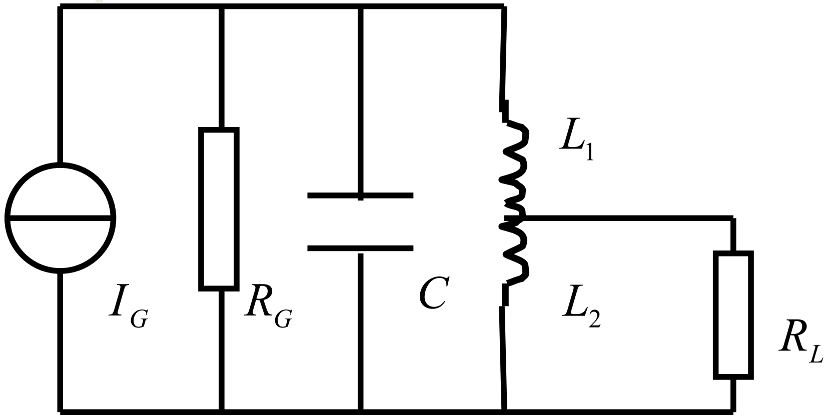
等效前：$P_L = \dfrac{V_2^2}{R_L}$　　　　等效后：$P_L' = \dfrac{V_1^2}{R_L'}$

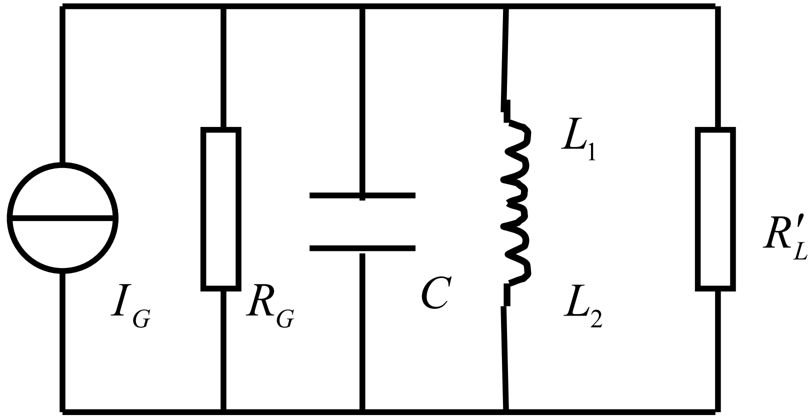
$$P_L' = P_L \Rightarrow R_L' = \frac{R_L}{p^2}$$

$$p = \frac{V_2}{V_1} \approx \frac{I_C \dfrac{1}{j\omega C_2}}{I_C \left(\dfrac{1}{j\omega C_1} + \dfrac{1}{j\omega C_2} \right)} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{\omega L_2 G_L} = \frac{R_L}{\omega L_2} \gg 1$$

