Московский Государственный Университет
им. М. В. Ломоносова

Физический факультет

Кафедра физико-математических методов управления

Отчет по физическому практикуму
Исследование системы управления рукой робота

Работу выполнил:
студент 442 группы
Пауль Эдуард Вячеславович

Преподаватели:
Митришкин Юрий Владимирович
Коньков Артем Евгеньевич

Москва 2020

Содержание

1 Введение

Роботизированная рука - механизм, который обладает функциями, аналогичными человеческой руке. С ее помощью можно управлять положением предметов в пространстве. Зачастую робо-рука является составной частью более сложного механизма. Имеет широкое применение в промышленности и космической инженерии.

В данной работе проведено исследование управления положением руки робота в средах разработки MATLAB и Simulink. Проанализированы системы управления, на основе ПД- и ПИД-регуляторов. Получены выводы об эффективности соответсвующих систем управления.

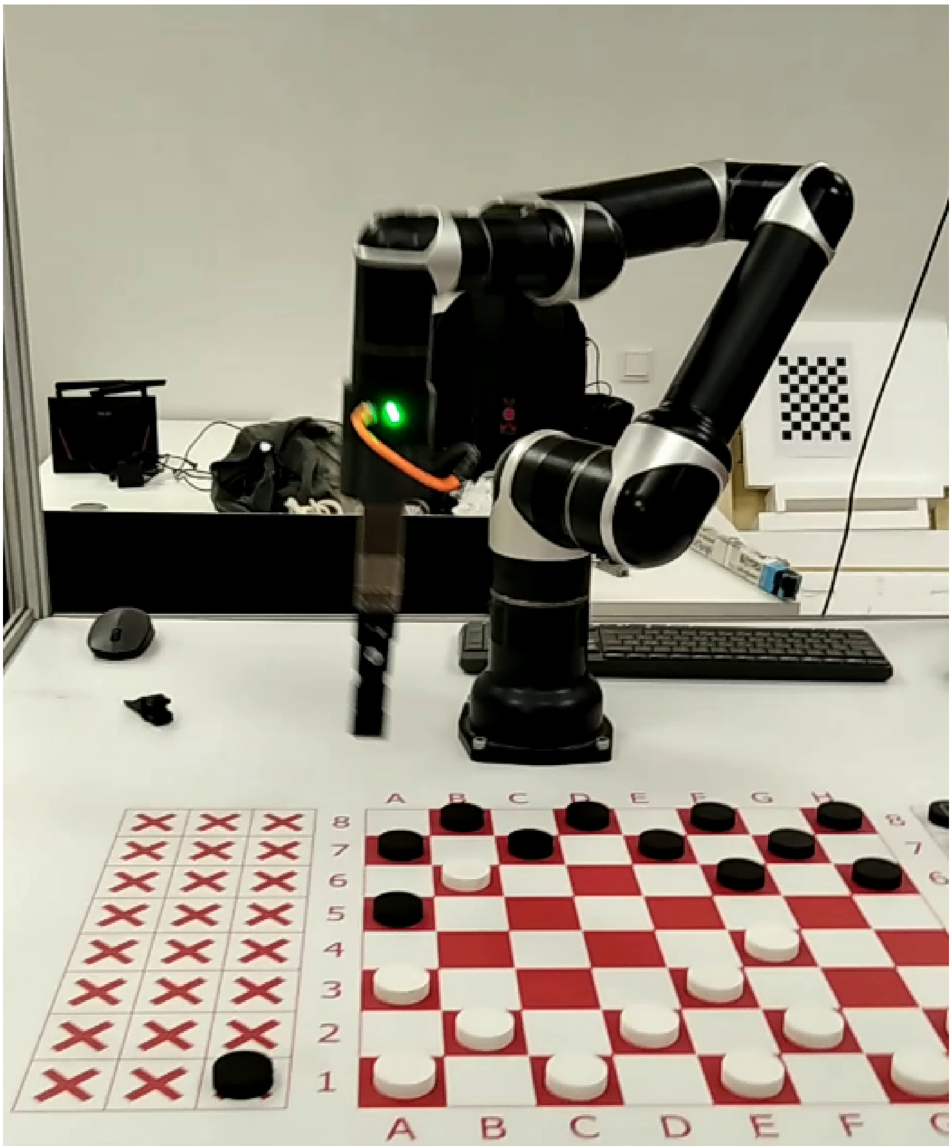

Рис. 1: Пример использования руки робота

2 Постановка задачи

Схематично руку робота можно представить следующим образом.

