通信电路原理

第四章　非线性电路

基本概念

第四章 非线性电路

- 4.1 非线性电路的基本概念
- 4.2 非线性元件
- 4.3 非线性电路的分析方法
- 4.4 功率放大器
- 4.5 模拟相乘器
- 4.6 变频器

Linear Time-Invariant: LTI

线性时不变系统

- 线性：均匀性和叠加性

系统函数 $v_o(t) = f[v_i(t)]$

叠加性 $f[v_{i1}(t)+v_{i2}(t)] = f[v_{i1}(t)] + f[v_{i2}(t)]$

均匀性 $f[\alpha v_i(t)] = \alpha f[v_i(t)]$

线性 $f[\alpha v_{i1}(t) + \beta v_{i2}(t)] = \alpha f[v_{i1}(t)] + \beta f[v_{i2}(t)]$

- 时不变

系统函数 $v_i(t) \xrightarrow{f} v_o(t)$

时不变 $v_i(t-\tau) \xrightarrow{f} v_o(t-\tau)$

教材中的‘线性电路’特指线性时不变电路；线性时不变电路不会产生新频率分量，因而课本中称‘非线性电路’的最大特点是‘信号通过非线性系统后有新频率产生’。非线性应通过不满足均匀性或叠加性判定

非线性和时变性均可导致输出中出现输入中没有的频率。

本章的‘时变参量线性电路’（变频器），对于输入小信号而言，满足叠加性和均匀性，但同时其输出频率和输入频率不同。

4.1 非线性电路的基本概念

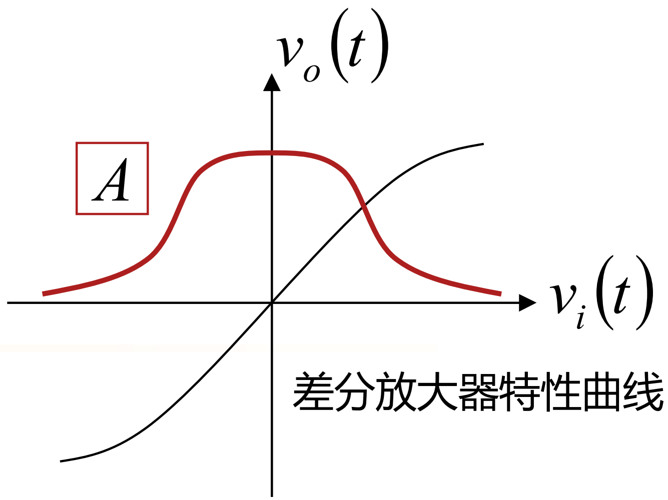
4.1.1 元件分类

- 线性元件
  - 元件参数与通过元件的电流或施加其上的电压无关
    - R、L、C
- 非线性元件
  - 元件参数与通过元件的电流或施加其上的电压有关
    - 二极管、晶体管BE结、变容二极管C_j
- 时变参量元件
  - 元件参数按照一定的规律随时间变化，这种变化不因通过元件的电流或施加其上的电压而改变
    - 变频器变频跨导g

4.1.2 电路分类

- 线性电路
  - 除源之外，只由线性元件组成的电路
    - 谐振回路、无源LC滤波器、小信号放大器、传输线
- 非线性电路
  - 至少含有一个非线性元件，且该元件工作于非线性状态
    - 功率放大器、倍频器、振荡器、频率调制解调器
- 时变参量电路
  - 电路中某个参量受外加信号的控制而按一定的规律随时间变化
    - 外加信号称为控制信号
    - 变频器、模拟相乘器、开关

例



差分放大器特性曲线

- LNA
  - 理想情况
    - 线性时不变

$$v_o(t) = A \cdot v_i(t)$$

  - 实际情况
    - 非线性时不变

$$v_o(t) = A(v_i(t)) \cdot v_i(t)$$

- Mixer
  - 理想情况
    - 时变参量（线性时变）

$$v_o(t) = A(v_c(t)) \times v_i(t)$$

  - 实际情况
    - 非线性时变

$$v_o(t) = A(v_c(t), v_i(t)) \times v_i(t)$$

- Oscillator
  - 非线性电路

$$v_{o,VCO}(t) \approx A_0 \cos(\theta(v_c(t)))$$

线性/非线性/时变参量电路特性

- 线性电路
  - 由线性元件构成/其输出输入关系用线性代数方程或线性微分方程表示/满足叠加性和均匀性
- 非线性电路
  - 至少一个工作于非线性状态的非线性元件/其输出输入关系用非线性代数方程或非线性微分方程表示/输出信号中将产生输入信号中没有的新的频率分量
- 时变参量线性电路
  - 由时变参量线性元件和时不变线性元件组成/用变系数线性方程描述/时变参量线性电路满足线性（叠加性和均匀性）特性，但电路输出中因时变性会出现输入中不存在的新频率分量

4.2 非线性元件

- 4.2.1 非线性元件的分类
  - 电阻
  - 电容
  - 电感
- 4.2.2 非线性元件的描述方法
  - 解析函数描述
  - 幂级数描述
  - 折线描述
- 4.2.3 元件非线性的影响
  - 单频输入
  - 双频输入

非线性电阻

- 静态电阻：R=v/i
- 动态电阻：r=dv/di

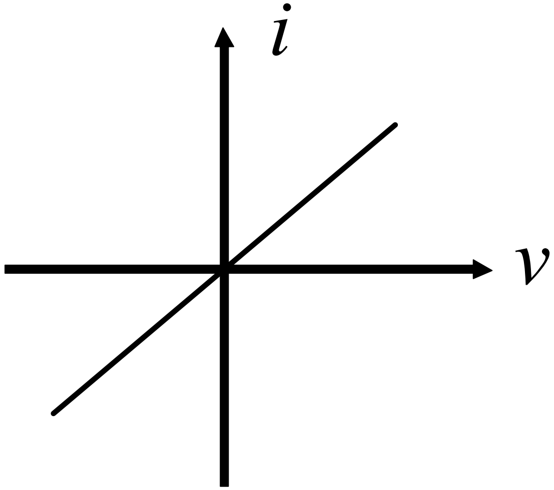
- 单端口电阻
  - 线性电阻
  - 二极管
  - 隧道二极管
- 二端口电阻
  - 晶体管

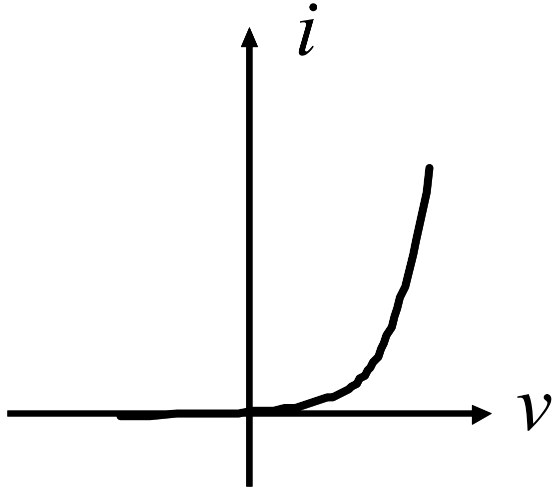
$$i = I_S\left(e^{\frac{q}{kT}v} - 1\right)$$

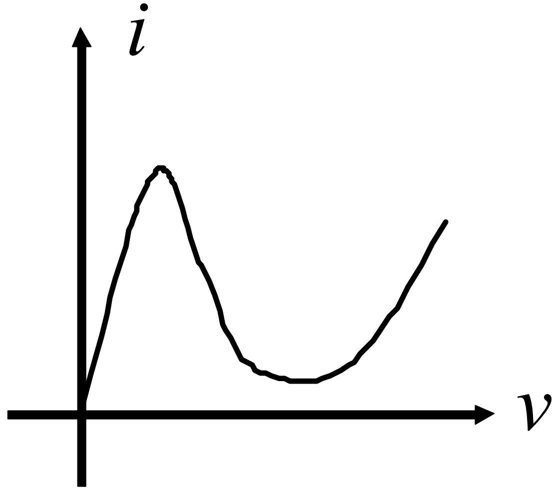
PN结二极管的非线性伏安特性方程

$$\mathbf{i} = \mathbf{y}\mathbf{v} \qquad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}$$

