CAPÍTULO 2

Movimiento en una dimensión

En las carreras de dragsters un conductor quiere una aceleración tan grande como sea posible. En una distancia de un cuarto de milla, un vehículo alcanza rapideces de más de 320 mi/h y cubre toda la distancia en menos de 5 s. (*George Lepp/Stone/Getty Images*)

Como una primera etapa en el estudio de la mecánica clásica, se describe el movimiento de un objeto ignorando las interacciones con agentes externos que pueden causar o modificar dicho movimiento. Esta parte de la mecánica clásica se llama *cinemática.* (La palabra *cinemática* tiene la misma raíz que *cinema*.) En este capítulo se considera sólo el movimiento en una dimensión, esto es: el movimiento de un objeto a lo largo de una línea recta.

A partir de la experiencia cotidiana es claro que el movimiento de un objeto representa un cambio continuo en la posición del objeto. En física se clasifica por categorías el movimiento en tres tipos: traslacional, rotacional y vibratorio. Un automóvil que viaja en una autopista es un ejemplo de movimiento traslacional, el giro de la Tierra sobre su eje es un ejemplo de movimiento rotacional, y el movimiento de ida y vuelta de un péndulo es un ejemplo de movimiento vibratorio. En este y los siguientes capítulos se tratará sólo con el movimiento traslacional. (Más tarde, en el libro, se discutirán los movimientos rotacional y vibratorio.)

En el estudio del movimiento traslacional se usa el **modelo de partícula** y el objeto en movimiento se describe como una *partícula* sin importar su tamaño. Recuerde nuestro análisis de la sección 1.2, acerca de la construcción de modelos para situaciones físicas. En general, **una partícula es un objeto parecido a un punto, es decir: un objeto que tiene masa pero es de tamaño infinitesimal**. Por ejemplo, si quiere describir el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, puede considerar a la Tierra como partícula y obtener datos razonablemente precisos acerca de su órbita. Esta aproximación se justifica porque el radio de la órbita de la

Tierra es grande en comparación con las dimensiones de la Tierra y del Sol. Como ejemplo, en una escala mucho más pequeña, es posible explicar la presión que ejerce un gas sobre las paredes de un contenedor al tratar las moléculas de gas como partículas, sin importar su estructura interna.

2.1 Posición, velocidad y rapidez

Posición ▶

La **posición** x de una partícula es la ubicación de la partícula respecto a un punto de referencia elegido que se considera el origen de un sistema coordenado. El movimiento de una partícula se conoce por completo si la posición de la partícula en el espacio se conoce en todo momento.

Considere un automóvil que se mueve hacia adelante y en reversa a lo largo del eje x como en la figura 2.1a. Cuando comienza a recopilar datos de posición, el automóvil está a 30 m a la derecha de un punto de referencia $x = 0$. Aplique el modelo de partícula para identificar algún punto en el automóvil, tal vez la manija de la puerta delantera, como una partícula que representa a todo el automóvil.

Tabla 2.1 Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

Active el cronómetro y una vez cada 10 s anote la posición del automóvil. Como aparece en la tabla 2.1, el automóvil se mueve hacia la derecha (que se definió como la dirección positiva) durante los primeros 10 s de movimiento, desde la posición Ⓐ a la posición Ⓑ. Después de Ⓑ, los valores de posición comienzan a disminuir, lo que indica que el automóvil regresa desde la posición Ⓑ hasta la posición Ⓕ. De hecho, en Ⓓ, 30 s después de comenzar a medir, el automóvil está en el origen de coordenadas (vea la figura 2.1a). Continúa moviéndose hacia la izquierda y está a más de 50 m a la izquierda de $x = 0$ cuando se deja de registrar información después del sexto punto de datos. En la figura 2.1b se presenta una representación gráfica de esta información. A dicha gráfica se le llama *gráfica posición-tiempo*.

Observe ahora las *representaciones alternativas* de información que se usaron para el movimiento del automóvil. La figura 2.1a es una *representación pictórica*, mientras que la figura 2.1b es una *representación gráfica*. La tabla 2.1 es una *representación tabular* de la misma información. Usar representaciones alternativas es una excelente estrategia para comprender la situación en un problema dado. En todo caso, la meta en muchos problemas es lograr una *representación matemática*, la cual se analiza para resolver algún fragmento de información solicitada.

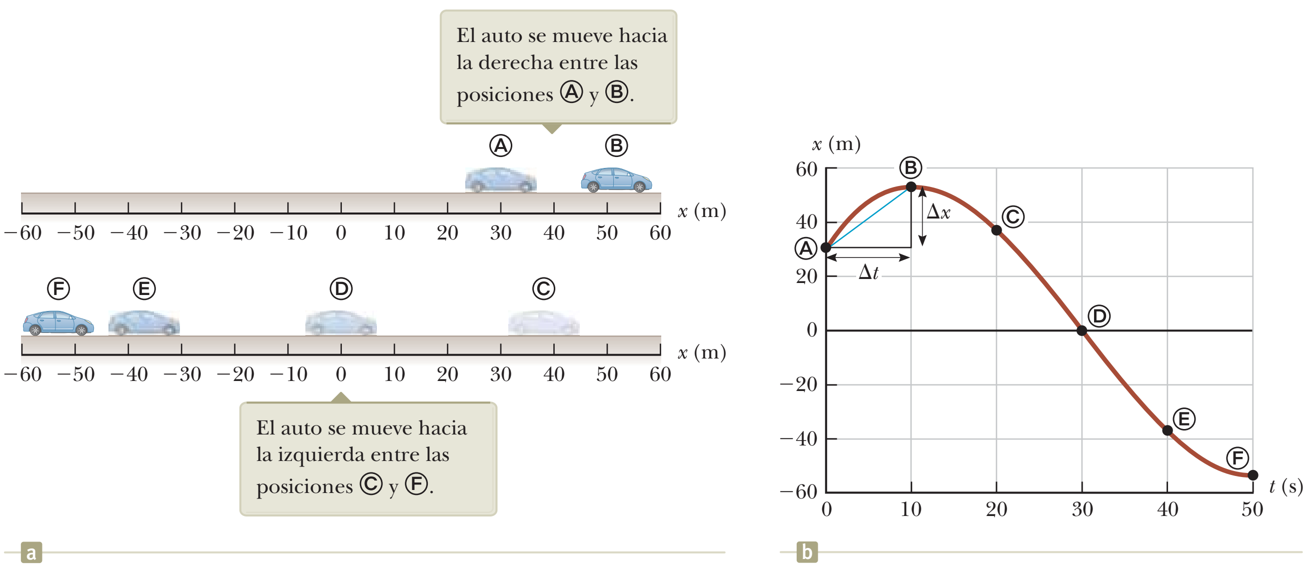


Figura 2.1 Un automóvil va hacia adelante y en reversa a lo largo de una línea recta. Ya que se tiene interés sólo en el movimiento traslacional del automóvil, se le modela como una partícula. Se pueden usar varias representaciones para la información del movimiento del automóvil. La tabla 2.1 es una representación tabular de la información. (a) Representación pictórica del movimiento del automóvil. (b) Representación gráfica (gráfica posición-tiempo) del movimiento del automóvil.

A partir de los datos de la tabla 2.1 se determina fácilmente el cambio en posición del automóvil para varios intervalos de tiempo. El **desplazamiento** Δx de una partícula se define como su cambio en posición en algún intervalo de tiempo. Conforme la partícula se mueve desde una posición inicial x_i a una posición final x_f, su desplazamiento está dado por

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad (2.1)$$

◀ **Desplazamiento**

Se usa la letra griega mayúscula delta (Δ) para denotar el *cambio* en una cantidad. A partir de esta definición se ve que x es positiva si x_f es mayor que x_i y negativo si x_f es menor que x_i.

Es muy importante reconocer la diferencia entre desplazamiento y distancia recorrida. **Distancia** es la longitud de una trayectoria seguida por una partícula. Considere, por ejemplo, a los jugadores de basquetbol de la figura 2.2. Si un jugador corre desde la canasta de su propio equipo a lo largo de la cancha hasta la canasta del otro equipo y luego regresa a su propia canasta, el *desplazamiento* del jugador durante este intervalo de tiempo es cero, porque terminó en el mismo punto del que partió: $x_f = x_i$, de modo que $\Delta x = 0$. Sin embargo, durante este intervalo de tiempo, se movió a lo largo de una distancia equivalente al doble de la longitud de la cancha de basquetbol. La distancia siempre se representa como un número positivo, mientras que el desplazamiento puede ser positivo o negativo.

Brian Drake/Time Life Pictures/Getty Images

Figura 2.2 En esta cancha de basquetbol, los jugadores corren de ida y vuelta durante todo el juego. La distancia que corren los jugadores durante el tiempo de juego es distinta de cero. El desplazamiento de los jugadores durante el tiempo de juego es aproximadamente cero porque deben regresar al mismo punto una y otra vez.

El desplazamiento es un ejemplo de una cantidad vectorial. Muchas otras cantidades físicas, incluida posición, velocidad y aceleración, también son vectores. En general, una **cantidad vectorial** requiere la especificación tanto de dirección como de magnitud. En contraste, una **cantidad escalar** tiene un valor numérico y no dirección. En este capítulo se usan los signos positivo (+) y negativo (−) para indicar la dirección del vector. Por ejemplo, para movimiento horizontal especifique a su arbitrio a la derecha como la dirección positiva. Después, cualquier objeto que siempre se mueva a la derecha experimenta un desplazamiento positivo $\Delta x > 0$ y cualquier objeto que se mueva hacia la izquierda experimenta un desplazamiento negativo, de modo que $\Delta x < 0$. En el capítulo 3 se tratarán las cantidades vectoriales con más detalle.

Todavía no se menciona un punto muy importante. Note que los datos de la tabla 2.1 resultan sólo en los seis puntos de datos de la gráfica de la figura 2.1b. Por lo tanto, el movimiento de la partícula no se conoce por completo, ya que no conocemos su posición en *todo* momento. La curva uniforme que se dibuja a través de los seis puntos de la gráfica sólo es una *posibilidad* del movimiento real del automóvil. Únicamente se tiene información acerca de seis instantes de tiempo; no se tiene idea de lo que ocurrió entre los puntos de datos. La curva suave es una *suposición* de lo que ocurrió, pero tenga en mente que *sólo* es una suposición. Si la curva suave representa el movimiento real del automóvil, la gráfica contiene información acerca de todo el intervalo de 50 s durante los que se observó el movimiento del automóvil.

Es mucho más fácil ver los cambios en la posición a partir de la gráfica que de una descripción verbal o incluso de una tabla de números. Por ejemplo, es claro que el automóvil cubre más terreno durante la mitad del intervalo de 50 s que al final. Entre las posiciones Ⓒ y Ⓓ, el automóvil viaja casi 40 m, pero durante los últimos 10 s, entre las posiciones Ⓔ y Ⓕ, se mueve a menos de la mitad de esa distancia. Una forma común de comparar estos diferentes movimientos es dividir el desplazamiento Δx que se presenta entre dos lecturas de cronómetro entre el valor de dicho intervalo de tiempo particular Δt. El resultado evidencia ser una relación muy útil, que se usará muchas veces. A esta relación se le ha dado un nombre especial: *velocidad promedio*. La **velocidad promedio** $v_{x,\text{prom}}$ de una partícula se define como el desplazamiento x de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo t durante el que ocurre dicho desplazamiento:

$$v_{x,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.2)$$

◀ **Velocidad promedio**

donde el subíndice x indica movimiento a lo largo del eje x. A partir de esta definición es claro que la velocidad promedio tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo (L/T), o metros por segundo en unidades del SI.

La velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es positiva o negativa, dependiendo del signo del desplazamiento. (El intervalo de tiempo Δt siempre es positivo.) Si la coordenada de la partícula aumenta en el tiempo (esto es, si $x_f > x_i$), Δx es positiva y $v_{x,\text{prom}} = \Delta x/\Delta t$ es positiva. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x positiva, esto es, hacia valores más grandes de x. Si la coordenada disminuye en el tiempo (esto es, si $x_f < x_i$), Δx es negativa y por lo tanto $v_{x,\text{prom}}$ es negativa. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x negativa.

La velocidad promedio se interpreta geométricamente al dibujar una línea recta entre dos puntos en la gráfica posición-tiempo en la figura 2.1b. Esta recta forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo de altura Δx y baseΔt. La pendiente de esta recta es la razón $\Delta x/\Delta t$, que se definió como velocidad promedio en la ecuación 2.2. Por ejemplo, la recta entre las posiciones Ⓐ y Ⓑ en la figura 2.1b tiene una pendiente igual a la velocidad promedio del automóvil entre dichos dos tiempos $(52 \text{ m} - 30 \text{ m})/(10 \text{ s} - 0) = 2.2 \text{ m/s}$.

En el uso cotidiano, los términos *rapidez* y *velocidad* promedio son intercambiables. Sin embargo, en física hay una clara distinción entre estas dos cantidades. Considere una competidora de maratón que corre una distancia d de más de 40 km y aun así termina en su punto de partida. Su desplazamiento total es cero, ¡así que su velocidad promedio es cero! No obstante, es necesario cuantificar cuán rápido corre. Una relación ligeramente diferente logra esto. La **rapidez promedio** v_{prom} de una partícula, una cantidad escalar, se define como la distancia total recorrida dividida entre el intervalo de tiempo total requerido para recorrer dicha distancia:

Rapidez promedio ▶

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \quad \textbf{(2.3)}$$

La unidad del SI de la rapidez promedio es la misma que la unidad de velocidad promedio: metros por segundo. Sin embargo, a diferencia de la velocidad promedio, la rapidez promedio no tiene dirección y siempre se expresa como un número positivo. Advierta la clara distinción entre las definiciones de velocidad promedio y rapidez promedio: la velocidad promedio (ec. 2.2) es el *desplazamiento* dividido entre el intervalo de tiempo, mientras que la rapidez promedio (ec. 2.3) es la distancia recorrida dividida entre el intervalo de tiempo.

El conocimiento de la velocidad promedio o la rapidez promedio de una partícula no proporciona información acerca de los detalles del viaje. Por ejemplo, suponga que le toma 45.0 s andar 100 m por un largo corredor recto hacia su puerta de salida en el aeropuerto. En la marca de 100 m, se da cuenta que pasó los baños y regresa 25.0 m a lo largo del mismo corredor, y faltan 10.0 s para el viaje de regreso. La magnitud de su *velocidad* promedio es +75.0 m/55.0 s = +1.36 m/s. La *rapidez* promedio para su viaje es 125 m/55.0 s = 2.27 m/s. Es posible que haya viajado a varias rapideces durante la caminata. Ninguna velocidad promedio ni rapidez promedio proporciona información acerca de estos detalles.

Prevención de riesgos ocultos 2.1

Rapidez promedio y velocidad promedio La magnitud de la velocidad promedio *no* es la rapidez promedio. Por ejemplo, considere a la corredora de maratón que se analizó en la ecuación 2.3. La magnitud de su velocidad promedio es cero, pero su rapidez promedio claramente es distinta de cero.

Examen rápido 2.1 ¿Bajo cuáles de las siguientes condiciones la magnitud de la velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es más pequeña que la rapidez promedio durante algún intervalo de tiempo? **(a)** una partícula se mueve en la dirección $+x$ sin regresar, **(b)** una partícula se mueve en la dirección $-x$ sin regresar, **(c)** una partícula se mueve en la dirección $+x$ y luego invierte la dirección de su movimiento, **(d)** no existen condiciones para que esto sea cierto.