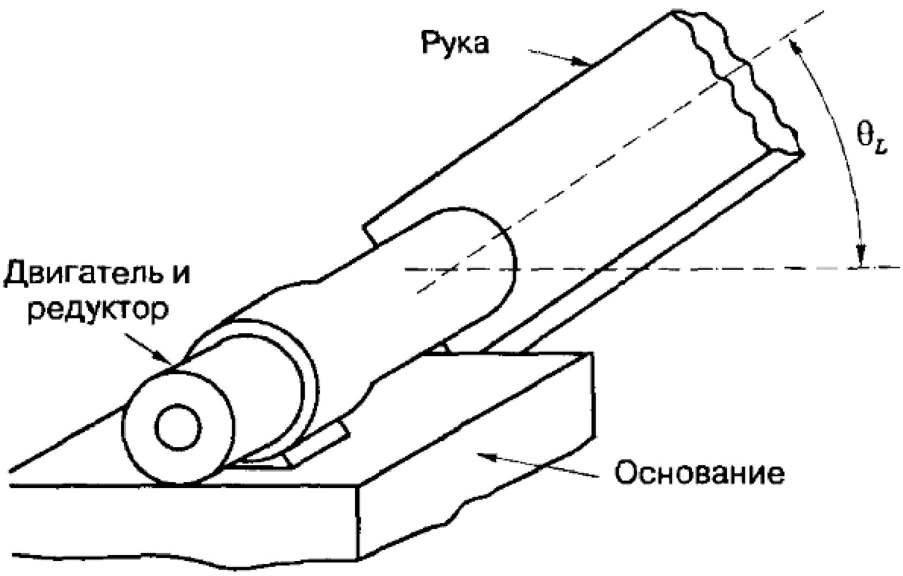

Рис. 2: Схема устройства руки робота

Исполнительным устройством является двигатель постоянного тока, управляемый по цепи якоря. Предполагается, что двигатель соединен с рукой посредством редуктора.
Структурная схема системы управления показана на рисунке

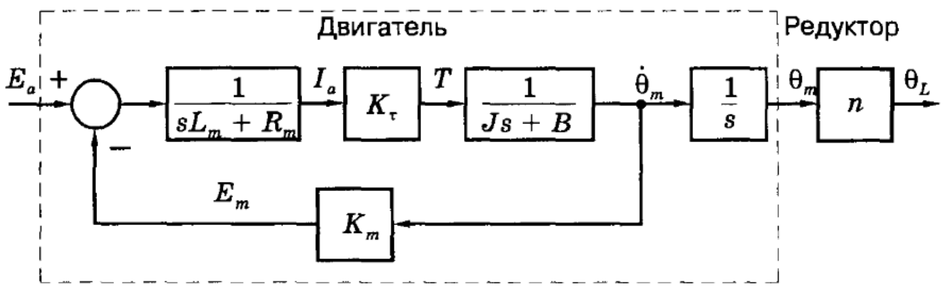

Рис. 3: Структурная схема системы управления рукой робота

Здесь E_a - входное напряжение; I_a - ток в цепи якоря; T - развиваемый момент; J - сумма моментов инерции, приведенных в валу двигателя; B - коэффициент, определяемый силами трения, приведенными к валу двигателя; L_m - индуктивность цепи якоря; R_m - сопротивление цепи якоря; θ_m - угол поворота вала двигателя; θ_L - угол поворота руки робота.
Значения параметров нашей системы возьмем из примера, который приводится в литературе[1]:
$L_m = 2; R_m = 21; K_\tau = 18; J = 2; B = 1; K_m = 0.5; n = 30$

[1] Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью.