晶体管的微分电导矩阵





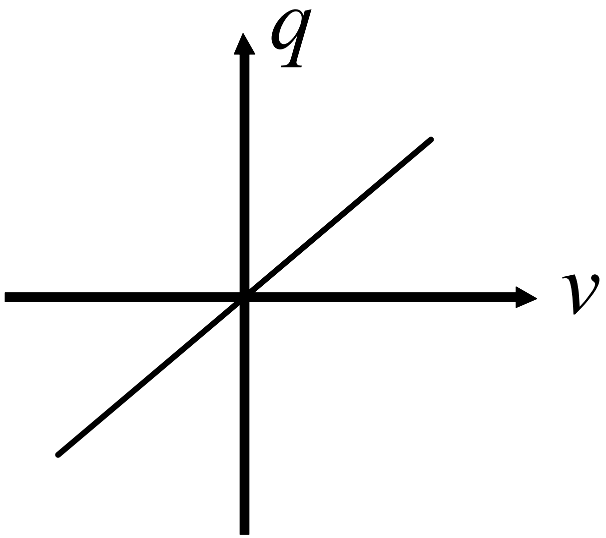


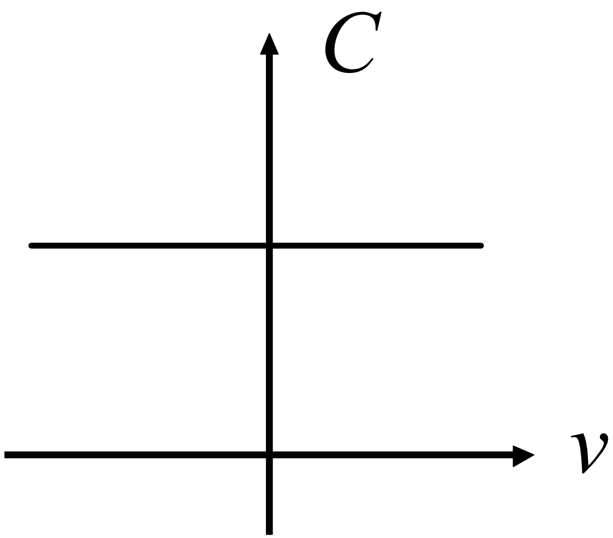
非线性电容

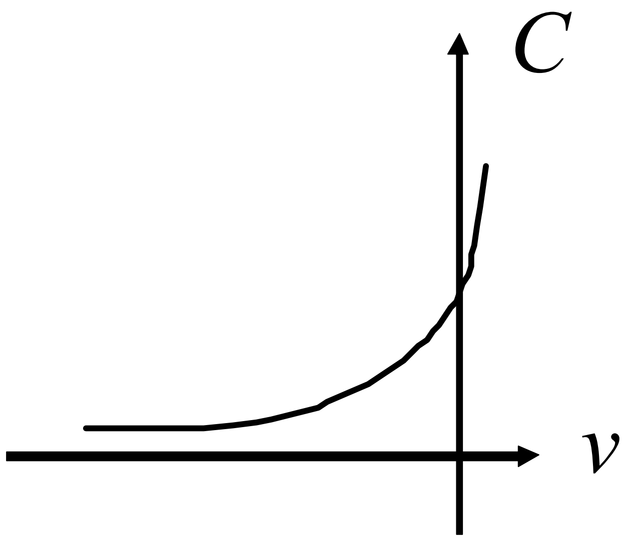
- 静态电容：C=q/v
- 动态电容：C=dq/dv

- 线性电容
- 变容二极管 →

$$C=\frac{C_0}{\left(1+\frac{V}{\varphi}\right)^{\gamma}}$$



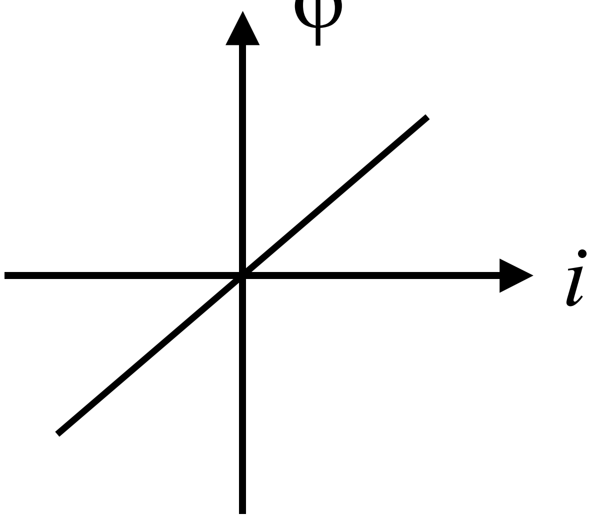


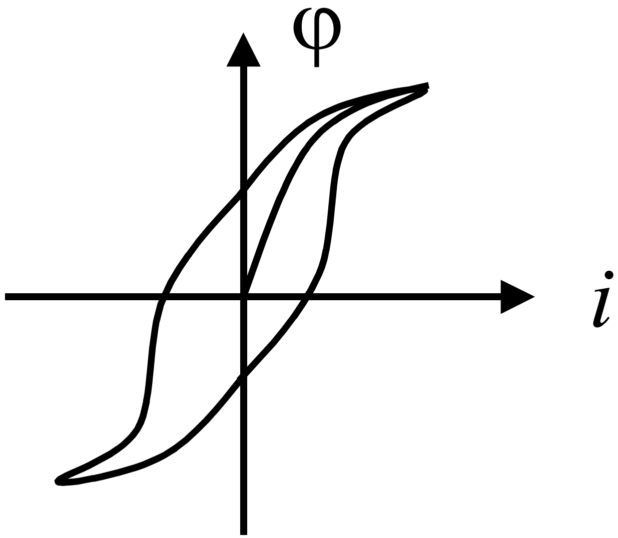


非线性电感

- 静态电感：L=φ/i
- 动态电感：L=dφ/di

- 线性电感
- 铁芯电感





4.2.2 非线性元件的描述方法

- 以非线性电阻元件的伏安特性为例
  - 解析函数
  - 幂级数
  - 分段折线

解析函数描述

$$v_T = \frac{kT}{q} = 26mV$$

二端口电阻

- BJT

$$i_c = I_{CEO}\left(e^{\frac{v_{be}}{v_T}} - 1\right)$$

I_{CEO} 反向截止电流

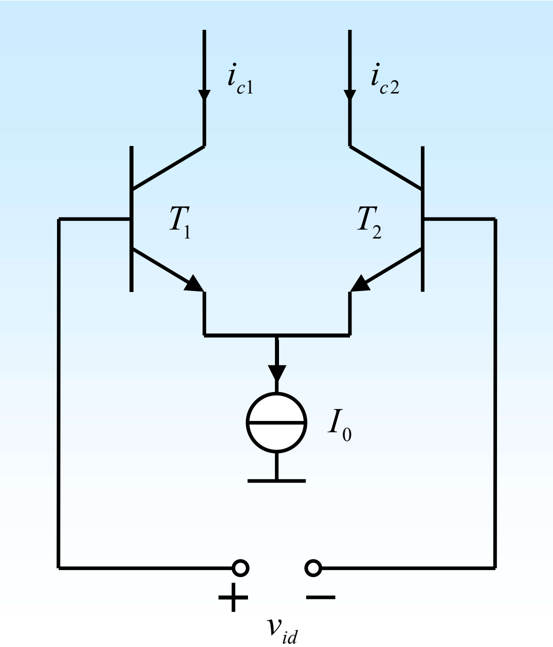
- MOSFET

$$i_d = \frac{1}{2}\mu_o C_{ox}\frac{W}{L}(v_{GS} - v_{TH})^2$$

$$\left(\beta = \frac{1}{2}\mu_o C_{ox}\frac{W}{L}\right)$$

- BJT差分对

$$i_d = i_{c1} - i_{c2} = I_0 \tanh\frac{v_{id}}{2v_T}$$



- MOSFET差分对

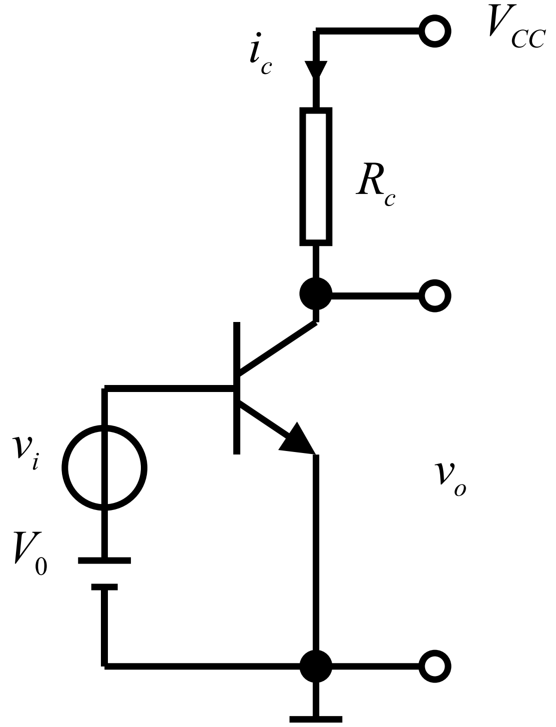
$$i_d = v_{id}\sqrt{2\beta I_0 - \beta^2 v_{id}^2}$$

$$i_{d,MOSFET,DP}=I_0\sqrt{\frac{2\beta}{I_0}}v_{id}(t)-\frac{I_0}{8}\left(\sqrt{\frac{2\beta}{I_0}}\right)^3 v_{id}^3(t)-\frac{I_0}{128}\left(\sqrt{\frac{2\beta}{I_0}}\right)^5 v_{id}^5(t)+\ldots$$

幂级数描述

$$i_{d,BJT,DP}=I_0\left[\frac{v_{id}}{2v_T}-\frac{1}{3}\left(\frac{v_{id}}{2v_T}\right)^3+\frac{2}{15}\left(\frac{v_{id}}{2v_T}\right)^5+\ldots\right]$$

- 当输入信号为小信号时，可在直流工作偏置点V_0处展开为幂级数
  - 以BJT晶体管为例



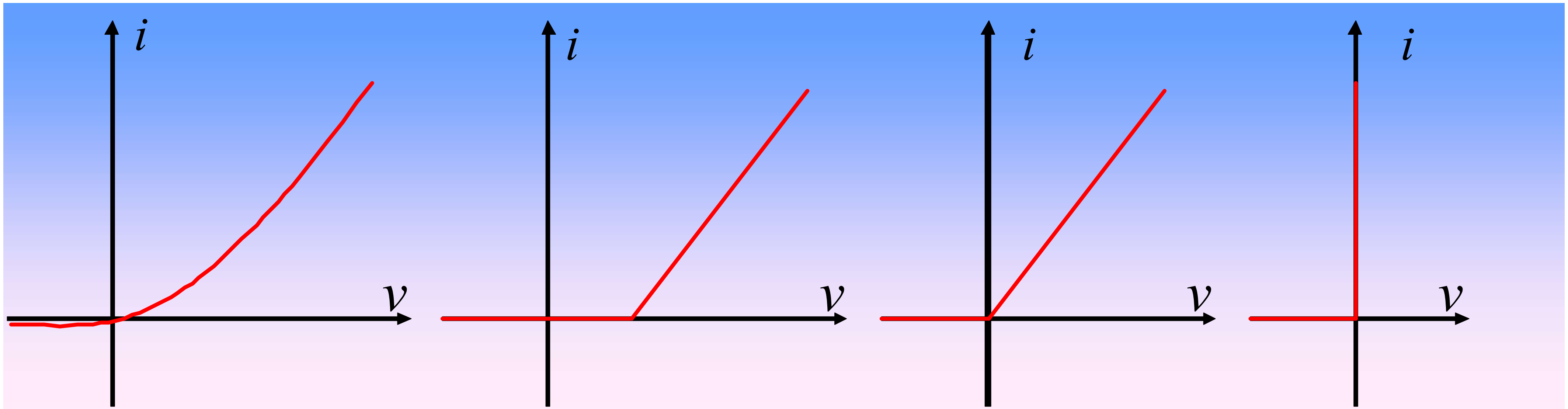
$$i_c=f_c(v_{be},v_{ce})=f_c(V_0+v_{in},V_{CE0}+v_{out})$$

$$\overset{\text{未考虑厄利效应}}{=}\quad a_0+a_1v_i+a_2v_i^2+a_3v_i^3+\ldots$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}a_nv_i^n$$

