

Московский Государственный Университет  
им. М. В. Ломоносова

Физический факультет

Кафедра физико-математических методов управления

Отчет по физическому практикуму  
Исследование системы управления рукой робота

Работу выполнил:  
студент 442 группы  
Пауль Эдуард Вячеславович

Преподаватели:  
Митришкин Юрий Владимирович  
Коньков Артем Евгеньевич

Москва 2020

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Анализ линейной модели объекта</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Синтез регулятора обратной связи</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Вывод</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Приложение</b>	<b>13</b>
6.1	Matlab программа . . . . .	13
6.2	Simulink схема . . . . .	14

# 1 Введение

Роботизированная рука - механизм, который обладает функциями, аналогичными человеческой руке. С ее помощью можно управлять положением предметов в пространстве. Зачастую робо-рука является составной частью более сложного механизма. Имеет широкое применение в промышленности и космической инженерии.

В данной работе проведено исследование управления положением руки робота в средах разработки MATLAB и Simulink. Проанализированы системы управления, на основе ПД- и ПИД-регуляторов. Получены выводы об эффективности соответствующих систем управления.

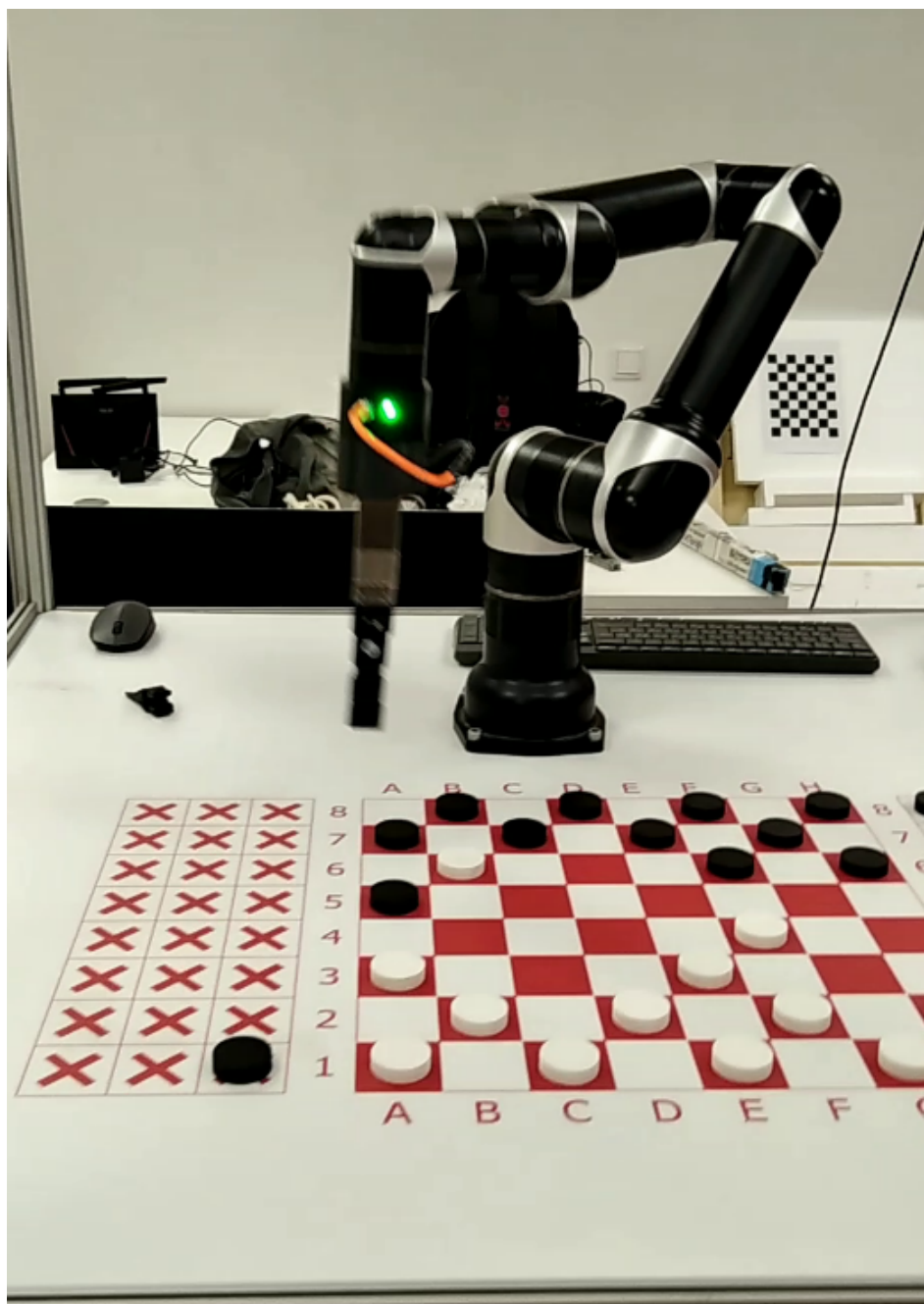


Рис. 1: Пример использования руки робота

## 2 Постановка задачи

Схематично руку робота можно представить следующим образом.

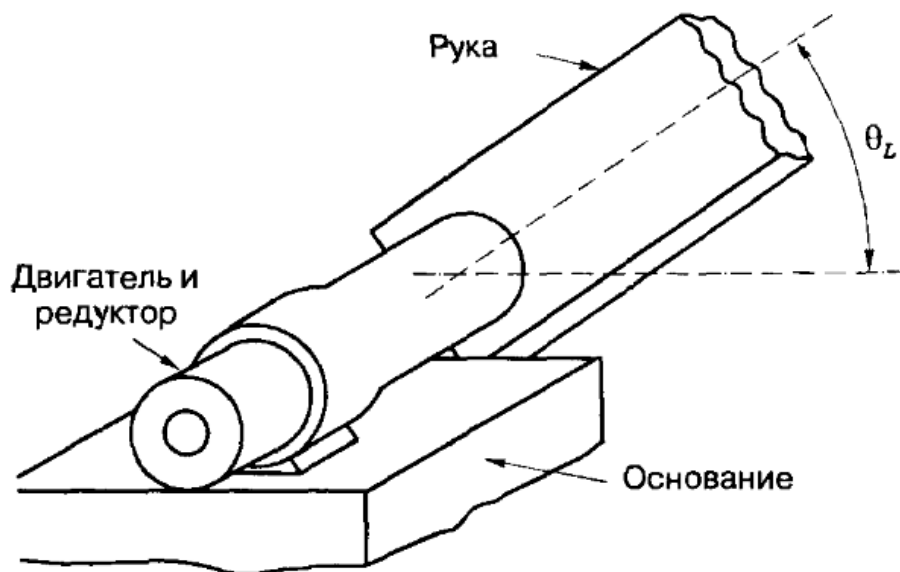


Рис. 2: Схема устройства руки робота

Исполнительным устройством является двигатель постоянного тока, управляемый по цепи якоря. Предполагается, что двигатель соединен с рукой посредством редуктора.

Структурная схема системы управления показана на рисунке

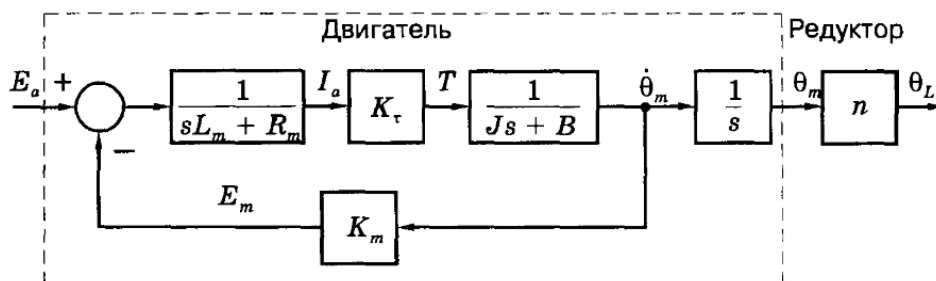


Рис. 3: Структурная схема системы управления рукой робота

Здесь  $E_a$  - входное напряжение;  $I_a$  - ток в цепи якоря;  $T$  - развиваемый момент;  $J$  - сумма моментов инерции, приведенных в валу двигателя;  $B$  - коэффициент, определяемый силами трения, приведенными к валу двигателя;  $L_m$  - индуктивность цепи якоря;  $R_m$  - сопротивление цепи якоря;  $\theta_m$  - угол поворота вала двигателя;  $\theta_L$  - угол поворота руки робота.

