清華大學

刘升济. 通信电路 T:9: 锁相线性分析:

Homework Ⅰ: 稳态相差:

若输入一阶环路的信号发生频率阶跃时, 试说明为什么除了 $K_p\to\infty$ 之外, 环路总存在稳态相差? 从物理意义上说明该稳态相差与频率阶跃 $\Delta\omega$ 和环路增益 K_p 的关系?

对于一阶锁相环路, 误差传函满足:

$$H_e(s)=\frac{s}{s+K_p}$$

$$\Delta\varphi_e(s)=H_e(s)\cdot\frac{\Delta\omega_0}{s^2}=\frac{\Delta\omega_0}{s(s+K_p)}$$

$$\text{故而 } \Delta\varphi_e(t)\Big|_{t\to\infty}=\lim_{s\to 0}s\Delta\varphi_e(s)=\frac{\Delta\omega_0}{K_p}$$

对于有限的 K_p, 有 $\Delta\varphi_{e,\infty}=\dfrac{\Delta\omega_0}{K_p}$; 因而存在稳态相差.

这个相差的作用是维持一个VCO的直流控制电压, 这个直流控制电压提供 $\Delta\omega$ 的频率信号过一个积分器后就生成了相应的频率补偿。

K_p 越大, 则跟踪越快。

Homework Ⅱ: 一阶锁相环

一阶锁相环输入信号: $v_i(t)=V_{im}\sin(\omega_{i0}t+m_f\cos\Omega t)$

当其接入环路瞬间, VCO在自由振荡:

$$V_o(t)=V_{om}\cos(\omega_{o0}t)$$

(1): 环路的起始频差?

(2): 环路的起始相差?

(3): 环路的稳态相差?

(4): 锁定后环路输出电压。

$$(1)\begin{cases}\omega_i(t)=\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial t}=\omega_{i0}+(-1)\cdot m_f\Omega\sin\Omega t\\ \omega_o(t)=\dfrac{\partial\varphi_o}{\partial t}=\omega_{o0}\ (t<0)\end{cases}$$

起始频差: $\Delta\omega_0=\omega_i(0)-\omega_o(0)=\omega_{i0}-\omega_{o0}$

(2): 起始相差:

$$\Delta\varphi_0=\varphi_i(0)-\varphi_o(0)=m_f$$

(3): 稳态相差: $H_\varphi(s)=\dfrac{K_p}{s+K_p}$, $H_e(s)=\dfrac{s}{s+K_p}$

直流分量: $\varphi_{e\infty}=\dfrac{\Delta\omega_0}{K_p}=\dfrac{\omega_{i0}-\omega_{o0}}{K_p}$

若 $\left|\dfrac{\omega_{i0}-\omega_{o0}}{K_p}\right|>\dfrac{\pi}{6}$, 则环路地:

$$\varphi_{e,\infty}=\arcsin\frac{\omega_{i0}-\omega_{o0}}{K_p}$$

$$\text{由 } H(j\Omega)=\sqrt{\frac{1}{1+\left[\frac{\Omega}{K_p}\right]^2}}\exp\left(-j\arctan\frac{\Omega}{K_p}\right)$$

$$\left\{H_e(j\Omega)=\sqrt{\frac{\Omega^2}{\Omega^2+K_p^2}}\exp\left(j\left(\frac{\pi}{2}-\text{arctg}\frac{\Omega}{K_p}\right)\right)\right.$$

故而有交流响应:

$$\varphi_{o,A}(t)=m_f\cdot\sqrt{\frac{\Omega^2}{\Omega^2+K_p^2}}\cos\left(\Omega t+\frac{\pi}{2}-\text{arctg}\frac{\Omega}{K_p}\right)$$

$$Q=\frac{1}{2\xi}$$

$$\frac{}{\left[\frac{s}{\omega_n}\right]^2+2\left[\frac{\xi}{\omega_n}\right]s+1}$$

$$\frac{}{\left[\frac{s}{\omega_n}\right]^2+\frac{1}{Q}\left[\frac{s}{\omega_n}\right]+1}$$

清華大學

故而有稳态相差：

$$\varphi_e(t)=\arcsin\frac{\omega_{i0}-\omega_{o0}}{K_p}+m_f\sqrt{\frac{\Omega^2}{\Omega^2+K_p^2}}\cos\left(\Omega t+\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}\frac{\Omega}{K_p}\right)$$

故而有：

$$V_o(t)=V_{om}\cos\left(\omega_{i0}t-\arcsin\frac{\omega_{i0}-\omega_{o0}}{K_p}+m_f\sqrt{\frac{\Omega^2}{\Omega^2+K_p^2}}\cos\left(\Omega t+\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}\frac{\Omega}{K_p}\right)\right)$$

QED

Homework Ⅲ：稳定后的输出信号：

一阶环接通瞬间输入和输出信号：

$$V_i(t)=V_{im}\sin\left(2.005\times10^6\pi t+0.5\sin\left(2\pi\times10^3t\right)\right)$$

$$\Downarrow$$

$$V_o(t)=V_{om}\sin\left(2\pi\times10^6\pi t\right).$$

稳态相差：$\varphi_{e\infty}=0.5\,\mathrm{rad}$.