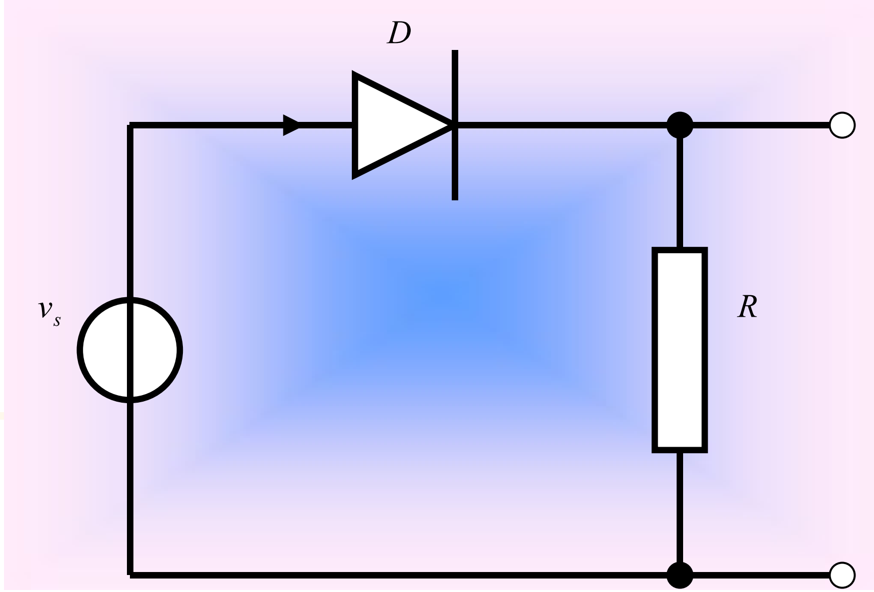
折线描述

- 当输入为大信号时，可用分段折线来描述元件的非线性
  - 以二极管为例



二极管实际特性　　　　线性电阻模型　　　　理想整流模型

二极管开关

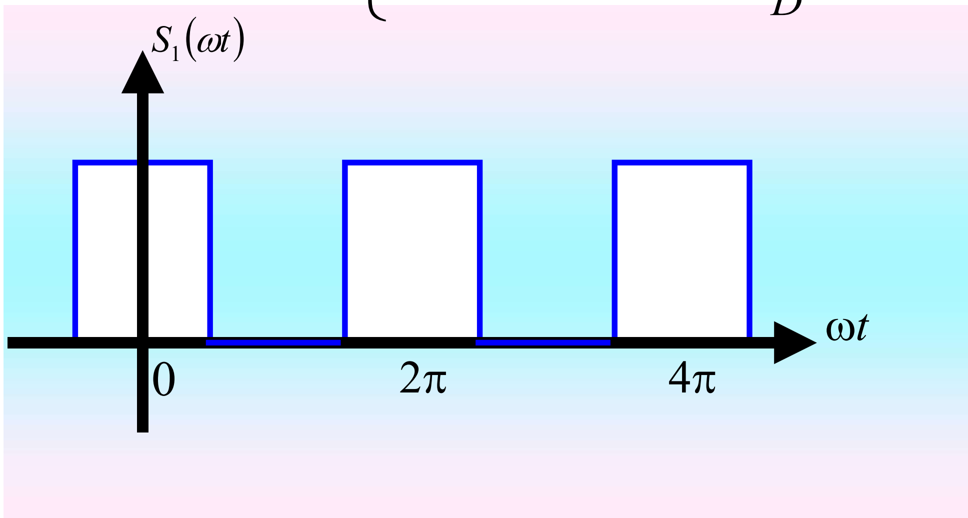


$$v_s = V_{sm}\cos\omega t$$

$$i_D = \begin{cases} g_D V_D & V_D > 0 \\ 0 & V_D < 0 \end{cases}$$

$$V_R = \begin{cases} \dfrac{R}{R + g_D^{-1}} v_s & \cos\omega t > 0 \\ 0 & \cos\omega t < 0 \end{cases}$$

$$= \frac{R}{R + g_D^{-1}} V_{sm}\cos\omega t \, S_1(\omega t)$$



$$S_1(\omega t) = \begin{cases} 1 & \cos\omega t > 0 \\ 0 & \cos\omega t < 0 \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos\omega t - \frac{2}{3\pi}\cos 3\omega t + \frac{2}{5\pi}\cos 5\omega t - \ldots$$

以无记忆时不变系统的幂级数表述为例

$$i_c = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \dots$$

4.2.3 元件非线性的影响

- 单频输入

$$v_i(t) = V_{im}\cos\omega t$$

$$i_c(t) = a_0 + a_1 V_{im}\cos\omega t + a_2 V_{im}^2\cos^2\omega t + a_3 V_{im}^3\cos^3\omega t + \dots$$

- 谐波
- 功率压缩

谐波

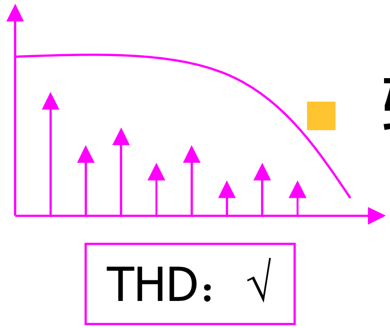
harmonic

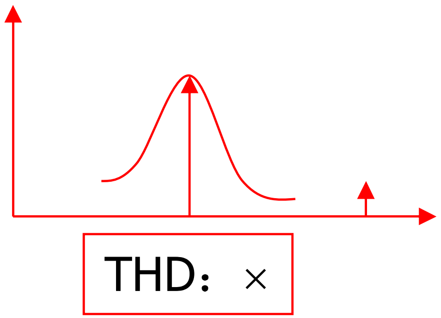
直流偏置　因偶次非线性而产生的直流偏移

$$i_c(t)=\left[a_0+a_2\frac{V_{im}^2}{2}+\ldots\right]+\cos\omega t\left[a_1V_{im}+\frac{3}{4}a_3V_{im}^3+\ldots\right]$$

$$+\cos2\omega t\left[\frac{a_2}{2}V_{im}^2+\ldots\right]+\cos3\omega t\left[\frac{a_3}{4}V_{im}^3+\ldots\right]+\ldots$$

二次谐波　基波　三次谐波





$$THD=\frac{Total\ Power\ of\ all\ harmonics}{Power\ of\ \ fundamental\ \ frequency}$$

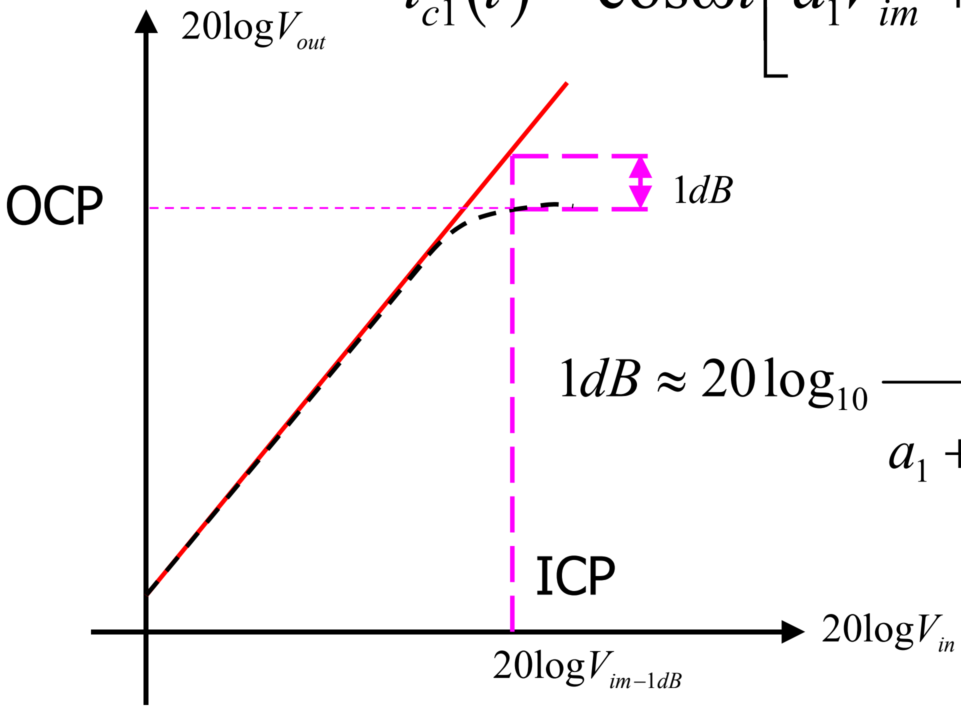
- 输出出现各次谐波分量
  - 对低频和宽带电路，可用THD来描述电路的非线性
  - 但是对于射频电路，电路中往往通过滤波电路将谐波影响消除
    - 由于谐波分量被滤除，不能就此确认放大器线性性能好
    - 因此，对射频电路，其非线性的描述需要用其他参数
      - 1dB功率压缩点和三阶交调截点IP3

compression 差分对管：$i_d = i_{c1} - i_{c2} = I_0 \tanh\frac{v_{id}}{2v_T} = I_0\left[\frac{v_{id}}{2v_T} - \frac{1}{3}\left(\frac{v_{id}}{2v_T}\right)^3 + \frac{2}{15}\left(\frac{v_{id}}{2v_T}\right)^5 + \dots\right]$