Значения параметров нашей системы возьмем из примера, который приводится в литературе<sup>1</sup>:

$$L_m = 2; R_m = 21; K_\tau = 18; J = 2; B = 1; K_m = 0.5; n = 30$$

<sup>1</sup>Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью.

Система управления с обратной связью изображена на рис.4. Здесь  $\theta_c$  - желаемое положение руки робота.

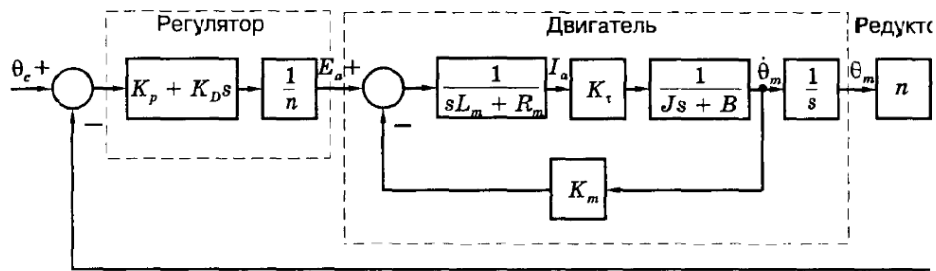


Рис. 4: Системы управления рукой робота с обратной связью

На данной схеме фигурирует ПД-регулятор. Необходимо сравнить предложенный ПД-регулятор с системами управления, использующими ПИД-регуляторы.

### 3 Анализ линейной модели объекта

#### Передаточная функция системы

Рассмотрим систему, представляющую собой сервопривод.

На этом рисунке  $e_a(t)$  - напряжение, подаваемое на вход цепи якоря. Сопро-

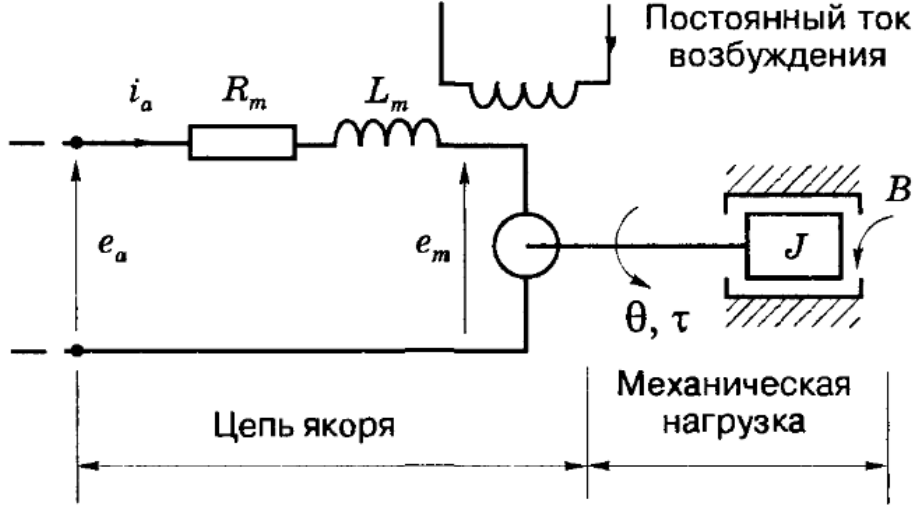


Рис. 5: Сервопривод

тивление и индуктивность цепи якоря равны соответственно  $R_m$  и  $L_m$ .