电感抽头部分接入





$$R'_L = \frac{R_L}{p^2}$$

$$p = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$$ 两个电感无耦合

$$p = \frac{L_2 + M}{L_1 + L_2 + 2M}$$

一般耦合

$$p = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$ 两个电感全耦合

$$R'_L = \frac{R_L}{p^2}$$

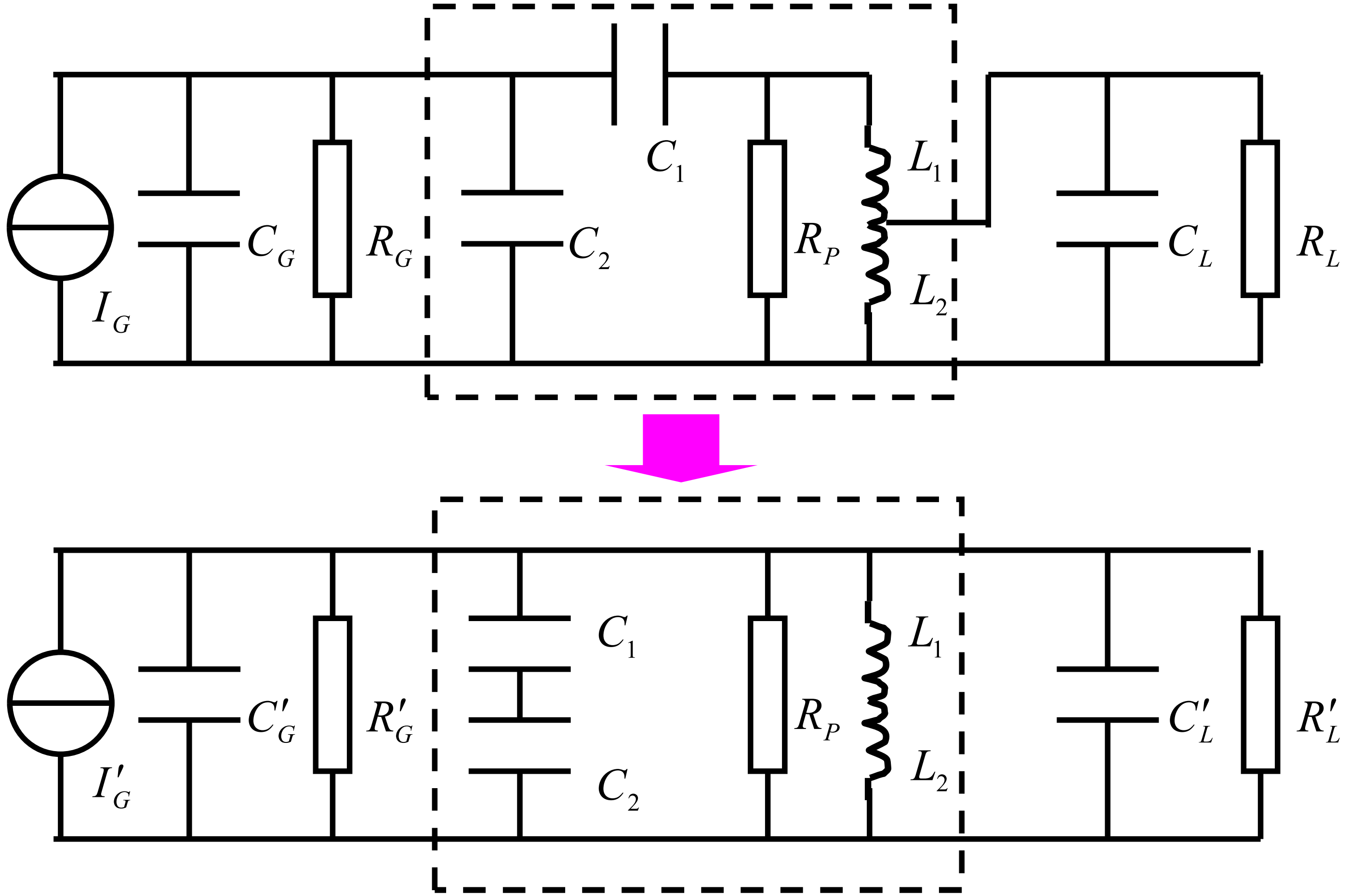
$$p = \frac{V_{R变换前}}{V_{R变换后}} = \frac{N_2}{N_1}, \frac{C_1}{C_1 + C_2}, \frac{L_2}{L_1 + L_2}, \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

接入系数

- 接入系数表示负载接入并联谐振回路后对回路的影响
  - 电路设计时，有时不得不考虑如何降低负载对谐振回路的影响，用部分接入法可以降低负载对回路的影响
    - 放大器、振荡器、…
- 接入系数为等效电路变换前原负载两端的电压V_2和变换后等效负载两端的电压V_1之比
  - 电容部分接入和电感部分接入的接入系数概念，其近似成立的前提是，和负载并联的支路阻抗远小于负载，从而流入负载的电流可以忽略不计
    - 如果负载较重，用接入系数计算将会引入比较大的误差