功率压缩

- 只考虑到三次幂级数项，则基频分量为

$$i_{c1}(t) = \cos\omega t\left[a_1 V_{im} + \frac{3}{4}a_3 V_{im}^3\right] = \left[a_1 + \frac{3}{4}a_3 V_{im}^2\right]v_i(t)$$



$$g_m = \frac{i_c}{v_{in}} = a_1 + \frac{3}{4}a_3 V_{im}^2 \quad (a_3 < 0)$$

$$1dB \approx 20\log_{10}\frac{a_1}{a_1 + \frac{3}{4}a_3 V_{im,1dB}^2}$$

$$V_{im-1dB} = \sqrt{0.145\left|\frac{a_1}{a_3}\right|}$$

OCP ~ -10dBm, 10dBm,25dBm

$$i_c = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \ldots$$

双频输入

- 非线性影响
  - 新的频率分量
  - 堵塞
  - 交调干扰
  - 互调失真

$$v_i(t) = V_{1m}\cos\omega_1 t + V_{2m}\cos\omega_2 t$$

$$\begin{aligned}
i_c(t) = {} & \underline{a_0 + \frac{1}{2}a_2 V_{1m}^2 + \frac{1}{2}a_2 V_{2m}^2} \\
& \underline{+(a_1 V_{1m} + \frac{3}{4}a_3 V_{1m}^3 + \frac{3}{2}a_3 V_{1m} V_{2m}^2)\cos\omega_1 t + (a_1 V_{2m} + \frac{3}{4}a_3 V_{2m}^3 + \frac{3}{2}a_3 V_{1m}^2 V_{2m})\cos\omega_2 t} \\
& \underline{+\frac{1}{2}a_2 V_{1m}^2 \cos 2\omega_1 t + \frac{1}{2}a_2 V_{2m}^2 \cos 2\omega_2 t + a_2 V_{1m} V_{2m}\cos(\omega_1 + \omega_2)t + a_2 V_{1m} V_{2m}\cos(\omega_1 - \omega_2)t} \\
& +\frac{1}{4}a_3 V_{1m}^3 \cos 3\omega_1 t + \frac{1}{4}a_3 V_{2m}^3 \cos 3\omega_2 t \\
& +\frac{3}{4}a_3 V_{1m}^2 V_{2m}\cos(2\omega_1 + \omega_2)t + \frac{3}{4}a_3 V_{1m}^2 V_{2m}\cos(2\omega_1 - \omega_2)t \\
& \underline{+\frac{3}{4}a_3 V_{1m} V_{2m}^2\cos(2\omega_2 + \omega_1)t + \frac{3}{4}a_3 V_{1m} V_{2m}^2\cos(2\omega_2 - \omega_1)t}
\end{aligned}$$

堵塞 block

- 如果有用信号V_{1m}远小于强干扰信号V_{2m}，则输出的有用信号基波电流分量为

$$i_{s,out}=\left(a_1+\frac{3}{4}a_3V_{1m}^2+\frac{3}{2}a_3V_{2m}^2\right)V_{1m}\cos\omega_1 t\approx\left(a_1+\frac{3}{2}a_3V_{2m}^2\right)v_{s,in}(t)$$

- 准线性跨导为 $g_m=a_1+\frac{3}{2}a_3V_{2m}^2$

- 干扰信号增强，跨导变小，有用信号输出电流变小，甚至趋于零，称为堵塞

交叉调制干扰 Cross Modulation

- 如果有用信号V_{1m}远小于强干扰信号V_{2m}，且干扰信号为幅度调制信号，

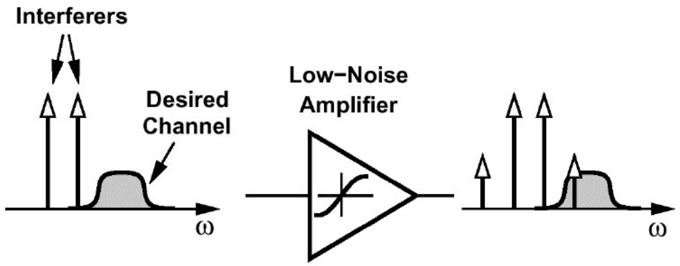
$$v_2(t)=V_{2m}(1+m_a\cos\Omega t)\cos\omega_2 t$$

- 则输出的有用信号基波电流分量为

$$i_{s,out}=\left(a_1+\frac{3}{2}a_3V_{2m}^2(1+m_a\cos\Omega t)^2\right)v_{s,in}(t)$$

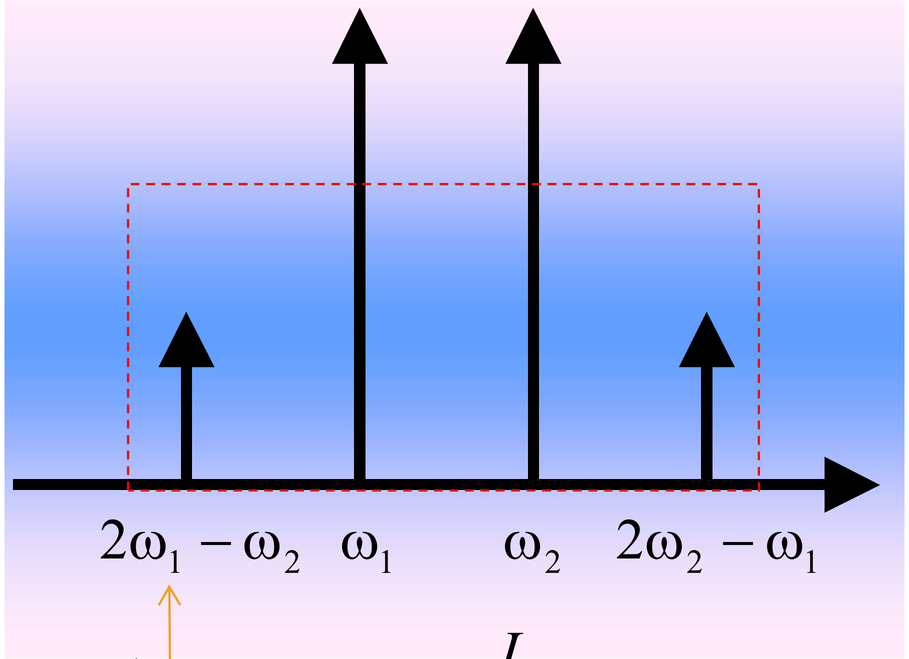
$$=\left(a_1+\frac{3}{2}a_3V_{2m}^2+\underline{3a_3m_aV_{2m}^2\cos\Omega t}+\frac{3}{2}a_3m_a^2V_{2m}^2\cos^2\Omega t\right)v_{s,in}(t)$$

- 干扰信号的幅度调制信息转移到有用信号的幅度上，如果有用信号也是调幅信号，经幅度解调后将会听到干扰台的串音，称为交叉调制干扰



落入有用信号频带内的三阶项

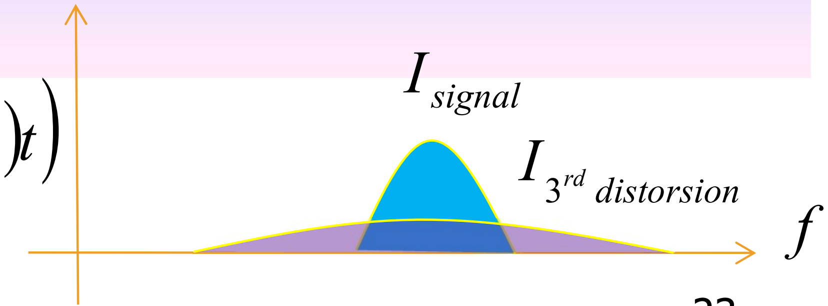
- 当两个频率十分接近的信号输入放大器后，由器件非线性产生的组合频率分量中，$2\omega_1-\omega_2$和$2\omega_2-\omega_1$比较靠近基波分量



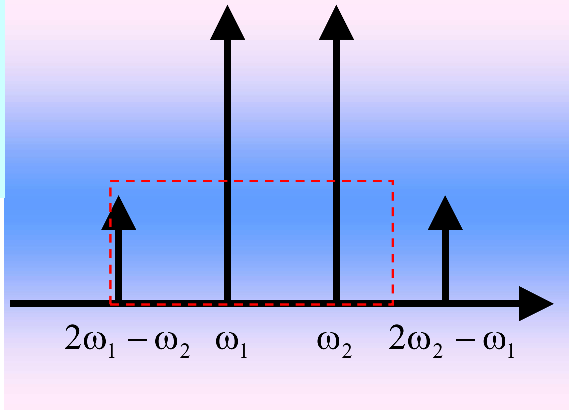
- 假设$V_{1m}=V_{2m}=V_m$，则落入有用信号频带内信号的电流为

$$i \approx \left(a_1+\frac{9}{4}a_3V_m^2\right)V_m\left(\underline{\cos\omega_1 t}+\underline{\cos\omega_2 t}\right)$$

$$+\left(\frac{3}{4}a_3V_m^2\right)V_m\left(\underline{\cos(2\omega_1-\omega_2)t}+\cos(2\omega_2-\omega_1)t\right)$$



$$i \approx a_1 V_m\left(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t\right) + \frac{3}{4} a_3 V_m^3 \cos\left(2\omega_1 - \omega_2\right)t + \ldots$$