Система управления с обратной связью изображена на рис.4. Здесь θ_c - желаемое положение руки робота.

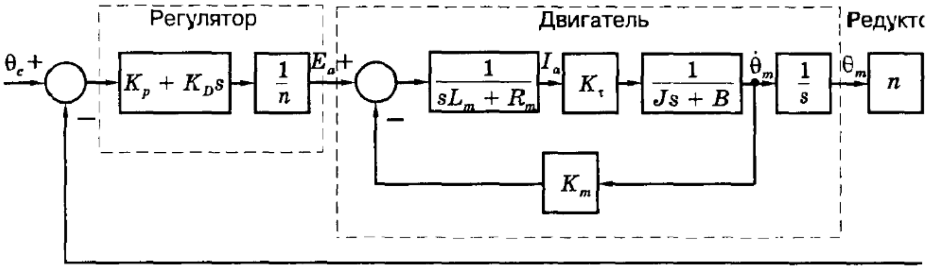

Рис. 4: Системы управления рукой робота с обратной связью

На данной схеме фигурирует ПД-регулятор. Необходимо сравнить предложенный ПД-регулятор с системами управления, использующими ПИД-регуляторы.

3 Анализ линейной модели объекта

Передаточная функция системы

Рассмотрим систему, представляющую собой сервопривод.

На этом рисунке $e_a(t)$ - напряжение, подаваемое на вход цепи якоря. Сопро-

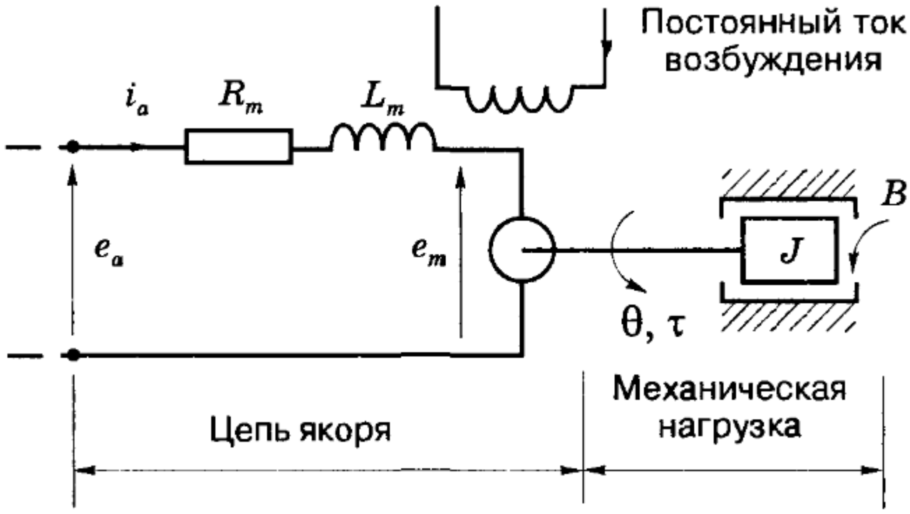

Рис. 5: Сервопривод

тивление и индуктивность цепи якоря равны соответственно R_m и L_m. Напряжение $e_m(t)$, возникающее в обмотке якоря, можно выразить следующим образом:

$$e_m(t) = K\Psi\frac{d\theta}{dt}, \tag{1}$$

где K - параметр электродвигателя, Ψ - магнитный поток, $\frac{d\theta}{dt}$ - угловая скорость вращения двигателя. Предположим, что $\Psi = const$. Тогда можем записать:

$$e_m(t) = K_m\frac{d\theta}{dt} \tag{2}$$

Преобразование Лапласа от (2):

$$E_m(s) = K_m s\Theta(s) \tag{3}$$

Для цепи якоря справедливо следующее:

$$E_a(s) = (L_m s + R_m)I_a(s) + E_m(s) \Rightarrow I_a(s) = \frac{E_a(s) - E_m(s)}{L_m s + R_m} \tag{4}$$