- 部分接入的方法可以减小负载对回路的影响
- Q>>1，谐振频点可以近似分析，有效降低计算复杂度

例



$$p_2 = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$$

$$R'_L = \frac{R_L}{p_2^2}$$

$$C'_L = p_2^2 C_L$$

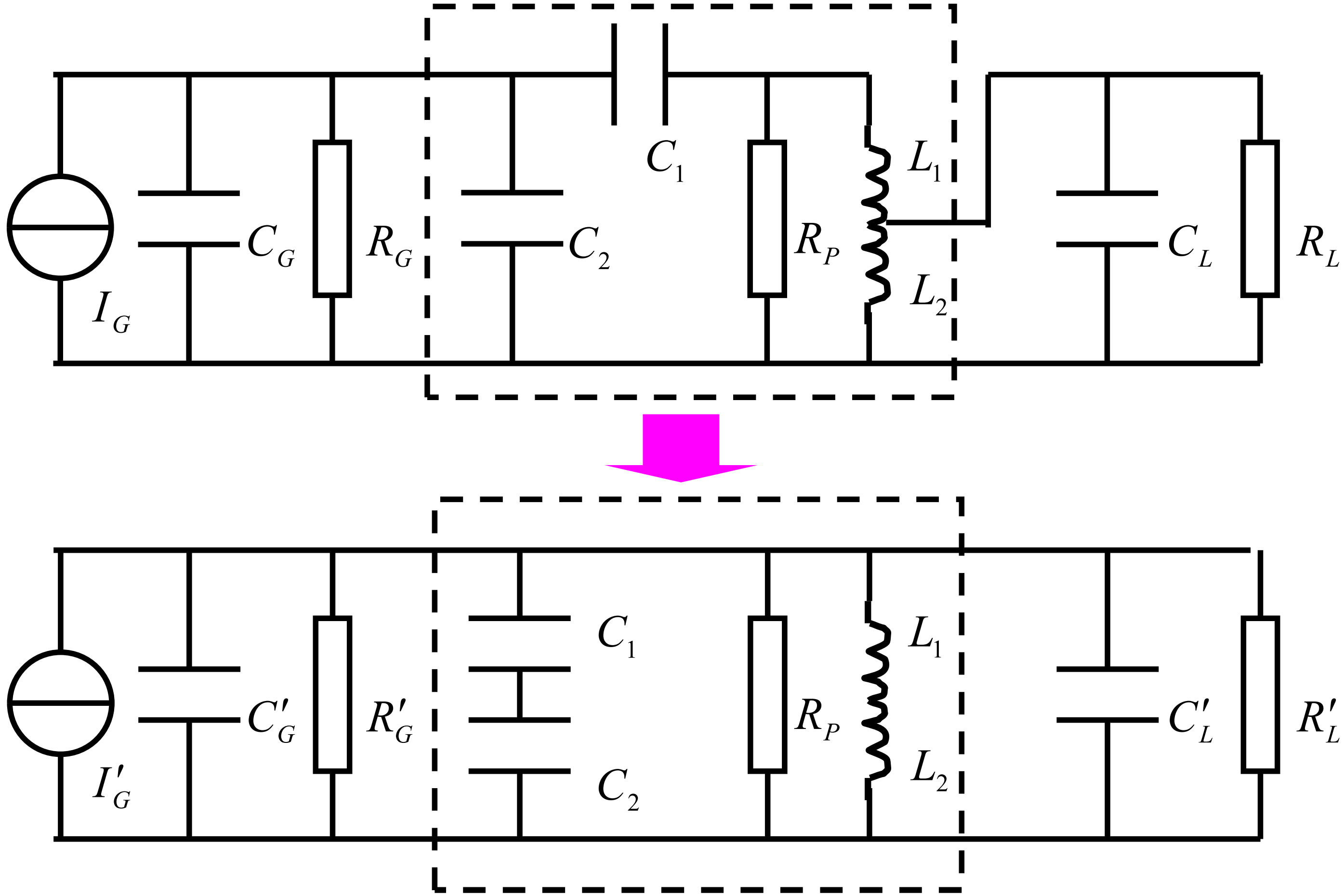
$$p_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$R'_G = \frac{R_G}{p_1^2}$$