互相调制失真 Inter-modulation

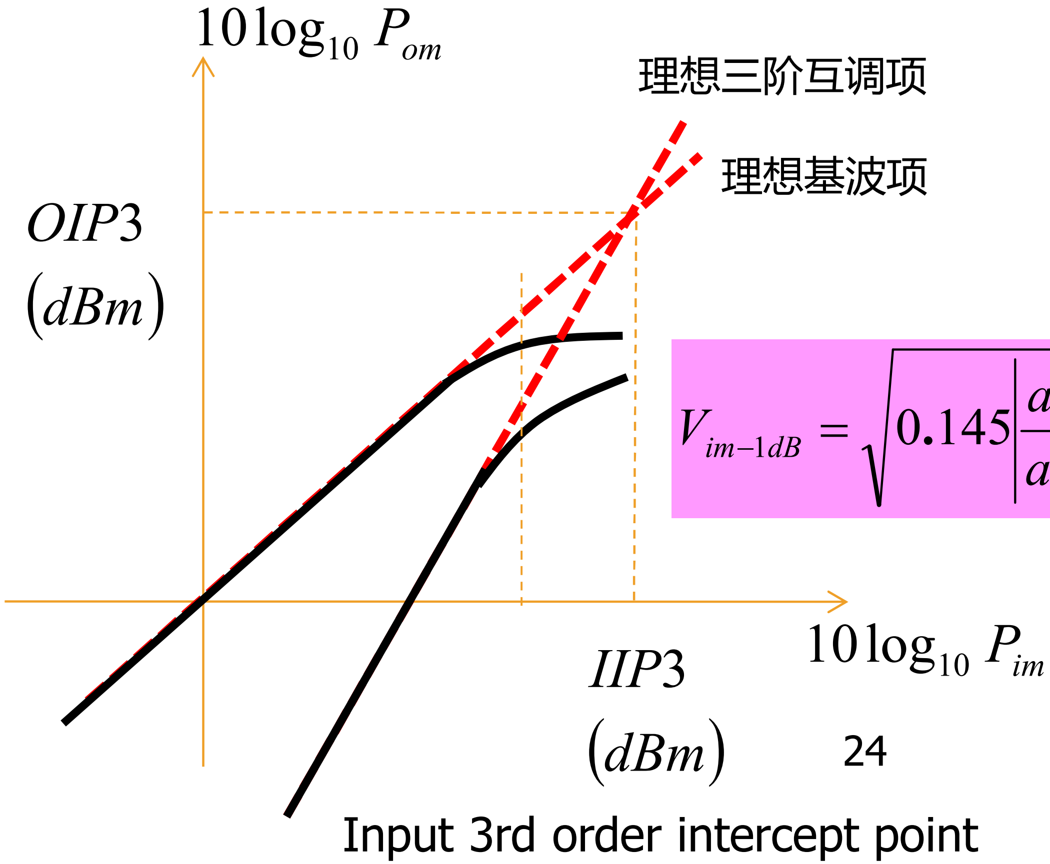
- 互调失真定义为互调项与有用信号项之比

$$IMR = \frac{3}{4}\frac{a_3}{a_1}V_m^2$$

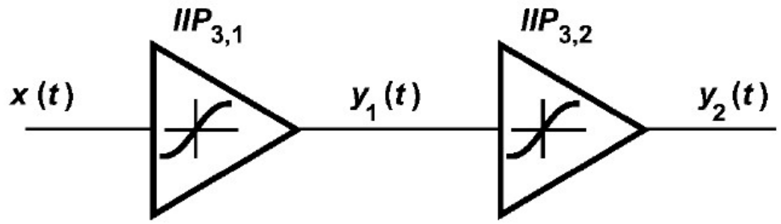
$$P_{IMR} = (IMR)^2$$

- 互调失真比为1时的输入信号电平记为三阶交调截点IP3

$$V_{im-IP3} = \sqrt{\frac{4}{3}\left|\frac{a_1}{a_3}\right|}$$



$$V_{im-1dB} = \sqrt{0.145\left|\frac{a_1}{a_3}\right|}$$



非线性系统的级联

$$y_1(t)=a_1x(t)+a_2x^2(t)+a_3x^3(t)$$

$$y_2(t)=b_1y_1(t)+b_2y_1^2(t)+b_3y_1^3(t)$$

$$=a_1b_1x(t)+\left(a_3b_1+2a_1a_2b_2+a_1^3b_3\right)x^3(t)+\ldots$$

$$A_{IP3}=\sqrt{\frac{4}{3}\left|\frac{a_1b_1}{a_3b_1+2a_1a_2b_2+a_1^3b_3}\right|}$$

$$\frac{1}{A_{IP3}^2}=\frac{3}{4}\frac{|a_3b_1|+2|a_1a_2b_2|+|a_1^3b_3|}{|a_1b_1|}=\frac{1}{A_{1,IP3}^2}+\frac{3}{2}\left|\frac{a_2b_2}{b_1}\right|+\frac{a_1^2}{A_{2,IP3}^2}$$

$$\frac{1}{A_{IP3}^2}\approx\frac{1}{A_{1,IP3}^2}+\frac{a_1^2}{A_{2,IP3}^2}+\frac{a_1^2b_1^2}{A_{3,IP3}^2}+\ldots$$

$$\frac{1}{IIP3}\approx\frac{1}{IIP3_1}+\frac{1}{IIP3_2/G_1}+\frac{1}{IIP3_3/G_1G_2}+\ldots$$

- 适当的选择可以得到任意高的IP3
  - 实际器件一般并不允许这样的选择，以最坏情况进行估计
  - 对射频系统而言，几乎每一级都有选频回路，使得通带之外的分量被大大衰减
  - 如果每一级都有增益，那么后一级的非线性将会变得十分严重
  - 级联系统的非线性主要取决于最后一级

动态范围

- 信号的处理过程中，有两个不可避免的限制
  - 电子器件的噪声将限制线性电路所处理的信号的下限
    - 过小的信号被噪声淹没而无法有效识别
  - 有源器件（晶体管）的非线性会限制等效小信号线性电路所处理信号的上限
    - 过大的信号会产生非线性失真频率分量，对有用信号形成干扰
  - 动态范围被用来描述线性系统同时处理大信号和小信号的能力

无杂散动态范围

Spurious Free Dynamic Range：SFDR

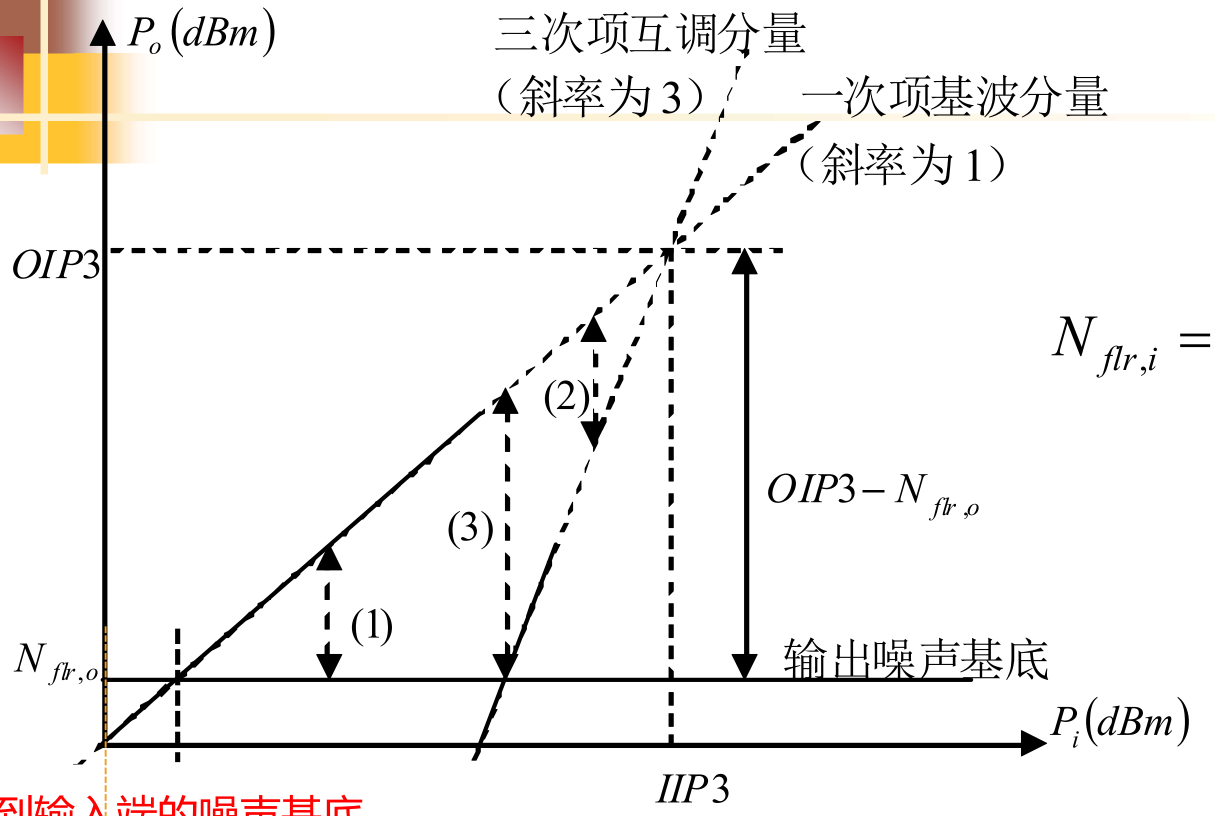
$$SFDR=\frac{2}{3}\left(OIP3-N_{flr,o}\right)=\frac{2}{3}\left(IIP3-N_{flr,i}\right)$$

$$OIP3=IIP3+G_{pm}(dB)$$

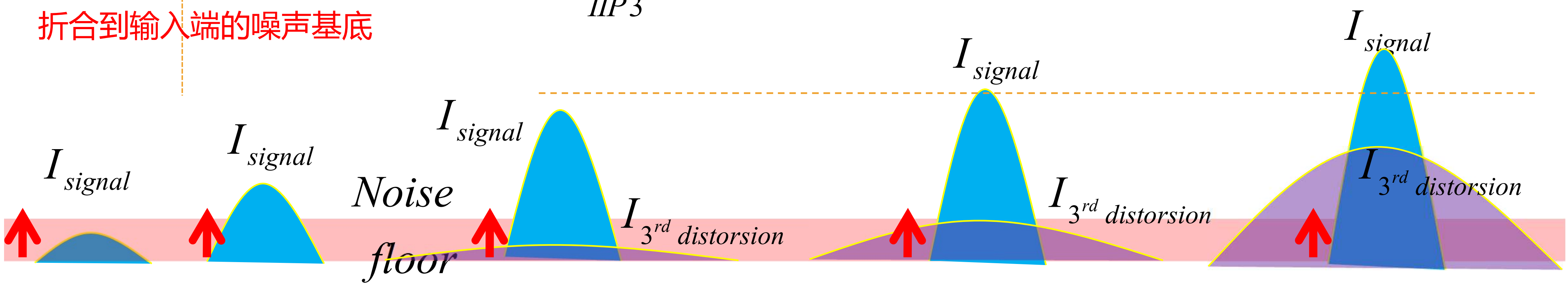
$$N_{flr,o}=N_{flr,i}+G_{pm}(dB)$$

$$N_{flr,i}=-174dBm+10\log_{10}\frac{\Delta f}{1Hz}+NF$$

$$N_{flr,i}=FkT\Delta f$$



折合到输入端的噪声基底



4.3 非线性电路的分析方法

- 非线性电路可分为非线性电阻电路和非线性动态电路
  - 非线性电阻电路仅由非线性电阻（和线性电阻）构成：可用非线性代数方程描述
  - 非线性动态电路包含至少一个非线性元件和一个储能元件（电容、电感）：需用非线性微分方程描述