Ejemplo 2.1 Cálculo de velocidad y rapidez promedio

Encuentre el desplazamiento, velocidad promedio y rapidez promedio del automóvil de la figura 2.1a entre las posiciones Ⓐ y Ⓕ.

2.1 continuación

SOLUCIÓN

Consulte la figura 2.1 para formar una imagen mental del automóvil y su movimiento. Modele el automóvil como una partícula. A partir de la gráfica posición-tiempo dada en la figura 2.1b, note que $x_{Ⓐ} = 30$ m en $t_{Ⓐ} = 0$ s y que $x_{Ⓕ} = -53$ m en $t_{Ⓕ} = 50$ s.

Use la ecuación 2.1 para encontrar el desplazamiento del automóvil: $\Delta x = x_{Ⓕ} - x_{Ⓐ} = -53 \text{ m} - 30 \text{ m} = \boxed{-83 \text{ m}}$

Este resultado significa que el automóvil termina 83 m en la dirección negativa (a la izquierda, en este caso) desde donde partió. Este número tiene las unidades correctas y es del mismo orden de magnitud que los datos proporcionados. Un vistazo rápido a la figura 2.1a indica que es la respuesta correcta.

Aplique la ecuación 2.2 para encontrar la velocidad promedio del auto:

$$v_{x,\text{ prom}} = \frac{x_{Ⓕ} - x_{Ⓐ}}{t_{Ⓕ} - t_{Ⓐ}}$$

$$= \frac{-53 \text{ m} - 30 \text{ m}}{50 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{-83 \text{ m}}{50 \text{ s}} = \boxed{-1.7 \text{ m/s}}$$

No es posible encontrar sin ambigüedad la rapidez promedio del automóvil a partir de los datos de la tabla 2.1, porque no se tiene información acerca de las posiciones del automóvil entre los puntos de datos. Si se adopta la suposición de que los detalles de la posición del automóvil se describen mediante la curva de la figura 2.1b, la distancia recorrida es 22 m (desde Ⓐ a Ⓑ) más 105 m (de Ⓑ a Ⓕ)), para un total de 127 m.

Aplique la ecuación 2.3 para encontrar la rapidez promedio del automóvil: $v_{\text{prom}} = \dfrac{127 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 2.5 \text{ m/s}$

Note que la rapidez promedio es positiva, como debe ser. Considere que la curva café de la figura 2.1b fuese diferente, de modo que entre 0 s y 10 s viaja desde Ⓐ a 100 m y luego regresa a Ⓑ. La rapidez promedio del automóvil cambiaría porque la distancia es diferente, pero la velocidad promedio no cambiaría.

2.2 Velocidad y rapidez instantáneas

Con frecuencia es necesario conocer la velocidad de una partícula en un instante específico en el tiempo t en lugar de la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo finito Δt. En otras palabras, nos gustaría poder especificar su velocidad de manera tan precisa como detalla su posición al notar lo que ocurre en una lectura particular de reloj; esto es, en algún instante específico. ¿Qué significa hablar acerca de qué tan rápido se mueve algo si se “congela el tiempo” y sólo hablar acerca de un instante individual? A finales del siglo XVI, con la invención del cálculo, los científicos empezaron a razonar las formas de describir el movimiento de un objeto en cualquier momento.

Para ver cómo se hace esto, considere la figura 2.3a (página 26), que es una reproducción de la gráfica de la figura 2.1b. ¿Cuál es la velocidad de la partícula en $t = 0$? Ya se discutió la velocidad promedio para el intervalo durante el cual el automóvil se mueve desde la posición Ⓐ hasta la posición Ⓑ (dada por la pendiente de la recta azul) y para el intervalo durante el cual se mueve de Ⓐ a Ⓕ (representado por la pendiente de la recta azul más larga y que se calculó en el ejemplo 2.1). El automóvil comienza a moverse hacia la derecha, que se define como la dirección positiva. Debido a esto, al ser positivo, el valor de la velocidad promedio durante el intervalo de Ⓐ a Ⓑ es más representativo de la velocidad inicial que el valor de la velocidad promedio durante el intervalo de Ⓐ a Ⓕ, que se determinó como negativa en el ejemplo 2.1. Ahora enfóquese en la recta azul corta y deslice el punto Ⓑ hacia la izquierda a lo largo de la curva, hacia el punto Ⓐ, como en la figura 2.3b. La recta entre los puntos se vuelve cada vez más inclinada, y conforme los dos puntos se vuelven en extremo próximos, la recta se convierte en una recta tangente a la curva, indicada por la recta verde en la figura 2.3b. La pendiente de esta recta tangente representa la velocidad del automóvil en el punto Ⓐ. Lo que se hizo fue determinar

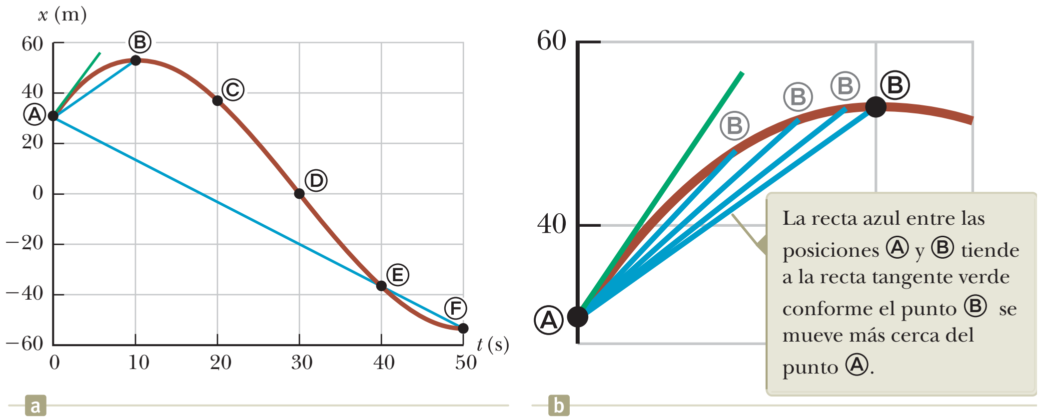


Figura 2.3 (a) Gráfica que representa el movimiento del automóvil de la figura 2.1. (b) Una ampliación de la esquina superior izquierda de la gráfica.

Prevención de riesgos ocultos 2.2

Pendientes de gráficas En cualquier gráfica de datos físicos, la pendiente representa la razón del cambio en la cantidad representada en el eje vertical al cambio en la cantidad representada en el eje horizontal. Recuerde que *una pendiente* tiene unidades (a menos que ambos ejes tengan las mismas unidades). Las unidades de la pendiente de la figura 2.1b y la figura 2.3 son metros por segundo, las unidades de velocidad.

la *velocidad instantánea* en dicho momento. En otras palabras, la **velocidad instantánea** v_x es igual al valor límite de la razón $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero:[1]

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.4}$$

En notación de cálculo, este límite se llama *derivada* de x respecto a t, y se escribe dx/dt:

Velocidad instantánea ▶

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \tag{2.5}$$

La velocidad instantánea puede ser positiva, negativa o cero. Cuando la pendiente de la gráfica posición-tiempo es positiva, como en cualquier momento durante los primeros 10 s en la figura 2.3, v_x es positiva y el automóvil se mueve hacia valores más grandes de x. Después del punto Ⓑ, v_x es negativa porque la pendiente es negativa y el automóvil se mueve hacia valores más pequeños de x. En el punto Ⓑ, la pendiente y la velocidad instantánea son cero y el automóvil está momentáneamente en reposo.

De aquí en adelante, se usa la palabra velocidad para designar velocidad instantánea. Cuando se esté interesado en *velocidad promedio*, siempre se usará el adjetivo *promedio*.

Prevención de riesgos ocultos 2.3

Rapidez instantánea y velocidad instantánea En la Prevención de riesgos ocultos 2.1 se argumentó que la magnitud de la velocidad promedio no es la rapidez promedio. Sin embargo, la magnitud de la velocidad instantánea es la rapidez instantánea. En un intervalo de tiempo infinitesimal, la magnitud del desplazamiento es igual a la distancia recorrida por la partícula.

La **rapidez instantánea** de una partícula se define como la magnitud de su velocidad instantánea. Como con la rapidez promedio, la rapidez instantánea no tiene dirección asociada con ella. Por ejemplo, si una partícula tiene una velocidad instantánea de +25 m/s a lo largo de una recta dada y otra partícula tiene una velocidad instantánea de −25 m/s a lo largo de la misma recta, ambas tienen una rapidez[2] de 25 m/s.

Examen rápido 2.2 ¿Los integrantes de la patrulla de caminos están más interesados en **(a)** la rapidez promedio o **(b)** la rapidez instantánea mientras usted conduce?

Ejemplo conceptual 2.2 La velocidad de diferentes objetos

Considere los siguientes movimientos unidimensionales: (**A**) una bola lanzada directamente hacia arriba llega al punto más alto y cae de vuelta hacia la mano del lanzador; (**B**) un automóvil de carreras parte del reposo y aumenta su rapidez hasta 100 m/s, y (**C**) una nave espacial navega por el espacio con velocidad constante. ¿Existen algunos puntos en el movimiento de estos objetos donde la velocidad instantánea tenga el mismo valor que la velocidad promedio durante todo el movimiento? Si es así, identifique el (los) punto(s).

[1] Observe que el desplazamiento Δx también tiende a cero conforme Δt tiende a cero, de modo que la razón parece 0/0. Aunque este cociente puede parecer difícil de evaluar, el cociente tiene un valor específico. Como Δx y Δt se vuelven cada vez más pequeños, la razón $\Delta x/\Delta t$ tiende a un valor igual a la pendiente de la recta tangente a la curva x en función de t.

[2] Como con la velocidad, se quita el adjetivo para rapidez instantánea. "Rapidez" significa rapidez instantánea.

2.2 continuación

SOLUCIÓN

(A) La velocidad promedio para la bola lanzada es cero porque la bola regresa al punto de partida; por lo tanto, su desplazamiento es cero. Hay un punto donde la velocidad instantánea es cero: en lo alto del movimiento.

(B) La velocidad promedio del automóvil no se puede evaluar sin ambigüedad con la información dada, pero debe tener algún valor entre 0 y 100 m/s. Puesto que el automóvil tendrá una velocidad instantánea entre 0 y 100 m/s en algún momento durante el intervalo, debe haber algún instante cuando la velocidad instantánea sea igual a la velocidad promedio durante todo el movimiento.

(C) Puesto que la velocidad instantánea de la nave espacial es constante, su velocidad instantánea en cualquier tiempo y su velocidad promedio durante *cualquier* intervalo de tiempo son iguales.

Ejemplo 2.3 Velocidad promedio e instantánea

Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = -4t + 2t^2$, donde x está en metros y t está en segundos.[3] La gráfica posición-tiempo para este movimiento se muestra en la figura 2.4a. Como la posición de la partícula está dada por una función matemática, el movimiento de la partícula es completamente conocido, a diferencia del automóvil de la figura 2.1. Note que la partícula se mueve en la dirección x negativa durante el primer segundo de movimiento, en el momento $t = 1$ s está momentáneamente en reposo y se mueve en la dirección x positiva en tiempos $t > 1$ s.

(A) Determine el desplazamiento de la partícula en los intervalos de tiempo $t = 0$ a $t = 1$ s y $t = 1$ s a $t = 3$ s.

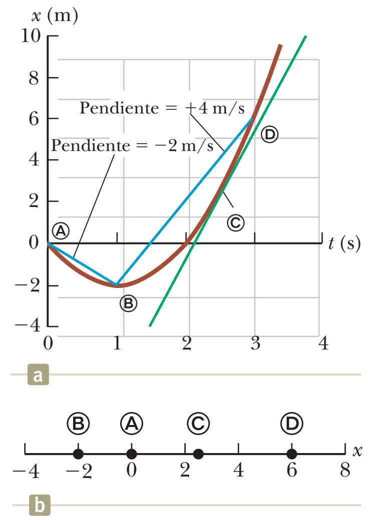


Figura 2.4 (Ejemplo 2.3) (a) Gráfica posición-tiempo para una partícula que tiene una coordenada x que varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $x = -4t + 2t^2$. (b) La partícula se mueve en una dimensión a lo largo del eje x.

SOLUCIÓN

A partir de la gráfica de la figura 2.4, elabore una representación mental del movimiento de la partícula. Tenga en mente que la partícula no se mueve en una trayectoria curva en el espacio, tal como la que muestra la curva café en la exposición gráfica. La partícula se mueve sólo a lo largo del eje x en una dimensión como se muestra en la figura 2.4b. En $t = 0$, ¿se mueve a la derecha o a la izquierda?

Durante el primer intervalo de tiempo, la pendiente es negativa y por lo tanto la velocidad promedio es negativa. En consecuencia, se sabe que el desplazamiento entre Ⓐ y Ⓑ debe ser un número negativo que tiene unidades de metros. De igual modo, se espera que el desplazamiento entre Ⓑ y Ⓓ sea positivo.

En el primer intervalo de tiempo, haga $t_i = t_Ⓐ = 0$ y $t_f = t_Ⓑ = 1$ s y aplique la ecuación 2.1 para encontrar el desplazamiento:

$$\Delta x_{Ⓐ\to Ⓑ} = x_f - x_i = x_Ⓑ - x_Ⓐ$$
$$= [-4(1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2] = \boxed{-2 \text{ m}}$$

Para el segundo intervalo de tiempo ($t = 1$ s a $t = 3$ s), sea $t_i = t_Ⓑ = 1$ s y $t_f = t_Ⓓ = 3$ s:

$$\Delta x_{Ⓑ\to Ⓓ} = x_f - x_i = x_Ⓓ - x_Ⓑ$$
$$= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2] = \boxed{+8 \text{ m}}$$

También es posible leer estos desplazamientos directamente de la gráfica posición-tiempo.

(B) Calcule la velocidad promedio durante estos dos intervalos de tiempo.

continúa

[3] Simplemente para facilitar la lectura, la expresión se escribe como $-4t + 2t^2$ en lugar de $x = (-4.00 \text{ m/s})t + (2.00 \text{ m/s}^2)t^{2.00}$. Cuando una ecuación resume observaciones, considere que sus coeficientes tienen tantos dígitos significativos como otros datos citados en el problema. Considere que sus coeficientes tienen las unidades requeridas para una consistencia dimensional. Cuando inicie el cronómetro en $t = 0$, por lo general no se tiene la intención de limitar la precisión a un solo dígito. Considere que cualquier valor cero en este libro tiene tantas cifras significativas como necesite.

▸ 2.3 continuación

SOLUCIÓN

En el primer intervalo de tiempo, aplique la ecuación 2.2 con $\Delta t = t_f - t_i = t_Ⓑ - t_Ⓐ = 1$ s:

$$v_{x,\text{prom}\,(Ⓐ \to Ⓑ)} = \frac{\Delta x_{Ⓐ \to Ⓑ}}{\Delta t} = \frac{-2\text{ m}}{1\text{ s}} = \boxed{-2\text{ m/s}}$$

En el segundo intervalo de tiempo, $\Delta t = 2$ s:

$$v_{x,\text{prom}\,(Ⓑ \to Ⓓ)} = \frac{\Delta x_{Ⓑ \to Ⓓ}}{\Delta t} = \frac{8\text{ m}}{2\text{ s}} = \boxed{+4\text{ m/s}}$$

Estos valores son los mismos que las pendientes de las rectas que unen estos puntos en la figura 2.4.