$$C'_G = p_1^2 C_G$$

$$I'_G = p_1 I_G$$

用部分接入实现阻抗匹配



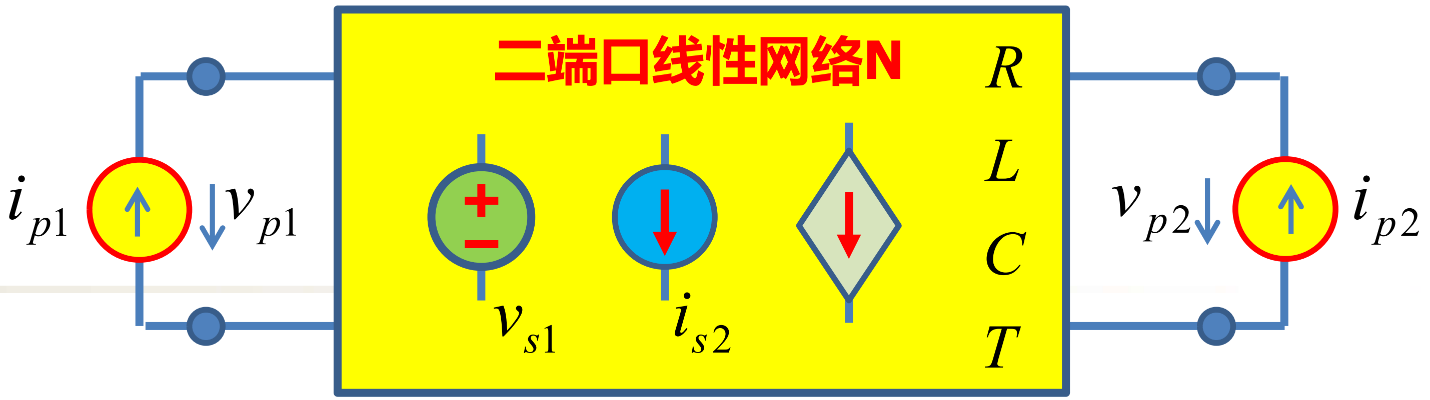
$$\boxed{R'_G \parallel R_P = R'_L}$$

思考题：有损匹配网络意味着存在插入损耗，多大？

二端口网络参量，自行复习

- 加压求流法获得线性二端口网络等效电路
  - z参量、y参量、h参量，g参量
  - ABCD参量

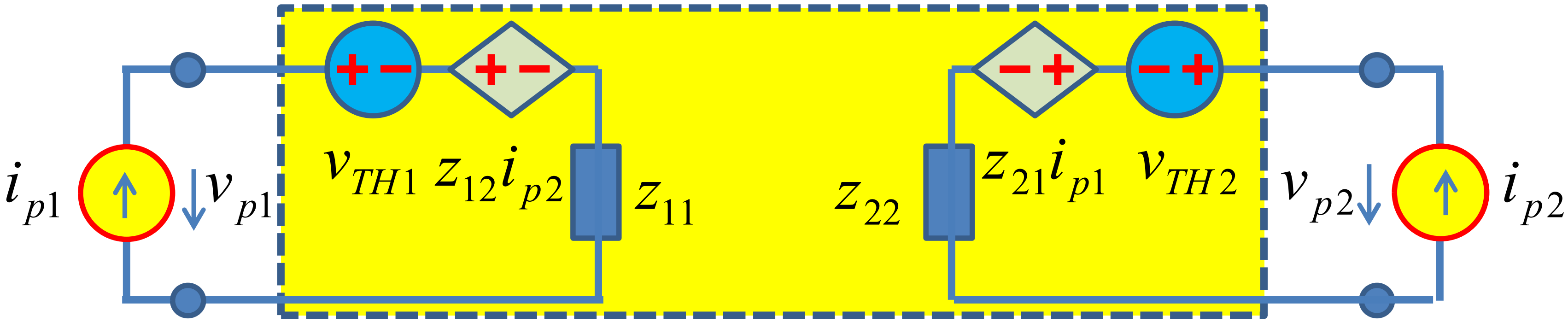
两个端口同时加流测试



$$v_{p1} = \alpha_{11} i_{p1} + \alpha_{12} i_{p2} + \lambda_{11} v_{s1} + \lambda_{12} i_{s2} + \ldots = z_{11} i_{p1} + z_{12} i_{p2} + v_{TH1}$$