- 非线性电阻电路的分析方法和非线性电阻元件的表示方法相对应

- 相同的地方：电路基本定律同样适用，唯一不同的是元件描述方程不同

4.3.1 线性和非线性电路分析异同点

- 不同的处理方法
  - 线性电路具有叠加性和均匀性：分别计算单个信号单独激励时的响应，叠加即可得到总响应；（非线性电路不能这样处理）
  - 线性时不变电路的传输特性只由系统本身决定，与激励信号无关：可以用单位冲激响应或传输函数表示线性时不变系统；（非线性电路只能在特定输入情况下求输出）
    - 线性时不变电路可以用线性微分方程表示：可以用傅立叶变换或拉普拉斯变换进行电路的频域分析；（对非线性电路进行频域分析十分困难）

4.3.2 非线性电阻电路的近似分析方法

- 对非线性电路的分析没有统一的方法
  - 对非线性电路的分析是困难的，难于找到统一的方法，只能针对某一类型的非线性电路，采用适合这种电路的分析方法

- 可利用计算机获得非线性函数方程的数值解
  - 牛顿-拉夫逊迭代法
    - 不利于对电路工作物理过程的了解

- 对简单非线性电阻电路，采用近似分析
  - 幂级数法
  - 折线法
    - 精度稍差，但对电路工作机理的了解是有利的

牛顿-拉夫逊迭代

- 是目前多数电路分析程序中非线性分析方法的基础

非线性代数方程：$f(x)=0$

$k+1$次迭代解：$x^{(k+1)}=x^{(k)}+\delta x^{(k)}$

台劳展开：$f\left(x^{(k+1)}\right)=f\left(x^{(k)}+\delta x^{(k)}\right)\approx f\left(x^{(k)}\right)+f'\left(x^{(k)}\right)\delta x^{(k)}$

迭代解更接近于真解：$f\left(x^{(k+1)}\right)\rightarrow 0$

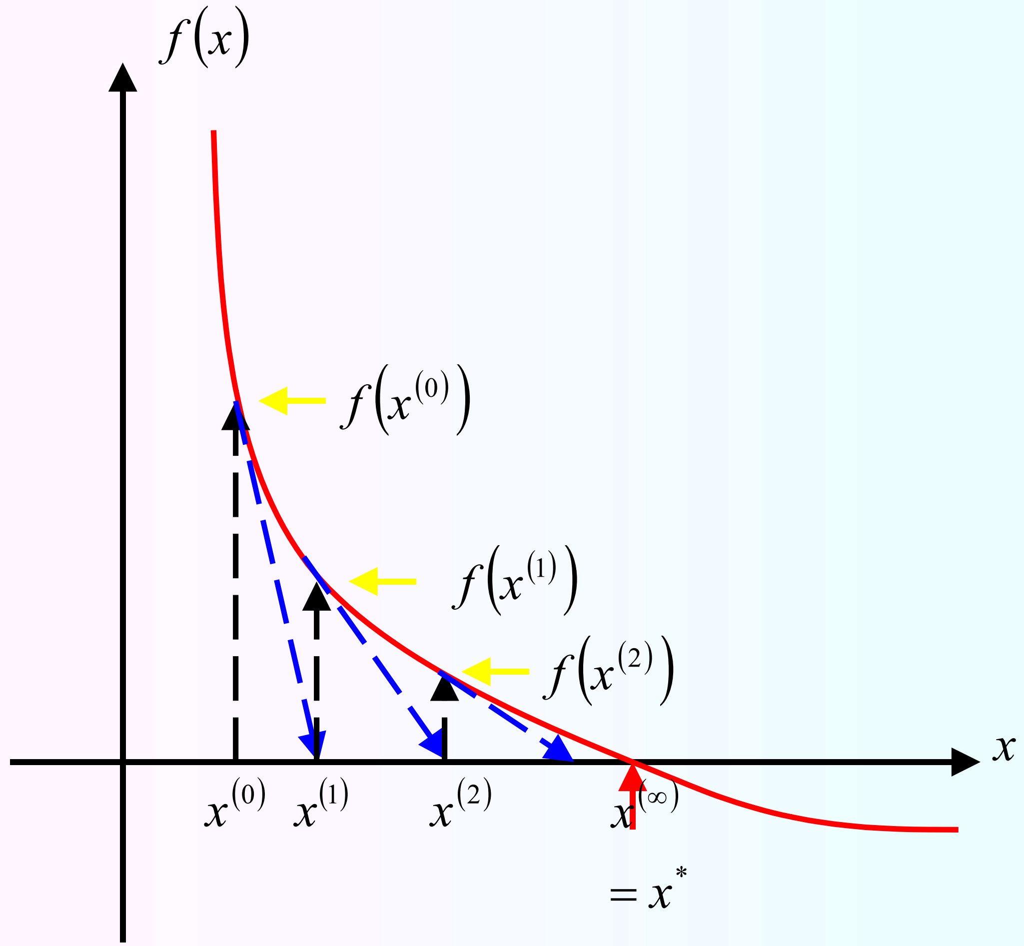
迭代步长：$f\left(x^{(k)}\right)+f'\left(x^{(k)}\right)\delta x^{(k)}=0 \quad \Rightarrow \quad \delta x^{(k)}=-f\left(x^{(k)}\right)/f'\left(x^{(k)}\right)$

$N-R$迭代格式：$x^{(k+1)}=x^{(k)}-f\left(x^{(k)}\right)/f'\left(x^{(k)}\right)$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - f\left(x^{(k)}\right) / f'\left(x^{(k)}\right)$$

非线性方程线性化

- N-R方法的实质是在每个迭代点上将非线性方程线性化，用迭代点切线近似非线性特性，把非线性方程转化为各个迭代点上的线性方程



幂级数分析法

- 如果函数f在静态工作点V_0处的各阶导数存在，则可展开为幂级数，即泰勒级数

$$
\begin{aligned}
i = f(v) &= f(V_0 + v_i) \\
&= a_0 + a_1(v - V_0) + a_2(v - V_0)^2 + a_3(v - V_0)^3 + \ldots \\
&= a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \ldots \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} a_n v_i^n
\end{aligned}
$$

$$a_0 = f(V_0) = I_0 \qquad a_1 = f'(V_0) = g \qquad a_n = \frac{1}{n!}\frac{d^n f}{dv^n}\bigg|_{v=V_0}$$

工程近似

$$i=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\left(v-V_0\right)^n$$

- 工程计算所允许的准确度范围内，尽量选取少量的项数近似

- 线性近似

$$i=I_0+g\left(v-V_0\right)$$

放大器：小信号线性分析

- 二次项近似

变频器：变频分析

$$i=I_0+g\left(v-V_0\right)+g'\left(v-V_0\right)^2$$

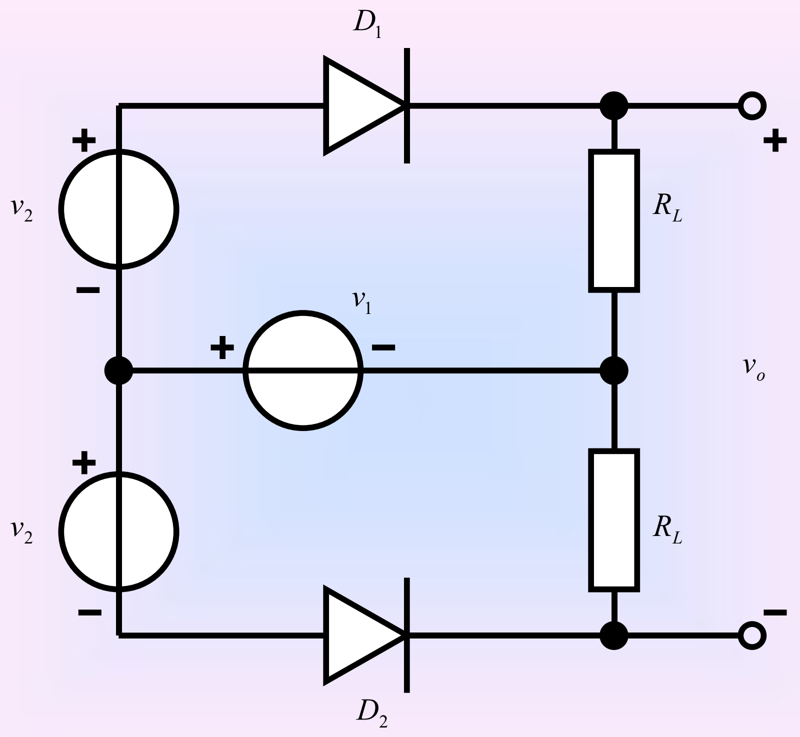
- 三次项近似

非线性分析

$$i=I_0+g\left(v-V_0\right)+g'\left(v-V_0\right)^2+g''\left(v-V_0\right)^3$$

启示：不一定用滤波器去除某些频率分量，
可用差分平衡的方法去除偶次谐波项

例：习题4-9



$$i_D = kv_D^2$$

$$v_{D1} = v_1 + v_2 - v_{lu} \approx v_1 + v_2$$

$$v_{D2} = v_1 - v_2 + v_{ld} \approx v_1 - v_2$$

$$\begin{aligned} v_o &= i_{D1}R_L - i_{D2}R_L \\ &= R_L\left(i_{D1} - i_{D2}\right) \\ &= kR_L\left(v_{D1}^2 - v_{D2}^2\right) \\ &= kR_L\left(v_{D1} + v_{D2}\right)\left(v_{D1} - v_{D2}\right) \\ &\approx kR_L\left(2v_1\right)\left(2v_2\right) \\ &= 4kR_L v_1 v_2 \end{aligned}$$