(C) Encuentre la velocidad instantánea de la partícula en $t = 2.5$ s.

SOLUCIÓN

Mida la pendiente de la recta verde en $t = 2.5$ s (punto Ⓒ) en la figura 2.4a:

$$v_x = \frac{10\text{ m} - (-4\text{ m})}{3.8\text{ s} - 1.5\text{ s}} = \boxed{+6\text{ m/s}}$$

Observe que esta velocidad instantánea está en el mismo orden de magnitud que los resultados anteriores; esto es, unos cuantos metros por segundo. ¿Esto es lo que habría esperado?

2.3 Análisis de modelo: la partícula bajo velocidad constante

Análisis de modelo ▸

En la sección 1.2 se estudió la importancia de hacer análisis de modelos. Un modelo particularmente importante en la solución de problemas físicos es usar *análisis de modelos*. Un **análisis de modelo** es una situación común que se presenta una y otra vez en la resolución de problemas de física. Puesto que representa una situación común, también representa un tipo común de problemas que ya se ha resuelto. Cuando se identifica un análisis de modelo en un nuevo problema, la solución al nuevo problema se puede modelar después de que el problema previo ya fue resuelto. Los análisis de modelos nos ayudan a reconocer situaciones comunes y nos guían hacia una solución al problema. La forma que toma un análisis de modelo es una de cualquiera de las dos descripciones siguientes: (1) el comportamiento de alguna entidad física o (2) la interacción entre dicha entidad y el entorno. Cuando encuentre un nuevo problema, debe identificar los detalles fundamentales del mismo e intentar reconocer cuál de los tipos de problemas que ya resolvió sirve como modelo para el nuevo. Por ejemplo, suponga que un automóvil se mueve a lo largo de una autopista recta con una rapidez constante. ¿Es importante que sea un automóvil? ¿Es importante que sea una autopista? Si las respuestas a ambas preguntas son no, represente el automóvil como una *partícula bajo velocidad constante*, que se discutirá en esta sección. Una vez que el problema se ha modelado, ya no se trata de un automóvil. Se trata de una partícula sometida a un cierto tipo de movimiento, un movimiento que ya hemos estudiado antes.

Este método es un poco similar a la práctica común de la profesión legal de encontrar "antecedentes legales". Si se encuentra un caso resuelto con anterioridad que sea muy similar, en cuanto a lo legal, al actual, se ofrece como modelo y se plantea un argumento en la corte que los vincule en términos lógicos. Por lo tanto, el fallo en el caso previo se usa para influir en el fallo del caso actual. En física sucederá algo similar. Para un problema determinado busque un "precedente físico", un modelo con el que ya esté familiarizado y que sea aplicable al problema actual.

Todos los análisis de modelos se generarán respecto a cuatro modelos de simplificación fundamentales. El primero es el modelo de partícula discutido en la introducción de este capítulo; se observará una partícula bajo varios comportamientos e interacciones ambientales. En capítulos siguientes se introducen más análisis de modelos en función de modelos de simplificación de un *sistema*, un *objeto rígido* y una *onda*. Una vez introducidos dichos análisis de modelos, se verá que aparecen de nuevo una y otra vez en diferentes situaciones de problemas.

Cuando se resuelve un problema, se debe evitar navegar por el capítulo en busca de una ecuación que contenga la incógnita que se pide en el problema. En muchos casos, la ecuación que encuentre puede no tener nada que ver con el problema que está intentando resolver. Es *mucho* mejor tomar este primer paso: **identificar el análisis de modelo que sea apropiado para el problema**. Para hacer esto, piense cuidadosamente acerca de qué está pasando en el problema y hágalo coincidir con una situación que ya haya tenido. Una vez que se ha identificado el análisis de modelo, hay un pequeño número de ecuaciones para elegir que sean apropiadas para ese modelo, a veces una sola ecuación. Por lo tanto, **el modelo le indica qué ecuación(es) utilizar para la representación matemática**.

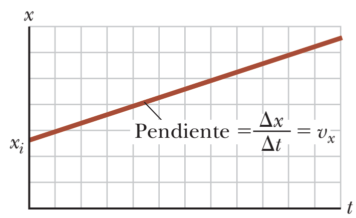


Figura 2.5 Gráfica posición-tiempo para una partícula bajo velocidad constante. El valor de la velocidad constante es la pendiente de la recta.

Apliquemos la ecuación 2.2 para construir el primer análisis de modelo para resolver problemas. Considere una partícula que se mueve con una velocidad constante. El modelo de **partícula bajo velocidad constante** se aplica a *cualquier* situación en la que una entidad que se pueda representar como partícula se mueva con velocidad constante. Esta situación ocurre con frecuencia, de modo que este modelo es importante.

Si la velocidad de una partícula es constante, su velocidad instantánea en cualquier instante durante un intervalo de tiempo es la misma que la velocidad promedio durante el intervalo. Esto es, $v_x = v_{x,\text{prom}}$. Debido a esto, la ecuación 2.2 proporciona una ecuación útil para la representación matemática de esta situación:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.6}$$

Al recordar que $\Delta x = x_f - x_i$, se ve que $v_x = (x_f - x_i)/\Delta t$, o bien

$$x_f = x_i + v_x \Delta t$$

Esta ecuación dice que la posición de la partícula está dada por la suma de su posición original x_i en el tiempo $t = 0$ más el desplazamiento $v_x\,\Delta t$ que ocurre durante el intervalo de tiempo Δt. En la práctica, por lo general se elige el tiempo al principio del intervalo como $t_i = 0$ y el tiempo al final del intervalo como $t_f = t$, de modo que la ecuación se convierte en

$$x_f = x_i + v_x t \quad (\text{para } v_x \text{ constante}) \tag{2.7}$$

◀ **Posición como una función del tiempo para el modelo de la partícula bajo velocidad constante**

Las ecuaciones 2.6 y 2.7 son las ecuaciones básicas que se utilizan en el modelo de una partícula bajo velocidad constante. Cuando se ha identificado el modelo que ha de analizarse en un problema para una partícula bajo velocidad constante, se puede voltear hacia estas ecuaciones.

La figura 2.5 es una representación gráfica de la partícula bajo velocidad constante. En esta gráfica posición-tiempo, la pendiente de la recta que representa el movimiento es constante e igual a la magnitud de la velocidad. La ecuación 2.7, que es la ecuación de una línea recta, es la representación matemática del modelo de partícula bajo velocidad constante. La pendiente de la línea recta es v_x y la ordenada al origen y es x_i en ambas representaciones.

En el ejemplo 2.4 se muestra una aplicación de la partícula bajo el modelo de velocidad constante. Observe el icono de análisis de modelo AM, que se utiliza para identificar ejemplos en los que se emplean análisis de modelo en la solución. Debido a los amplios beneficios de la utilización del método del análisis de modelo, se dará cuenta que un gran número de los ejemplos en el libro llevarán este icono.

Ejemplo 2.4 Modelado de un corredor como una partícula AM

Una kinesióloga está estudiando la biomecánica del cuerpo humano. (Kinesiología es el estudio del movimiento del cuerpo humano. Note la conexión a la palabra cinemática.) Ella determina la velocidad de un sujeto experimental mientras corre a lo largo de una línea recta con una rapidez constante. La kinesióloga activa el cronómetro cuando el corredor pasa por un punto dado y lo detiene después que el corredor pasa por otro punto a 20 m de distancia. El intervalo de tiempo que indica el cronómetro es 4.0 s.

(A) ¿Cuál es la velocidad del corredor

continúa

2.4 continuación

SOLUCIÓN

Modelamos al corredor en movimiento como partícula porque su tamaño y el movimiento de brazos y piernas son detalles innecesarios. Puesto que el problema establece que el sujeto corre con una rapidez constante, se modela como una *partícula bajo velocidad constante*.

Habiendo identificado el modelo, se aplica la ecuación 2.6 para encontrar la velocidad constante del corredor:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m} - 0}{4.0 \text{ s}} = \boxed{5.0 \text{ m/s}}$$

(B) Si el corredor continúa su movimiento después de desactivar el cronómetro, ¿cuál es su posición después de transcurridos 10 s?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 2.7 y la rapidez que encontró en el inciso (A) para descubrir la posición de la partícula en el tiempo $t = 10$ s:

$$x_f = x_i + v_x t = 0 + (5.0 \text{ m/s})(10 \text{ s}) = \boxed{50 \text{ m}}$$

¿Es el resultado del inciso (A) una velocidad razonable para un ser humano? ¿Cómo se compara con rapideces de récord mundial en carreras de 100 m y 200 m? Observe que el valor en el inciso (B) es más del doble que el de la posición de 20 m donde se desactivó el cronómetro. ¿Este valor es consistente con el tiempo de 10 s que es más del doble que el tiempo de 4.0 s?

Las manipulaciones matemáticas para la partícula bajo velocidad constante están contenidas en la ecuación 2.6 y la siguiente, la ecuación 2.7. Estas ecuaciones sirven para resolver cualquier variable que resulte desconocida en las ecuaciones, si las otras variables son conocidas. Por ejemplo, en el inciso (B) del ejemplo 2.4 se encuentra la posición cuando la velocidad y el tiempo se conocen. De igual modo, si se conocen la velocidad y la posición final se aplica la ecuación 2.7 para encontrar el tiempo cuando el corredor está en dicha posición.

Una partícula bajo velocidad constante se mueve con una rapidez constante a lo largo de una línea recta. Ahora considere una partícula que se mueve con una rapidez constante a lo largo de una trayectoria curva. Esta situación se representa con el **modelo de partícula bajo rapidez constante**. La ecuación básica para este modelo es la ecuación 2.3, con la rapidez promedio v_{prom} sustituida por la rapidez constante v:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.8)}$$

Como ejemplo, considere una partícula que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular. Si la rapidez es 5.00 m/s y el radio de la trayectoria es de 10.0 m, se calcula el intervalo de tiempo requerido para completar un viaje alrededor del círculo:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(10.0 \text{ m})}{5.00 \text{ m/s}} = 12.6 \text{ s}$$

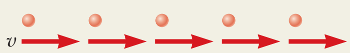
Análisis de modelo — Partícula bajo velocidad constante

Imagínese un objeto en movimiento que puede ser modelado como una partícula. Si se mueve con rapidez constante por un desplazamiento Δx, en línea recta en un intervalo de tiempo Δt, su velocidad constante es

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.6)}$$

La posición de la partícula como una función de tiempo está dada por

$$x_f = x_i + v_x t \qquad \textbf{(2.7)}$$



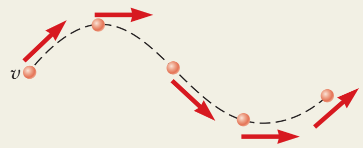
Ejemplos:

- un meteoroide viaja a través del espacio libre de gravedad
- un automóvil que viaja a una rapidez constante sobre una autopista recta
- un corredor que viaja a rapidez constante en un camino perfectamente recto
- un objeto que se mueve con rapidez terminal a través de un medio viscoso (capítulo 6)

Análisis de modelo **Partículas bajo rapidez constante**

Imagínese un objeto en movimiento que puede ser modelado como una partícula. Si se mueve con una rapidez constante a través de una distancia d a lo largo de una línea recta o una trayectoria curva en un intervalo de tiempo Δt, su rapidez constante es

$$v = \frac{d}{\Delta t} \tag{2.8}$$



Ejemplos:

- un planeta que viaja alrededor de una órbita perfectamente circular
- un automóvil que viaja con una rapidez constante en una pista curva
- un corredor que viaja con rapidez constante en una trayectoria curva
- una partícula cargada que se mueve a través de un campo magnético uniforme (capítulo 29)

2.4 Aceleración

En el ejemplo 2.3 se trabajó con una situación común en la cual la velocidad de una partícula cambia mientras se mueve. Cuando la velocidad de ésta cambia con el tiempo, se dice que la partícula *acelera*. Por ejemplo, la magnitud de la velocidad de un automóvil aumenta cuando se pisa el acelerador y disminuye cuando se aplican los frenos. Vea cómo cuantificar la aceleración.

Considere que un objeto representado como una partícula en movimiento a lo largo del eje x tiene una velocidad inicial v_{xi} en el tiempo t_i en la posición Ⓐ y una velocidad final v_{xf} en el tiempo t_f, en la posición Ⓑ como en la figura 2.6a. La curva roja en la figura 2.6b muestra cómo cambia la velocidad con el tiempo. La **aceleración promedio** $a_{x,\text{prom}}$ de la partícula se define como el cambio en velocidad Δv_x dividido entre el intervalo de tiempo t durante el que ocurre el cambio:

$$a_{x,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \tag{2.9}$$

◀ **Aceleración promedio**

Como con la velocidad, cuando el movimiento a analizar sea unidimensional se usan los signos positivo y negativo para indicar la dirección de la aceleración. Puesto que las dimensiones de velocidad son L/T y la dimensión de tiempo es T, la aceleración tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo al cuadrado, o L/T^2. La unidad del SI de aceleración es metros por segundo al cuadrado (m/s^2). Es más sencillo interpretar estas unidades si piensa en ellas como metros por segundo por segundo. Por ejemplo, considere que un objeto tiene una aceleración de $+2\ m/s^2$. Se puede formar una imagen mental del objeto que tiene una velocidad a lo largo de una línea recta y aumenta 2 m/s durante cada intervalo de 1 s. Si el objeto parte del

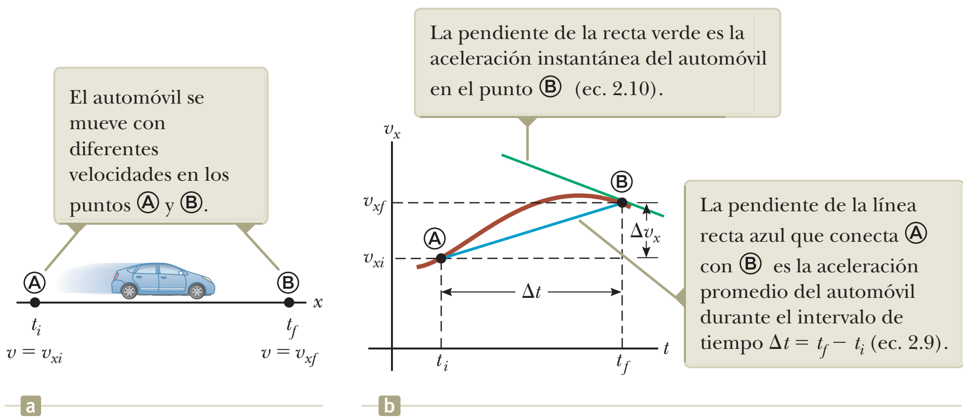


Figura 2.6 (a) Un automóvil, modelado como partícula, que se mueve a lo largo del eje x de Ⓐ a Ⓑ, tiene velocidad v_{xi} en $t = t_i$ y velocidad v_{xf} en $t = t_f$. (b) Gráfica velocidad-tiempo (roja-café) para la partícula que se mueve en una línea recta.

reposo, debe ser capaz de representarlo moviéndose con una velocidad de +2 m/s después de 1 s, a +4 m/s después de 2 s, etcétera.