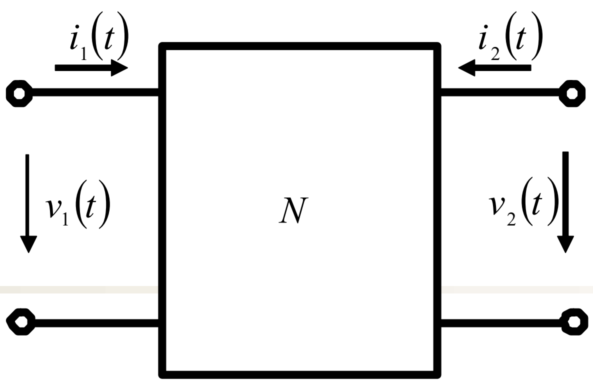
叠加定理

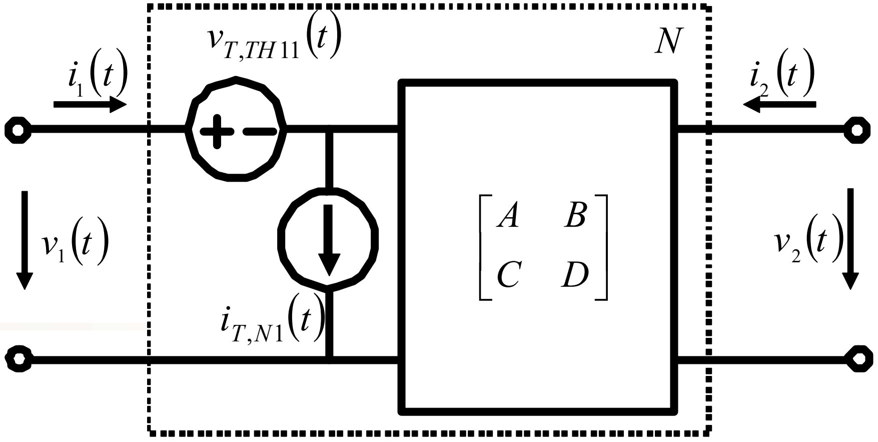
$$v_{p2} = \alpha_{21} i_{p1} + \alpha_{22} i_{p2} + \lambda_{21} v_{s1} + \lambda_{22} i_{s2} + \ldots = z_{21} i_{p1} + z_{22} i_{p2} + v_{TH2}$$



两个端口同时加流测量：阻抗参量

传输参量





Transmission Parameters

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{T,TH1} \\ i_{T,N1} \end{bmatrix}$$

无法用电路元件描述，但ABCD参量包含了该二端口网络的所有端口信息，和z、y、h、g可以相互转换

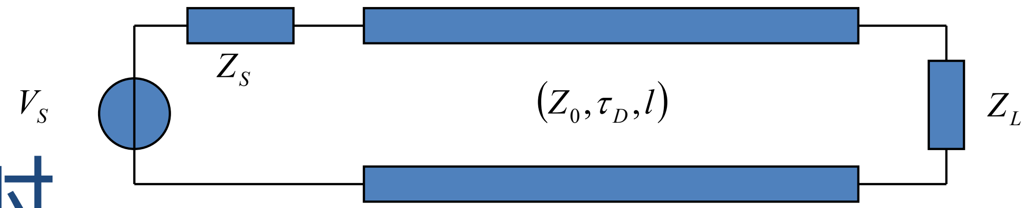
$$A = \frac{v_1}{v_2}\bigg|_{i_2=0, v_{T,TH1}=0} = \frac{1}{\dfrac{v_2}{v_1}}\bigg|_{i_2=0, v_{T,TH1}=0} = \frac{1}{g_{21}}$$