对幂级数非线性分析的总结

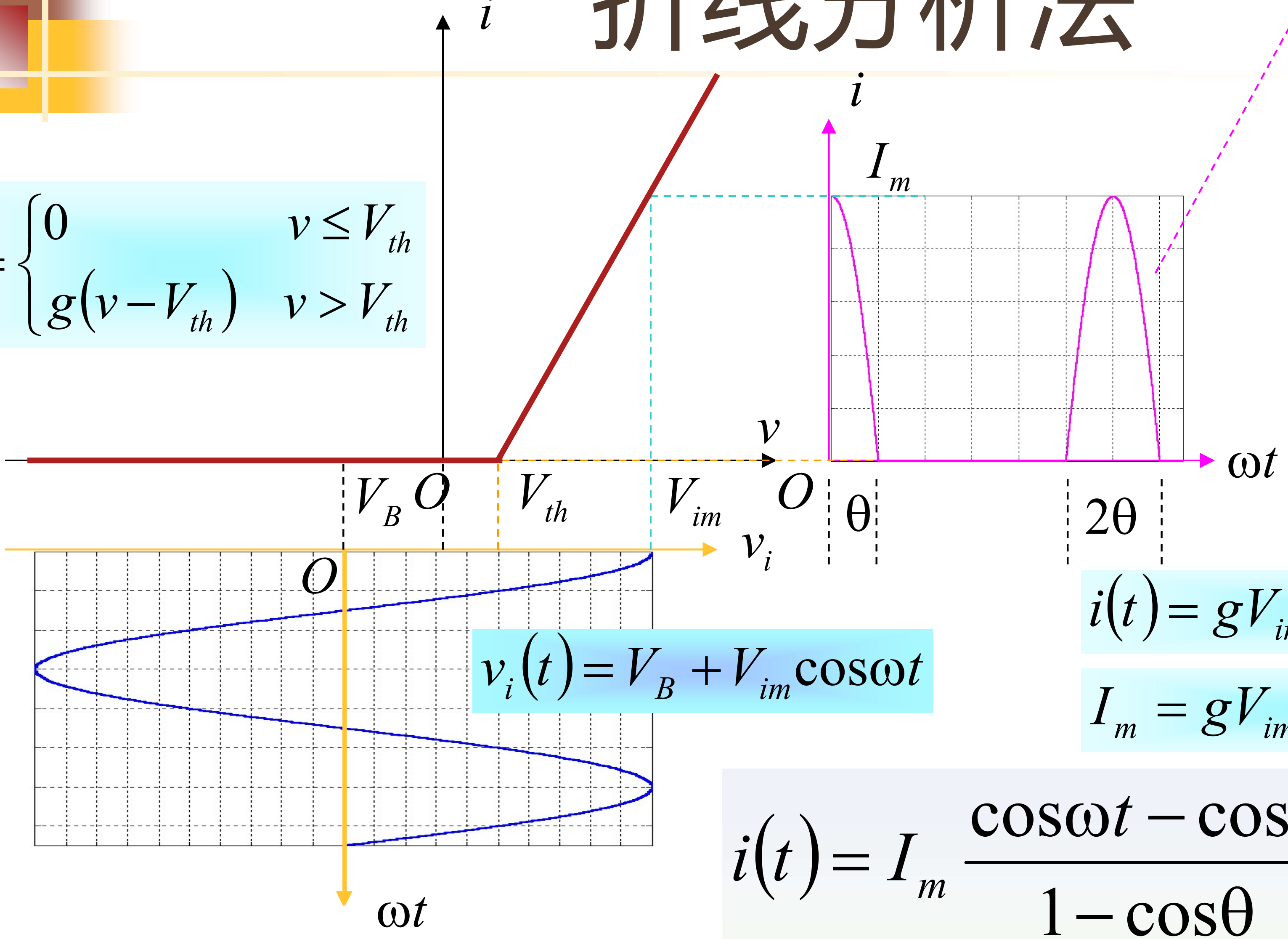
- 除了基波分量外，产生了新的频率分量
  - 谐波分量 $2\omega_1,\ 2\omega_2,\ 3\omega_1,\ 3\omega_2,\ \ldots$
  - 组合频率分量 $\omega_1 \pm \omega_2,\ \omega_1 \pm 2\omega_2,\ 2\omega_1 \pm \omega_2,\ \ldots$
    - 成对出现 $p\omega_1 \pm q\omega_2 \quad (p+q \le n)$
- 偶次项频率分量（包括直流、偶次谐波、和p+q为偶数）只和幂级数偶次项系数有关；奇次项频率分量只和奇次项系数有关
- m次项频率分量，其幅度只和幂级数中≥m次的系数有关

尖顶余弦脉冲

$$i(t)=\begin{cases} g\left(v_i(t)-V_{th}\right)=g\left(V_B+V_{im}\cos\omega t-V_{th}\right) & 二极管导通 \\ 0 & 二极管截止 \end{cases}$$

折线分析法

$$i=\begin{cases} 0 & v\le V_{th} \\ g\left(v-V_{th}\right) & v>V_{th} \end{cases}$$



$$v_i(t)=V_B+V_{im}\cos\omega t$$

$$\omega t=\theta: i(t)=0$$

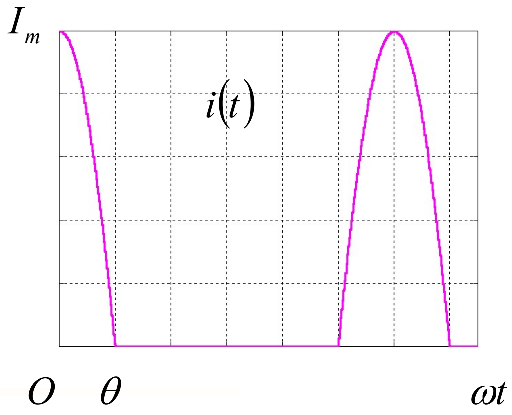
$$\cos\theta=\frac{V_{th}-V_B}{V_{im}}$$

$$i(t)=gV_{im}\left(\cos\omega t-\cos\theta\right)$$

$$I_m=gV_{im}\left(1-\cos\theta\right)$$

$$i(t)=I_m\frac{\cos\omega t-\cos\theta}{1-\cos\theta}\qquad\left(\left|\omega t\right|\le\theta\right)$$

$$i(t)=\begin{cases} I_m \dfrac{\cos\omega t-\cos\theta}{1-\cos\theta} & |\omega t|\le\theta \\ 0 & \text{一个周期内的其他位置} \end{cases}$$



尖顶余弦脉冲

- i(t)是一个以T=2π/ω为周期的周期函数，可以用傅立叶级数展开研究

$$i(t)=I_0+I_1\cos\omega t+I_2\cos 2\omega t+\cdots$$

谐波分解系数

$$I_0=\frac{1}{2\pi}\int_{-\theta}^{\theta} i(t)d\omega t=I_m\frac{\sin\theta-\theta\cos\theta}{\pi(1-\cos\theta)} \quad \alpha_0(\theta)$$

$$I_1=\frac{1}{\pi}\int_{-\theta}^{\theta} i(t)(\cos\omega t)d\omega t=I_m\frac{\theta-\sin\theta\cos\theta}{\pi(1-\cos\theta)} \quad \alpha_1(\theta)$$

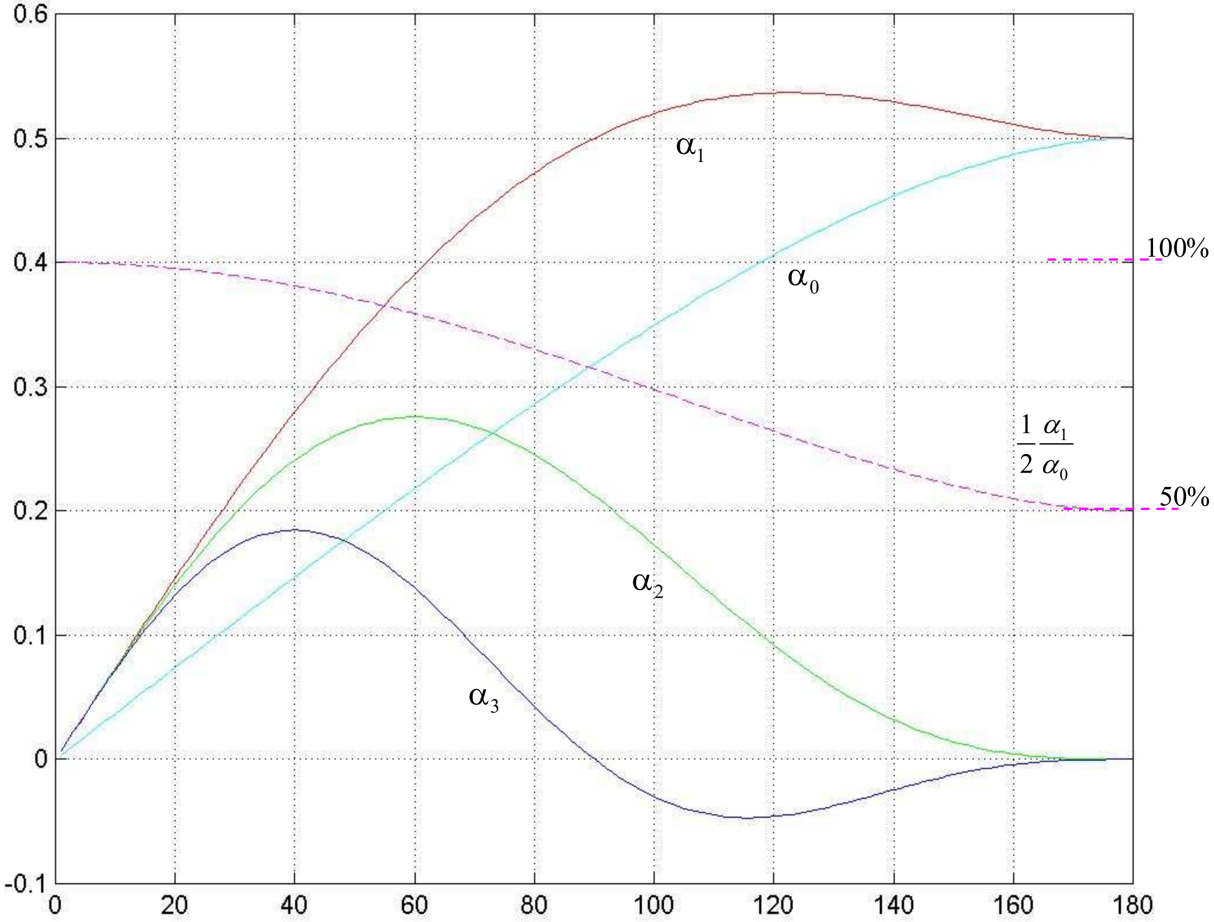
$$I_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\theta}^{\theta} i(t)(\cos n\omega t)d\omega t=I_m\frac{2(\sin n\theta\cos\theta-n\cos n\theta\sin\theta)}{n\pi(n^2-1)(1-\cos\theta)} \quad \alpha_n(\theta)$$