En algunas situaciones el valor de la aceleración promedio puede ser diferente durante distintos intervalos de tiempo. Por lo tanto, es útil definir la **aceleración instantánea** como el límite de la aceleración promedio conforme Δt tiende a cero. Este concepto es análogo a la definición de velocidad instantánea discutida en la sección 2.2. Si imaginamos que el punto Ⓐ se acerca más y más al punto Ⓑ en la figura 2.6a y toma el límite de $\Delta v_x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero, se obtiene la aceleración instantánea en el punto Ⓑ:

Aceleración instantánea ▶

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad \textbf{(2.10)}$$

Esto es: la aceleración instantánea es igual a la derivada de la velocidad respecto al tiempo, que por definición es la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo. La pendiente de la línea verde en la figura 2.6b es igual a la aceleración instantánea en el punto Ⓑ. Observe que la figura 2.6b es una gráfica de la *velocidad-tiempo,* no es una gráfica de la *posición-tiempo* como en las figuras 2.1b, 2.3, 2.4 y 2.5. Por lo tanto, vemos que así como la velocidad de una partícula en movimiento es la pendiente en un punto sobre la gráfica x–t de la partícula, la aceleración de una partícula es la pendiente en un punto sobre la gráfica v_x–t de la partícula. Uno puede interpretar la derivada de la velocidad respecto al tiempo como la relación de cambio de velocidad en el tiempo. Si a_x es positiva, la aceleración está en la dirección x positiva; si a_x es negativa, la aceleración está en la dirección x negativa.

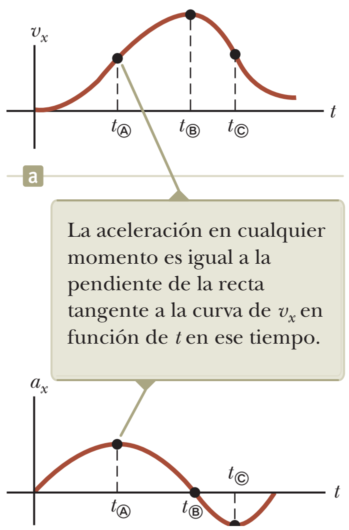


Figura 2.7 (a) La gráfica de velocidad-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x. (b) La aceleración instantánea puede obtenerse a partir de la gráfica de velocidad-tiempo.

La figura 2.7 ilustra cómo una gráfica aceleración-tiempo se relaciona con una gráfica velocidad-tiempo. La aceleración en cualquier tiempo es la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo en dicho tiempo. Los valores positivos de la aceleración corresponden a los puntos en la figura 2.7a, donde la velocidad aumenta en la dirección x positiva. La aceleración alcanza un máximo en el tiempo $t_{\text{Ⓐ}}$, cuando la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo es un máximo. Después, la aceleración llega a cero en el tiempo $t_{\text{Ⓐ}}$, cuando la velocidad es un máximo (esto es: cuando la pendiente de la gráfica v_x–t es cero). La aceleración es negativa cuando la velocidad disminuye en la dirección x positiva, y llega a su valor más negativo en el tiempo $t_{\text{Ⓒ}}$.

Examen rápido 2.3 Haga una gráfica velocidad-tiempo para el automóvil de la figura 2.1a. Suponga que la rapidez límite para el camino en el que se desplaza el auto es 30 km/h. ¿Cierto o falso? El automóvil supera el límite de rapidez en algún momento dentro del intervalo de tiempo 0 − 50 s.

Para el caso de movimiento en una línea recta, la dirección de la velocidad de un objeto y la dirección de su aceleración se relacionan del modo siguiente. Cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su rapidez. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena.

Para ayudar con esta discusión de los signos de velocidad y aceleración, se relaciona la aceleración de un objeto con la fuerza total ejercida sobre el objeto. En el capítulo 5 se establece formalmente que la **fuerza de un objeto es proporcional a la aceleración del mismo**:

$$F_x \propto a_x \qquad \textbf{(2.11)}$$

Esta proporcionalidad indica que la aceleración es causada por una fuerza. Más aún, fuerza y aceleración son vectores, y los vectores actúan en la misma dirección. Debido a esto, piense acerca de los signos de la velocidad y la aceleración al considerar una fuerza aplicada a un objeto y que causa su aceleración. Suponga que velocidad y aceleración están en la misma dirección. Esta situación corresponde a un objeto que experimenta una fuerza que actúa en la misma dirección que su velocidad. En este caso, ¡el objeto aumenta su rapidez! Ahora suponga que velocidad y aceleración están en direcciones opuestas. En esta situación, el objeto se mueve en alguna dirección y experimenta una fuerza que actúa en la dirección opuesta. Por lo tanto, ¡el objeto frena! Es muy útil igualar la dirección de la aceleración a la dirección de una fuerza, porque es más fácil, a partir de la experiencia cotidiana, pensar acerca de qué efecto tendrá una fuerza sobre un objeto que pensar sólo en términos de la dirección de la aceleración.

Examen rápido 2.4 Si un automóvil viaja hacia el Este y frena, ¿cuál es la dirección de la fuerza sobre el automóvil que hace que frene? **(a)** hacia el Este, **(b)** hacia el Oeste, **(c)** ni al Este ni al Oeste.

Desde ahora se usará el término *aceleración* para dar a entender aceleración instantánea. Cuando se hable de aceleración promedio, siempre se usará el adjetivo *promedio*. Puesto que $v_x = dx/dt$, la aceleración también se escribe como

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{2.12}$$

Esto es: en un movimiento unidimensional, la aceleración es igual a la *segunda derivada* de x respecto del tiempo.

Prevención de riesgos ocultos 2.4

Aceleración negativa Tenga en mente que *la aceleración negativa no necesariamente significa que un objeto está frenando*. Si la aceleración es negativa y la velocidad es negativa, ¡el objeto está aumentando velocidad!

Prevención de riesgos ocultos 2.5

Desaceleración La palabra *desaceleración* tiene la connotación popular de *frenar*. En este libro no se usará esta palabra porque confunde la definición dada para aceleración negativa.

Ejemplo conceptual 2.5 Relaciones gráficas entre x, v_x y a_x

La posición de un objeto que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo, como en la figura 2.8a. Grafique la velocidad en función del tiempo y la aceleración en función del tiempo para el objeto.

SOLUCIÓN

La velocidad en cualquier instante es la pendiente de la tangente a la gráfica x–t en dicho instante. Entre $t = 0$ y $t = t_{Ⓐ}$, la pendiente de la gráfica x-t aumenta uniformemente, de modo que la velocidad aumenta linealmente, como se muestra en la figura 2.8b. Entre $t_{Ⓐ}$ y $t_{Ⓑ}$, la pendiente de la gráfica x–t es constante, de esa manera la velocidad permanece constante. Entre $t_{Ⓑ}$ y $t_{Ⓓ}$, la pendiente de la gráfica x–t disminuye, de igual manera el valor de la velocidad en la gráfica v_x–t disminuye. En $t_{Ⓓ}$, la pendiente de la gráfica x–t es cero, por eso la velocidad es cero en dicho instante. Entre $t_{Ⓓ}$ y $t_{Ⓔ}$, la pendiente de la gráfica x–t y también la velocidad son negativas y disminuyen uniformemente en este intervalo. En el intervalo $t_{Ⓔ}$ a $t_{Ⓕ}$, la pendiente de la gráfica x–t todavía es negativa, y en $t_{Ⓕ}$ va a cero. Por último, después de $t_{Ⓕ}$, la pendiente de la gráfica x–t es cero, lo que significa que el objeto está en reposo para $t > t_{Ⓕ}$.

La aceleración en cualquier instante es la pendiente de la tangente a la gráfica v_x–t en dicho instante. En la figura 2.8c se muestra la gráfica de aceleración en función del tiempo para ese objeto. La aceleración es constante y positiva entre 0 y $t_{Ⓐ}$, donde la pendiente de la gráfica v_x–t es positiva. Es cero entre $t_{Ⓐ}$ y $t_{Ⓑ}$ y para $t > t_{Ⓕ}$ porque la pendiente de la gráfica v_x–t es cero en estos tiempos. Es negativa entre $t_{Ⓑ}$ y $t_{Ⓔ}$ porque la pendiente de la gráfica v_x–t es negativa durante ese intervalo. Entre $t_{Ⓔ}$ y $t_{Ⓕ}$ la aceleración es positiva, como lo es entre 0 y $t_{Ⓐ}$, pero mayor en valor porque la pendiente de la gráfica v_x–t es más inclinada.

Observe que los cambios súbitos en aceleración que se muestran en la figura 2.8c no son físicos. Tales cambios instantáneos no ocurren en la realidad.

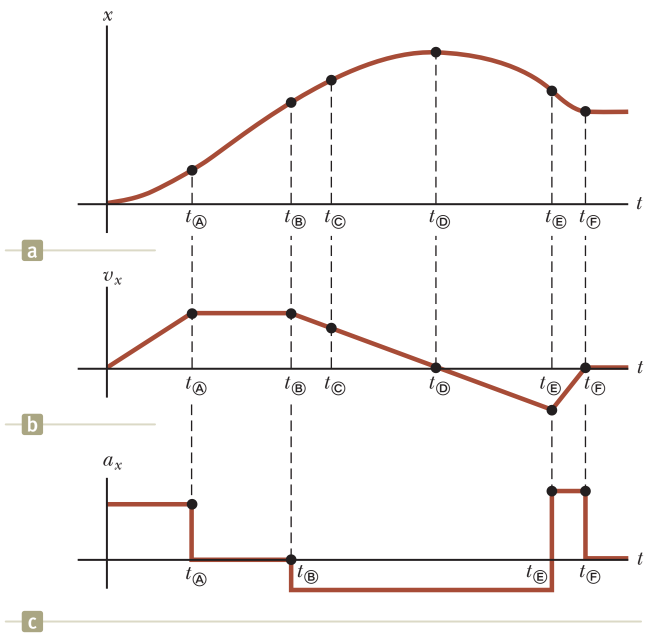


Figura 2.8 (Ejemplo conceptual 2.5) (a) Gráfica posición-tiempo para un objeto que se mueve a lo largo del eje x. (b) La gráfica velocidad-tiempo para el objeto se obtiene al medir la pendiente de la gráfica posición-tiempo en cada instante. (c) La gráfica aceleración-tiempo para el objeto se obtiene al medir la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo en cada instante.

Ejemplo 2.6 Aceleración promedio e instantánea

La velocidad de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía de acuerdo con la expresión $v_x = (40 - 5t^2)$, donde v_x está en m/s y t está en segundos.

(A) Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2.0$ s.

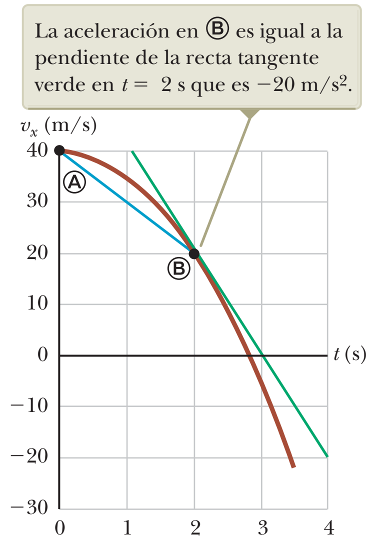


Figura 2.9 (Ejemplo 2.6) Gráfica velocidad-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la expresión $v_x = 40 - 5t^2$.

SOLUCIÓN

Piense qué hace la partícula a partir de la representación matemática. ¿Se mueve en $t = 0$? ¿En qué dirección? ¿Aumenta velocidad o frena? La figura 2.9 es una gráfica v_x–t que se creó a partir de la expresión de velocidad en función del tiempo dada en el enunciado del problema. Puesto que la pendiente de toda la curva v_x–t es negativa, se espera que la aceleración sea negativa.

Encuentre las velocidades en $t_i = t_Ⓐ = 0$ y $t_f = t_Ⓑ = 2.0$ s al sustituir estos valores de t en la expresión para la velocidad:

$$v_{xⒶ} = 40 - 5t_Ⓐ{}^2 = 40 - 5(0)^2 = +40 \text{ m/s}$$

$$v_{xⒷ} = 40 - 5t_Ⓑ{}^2 = 40 - 5(2.0)^2 = +20 \text{ m/s}$$

Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo especificado $\Delta t = t_Ⓑ - t_Ⓐ = 2.0$ s:

$$a_{x\text{prom}} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{v_{xⒷ} - v_{xⒶ}}{t_Ⓑ - t_Ⓐ} = \frac{20 \text{ m/s} - 40 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s} - 0 \text{ s}}$$

$$= \boxed{-10 \text{ m/s}^2}$$

El signo negativo es consistente con las expectativas: la aceleración promedio, representada por la pendiente de la recta azul que une los puntos inicial y final en la gráfica velocidad-tiempo, es negativa.

(B) Determine la aceleración en $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

Al saber que la velocidad inicial en cualquier tiempo t es $v_{xi} = 40 - 5t^2$, encuentre la velocidad en cualquier tiempo ulterior $t + \Delta t$:

$$v_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

Encuentre el cambio en velocidad en el intervalo de tiempo Δt:

$$\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi} = -10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

Para encontrar la aceleración en cualquier tiempo t, divida esta expresión entreΔt y tome el límite del resultado conforme Δt tiende a cero:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (-10t - 5\,\Delta t) = -10t$$

Sustituya $t = 2.0$ s:

$$a_x = (-10)(2.0) \text{ m/s}^2 = \boxed{-20 \text{ m/s}^2}$$

Puesto que la velocidad de la partícula es positiva y la aceleración es negativa en este instante, la partícula disminuye su velocidad.

Note que las respuestas a los incisos (A) y (B) son diferentes. La aceleración promedio en (A) es la pendiente de la recta azul que en la figura 2.9 conecta los puntos Ⓐ y Ⓑ. La aceleración instantánea en (B) es la pendiente de la recta verde tangente a la curva en el punto Ⓑ. Repare también en que la aceleración *no* es constante en este ejemplo. Las situaciones que involucran aceleración constante se tratan en la sección 2.6.

Hasta el momento se han evaluado las derivadas de una función al comenzar con la definición de la función y luego tomar el límite de una razón específica. Si está familiarizado con el cálculo, reconocerá que hay reglas específicas para tomar derivadas. Estas reglas, que se mencionan en el Apéndice B.6, le permiten evaluar derivadas rápidamente. Por ejemplo, una regla dice que la derivada de cualquier constante es cero. Como otro ejemplo, considere que x es proporcional a alguna potencia de t, como en la expresión

$$x = At^n$$

donde A y n son constantes. (Esta expresión es una forma funcional muy común.) La derivada de x respecto a t es

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

Al aplicar esta regla al ejemplo 2.6, en el que $v_x = 40 - 5t^2$, de inmediato se encuentra que la aceleración es $a_x = dv_x/dt = -10t$, como se encontró en el inciso (B) del ejemplo.

2.5 Diagramas de movimiento

Con frecuencia los conceptos de velocidad y aceleración se confunden uno con otro, pero en realidad son cantidades muy diferentes. Al formar una representación mental de un objeto en movimiento, a veces es útil usar una representación pictórica llamada *diagrama de movimiento* para describir la velocidad y la aceleración mientras un objeto está en movimiento.