$$A = \frac{1}{g_{21}} = \frac{1}{A_{v0}} \qquad B = \frac{1}{-y_{21}} = \frac{1}{G_{m0}}$$

$$C = \frac{1}{z_{21}} = \frac{1}{R_{m0}} \qquad D = \frac{1}{-h_{21}} = \frac{1}{A_{i0}}$$

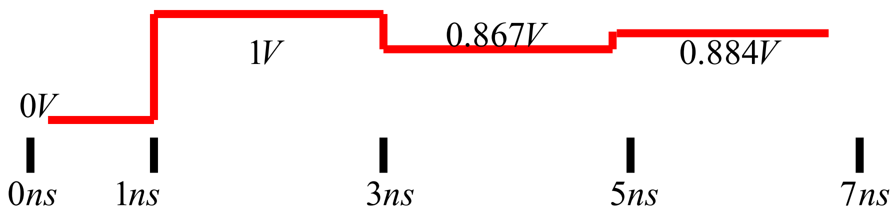
传输参量ABCD是端口1到端口2传递系数（本征增益）的倒数，描述的是1端口到2端口的传输

作业一
传输线上的信号反射

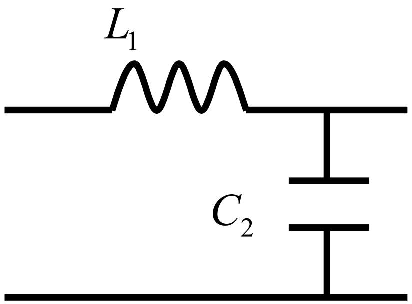


- 信源内阻为10Ω，负载电阻为75Ω，传输线特征阻抗为50Ω，传输线延时为1ns，信源电压为1V的阶跃电压，下图为负载电压波形
  - 文字描述说明为什么是这样的波形？
  - 传输线稳定后，负载电压为多少？
  - 如果没有传输线，负载电压为多少？两者有何关系？如何解释？
  - 如果不匹配，数字信号还能高速吗？
  - 画出传输线输入端口的电压波形

仿真作业：（可以晚交，有些同学初次接触Cadence）Cadence中应该有传输线模型，仿真确认该波形，并加以理解（可以将传输线分为两段，观察中间位置电压，以充分理解传输与反射概念）



作业二、网络参量复习，选作



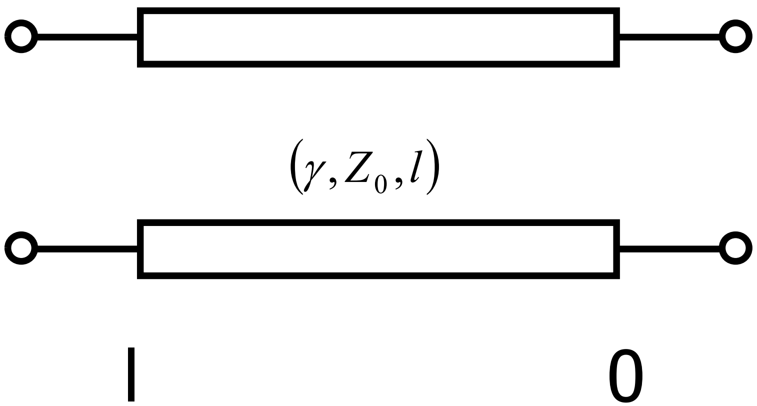
$$Z_L = sL_1 \overset{s=j\omega}{=} j\omega L_1$$

$$Z_C = \frac{1}{sC_2} \overset{s=j\omega}{=} \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$V(z) = V_0^+\left(e^{\gamma z} + \Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{\gamma z} - \Gamma_0 e^{-\gamma z}\right)$$