谐波分解系数

$$\alpha_0(\theta)=\frac{\sin\theta-\theta\cos\theta}{\pi(1-\cos\theta)}$$

$$\alpha_1(\theta)=\frac{\theta-\sin\theta\cos\theta}{\pi(1-\cos\theta)}$$

$$\alpha_n(\theta)=\frac{2(\sin n\theta\cos\theta-n\cos n\theta\sin\theta)}{n\pi(n^2-1)(1-\cos\theta)}\quad(n\geq 2)$$



$120°$

$60°$

$40°$

$120°/n$

例

- 如果某个非线性器件的伏安特性可用折线表示，其中，V_{th}=1V，g=10mA/V。现加偏置电压为V_B=-1V，输入余弦信号的幅值V_{im}=4V，查表（pp247-249）计算电流中的直流、基波和二倍频分量幅值

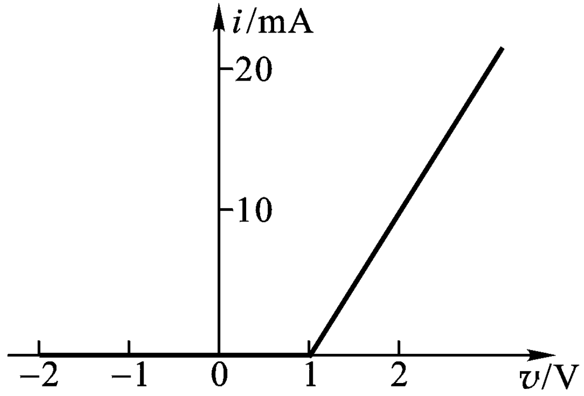
$$\cos\theta = \frac{V_{th} - V_B}{V_{im}} = \frac{1-(-1)}{4} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \theta = 60°$$

$$I_m = gV_{im}(1-\cos\theta) = 10\times 4\times(1-0.5) = 20(mA)$$

$$\alpha_0(60°) = 0.218 \quad \alpha_1(60°) = 0.391 \quad \alpha_2(60°) = 0.276$$

$$I_0 = 4.36mA \quad I_1 = 7.82mA \quad I_2 = 5.52mA$$

作业1：分段折线



- 若非线性电路的输出输入特性如题图所示折线表示。当偏置电压 V_B=-2V，激励信号$v_i(t)=5.2\cos(2\pi\times10^7t)$ (V)时，求输出电流的直流分量I_0 和频率为10MHz 、20MHz 分量的幅度I_1,I_2。
- 若想增大频率为 10MHz分量的幅度，应如何改变V_B和激励信号的振幅V_{im}?
  - （1）非线性电路输出电流无限制
  - （2）非线性电路输出电流最大为20mA

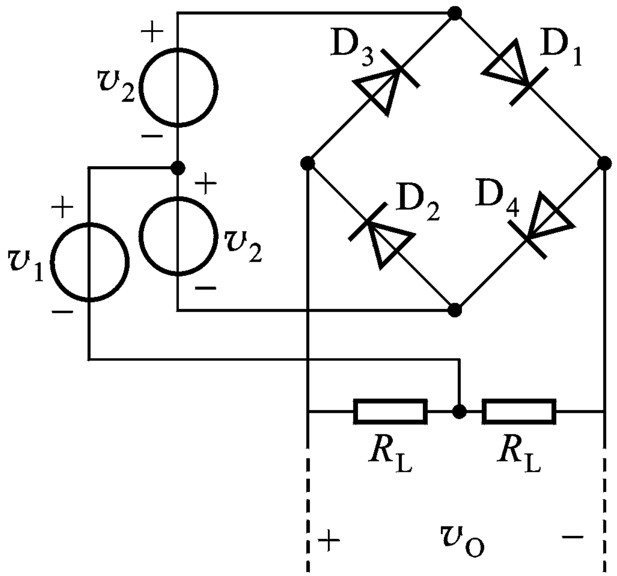
作业2：线性非线性？

- 分别说明下列各种电路是线性电路，还是非线性电路，并具体说明它能否进行频率变换。
  - （1）整流器；
  - （2）混频（变频）器；
  - （3）并联或串联谐振回路（输入信号是许多频率的正弦波）；
  - （4）脉冲技术中的RC微分电路，RC积分电路；
  - （5）工作在开关状态的二极管。

频率变换：只要电路可以产生新频率分量，则可实现频率变换

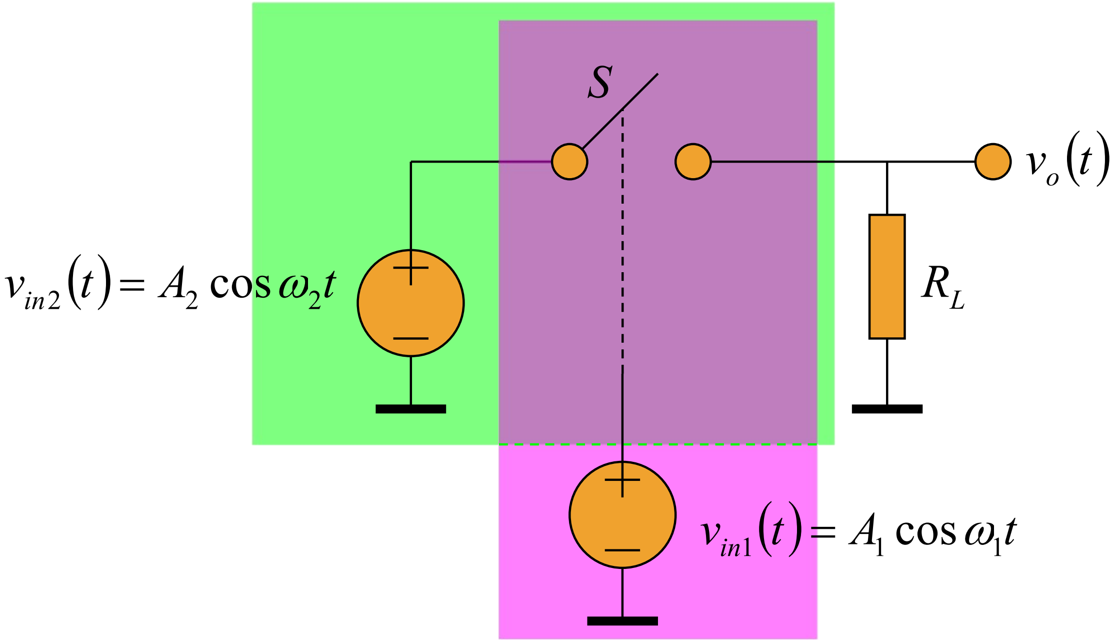
作业3：桥式二极管作乘法运算

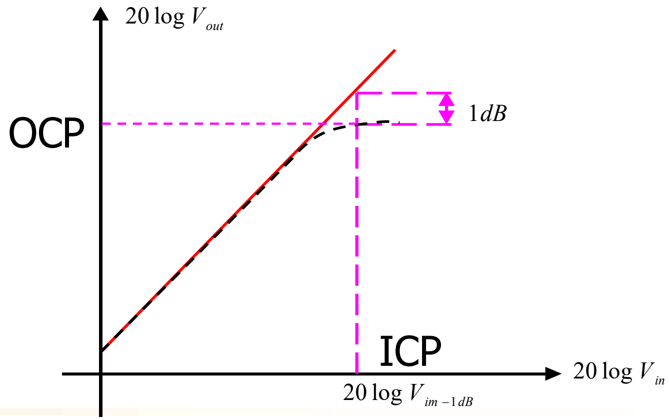
- 题图电路中，设四个二极管的特性相同，均为 $i = b_0 + b_1 v + b_2 v^2 + b_3 v^3$ ，已知 v_1，v_2，试求输出电压 的表示式。



作业4：线性和非线性

- 对于图（a）的简单开关电路：
  - 证明这是一个非线性系统：把信号源1作为输入，信号源2作为系统的一部分；
  - 证明这是一个线性系统：如果把信号源2作为输入，信号源1作为系统的一部分。





CAD作业

- 在库中找到一个BJT晶体管，设计一个在10MHz频点上，带宽为100kHz的A类功放
  - 直流电压源5V，希望线性功率输出1W，信源内阻50欧姆，负载电阻50欧姆
  - 测试所设计的功放的最大线性功率输出是否可以达到1W
    - 1dB压缩点回退6dB
  - 测试此时的放大倍数，转换效率，非线性失真

思考题

- 某同学采用预失真方法，期望获得线性度足够高的线性放大器。经实测，其三阶互调失真分量随输入幅度增加dB数增加斜率为5，请解释为什么？是否测试有问题？
  - 通常情况下，三阶互调失真分量随输入幅度增加dB数增加斜率为3