Un diagrama de movimiento se forma al imaginar una fotografía *estroboscópica* de un objeto en movimiento, que muestra varias imágenes del objeto tomadas conforme la luz estroboscópica destella en intervalos constantes. La figura 2.1a es un diagrama de movimiento para el automóvil estudiado en la sección 2.1. La figura 2.10 representa tres conjuntos de fotografías estroboscópicas de automóviles que se mueven a lo largo de una autopista recta en una sola dirección, de izquierda a derecha. Los intervalos de tiempo entre los destellos del estroboscopio son iguales en cada parte del diagrama. De modo que, para no confundir las dos cantidades vectoriales, en la figura 2.10 se usa rojo para los vectores velocidad y morado para los vectores aceleración. Los vectores se muestran en varios instantes durante el movimiento del objeto. Describa el movimiento del automóvil en cada diagrama.

En la figura 2.10a las imágenes del automóvil están igualmente espaciadas, lo que muestra que el automóvil se mueve a través del mismo desplazamiento en cada intervalo de tiempo. Este espaciamiento igual es consistente con el automóvil que se mueve con *velocidad positiva constante* y *aceleración cero*. Se podría modelar el automóvil como una partícula y describirlo con el modelo de partícula bajo velocidad constante.

En la figura 2.10b las imágenes se separan más conforme avanza el tiempo. En este caso, el vector velocidad aumenta en longitud con el tiempo, porque el desplazamiento del automóvil entre posiciones adyacentes aumenta en el tiempo. Esta característica sugiere que el automóvil se mueve con una velocidad positiva y una aceleración positiva. La velocidad y la aceleración están en la misma dirección. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala al automóvil en la misma dirección en que se mueve: aumenta velocidad.

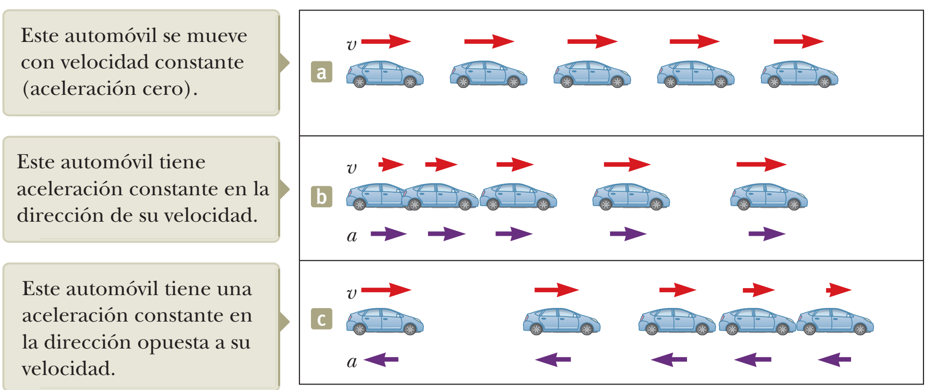


Figura 2.10 Diagramas de movimiento de un automóvil que se mueve a lo largo de una carretera recta en una sola dirección. La velocidad en cada instante está indicada por una flecha roja, y la aceleración constante se indica mediante una flecha de color morado.

En la figura 2.10c, el automóvil frena conforme se mueve a la derecha porque su desplazamiento entre imágenes adyacentes disminuye con el tiempo. Este caso sugiere que el automóvil se mueve hacia la derecha con una aceleración negativa. La longitud del vector velocidad disminuye en el tiempo y eventualmente llega a cero. A partir de este diagrama se ve que los vectores aceleración y velocidad *no* están en la misma dirección. El automóvil se mueve con una *velocidad positiva*, pero con una *aceleración negativa*. (Este tipo de movimiento se muestra para un automóvil que derrapa hasta detenerse después de aplicar los frenos.) La velocidad y la aceleración están en direcciones opuestas. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala el automóvil en dirección opuesta a la que se mueve: frena.

Los vectores aceleración morado en los incisos (b) y (c) de la figura 2.10 tienen todos la misma longitud. Por lo tanto, estos diagramas representan movimiento de una *partícula bajo aceleración constante*. Este modelo importante de análisis se discutirá en la siguiente sección.

Examen rápido 2.5 ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero? **(a)** Si un automóvil viaja hacia el Este, su aceleración debe estar hacia el Este. **(b)** Si un automóvil frena, su aceleración debe ser negativa. **(c)** Una partícula con aceleración constante nunca puede detenerse ni permanecer detenida.

2.6 Análisis de modelo: la partícula bajo aceleración constante

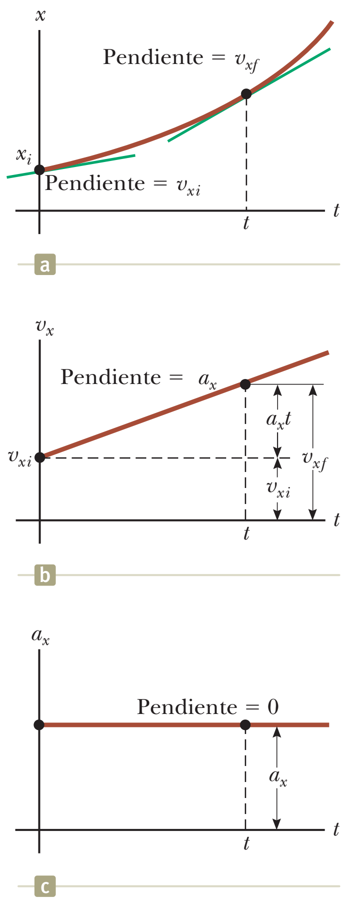


Figura 2.11 Una partícula bajo aceleración constante a_x que se mueve a lo largo del eje x: (a) gráfica posición-tiempo, (b) gráfica velocidad-tiempo y (c) gráfica aceleración-tiempo.

Si la aceleración de una partícula varía con el tiempo, su movimiento es complejo y difícil de analizar. Sin embargo, un tipo muy común y simple de movimiento unidimensional es aquel en el que la aceleración es constante. En tal caso, la aceleración promedio $a_{x,\text{prom}}$ en cualquier intervalo de tiempo es numéricamente igual a la aceleración instantánea a_x en cualquier instante dentro del intervalo, y la velocidad cambia con la misma proporción a lo largo del movimiento. Esta situación ocurre con suficiente frecuencia como para que se le identifique como un análisis de modelo: la **partícula bajo aceleración constante**. En la discusión que sigue se generan varias ecuaciones que describen el movimiento de una partícula para este modelo.

Si en la ecuación 2.9 sustituye $a_{x,\text{prom}}$ con a_x y toma $t_i = 0$ y t_f como cualquier tiempo t, encontramos que

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t - 0}$$

o

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.13}$$

Esta poderosa expresión permite determinar la velocidad de un objeto en *cualquier* tiempo t, si se conoce la velocidad inicial v_{xi} del objeto y su aceleración a_x (constante). En la figura 2.11b se muestra una gráfica velocidad-tiempo para este movimiento con aceleración constante. La gráfica es una línea recta, cuya pendiente es la aceleración a_x; la pendiente (constante) es consistente con $a_x = dv_x/dt$ constante. Note que la pendiente es positiva, lo que indica una aceleración positiva. Si la aceleración fuese negativa, la pendiente de la recta en la figura 2.11b sería negativa. Cuando la aceleración es constante, la gráfica de aceleración en función del tiempo (figura 2.11c) es una línea recta que tiene una pendiente cero.

Puesto que la velocidad con aceleración constante varía linealmente en el tiempo, de acuerdo con la ecuación 2.13, se expresa la velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo como la media aritmética de la velocidad inicial v_{xi} y la velocidad final v_{xf}:

$$v_{x,\text{prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.14}$$

Note que esta expresión para la velocidad promedio *sólo* se aplica en situaciones en que la aceleración es constante.

Ahora es necesario aplicar las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.14 para obtener la posición de un objeto como función del tiempo. Al recordar que x en la ecuación 2.2 representa $x_f - x_i$ y reconocer que $\Delta t = t_f - t_i = t - 0 = t$, se encuentra que

$$x_f - x_i = v_{x,\text{prom}}\, t = \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.15}$$

◀ **Posición como una función de la velocidad y el tiempo para la partícula bajo el modelo de aceleración constante**

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de las velocidades inicial y final.

Otra expresión útil para la posición de una partícula bajo aceleración constante se obtiene al sustituir la ecuación 2.13 en la ecuación 2.15:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)]t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.16}$$

◀ **Posición como una función del tiempo para la partícula bajo el modelo de aceleración constante**

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración constante.

La gráfica posición-tiempo para movimiento con aceleración constante (positiva) que se muestra en la figura 2.11a se obtiene de la ecuación 2.16. Note que la curva es una parábola. La pendiente de la recta tangente a esta curva en $t = 0$ es igual a la velocidad inicial v_{xi}, y la pendiente de la recta tangente en cualquier tiempo posterior t es igual a la velocidad v_{xf} en dicho tiempo.

Por último, es posible obtener una expresión para la velocidad final que no contenga tiempo como variable al sustituir el valor de t de la ecuación 2.13 en la ecuación 2.15:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = x_i + \frac{{v_{xf}}^2 - {v_{xi}}^2}{2a_x}$$

$${v_{xf}}^2 = {v_{xi}}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.17}$$

◀ **Velocidad como una función de la posición para la partícula bajo el modelo de aceleración constante**

Esta ecuación proporciona la velocidad final en términos de la velocidad inicial, la aceleración constante y la posición de la partícula.

Para movimiento con aceleración cero, se ve de las ecuaciones 2.13 y 2.16 que

$$\left.\begin{aligned} v_{xf} &= v_{xi} = v_x \\ x_f &= x_i + v_x t \end{aligned}\right\} \quad \text{cuando } a_x = 0$$

Esto es, cuando la aceleración de una partícula es cero, su velocidad es constante y su posición cambia linealmente con el tiempo. En términos de modelos, cuando la aceleración de una partícula es cero, el modelo de partícula bajo aceleración constante se reduce al modelo de partícula bajo velocidad constante (sección 2.3).

Las ecuaciones de la 2.13 a la 2.17 son **ecuaciones cinemáticas** útiles para resolver cualquier problema que involucre una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. Estas ecuaciones se presentan juntas en la página 38. La elección de cuál ecuación usar en una situación dada depende de qué sepa de antemano. A veces es necesario usar dos de estas ecuaciones para resolver dos incógnitas. Debe reconocer que las cantidades que varían durante el movimiento son la posición x_f, la velocidad v_{xf} y el tiempo t.

Al resolver numerosos ejercicios y problemas obtendrá mucha experiencia en el uso de estas ecuaciones. Muchas veces descubrirá que se puede usar más de un método para obtener una solución. Recuerde que estas ecuaciones de cinemática *no se pueden* usar en una situación en que la aceleración varía con el tiempo. Son útiles sólo cuando la aceleración es constante.

Examen rápido 2.6 En la figura 2.12 relacione cada gráfica v_x–t de la parte superior con la gráfica a_x–t de la parte inferior que mejor describa el movimiento.

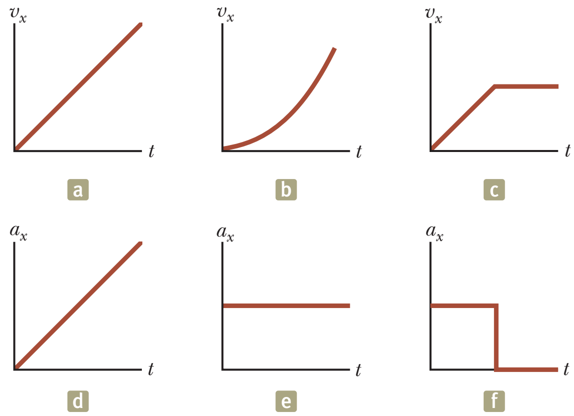


Figura 2.12 (Examen rápido 2.6) Los incisos (a), (b) y (c) son gráficas v_x–t de objetos en movimiento unidimensional. Las posibles aceleraciones de cada objeto se muestran en forma desordenada en (d), (e) y (f).

Análisis de modelo — Partículas bajo aceleración constante

Imagínese un objeto en movimiento que se puede modelar como una partícula. Si se comienza desde la posición inicial x_i y velocidad v_{xi} y se mueve en una línea recta con una aceleración constante a_x, su posición posterior y la velocidad se describen por las siguientes ecuaciones cinemáticas:

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$v_{x,\text{prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \qquad \textbf{(2.14)}$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \qquad \textbf{(2.15)}$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad \textbf{(2.16)}$$

$$v_{xf}^{\,2} = v_{xi}^{\,2} + 2a_x(x_f - x_i) \qquad \textbf{(2.17)}$$

Ejemplos

- un automóvil acelerando a un ritmo constante a lo largo de una autopista recta
- un objeto que cae en ausencia de resistencia del aire (sección 2.7)
- un objeto sobre el que actúa una fuerza neta constante (capítulo 5)
- una partícula cargada en un campo eléctrico uniforme (capítulo 23)

Ejemplo 2.7 Aterrizaje en portaaviones AM

Un jet aterriza en un portaaviones a 140 mi/h ($\approx$ 63 m/s).

(A) ¿Cuál es su aceleración (supuesta constante) si se detiene en 2.0 s debido a un cable de arresto que traba al jet y lo deja en reposo?

SOLUCIÓN

Es posible que haya visto películas o programas de televisión en los que un jet aterriza sobre un portaaviones y se lleva al reposo sorprendentemente rápido mediante un cable de arresto. Una lectura cuidadosa del problema revela que, además de estar dada la rapidez inicial de 63 m/s, también se sabe que la rapidez final es cero. Puesto que la aceleración del jet se supone constante, lo modelamos como una *partícula bajo aceleración constante*. El eje x se define como la dirección de movimiento del jet. Note también que no se tiene información acerca del cambio en posición del jet mientras frena.

2.7 continuación

La ecuación 2.13 es la única en el modelo de partícula bajo aceleración constante que no involucra la posición, de modo que se le usa para encontrar la aceleración del jet, representado como partícula:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}}$$

$$= \boxed{-32 \text{ m/s}^2}$$

(B) Si el jet toca al portaaviones en la posición $x_i = 0$, ¿cuál es su posición final?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 2.15 para resolver la posición final:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = 0 + \tfrac{1}{2}(63 \text{ m/s} + 0)(2.0 \text{ s}) = \boxed{63 \text{ m}}$$

Dado el tamaño del portaaviones, una longitud de 63 m parece razonable para detener al jet. La idea de usar cables de arresto para frenar a la aeronave que aterriza y permitirle aterrizar con seguridad en los barcos surgió en la Primera Guerra Mundial. Los cables todavía son una parte vital de la operación de los modernos portaaviones.

¿QUÉ PASARÍA SI? Suponga que el jet aterriza en la cubierta del portaaviones con una rapidez mayor que 63 m/s pero tiene la misma aceleración debida al cable calculada en el inciso (A). ¿Cómo cambiará esto la respuesta del inciso (B)?

Respuesta Si el jet viaja más rápido que al principio se detendrá más lejos de su punto de partida, de modo que la respuesta del inciso (B) sería más grande. Matemáticamente, en la ecuación 2.15 se ve que, si v_{xi} es más grande, x_f será más grande.

Ejemplo 2.8 ¡Observe el límite de rapidez! AM

Un automóvil que viaja con una rapidez constante de 45.0 m/s pasa por donde está un patrullero en motocicleta oculto detrás de un anuncio espectacular. Un segundo después de que el automóvil pasa el anuncio, el patrullero sale de su escondite para detener al automóvil, que acelera con una razón constante de 3.00 m/s². ¿Cuánto tiempo tarda en dar alcance al automóvil?