对称网络



$\gamma = \alpha + j\beta$ 一般情况

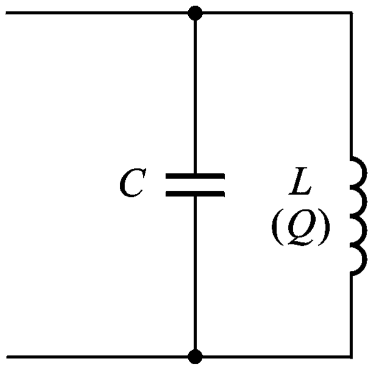
$\gamma = j\beta = j\dfrac{\omega}{v_c} = j\omega\tau_d$ 无损情况

τ_d：传播时延，单位长度传播所需时间

- 二、给出上述两个网络的z参量、ABCD参量矩阵（频域或复频域）

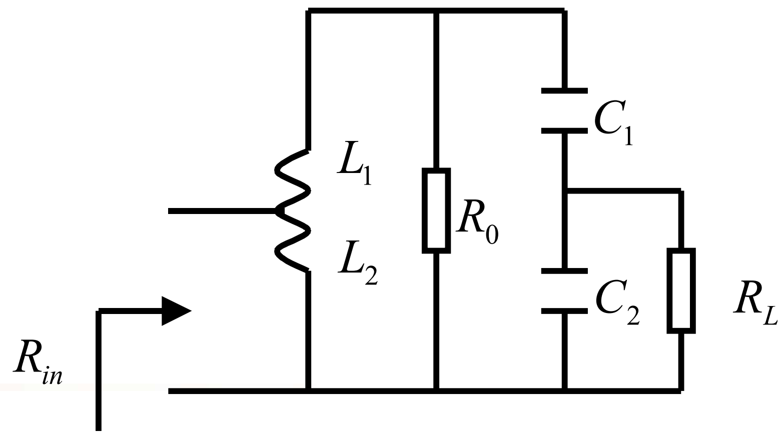
习题三、并联谐振及其带宽

- 在题图所示并联谐振回路中，电感的Q值为200，电感量为10μH，电容值为10pF，电容器的损耗可以忽略，求该回路通频带（电流激励，电压输出，跨阻传递）的宽度Δf，要使其通频带扩大到$4\Delta f$，可以采用什么办法？



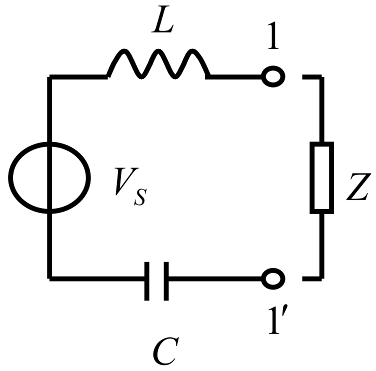
CAD练习（选作）：仿真确认理论计算结果正确
从传递函数看实际带宽和分析带宽：仿真的好处，仿真就是实验，可以扫描观察各种情况

习题四、部分接入



- 题图所示的并联谐振回路中，信源和负载均采用部分接入，已知$L_1 = L_2$=5uH，电感无载Q值为Q_0 = 100；$C_1 = C_2$ = 8pF，电容自身损耗不计；谐振回路中接了带宽调节电阻，R_0=40kΩ；负载电阻为R_L=10kΩ。求该谐振回路的无阻尼谐振频率？从信源端看入的谐振电阻 R_{in} 等于多少？如果不接负载电阻，谐振回路的通带带宽如何变化？

习题五、阻抗测量



- 题图所示电路中，已知信号源频率为1MHz，电压振幅为0.1V。将1-1′短接，电容C调节到100pF时电路谐振，此时电容C两端的峰峰电压为20V。如果1-1′端串接一阻抗Z（已知为一个电阻和一个电容的串接），则回路失谐，调节电容C到200pF时电路重新谐振，此时电容两端峰峰电压为5V。求线圈电感值 及其无载品质因数？ 请确认未知阻抗的组成元件值