Момент на валу двигателя определяется уравнением:

$$\tau(t) = K_I\Psi i_a(t) = K_\tau i_a(t) \tag{5}$$

Преобразование Лапласа от (5):

$$T(s) = K_\tau I_a(s) \tag{6}$$

Заключительное уравнение получим путем суммирования всех моментов, действующих на якорь двигателя. На рис.5 J - сумма всех моментов инерции, приведенных к оси двигателя, B - коэффициент, характеризующий все виды трения. Уравнение для моментов имеет вид:

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau(t) - B\frac{d\theta}{dt} \tag{7}$$

Отсюда следует:

$$T(s) = (Js^2 + Bs)\Theta(s) \Rightarrow \Theta(s) = \frac{T(s)}{Js^2 + Bs} \tag{8}$$

Воспользуемся формулой Мейсона и выражениями (3), (4), (6) и (8) для определения передаточной функции:

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)K_\tau}{1 + K_\tau G_1(s)G_2(s)H(s)} \tag{9}$$

Применительно к нашей задаче:

$$G_1(s) = \frac{1}{sL_m + R_m} = \frac{1}{2s + 21};$$
$$G_2(s) = \frac{1}{Js + B} = \frac{1}{2s + 1};$$
$$K_\tau = 18;$$
$$H(s) = K_m = 0.5;$$

В итоге приходим к следующему выражению для $G(s)$:

$$G(s) = \frac{18}{(2s + 21)(2s + 1) + 9} \tag{10}$$

Проанализируем основные характеристики полученной системы

Устойчивость

Проанализируем устойчивость по входу-выходу данной системы.
В общем виде передаточную функцию можно представить в виде:

$$G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}, \tag{11}$$

где $P(s), Q(s)$ - полиномы от s.
Приравняв нулю знаменатель передаточной функции, получим характеристическое уравнение:

$$Q(s) = 0 \tag{12}$$

Представим уравнение (12) в виде произведения сомножителей:

$$Q(s) = a_n \prod_{i=1}^{n} (s - p_i) = a_n (s - p_1) \dots (s - p_n) = 0 \tag{13}$$

Запишем выражение для выходного сигнала системы:

$$C(s) = G(s)R(s) = \frac{P(s)}{a_n \prod_{i=1}^{n} (s - p_i)} R(s) = \frac{k_1}{s - p_1} + \dots + \frac{k_n}{s - p_n} + C_r(s) \tag{14}$$

Обратное преобразование Лапласа от $C(s)$ дает:

$$c(t) = k_1 e^{p_1 t} + \dots + k_n e^{p_n t} + c_r(t) = c_n(t) + c_r(t) \tag{15}$$

Выходной сигнал может стать неограниченным, если по крайней мере один из членов вида $k_i e^{p_i t}$ является неограниченным. Этого не произойдет, если действительная часть каждого из корней характеристического уравнения отрицательна: $Re(p_i) < 0$. Проверим это для нашей системы.

Из рис.5 видно, что все полюса передаточной функции располагаются на левой

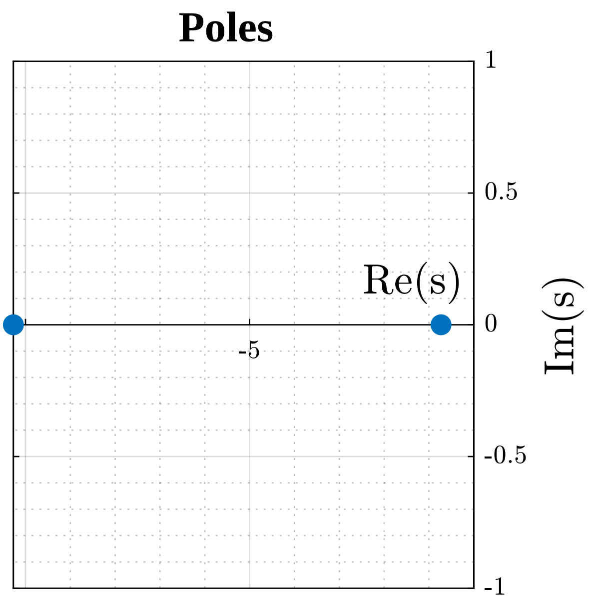

Рис. 6: Положение полюсов передаточной функции

полуплоскости. Из чего можно сделать вывод, что система устойчива.