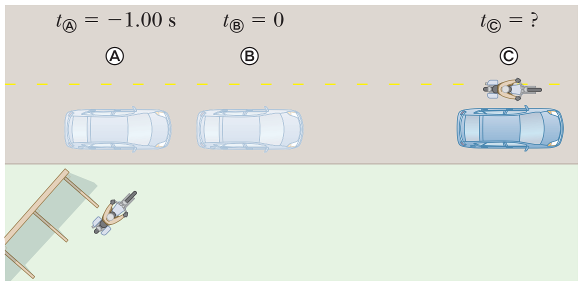


Figura 2.13 (Ejemplo 2.8) Un automóvil rápido pasa ante un patrullero escondido.

SOLUCIÓN

Una representación pictórica (figura 2.13) ayuda a clarificar la secuencia de eventos. El automóvil se modela como una *partícula bajo velocidad constante* y el patrullero se modela como una *partícula bajo aceleración constante*.

Primero, escriba expresiones para la posición de cada vehículo como función del tiempo. Es conveniente elegir la posición del anuncio como el origen y hacer $t_Ⓑ = 0$ como el tiempo en que el patrullero comienza a moverse. En dicho instante, el automóvil ya recorrió una distancia de 45.0 m desde el anuncio, porque viajó con una rapidez constante de $v_x = 45.0$ m/s durante 1 s. Por lo tanto, la posición inicial del automóvil es $x_Ⓑ = 45.0$ m.

Usando el modelo de partícula bajo aceleración constante, se aplica la ecuación 2.7 para obtener la posición del automóvil en cualquier tiempo t:

$$v_{x\,\text{automóvil}} = x_Ⓑ + v_{x\,\text{automóvil}\ t}$$

Una revisión rápida muestra que, en $t = 0$, esta expresión da la posición inicial correcta del automóvil cuando el patrullero comienza a moverse: $x_{\text{automóvil}} = x_Ⓑ = 45.0$ m.

El patrullero parte del reposo en $t_Ⓑ = 0$ y acelera a $a_x = 3.00$ m/s² alejándose del origen. Use la ecuación 2.16 para dar la posición en cualquier tiempo t:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$
$$x_{\text{patrullero}} = 0 + (0)t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

Iguale las dos posiciones para representar al patrullero dando alcance al automóvil en la posición Ⓒ:

$$x_{\text{patrullero}} = x_{\text{automóvil}}$$
$$\tfrac{1}{2}a_x t^2 = x_Ⓑ + v_{x\,\text{automóvil}}t$$

continúa

2.8 continuación

Simplifique para obtener una ecuación cuadrática:

$$\tfrac{1}{2}a_x t^2 - v_{x\,\text{automóvil}}\,t - x_{\textcircled{B}} = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática para el tiempo en que el policía atrapa al automóvil (para obtener ayuda en la solución de ecuaciones cuadráticas, consulte el Apéndice B.2):

$$t = \frac{v_{x\,\text{automóvil}} \pm \sqrt{v^2_{x\,\text{automóvil}} + 2a_x x_{\textcircled{B}}}}{a_x}$$

$$(1)\quad t = \frac{v_{x\,\text{automóvil}}}{a_x} \pm \sqrt{\frac{v^2_{x\,\text{automóvil}}}{a_x^2} + \frac{2x_{\textcircled{B}}}{a_x}}$$

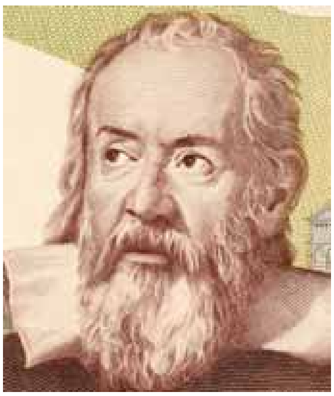
Se evalúa la solución, se elige la raíz positiva, ya que es la única opción coherente con un tiempo $t > 0$:

$$t = \frac{45.0\text{ m/s}}{3.00\text{ m/s}^2} + \sqrt{\frac{(45.0\text{ m/s})^2}{(3.00\text{ m/s}^2)^2} + \frac{2(45.0\text{ m})}{3.00\text{ m/s}^2}} = \boxed{31.0\text{ s}}$$

¿Por qué no elegimos $t = 0$ como el tiempo en que el automóvil pasa al patrullero? Si así lo hiciéramos, no seríamos capaces de usar el modelo de partícula bajo aceleración constante para el policía. Su aceleración sería cero para el primer segundo y 3.00 m/s^2 durante el tiempo restante. Al definir el tiempo $t = 0$ como cuando la policía comienza a moverse, podemos usar el modelo partícula bajo aceleración constante de su movimiento para todos los tiempos positivos.

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si el patrullero tiene una motocicleta más poderosa con una aceleración mayor? ¿Cómo cambiaría el tiempo en que el patrullero da alcance al automóvil?

Respuesta Si la motocicleta tuviese una aceleración mayor, el patrullero alcanzaría al automóvil más rápido, de modo que la respuesta para el tiempo sería menor que 31 s. Debido a que todos los términos en el lado derecho de la ecuación (1) tienen la aceleración a_x en el denominador, se ve simbólicamente que el aumento de la aceleración disminuirá el tiempo en que el patrullero atrapa el coche.



Galileo Galilei

Físico y astrónomo italiano (1564-1642)

Galileo formuló las leyes que gobiernan el movimiento de los objetos en caída libre e hizo muchos otros descubrimientos reveladores en física y astronomía. Galileo defendió públicamente la afirmación de Nicolás Copérnico de que el Sol está en el centro del Universo (sistema heliocéntrico). Publicó *Diálogo sobre dos nuevos sistemas del mundo* para apoyar el modelo copernicano, que la Iglesia católica declaró herético.

2.7 Objetos en caída libre

Es bien sabido que, en ausencia de resistencia del aire, todos los objetos que se dejan caer cerca de la superficie de la Tierra caen hacia ella con la misma aceleración constante bajo la influencia de la gravedad de la Tierra. No fue sino hasta alrededor de 1600 que se aceptó esta conclusión. Antes de esta época, las enseñanzas del filósofo griego Aristóteles (384-322 a.C.) sostenían que los objetos más pesados caían más rápido que los ligeros.

El italiano Galileo Galilei (1564-1642) originó las ideas actuales acerca de los objetos que caen. Hay una leyenda de que él demostró el comportamiento de los objetos que caen al observar que dos pesos diferentes soltados simultáneamente de la torre inclinada de Pisa golpeaban el suelo aproximadamente al mismo tiempo. Aunque hay ciertas dudas de que llevó a cabo este experimento particular, está bien establecido que Galileo realizó muchos experimentos sobre objetos en movimiento en planos inclinados. En sus experimentos hacía rodar bolas por un plano ligeramente inclinado y medía las distancias que recorrían en intervalos de tiempo sucesivos. El propósito del plano inclinado era reducir la aceleración, lo que hizo posible que tomara mediciones precisas de los intervalos de tiempo. Al aumentar gradualmente la pendiente del plano, al final fue capaz de extraer conclusiones acerca de los objetos en caída libre, porque una bola en caída libre es equivalente a una bola que se mueve por un plano inclinado.

Tal vez quiera intentar el siguiente experimento. Suelte simultáneamente, desde la misma altura, una moneda y un trozo de papel arrugado. Si los efectos de la resistencia del aire son despreciables, ambos tendrán el mismo movimiento y golpearán el suelo al mismo tiempo. En el caso idealizado, en el que la resistencia del aire está ausente, a tal movimiento se le conoce como *caída libre*. Si este mismo experimento se pudiese realizar en un vacío, en el que la resistencia del aire realmente es despreciable, el papel y la moneda caerían con la misma aceleración aun cuando el papel no esté arrugado. El 2 de agosto de 1971, el astronauta David Scott realizó tal demostración en la Luna. Soltó simultáneamente un martillo y una pluma y los dos objetos cayeron al mismo tiempo en la superficie lunar. ¡Seguramente esta simple demostración habría complacido a Galileo!

Cuando se usa la expresión *objeto en caída libre* no necesariamente se hace referencia a un objeto que se suelta desde el reposo. Un objeto en caída libre es cualquier objeto que se mueve libremente sólo bajo la influencia de la gravedad, sin importar su movimiento inicial. Los objetos que se lanzan hacia arriba o abajo y los que se liberan desde el reposo están todos en caída libre una vez que se liberan. Cualquier objeto en caída libre experimenta una aceleración dirigida hacia abajo, sin importar su movimiento inicial.

La magnitud de la *aceleración de caída libre,* también llamada *aceleración debida a la gravedad,* se denotará mediante el símbolo g. El valor de g cerca de la superficie de la Tierra disminuye conforme aumenta la altitud. Además, ocurren ligeras variaciones en g con cambios en la latitud. En la superficie de la Tierra, el valor de g es aproximadamente 9.80 m/s². A menos que se establezca de otro modo, se usará este valor para g cuando se realicen cálculos. Para hacer estimaciones rápidas, use $g = 10$ m/s².

Si se ignora la resistencia del aire y se supone que la aceleración de caída libre no varía con la altitud en distancias verticales cortas, el movimiento de un objeto en caída libre que se mueve verticalmente es equivalente al movimiento de una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. Debido a eso, se aplican las ecuaciones desarrolladas en la sección 2.6 para que se aplique el modelo de una partícula bajo aceleración constante. La única modificación que se necesita hacer en estas ecuaciones para los objetos en caída libre es notar que el movimiento es en la dirección vertical (la dirección y) en lugar de en la dirección horizontal (x) y que la aceleración es hacia abajo y tiene una magnitud de 9.80 m/s². En consecuencia, siempre se elegirá $a_y = -g = -9.80$ m/s², donde el signo negativo significa que la aceleración de un objeto en caída libre es hacia abajo. En el capítulo 13 se estudiará cómo tratar con las variaciones en g con la altitud.

Examen rápido 2.7 Examine las siguientes opciones: (a) aumenta, (b) disminuye, (c) aumenta y luego disminuye, (d) disminuye y luego aumenta, (e) permanece igual. A partir de estas opciones, seleccione lo que le ocurre a **(i)** la aceleración y **(ii)** la rapidez de una bola después de que se lanza hacia arriba en el aire.

Prevención de riesgos ocultos 2.6

***g* y g** Asegúrese de no confundir el símbolo cursivo g para la aceleración en caída libre con el símbolo no cursivo g que se usa como abreviatura de la unidad gramo.

Prevención de riesgos ocultos 2.7

***g* es un número positivo.** Es tentador sustituir −9.80 m/s² por g, pero resista la tentación. La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como $a_y = -g$.

Prevención de riesgos ocultos 2.8

Aceleración en lo alto del movimiento Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero. Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba momentáneamente va a cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad* en este punto. Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.

Ejemplo conceptual 2.9 Los paracaidistas osados

Un paracaidista salta de un helicóptero suspendido. Pocos segundos después, salta otro paracaidista y ambos caen a lo largo de la misma línea vertical. Ignore la resistencia del aire, de modo que ambos paracaidistas caen con la misma aceleración. ¿La diferencia en sus magnitudes de velocidad permanece igual a lo largo de la caída? ¿La distancia vertical entre ellos permanece igual durante la caída?

SOLUCIÓN

En cualquier instante dado, las magnitudes de velocidad de los paracaidistas son diferentes porque uno salta primero. Sin embargo, en cualquier intervalo de tiempo Δt después de este instante, los dos paracaidistas aumentan sus rapideces en la misma cantidad porque tienen la misma aceleración. Por lo tanto, la diferencia en sus magnitudes de velocidad permanece igual a lo largo de la caída.

El primero que saltó siempre tiene una mayor rapidez que el segundo. Por lo tanto, en un intervalo de tiempo dado, el primer paracaidista cubre una mayor distancia que el segundo. En consecuencia, la distancia de separación entre ellos aumenta.

Ejemplo 2.10 ¡No es un mal lanzamiento para un novato! AM

A una piedra que se lanza desde lo alto de un edificio se le da una velocidad inicial de 20.0 m/s directo hacia arriba. El edificio tiene 50.0 m de alto y la piedra apenas libra el borde del techo en su camino hacia abajo, como se muestra en la figura 2.14.

(A) Use $t_Ⓐ = 0$ como el tiempo cuando la piedra deja la mano del lanzador en la posición Ⓐ y determine el tiempo en que la piedra llega a su altura máxima.

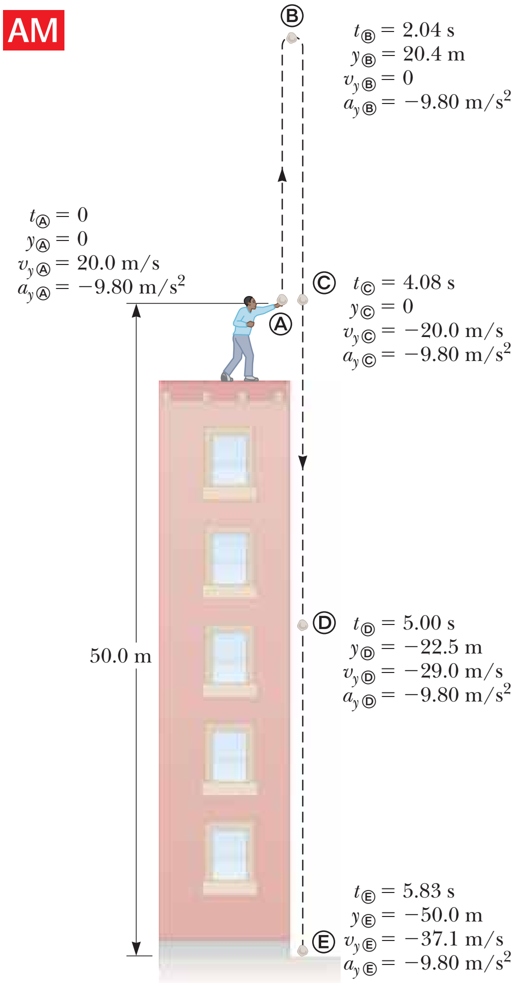


Figura 2.14 (Ejemplo 2.10) Valores de posición, velocidad y aceleración en diferentes tiempos para una piedra en caída libre que se lanza inicialmente hacia arriba con una velocidad $v_{yi} = 20.0$ m/s. Muchas de las cantidades en las etiquetas para los puntos en el movimiento de la piedra se calculan en el ejemplo. ¿Puede verificar los valores que no están calculados?

SOLUCIÓN

Tal vez usted tenga experiencia en soltar objetos o lanzarlos hacia arriba y observarlos caer, de modo que este problema debe describir una experiencia familiar. Para simular esta situación, lance un pequeño objeto hacia arriba y observe el intervalo de tiempo necesario para que caiga al suelo. Ahora imagine que lanza ese objeto hacia arriba desde la azotea de un edificio. Debido a que la piedra está en caída libre, se modela como una *partícula bajo aceleración constante* debida a la gravedad.

Considere que la velocidad inicial es positiva porque la piedra es lanzada hacia arriba. La velocidad cambia de signo después de que la piedra alcanza su punto más alto, pero la aceleración de la piedra será *siempre* hacia abajo de manera que siempre tendrá un valor negativo. Seleccione un punto inicial justo después de que la piedra sale de la mano de la persona y un punto final en la altura máxima de su vuelo.

Use la ecuación 2.13 para calcular el tiempo en que la piedra llega a su altura máxima:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_{yf} - v_{yi}}{a_y}$$

Sustituya valores numéricos:

$$t = t_Ⓑ = \frac{0 - 20.0 \text{ m/s}}{-9.80 \text{ m/s}^2} = \boxed{2.04 \text{ s}}$$

(B) Encuentre la altura máxima de la piedra.