(1)：亦即：$\arcsin\frac{\Delta\omega_i}{K_p}=0.5$

得 $K_p=\frac{\Delta\omega_i}{\sin 0.5}=3.2764\times10^4\,\mathrm{rad/s}$

于是由正述结论写出输出信号：

$$V_o(t)=V_{om}\cos\left(2.005\times10^6\pi t-0.5+0.0942\sin\left(2\pi\times10^3t+1.3813\right)\right).$$

(2)：环路带宽，由 $K_p=3.2764\times10^4\,\mathrm{rad/s}$.

$$\Rightarrow BW=\cancel{\frac{K_p}{2\pi}}\approx\frac{K_p\cos\varphi_e}{2\pi}=4.5762\,\mathrm{kHZ}.$$

Homework Ⅳ：闭环传递函数：

$K_\omega=3\times10^6\,\mathrm{rad/V.s}$，$K_d=4V$

$R=10k\Omega$，$C=0.01\mu F$.

显然这是一个二阶锁相环：

环路滤波器传函：

$$H_{LP}(s)=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{1}{1+sCR}=\frac{1}{1+s\tau}$$

其闭环传函：

$$H(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2},\quad\begin{cases}\xi=\frac{1}{2\omega_n\tau}\\ \omega_n=\sqrt{\frac{K_\omega K_d}{\tau}}\end{cases}$$

得：
$$\begin{cases}\omega_n=3.4641\times10^5\,\mathrm{rad/s}\\ \xi=0.0144\end{cases}$$

$$\frac{\omega_0^2}{s^2+\frac{\omega_0}{2Q}s+\omega_0^2}$$

$$H(s)=\frac{1.2\times10^{11}}{s^2+1.0\times10^4s+1.2\times10^{11}}.$$

其带宽为：

$$BW=\frac{f_0}{Q}=2\xi f_0=1.5915\times10^3\,\mathrm{HZ}$$

Homework 5：相位裕度与稳定性：

证明：采用有源比例积分滤波器作为环路滤波器的二阶PLL，其环路增益相位裕度65°；闭环阻尼系数ξ在0.7附近。

有源比例积分滤波器：$H_F(s)=\frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$

开环传函：$H_{OL}(s)=\frac{K_p}{s}\cdot H_F(s)=\frac{K_p(1+s\tau_2)}{s^2\tau_1}$

考虑单位增益频点：$S_{\omega}^{2}\tau_1\ \Omega$

$$\|H_{OL}(s)\|=\sqrt{\frac{K_p^2(1+\Omega^2\tau_2^2)}{\tau_1^2\Omega^4}}\exp\left[j\left(\operatorname{arctg}(\tau_2\Omega)-\pi\right)\right]$$

在单位增益频点处：$K_p\sqrt{1+\tau_2^2\Omega^2}=\tau_1\Omega^2$

其中：$PM=\operatorname{arctg}(\tau_2\Omega)=65^\circ$

得：$\tau_2\Omega=tg\,65^\circ=2.1445$

取 $\cancel{\frac{K_p}{\tau_1}}$.

闭环传函：
$$\begin{cases}\omega_n^2=\frac{K_p}{\tau_1}\\ 2\xi=K_p\frac{\tau_2}{\tau_1}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{K_p}{\tau_1}}}=\sqrt{\frac{K_p}{\tau_1}}\tau_2\end{cases}$$

而：$\sqrt{\frac{K_p}{\tau_1}}=\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1+\tau_2^2\Omega^2}}}\,\Omega$

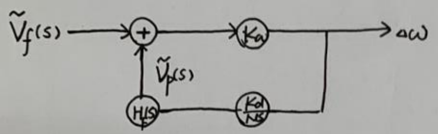
故 $\xi=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1+\tau_2^2\Omega^2}}}\,\tau_2\Omega=0.6971\approx0.7$

QED.

清華大學

刘开济. 通信电路. HW11:

(1). 考查此电路的线性模型:



有: $\Delta\omega = K_\omega[\tilde{V}_f(s) + \tilde{V}_p(s)]$.

$\tilde{V}_p(s) = -\frac{K_d}{NS} H_f(s) \cdot K_\omega[\tilde{V}_p(s) + \tilde{V}_f(s)]$

$$\Rightarrow \tilde{V}_p(s) = -\frac{\frac{K_d K_\omega}{NS} H_F(s)}{1 + \frac{K_d K_\omega}{NS} H_F(s)} \tilde{V}_f(s).$$

$$\Delta\omega = K_\omega \frac{1}{1 + \frac{K_d K_\omega}{NS} H_F(s)} \tilde{V}_f(s).$$

$$H(s) = \frac{\Delta\omega}{\tilde{V}_f(s)} = K_\omega \cdot \frac{1}{N\tau_1 s^2 + K_d K_\omega \tau_2 s + K_d K_\omega}$$

有 $S_{p_1}, S_{p_2} = \frac{1}{2N\tau_1}\left[-K_d K_\omega \tau_2 \pm \sqrt{(K_d K_\omega \tau_2)^2 - 4K_d K_\omega N\tau_1}\right]$.

均位于左半平面,故其中心频率稳定度大。

由于是直接调频,故而最大偏频高.

(4): 不妨取:

$$H(s) = \frac{K_\omega}{N\tau_1} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{K_d K_\omega \tau_2}{N\tau_1} s + \frac{K_d K_\omega}{N\tau_1}}.$$

$$\Rightarrow \frac{H(0.1j\omega_{s1})}{H(s)_{max}} = \frac{\frac{K_\omega}{N\tau_1}}{(0.1\omega_{s1})^2 + j\frac{K_d K_\omega \tau_2}{N\tau_1}(0.1\omega_{s1}) + \frac{K_d K_\omega}{N\tau_1}} < 0.1$$

只需根据 K_ω, N, K_d 找数值解即可.