Наблюдаемость и управляемость

Проверим наблюдаемость и управляемость нашей системы.

Рассмотрим общий случай линейной динамической системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m \tag{16}$$

Согласно критерию Калмана система (16) является наблюдаемой тогда и только тогда, когда ранг матрицы наблюдаемости $V = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$ равен n.
Система (16) является управляемой тогда и только тогда, когда ранг матрицы управляемости $U = \begin{pmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{pmatrix}$ равен n.
Проверка критериев в MATLAB показала, что система, данная в условии задачи, является наблюдаемой и управляемой.

4 Синтез регулятора обратной связи

В данном разделе рассматривается синтез пропорционально-интегрально-дифференциальных регуляторов. ПИД-регулятор - это наиболее общий тип регуляторов, используемых в системах управления.
Если $e(t)$ - входной сигнал регулятора, а $m(t)$ - его выходной сигнал, то связь между ними определяется уравнением:

$$m(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{17}$$

Преобразование Лапласа от этого уравнения позволяет найти передаточную функцию:

$$M(s) = (K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s)E(s) \tag{18}$$

Откуда:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \tag{19}$$

В действительности дифференциатор не может быть идеальным, поэтому его представляют в виде двух последовательных звеньев: идеального дифференцирующего звена и апериодического звена. Передаточная фукнция ПИД-регулятора тогда принимает вид:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \frac{N}{1 + \frac{N}{s}}, \tag{20}$$

где N - коэффициент фильтрации.
По условию задачи рекомендуется использовать ПД-регулятор. Для этого достаточно положить $K_I = 0$ и подобрать коэффициенты K_p и K_D.
В данной работе исследуются две системы:
1) Система с ПД-регулятором с коэффициентами $K_p = 3.2$, $K_D = 4.2$, $N = 30$
2) Система с ПИД-регулятором, настроенным с помощью PID-Tuner, с коэффициентами $K_p = 9.4; K_I = 0.45; K_D = 16.1, N = 694$ Переходная характеристика систем показана на рис.7. Желтой пунктирной линией показано задающее воздействие - единичная ступенька.

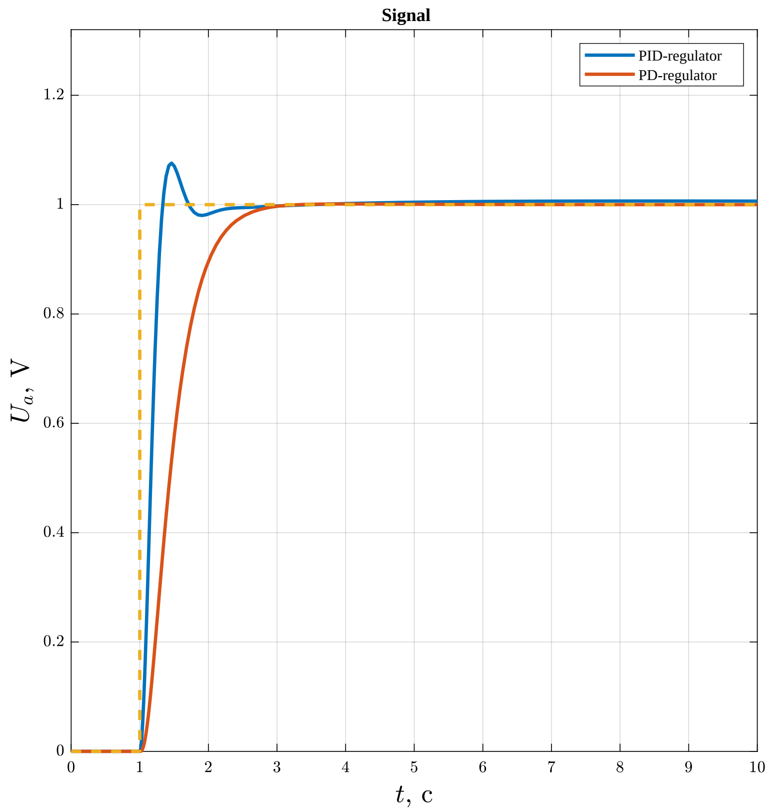

Рис. 7: Переходная характеристика

Из графика видно, что и ПИД-, и ПД-регулятор справляются с поставленной задачей.