SOLUCIÓN

Al igual que en el inciso (A), seleccione los puntos inicial y final al principio y al final del vuelo hacia arriba.

Sea $y_Ⓐ = 0$ y sustituya el tiempo del inciso (A) en la ecuación 2.16 para encontrar la altura máxima:

$$y_{\text{máx}} = y_Ⓑ = y_Ⓐ + v_{xⒶ} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$

$$y_Ⓑ = 0 + (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2 = \boxed{20.4 \text{ m}}$$

(C) Determine la velocidad de la piedra cuando regresa a la altura desde la que se lanzó.

SOLUCIÓN

Seleccione el punto inicial en el que se lanzó la piedra y el punto final, cuando pasa por esta posición bajando.

Sustituya los valores conocidos en la ecuación 2.17:

$$v_{yⒸ}{}^2 = v_{yⒶ}{}^2 + 2a_y(y_Ⓒ - y_Ⓐ)$$

$$v_{yⒸ}{}^2 = (20.0 \text{ m/s})^2 + 2(-9.80 \text{ m/s}^2)(0 - 0) = 400 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_{yⒸ} = \boxed{-20.0 \text{ m/s}}$$

2.10 continuación

Cuando se saca la raíz cuadrada, se elige una raíz positiva o una negativa. Se elige la raíz negativa porque se sabe que la piedra se mueve hacia abajo al punto Ⓒ. La velocidad de la piedra cuando llega de vuelta a su altura original es igual en magnitud a su velocidad inicial pero es opuesta en dirección.

(D) Encuentre la velocidad y posición de la piedra en $t = 5.00$ s.

SOLUCIÓN

Seleccione el punto inicial en el que se lanzó la piedra y el punto final, cuando pasa esta posición bajando.

Calcule la velocidad en Ⓓ a partir de la ecuación 2.13:

$$v_{y\text{Ⓓ}} = v_{y\text{Ⓐ}} + a_y t = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ s}) = \boxed{-29.0 \text{ m/s}}$$

Use la ecuación 2.16 para encontrar la posición de la piedra en $t_{\text{Ⓓ}} = 5.00$ s:

$$\begin{aligned} y_{\text{Ⓓ}} &= y_{\text{Ⓐ}} + v_{y\text{Ⓐ}} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2 \\ &= 0 + (20.0 \text{ m/s})(5.00 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ s})^2 \\ &= \boxed{-22.5 \text{ m}} \end{aligned}$$

La elección del tiempo definida como $t = 0$ es arbitraria y depende de usted seleccionarla. Como ejemplo de esta arbitrariedad, elija $t = 0$ como el tiempo en que la piedra está en el punto más alto de su movimiento. Luego resuelva los incisos (C) y (D) de nuevo usando este nuevo instante inicial y note que sus respuestas son iguales que las anteriores.

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si el edificio tuviese 30.0 m de altura en lugar de 50.0 m? ¿Qué respuestas cambiarían en los incisos (A) a (D)?

Respuesta Ninguna de las respuestas cambiaría. Todo el movimiento tiene lugar en el aire durante los primeros 5.00 s. (Observe que incluso para un edificio de 30.0 m de alto, la piedra está arriba del suelo en $t = 5.00$ s.) Por lo tanto, la altura del edificio no es un problema. Matemáticamente, si se observan de nuevo los cálculos, se ve que nunca se ingresó la altura del edificio en ninguna ecuación.

2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo

Esta sección supone que el lector está familiarizado con las técnicas del cálculo integral. Si aún no estudia integración en su curso de cálculo, debe saltar esta sección o cubrirla después de que se familiarice con la integración.

La velocidad de una partícula que se mueve en línea recta se obtiene si se conoce su posición como función del tiempo. En términos matemáticos, la velocidad es igual a la derivada de la posición respecto al tiempo. También es posible encontrar la posición de una partícula si se conoce su velocidad como función del tiempo. En cálculo, al procedimiento que se usa para realizar esta tarea se le conoce como *integración* o como encontrar la *antiderivada*. En términos gráficos, es equivalente a encontrar el área bajo una curva.

Ponga por caso que la gráfica v_x–t para una partícula que se mueve a lo largo del eje x es como se muestra en la figura 2.15. Divida el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ en muchos pequeños intervalos, cada uno de duración Δt_n. A partir de la definición de velocidad promedio es claro que el desplazamiento de la partícula durante cualquier intervalo pequeño, como el sombreado en la figura 2.15, está dado por $\Delta x_n = v_{xn,\text{prom}} \Delta t_n$, donde $v_{xn,\text{prom}}$ es la velocidad promedio en dicho intervalo. En consecuencia, el desplazamiento durante este pequeño intervalo simplemente es el área del rectángulo sombreado. El desplazamiento total para el intervalo $t_f - t_i$ es la suma de las áreas de todos los rectángulos desde t_i hasta t_f:

$$\Delta x = \sum_n v_{xn,\text{ prom}} \Delta t_n$$

donde el símbolo Σ (letra griega mayúscula sigma) significa una suma que incluye todos los términos, esto es, todos los valores de n. Ahora, conforme los intervalos se hacen cada vez más pequeños, el número de términos en la suma aumenta y la suma

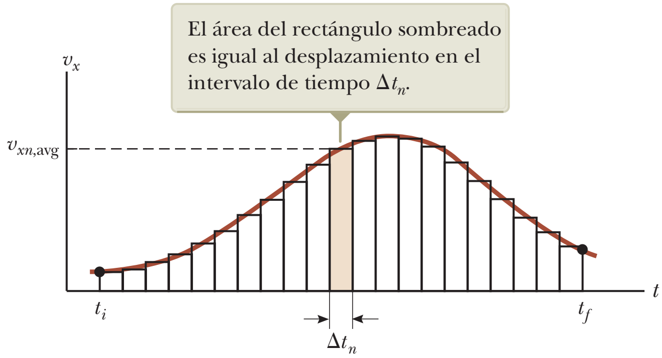


Figura 2.15 Velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x. El área total bajo la curva es el desplazamiento total de la partícula.

tiende a un valor igual al área bajo la gráfica velocidad-tiempo. Debido a esto, en el límite $n \to \infty$, o $\Delta t_n \to 0$, el desplazamiento es

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn,\text{prom}} \Delta t_n \quad \textbf{(2.18)}$$

Si se conoce la gráfica v_x–t para un movimiento a lo largo de una línea recta, se obtiene el desplazamiento durante cualquier intervalo de tiempo al medir el área bajo la curva correspondiente a dicho intervalo de tiempo.

El límite de la suma que se muestra en la ecuación 2.18 se llama **integral definida** y se escribe

Integral definida ▶

$$\lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn,\text{prom}} \Delta t_n = \int_{t_i}^{t_f} v_x(t)\, dt \quad \textbf{(2.19)}$$

donde $v_x(t)$ denota la velocidad en cualquier tiempo t. Si se conoce la forma funcional explícita de $v_x(t)$ y se proporcionan los límites, la integral puede evaluarse. A veces la gráfica v_x–t para una partícula en movimiento tiene una forma mucho más simple que la mostrada en la figura 2.15. Por ejemplo, suponga que un objeto se describe con el modelo de una partícula bajo velocidad constante. En este caso, la gráfica v_x–t es una recta horizontal, como en la figura 2.16, y el desplazamiento de la partícula durante el intervalo de tiempo t simplemente es el área del rectángulo sombreado:

$$\Delta x = v_{xi}\,\Delta t \text{ (cuando } v_x = v_{xi} = \text{constante)}$$

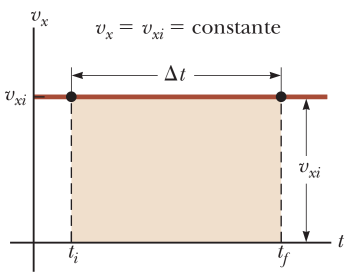


Figura 2.16 Curva velocidad-tiempo para una partícula que se mueve con velocidad constante v_{xi}. El desplazamiento de la partícula durante el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ es igual al área del rectángulo sombreado.

Ecuaciones cinemáticas

Ahora se aplican las ecuaciones que definen la aceleración y velocidad para deducir dos de las ecuaciones cinemáticas, las ecuaciones 2.13 y 2.16.

La ecuación que define la aceleración (ec. 2.10),

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

se puede escribir como $dv_x = a_x\, dt$, o, en términos de una integral (o antiderivada), como

$$v_{xf} - v_{xi} = \int_0^t a_x\, dt$$

Para el caso especial en el que la aceleración es constante, a_x se puede remover de la integral para dar

$$v_{xf} - v_{xi} = a_x \int_0^t dt = a_x(t - 0) = a_x t \quad \textbf{(2.20)}$$

que es la ecuación 2.13 del modelo de la partícula bajo aceleración constante.

Ahora considere la ecuación que define la velocidad (ec. 2.5):

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

Esta ecuación se escribe como $dx = v_x\,dt$, o en forma integral como

$$x_f - x_i = \int_0^t v_x\,dt$$

Puesto que $v_x = v_{xf} = v_{xi} + a_x t$, esta expresión se convierte en

$$x_f - x_i = \int_0^t (v_{xi} + a_x t)\,dt = \int_0^t v_{xi}\,dt + a_x \int_0^t t\,dt = v_{xi}(t - 0) + a_x\left(\frac{t^2}{2} - 0\right)$$

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

que es la ecuación 2.16 en la partícula bajo el modelo de aceleración constante.

Además de lo que espera aprender acerca de conceptos físicos, una experiencia muy valiosa que debe desarrollar de sus cursos de física es la habilidad para resolver problemas complicados. La forma en que los físicos abordan situaciones complejas y las descomponen en trozos manejables es extremadamente útil. La siguiente es una estrategia general para resolver problemas que lo guían a través de las etapas. Para ayudarlo a recordar las etapas de la estrategia, éstas son *conceptualizar*, *categorizar*, *analizar* y *finalizar*.

ESTRATEGIA GENERAL PARA RESOLVER PROBLEMAS

Conceptualizar

- La primera cosa que debe hacer cuando aborde un problema es *pensar* y *comprender* la situación. Estudie cuidadosamente cualesquiera de las representaciones de la información (por ejemplo: diagramas, gráficas, tablas o fotografías) que acompañen al problema. Imagine una película, que corra en su mente, de lo que sucede en el problema.
- Si no se le proporciona una representación pictórica, casi siempre debe hacer un dibujo rápido de la situación. Indique cualquiera de los valores conocidos, ya sea en una tabla o directamente en su bosquejo.
- Ahora enfóquese en qué información algebraica o numérica se proporciona en el problema. Lea con cuidado el enunciado del problema y busque frases clave como “parte del reposo” ($v_i = 0$), “se detiene” ($v_f = 0$) o “cae libremente” ($a_y = -g = -9.80$ m/s^2).
- Ahora enfóquese en el resultado que se espera del problema resuelto. ¿Exactamente qué es lo que plantea la pregunta? ¿El resultado final será numérico o algebraico? ¿Sabe qué unidades esperar?
- No olvide incorporar información de su propia experiencia y sentido común. ¿Cómo sería una respuesta razonable? Por ejemplo, no esperaría calcular la rapidez de un automóvil como 5×10^6 m/s.

Categorizar

- Una vez que tenga una buena idea de lo que trata el problema, necesita *simplificar* el problema. Quite los detalles que no sean importantes para la solución. Por ejemplo, modele un objeto en movimiento como partícula. Si es adecuado, ignore la resistencia del aire o la fricción entre un objeto que se desliza y una superficie.
- Cuando simplifique el problema, es importante *categorizar* el problema. ¿Es un simple problema de sustitución en el que los números se sustituyen en una ecuación? Si es así, es probable que el problema termine cuando realice esta sustitución. Si no, enfrenta lo que se llama *problema analítico*: la situación se debe analizar más profundamente para llegar a una solución.
- Si es un problema analítico, necesita categorizarlo aún más. ¿Ha visto este tipo de problemas antes? ¿Cae en la creciente lista de tipos de problemas que ha resuelto anteriormente? Si es así, identifique cualquier análisis de modelo apropiado al problema para preparar la etapa a analizar siguiente. Los primeros tres tipos de análisis de modelos se vieron en este capítulo: partícula bajo velocidad constante, partícula bajo rapidez constante y partícula bajo aceleración constante. Ser capaz de clasificar un problema con un análisis de modelo hace mucho más sencillo tender un plan para resolverlo. Por ejemplo, si su simplificación muestra que el problema se puede tratar como una partícula bajo aceleración constante y ya resolvió un problema similar (como los ejemplos de la sección 2.6), la solución al presente problema sigue un patrón similar.

continúa

Analizar

- Ahora debe analizar el problema y esforzarse por una solución matemática. Puesto que ya categorizó el problema e identificó un análisis de modelo, no debe ser muy difícil seleccionar ecuaciones relevantes que se apliquen al tipo de situación en el problema. Por ejemplo, si involucra una partícula bajo aceleración constante, las ecuaciones de la 2.13 a la 2.17 son relevantes.
- Use álgebra (y cálculo, si es necesario) para resolver simbólicamente la variable desconocida en términos de lo que está dado. Sustituya los números adecuados, calcule el resultado y redondee al número adecuado a cifras significativas.

Finalizar

- Examine su respuesta numérica. ¿Tiene las unidades correctas? ¿Satisface las expectativas de su conceptualización del problema? ¿Qué hay acerca de la forma algebraica del resultado? ¿Tiene sentido? Examine las variables del problema para ver si la respuesta cambiaría en una forma físicamente significativa si las variables aumentan o disminuyen drásticamente o incluso si se vuelven cero. Buscar casos limitados para ver si producen valores esperados es una forma muy útil de asegurarse de que obtiene resultados razonables.
- Piense acerca de cómo se compara este problema con otros que ha resuelto. ¿Cómo fue similar? ¿En qué formas críticas difiere? ¿Por qué se asignó este problema? ¿Puede imaginar qué aprendió al hacerlo? Si es una nueva categoría de problema, asegúrese de que lo comprendió para que pueda usarlo como modelo para resolver problemas similares en el futuro.

Cuando resuelva problemas complejos, es posible que necesite identificar una serie de subproblemas y aplicar la estrategia para resolver cada uno. Para problemas simples, probablemente no necesite esta estrategia. Sin embargo, cuando intente resolver un problema y no sepa qué hacer a continuación, recuerde las etapas en la estrategia y úselas como guía.

Para practicar sería útil que vuelva a revisar los ejemplos trabajados en este capítulo e identifique los pasos *conceptualizar, categorizar, analizar* y *finalizar.* En el resto de este libro se etiquetarán estas etapas en los ejemplos trabajados. Muchos capítulos del libro incluyen una sección de "Estrategia para resolución de problemas" que le ayudarán a través de los puntos difíciles. Estas secciones se organizan de acuerdo con esta "Estrategia general para resolver problemas" y se hacen a la medida de los tipos específicos de problemas que se abordan en dicho capítulo.

Para aclarar cómo funciona esta estrategia, repetimos el ejemplo 2.7 más adelante con los pasos concretos de la estrategia identificada.

Al **conceptualizar** un problema, trate de entender la situación que se presenta en el enunciado del problema. Estudie cuidadosamente las representaciones de la información (por ejemplo, diagramas, gráficas, tablas o fotografías) que acompañan el problema. Imagínese una película, que se ejecuta en su mente, de lo que ocurre en el problema.