Напряжение  $e_m(t)$ , возникающее в обмотке якоря, можно выразить следующим образом:

$$e_m(t) = K\Psi \frac{d\theta}{dt}, \quad (1)$$

где  $K$  - параметр электродвигателя,  $\Psi$  - магнитный поток,  $\frac{d\theta}{dt}$  - угловая скорость вращения двигателя. Предположим, что  $\Psi = const$ . Тогда можем записать:

$$e_m(t) = K_m \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

Преобразование Лапласа от (2):

$$E_m(s) = K_m s \Theta(s) \quad (3)$$

Для цепи якоря справедливо следующее:

$$E_a(s) = (L_m s + R_m) I_a(s) + E_m(s) \Rightarrow I_a(s) = \frac{E_a(s) - E_m(s)}{L_m s + R_m} \quad (4)$$

Момент на валу двигателя определяется уравнением:

$$\tau(t) = K_I \Psi i_a(t) = K_\tau i_a(t) \quad (5)$$

Преобразование Лапласа от (5):

$$T(s) = K_\tau I_a(s) \quad (6)$$

Заключительное уравнение получим путем суммирования всех моментов, действующих на якорь двигателя. На рис.5  $J$  - сумма всех моментов инерции, приведенных к оси двигателя,  $B$  - коэффициент, характеризующий все виды трения. Уравнение для моментов имеет вид:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau(t) - B \frac{d\theta}{dt} \quad (7)$$

Отсюда следует:

$$T(s) = (Js^2 + Bs)\Theta(s) \Rightarrow \Theta(s) = \frac{T(s)}{Js^2 + Bs} \quad (8)$$

Воспользуемся формулой Мейсона и выражениями (3), (4), (6) и (8) для определения передаточной функции:

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)K_\tau}{1 + K_\tau G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (9)$$

Применительно к нашей задаче:

$$G_1(s) = \frac{1}{sL_m + R_m} = \frac{1}{2s + 21};$$

$$G_2(s) = \frac{1}{Js + B} = \frac{1}{2s + 1};$$

$$K_\tau = 18;$$

$$H(s) = K_m = 0.5;$$

В итоге приходим к следующему выражению для  $G(s)$ :

$$G(s) = \frac{18}{(2s + 21)(2s + 1) + 9} \quad (10)$$

Проанализируем основные характеристики полученной системы

### **Устойчивость**

Проанализируем устойчивость по входу-выходу данной системы.

В общем виде передаточную функцию можно представить в виде:

$$G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}, \quad (11)$$

где  $P(s), Q(s)$  - полиномы от  $s$ .

Приравняв нулю знаменатель передаточной функции, получим характеристическое уравнение:

$$Q(s) = 0 \quad (12)$$

Представим уравнение (12) в виде произведения сомножителей:

$$Q(s) = a_n \prod_{i=1}^n (s - p_i) = a_n (s - p_1) \dots (s - p_n) = 0 \quad (13)$$

Запишем выражение для выходного сигнала системы:

$$C(s) = G(s)R(s) = \frac{P(s)}{a_n \prod_{i=1}^n (s - p_i)} R(s) = \frac{k_1}{s - p_1} + \dots + \frac{k_n}{s - p_n} + C_r(s) \quad (14)$$

Обратное преобразование Лапласа от  $C(s)$  дает:

$$c(t) = k_1 e^{p_1 t} + \dots + k_n e^{p_n t} + c_r(t) = c_n(t) + c_r(t) \quad (15)$$

Выходной сигнал может стать неограниченным, если по крайней мере один из членов вида  $k_i e^{p_i t}$  является неограниченным. Этого не произойдет, если действительная часть каждого из корней характеристического уравнения отрицательна:  $Re(p_i) < 0$ . Проверим это для нашей системы.

Из рис.5 видно, что все полюса передаточной функции располагаются на левой

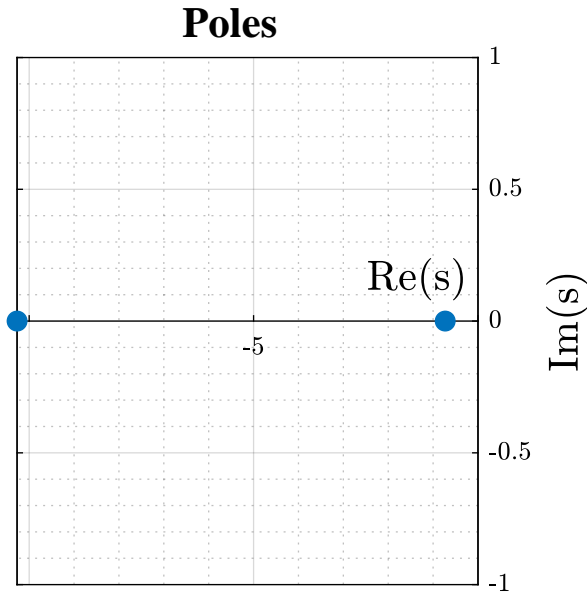


Рис. 6: Положение полюсов передаточной функции

полуплоскости. Из чего можно сделать вывод, что система устойчива.