5 Вывод

В ходе данной работы была исследована система управления рукой робота. Было установлено, что для корректной работы данной системы требуется регулятор обратной связи. Произведен синтез ПД-регулятора и ПИД-регулятора для системы управления рукой робота. Заметны следующие отличия системы с ПИД-регулятором и с ПД-регулятором:

	ПИД-регулятор	ПД-регулятор
Перерегулирование, %	7.62	0.09
Время нарастания, с	0.22	0.86
Время установления,с	0.92	1.52
Максимальное значение	1.08	1

Видно, что ПИД-регулятор быстрее достигает желаемого сигнала, однако подвержен перерегулированию. ПД-регулятор не порождает перерегулирования, но достигает желаемого сигнала дольше.

6 Приложение

6.1 Matlab программа

Реализация модели

```
clear all;
close all;
clc;

%% Задание системы
s = tf('s'); % Ввод передаточной функции (transer function)
H = 18 / ((2*s + 21)*(2*s + 1) + 9); %Передаточная функция
G1 = ss(H);

%% Проверка наблюдаемости и управляемости системы
check_kalman(G1);


%% Вывод графика полюсов системы
param.fileName = strcat('poles_',datestr(datetime('now'),
'yyyy-mm-dd_HH-MM-SS'));

param.fileFormat = "pdf";
param.pictUnit = 'centimeters';
param.pictSize = [10 10];
param.tickFontsize = 10;
param.mainFontsize = 16;
param.MarkerSize = 25;

print_poles(G1, param)

%% Вывод графиков из Simulink модели
open('manipulator.slx');

sim_data = sim('manipulator.slx');


param.fileName = strcat('sim_', datestr(datetime('now'),
'yyyy-mm-dd_HH-MM-SS'));

param.pictUnit = 'centimeters';
param.pictSize = [20 20];
param.tickFontsize = 10;
param.mainFontsize = 16;
```

```
param.LineWidth = 2;
param.Ylabel = '$U_a$, V';

print_sim(sim_data.tout,[sim_data.Y1.data, sim_data.Y2.data,
sim_data.Yref.data],param)
```

6.2 Simulink схема

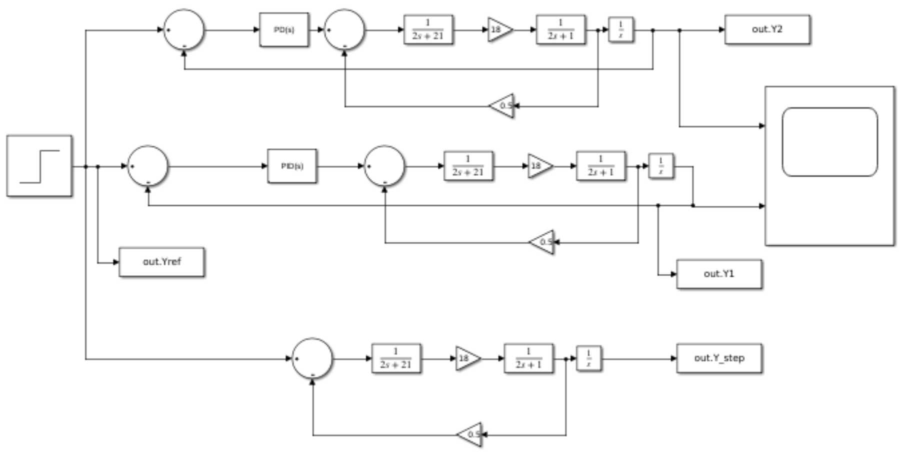

Рис. 8: Общая Simulink-схема