### Наблюдаемость и управляемость

Проверим наблюдаемость и управляемость нашей системы.

Рассмотрим общий случай линейной динамической системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m \quad (16)$$



Согласно критерию Калмана система (16) является наблюдаемой тогда и только тогда, когда ранг матрицы наблюдаемости  $V = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$  равен  $n$ .

Система (16) является управляемой тогда и только тогда, когда ранг матрицы управляемости  $U = (B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B)$  равен  $n$ .

Проверка критериев в MATLAB показала, что система, данная в условии задачи, является наблюдаемой и управляемой.

## 4 Синтез регулятора обратной связи

В данном разделе рассматривается синтез пропорционально-интегрально-дифференциальных регуляторов. ПИД-регулятор - это наиболее общий тип регуляторов, используемых в системах управления.

Если  $e(t)$  - входной сигнал регулятора, а  $m(t)$  - его выходной сигнал, то связь между ними определяется уравнением:

$$m(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (17)$$

Преобразование Лапласа от этого уравнения позволяет найти передаточную функцию:

$$M(s) = (K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s) E(s) \quad (18)$$

Откуда:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (19)$$

Чтобы избавиться от шума к дифференциатору ПИД-регулятора добавляют фильтр. С учетом этого фильтра передаточная функция ПИД-регулятора будет иметь вид:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \frac{N}{1 + \frac{N}{s}}, \quad (20)$$

где  $N$  - коэффициент фильтрации.

По условию задачи рекомендуется использовать ПД-регулятор. Для этого достаточно положить  $K_I = 0$  и подобрать коэффициенты  $K_p$  и  $K_D$ .

Проведем сравнение ПД-регулятора с коэффициентами  $K_p = 3.2$ ,  $K_D = 4.2$ ,  $N = 30$  с регулятором, настроенным с помощью PID-Tuner, который реализован в среде Simulink ( $K_p = 9.4$ ;  $K_I = 0.45$ ;  $K_D = 16.1$ ,  $N = 694$ ).

Отклик систем на единичную ступеньку показан на графике:

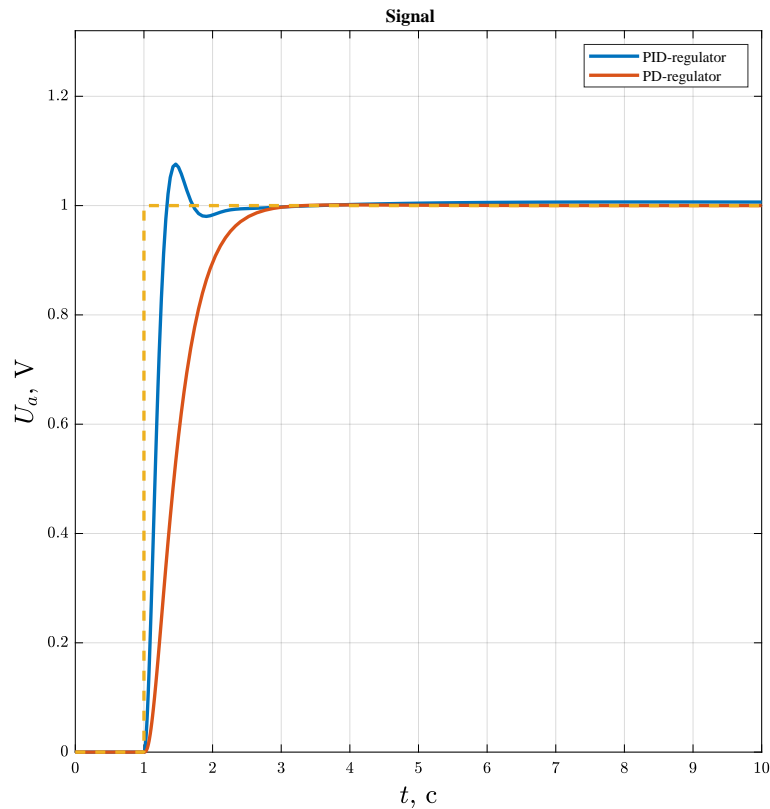


Рис. 7: Отклик систем с регуляторами на единичную ступеньку

Заметны следующие отличия системы с ПИД-регулятором и с ПД-регулятором:

	ПИД-регулятор	ПД-регулятор
Перерегулирование, %	7.62	0.09
Время нарастания, с	0.22	0.86
Время установления, с	0.92	1.52
Максимальное значение	1.08	1

Видно, что ПИД-регулятор быстрее достигает желаемого сигнала, однако подвержен перерегулированию. ПД-регулятор не порождает перерегулирования, но достигает желаемого сигнала дольше.

## 5 Вывод

В ходе данной работы была исследована система управления рукой робота. Было установлено, что для корректной работы данной системы требуется регулятор обратной связи. Произведен синтез ПД-регулятора и ПИД-регулятора для системы управления рукой робота.

## 6 Приложение

### 6.1 Matlab программа

#### Реализация модели

```
clear all;
close all;
clc;

%% Задание системы
s = tf('s'); % Ввод передаточной функции (transfer function)
H = 18 / ((2*s + 21)*(2*s + 1) + 9); %Передаточная функция
Ha = rade(H); % линейная аппроксимация
G_lin = ss(Ha); % объект statespace
G1 = ss(H);

%% Проверка наблюдаемости и управляемости системы
check_kalman(G1);

%% Вывод графика полюсов системы
param.fileName = strcat('poles_',datestr(datetime('now'),
'yyyy-mm-dd_HH-MM-SS'));

param.fileFormat = "pdf";
param.pictUnit = 'centimeters';
param.pictSize = [10 10];
param.tickFontSize = 10;
param.mainFontSize = 16;
param.MarkerSize = 25;

print_poles(G1, param)

%% Вывод графиков из Simulink модели
open('manipulator.slx');

sim_data = sim('manipulator.slx');

param.fileName = strcat('sim_', datestr(datetime('now'),
'yyyy-mm-dd_HH-MM-SS'));

param.pictUnit = 'centimeters';
param.pictSize = [20 20];
```

```

param.tickFontSize = 10;
param.mainFontSize = 16;
param.LineWidth = 2;
param.Ylabel = '$U_a$, V';

```

```

print_sim(sim_data.tout,[sim_data.Y1.data, sim_data.Y2.data,
sim_data.Yref.data],param)

```

## 6.2 Simulink cxema

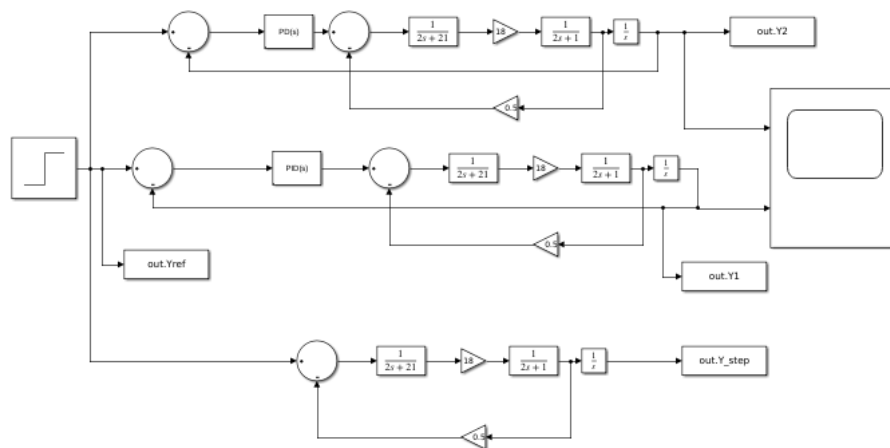


Рис. 8: Общая Simulink-схема