Simplificar el problema. Elimine los detalles que no son importantes para la solución. Después **clasifique** el problema. ¿Es un problema de sustitución simple de tal manera que los números pueden ser sustituidos en una ecuación simple o una definición? Si no, se enfrenta a un problema de análisis. En este caso, identifique el análisis de modelo apropiado.

Ejemplo 2.7 Aterrizaje en portaaviones AM

Un jet aterriza en un portaaviones a 140 mi/h ($\approx$ 63 m/s).

(A) ¿Cuál es su aceleración (supuesta constante) si se detiene en 2.0 s debido a un cable de arresto que traba al jet y lo deja en reposo?

SOLUCIÓN

Conceptualizar

Es posible que haya visto películas o programas de televisión en los que un jet aterriza sobre un portaaviones y se lleva al reposo sorprendentemente rápido mediante un cable de arresto. Una lectura cuidadosa del problema revela que, además de estar dada la rapidez inicial de 63 m/s, también se sabe que la rapidez final es cero.

Categorizar

Debido a que la aceleración del jet se supone constante, la modelamos como una *partícula bajo aceleración constante.*

2.7 continuación

Analizar
Definimos nuestro eje x como la dirección de movimiento del jet. Tenga en cuenta que no tenemos ninguna información sobre el cambio de posición del jet mientras se está desacelerando.

La ecuación 2.13 es la única ecuación en la partícula bajo el modelo de aceleración constante que no implique la posición, así que lo utilizan para encontrar la aceleración del jet, modelado como una partícula:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} = \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}}$$
$$= \boxed{-32 \text{ m/s}^2}$$

(B) Si el avión aterriza en la posición $x_i = 0$, ¿cuál es su posición final?

SOLUCIÓN

Utilice la ecuación 2.15 para resolver la posición final: $x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = 0 + \frac{1}{2}(63 \text{ m/s} + 0)(2.0 \text{ s}) = \boxed{63 \text{ m}}$

Finalizar
Dado el tamaño del portaaviones, una longitud de 63 m parece razonable para detener al jet. La idea de usar cables de arresto para frenar a la aeronave que aterriza y permitirle aterrizar con seguridad en los barcos surgió en la Primera Guerra Mundial. Los cables todavía son una parte vital de la operación de los modernos portaaviones.

¿QUÉ PASARÍA SI? Suponga que el jet aterriza en la cubierta del portaaviones con una rapidez mayor que 63 m/s pero tiene la misma aceleración debida al cable calculada en el inciso (A). ¿Cómo cambiará esto la respuesta del inciso (B)?

Respuesta Si el jet viaja más rápido que al principio se detendrá más lejos de su punto de partida, de modo que la respuesta del inciso (B) sería más grande. Matemáticamente, en la ecuación 2.15 se ve que si v_{xi} es más grande, x_f será más grande.

Analizar el problema. Seleccione ahora ecuaciones relevantes del análisis de modelo. Resuelva simbólicamente para la variable desconocida en términos de lo que se da. Sustituya los números correspondientes, calcule el resultado y redondee al número adecuado de cifras significativas.

Finalizar el problema. Examine la respuesta numérica. ¿Tiene las unidades correctas? ¿Se ajusta a sus expectativas desde su conceptualización del problema? ¿Tiene sentido el resultado? ¿Qué pasa con la forma algebraica de los resultados? Examine las variables en el problema para ver si la respuesta cambiaría en una forma significativa física si las variables se incrementaron o disminuyeron drásticamente o incluso se hicieron cero.

¿Qué pasaría si? Preguntas que aparecerán en muchos ejemplos en el texto, y que ofrecen una variación en la situación que se acaba de explorar. Esta característica le invita a pensar en los resultados del ejemplo y le ayuda en la comprensión conceptual de los principios.

Resumen

Definiciones

Cuando una partícula se mueve a lo largo del eje x desde alguna posición inicial x_i hasta alguna posición final x_f, su **desplazamiento** es

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad \textbf{(2.1)}$$

La **velocidad promedio** de una partícula durante cierto intervalo de tiempo es el desplazamiento x dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento:

$$v_{x,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.2)}$$

La **rapidez promedio** de una partícula es igual a la razón de la distancia total que recorre al intervalo de tiempo total durante el que recorre dicha distancia:

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.3)}$$

continúa

La **velocidad instantánea** de una partícula se define como el límite de la razón $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero. Por definición, este límite es igual a la derivada de x respecto a t, o la razón de cambio en el tiempo de la posición:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad \textbf{(2.5)}$$

La **rapidez instantánea** de una partícula es igual a la magnitud de su velocidad instantánea.

La **aceleración promedio** de una partícula se define como la relación de cambio en su velocidad v_x dividida entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho cambio:

$$a_{x,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad \textbf{(2.9)}$$

La **aceleración instantánea** es igual al límite de la razón $\Delta v_x/\Delta t$ conforme Δt tiende a 0. Por definición, este límite es igual a la derivada de v_x respecto a t, o la tasa de cambio de la velocidad en el tiempo:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad \textbf{(2.10)}$$

Conceptos y principios

Cuando la velocidad y la aceleración de un objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena. Recuerde que $F_x \propto a_x$ es una forma útil de identificar la dirección de la aceleración al asociarla con una fuerza.

Un objeto en caída libre en presencia de la gravedad de la Tierra experimenta aceleración de caída libre dirigida hacia el centro de la Tierra. Si la resistencia del aire es despreciable, si el movimiento ocurre cerca de la superficie de la Tierra, y si el intervalo del movimiento es pequeño comparado con el radio de la Tierra, la aceleración de caída libre $a_y = -g$ es constante durante el rango de movimiento, donde g es igual a 9.80 m/s^2.

Los problemas complicados se abordan mejor en una forma organizada. Recuerde y aplique los pasos conceptualizar, categorizar, analizar y finalizar de la **Estrategia general para resolver problemas** cuando los necesite.

Una ayuda importante para la resolución de problemas es el uso de **análisis de modelos**. Los análisis de modelos son situaciones que hemos visto en problemas anteriores. Cada análisis de modelo tiene una o más ecuaciones asociadas con ella. Cuando resuelva un nuevo problema, identifique el análisis de modelo que corresponde al mismo. El modelo le dirá qué ecuaciones utilizar. Los tres primeros análisis de modelos presentados en este capítulo se resumen a continuación.

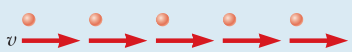
Análisis de modelos para resolver problemas

Partícula bajo velocidad constante. Si una partícula se mueve en línea recta con una rapidez constante v_x, su velocidad constante está dada por

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.6)}$$

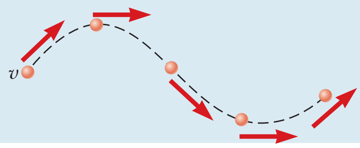
y su posición está dada por

$$x_f = x_i + v_x t \qquad \textbf{(2.7)}$$



Partícula bajo rapidez constante. Si una partícula se mueve una distancia d a lo largo de una trayectoria curva o recta con rapidez constante, su rapidez constante está dada por

$$v = \frac{d}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.8)}$$



Partícula bajo aceleración constante. Si una partícula se mueve en línea recta con aceleración constante a_x, su movimiento se describe mediante las ecuaciones cinemáticas:

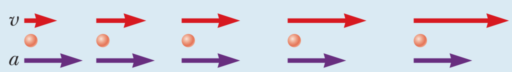
$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$v_{x,\text{prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \qquad \textbf{(2.14)}$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \qquad \textbf{(2.15)}$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad \textbf{(2.16)}$$

$$v_{xf}^{\,2} = v_{xi}^{\,2} + 2a_x(x_f - x_i) \qquad \textbf{(2.17)}$$



Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. Una gota de aceite cae en línea recta hacia abajo en el camino desde el motor de un automóvil en movimiento cada 5 s. La figura PO2.1 muestra el patrón de las gotas que quedan en el pavimento. ¿Cuál es la rapidez promedio del automóvil en esta sección de su movimiento? (a) 20 m/s, (b) 24 m/s, (c) 30 m/s, (d) 100 m/s, (e) 120 m/s.

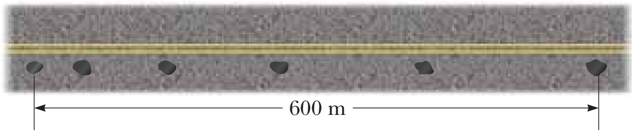


Figura PO2.1

2. Un auto de carreras parte del reposo en $t = 0$ y alcanza una velocidad final v en el tiempo t. Si la aceleración del auto es constante durante este tiempo, ¿cuál de los siguientes enunciados son verdaderos? (a) El automóvil recorre una distancia vt. (b) La velocidad promedio del auto es $v/2$. (c) La magnitud de la aceleración del auto es v/t. (d) La velocidad del automóvil permanece constante. (e) Ninguno de los enunciados del (a) al (d) es verdadero.

3. Un malabarista lanza un juego de bolos hacia arriba en el aire. Después de que el bolo deja la mano y mientras está en el aire, ¿qué enunciado es verdadero? (a) La velocidad del bolo está siempre en la misma dirección que su aceleración. (b) La velocidad del bolo nunca está en la misma dirección que su aceleración. (c) La aceleración del bolo es cero. (d) La velocidad del bolo es opuesta a su aceleración en la subida. (e) La velocidad del bolo está en la misma dirección que su aceleración en el camino hacia arriba.

4. Al aplicar las ecuaciones de la cinemática para un objeto en movimiento en una dimensión, ¿cuál de los siguientes enunciados *debe* ser verdadero? (a) La velocidad del objeto debe permanecer constante. (b) La aceleración del objeto debe permanecer constante. (c) La velocidad del objeto debe aumentar con el tiempo. (d) La posición del objeto debe aumentar con el tiempo. (e) La velocidad del objeto debe estar siempre en la misma dirección que su aceleración.

5. Se dispara una bala de cañón hacia arriba desde el suelo con una rapidez inicial de 225 m/s. Después de cuánto tiempo está la bala a una altura de 6.20×10^2 m por encima del suelo y se mueve hacia abajo? (a) 2.96 s (b) 17.3 s (c) 25.4 s (d) 33.6 s (e) 43.0 s

6. Se lanza una flecha hacia arriba en el aire con una rapidez inicial de 15.0 m/s. Después de cuánto tiempo se está moviendo la flecha hacia abajo con una rapidez de 8.00 m/s? (a) 0.714 s (b) 1.24 s (c) 1.87 s (d) 2.35 s (e) 3.22 s

7. Cuando el piloto invierte la hélice en un bote que se mueve al Norte, el bote se mueve con una aceleración dirigida al Sur. Si la aceleración del bote sigue constante en magnitud y dirección, ¿qué le ocurrirá al bote (elija una)? (a) Eventualmente se detendrá y luego permanecerá en reposo. (b) Al final se detendrá y luego comenzará a aumentar rapidez en la dirección hacia adelante. (c) Eventualmente se detendrá y luego comenzará a aumentar rapidez en la dirección contraria. (d) Nunca se detendrá sino que perderá rapidez cada vez más lentamente por siempre. (e) Nunca se detendrá sino que continuará ganando rapidez en la dirección hacia adelante.

8. Se lanza una roca hacia abajo desde la parte superior de una torre de 40.0 m de altura con una velocidad inicial de 12 m/s. Suponiendo la resistencia del aire despreciable, ¿cuál es la velocidad de la roca justo antes de golpear el suelo? (a) 28 m/s (b) 30 m/s (c) 56 m/s (d) 784 m/s (e) Se necesita más información.

9. Un monopatín parte del reposo y se mueve hacia abajo de una colina con una aceleración constante en una línea recta, viajando durante 6 s. En un segundo ensayo, parte del reposo y se mueve a lo largo de la misma línea recta con la misma aceleración durante sólo 2 s. ¿De qué manera se compara su desplazamiento desde su punto de partida de este segundo ensayo con el del primer ensayo? (a) un tercio de largo (b) tres veces más largo (c) un noveno de largo (d) nueve veces más grande (e) $1/\sqrt{3}$ veces de largo.

10. En otro planeta, se deja caer una canica desde el reposo en la parte superior de un acantilado. Cae 4.00 m en el primer segundo de su movimiento. ¿Qué distancia adicional cae en el próximo 1 s? (a) 4.00 m (b) 8.00 m (c) 12.0 m (d) 16.0 m (e) 20.0 m

11. Para un objeto que se mueve a lo largo del eje x, se hacen muchas mediciones de su posición, las suficientes como para generar una gráfica suave y precisa de x en función de t. ¿Cuál de las siguientes cantidades para el objeto *no se puede* obtener *sólo* de esta gráfica? (a) La velocidad en cualquier instante, (b) la aceleración en cualquier instante, (c) el desplazamiento durante algún intervalo de tiempo, (d) la velocidad promedio durante algún intervalo de tiempo, (e) la rapidez en cualquier instante

12. Se deja caer una piedra a partir del reposo desde lo alto de un acantilado y cae 4.9 m en un tiempo de 1.0 s. ¿Cuánto caerá en los siguientes 2.0 s? (a) 9.8 m (b) 19.6 m (c) 39 m (d) 44 m (e) ninguna de las anteriores.

13. Un estudiante en lo alto de un edificio de altura h lanza una bola hacia arriba con una rapidez v_i y luego lanza una segunda bola hacia abajo con la misma rapidez inicial v_i. Justo antes de llegar al suelo, ¿es la rapidez final de la pelota lanzada hacia arriba (a) más grande, (b) más pequeña o (c) de la misma magnitud, comparada con la rapidez final de la pelota lanzada hacia abajo?

14. Usted suelta una bola desde una ventana ubicada en un piso superior de un edificio. Golpea el suelo con rapidez v. Ahora repite la caída, pero le pide a un amigo abajo en el suelo que lance otra bola hacia arriba con rapidez v. Su amigo lanza la bola hacia arriba en el mismo momento en que usted suelta la suya desde la ventana. En alguna posición, las bolas pasan una a la otra. ¿Esta ubicación está (a) *en* el punto medio entre la ventana y el suelo, (b) *arriba* de este punto o c) *abajo* de este punto?

15. Se libera una piedra a partir del reposo a cierta altura, cae libremente y alcanza una rapidez de impacto de 4 m/s en el suelo. Después la partícula se lanza hacia abajo con una rapidez inicial de 3 m/s desde la misma altura. ¿Cuál es su rapidez en el suelo? (a) 4 m/s, (b) 5 m/s, (c) 6 m/s, (d) 7 m/s, (e) 8 m/s

16. Se lanza hacia arriba una pelota en el aire. En esta situación, ¿son cero tanto la velocidad instantánea como la aceleración? (a) en el camino hacia arriba (b) en la parte superior de su trayectoria de vuelo (c) en el camino hacia abajo (d) a la mitad hacia arriba y a la mitad hacia abajo (e) ninguna de las anteriores.

17. Una bola de hule duro, que no es afectada por la resistencia del aire en su movimiento, se lanza hacia arriba desde la altura del hombro; cae a la acera, rebota a una altura máxima un poco menor y se atrapa en su camino hacia abajo. Este movimiento se representa en la figura PO2.17, donde las posiciones sucesivas de la bola, de Ⓐ a Ⓔ, no están igualmente espaciadas en el tiempo. En el punto Ⓓ el centro de la bola está en su punto más bajo del movimiento. El movimiento de la bola es a lo largo de una línea recta, pero el diagrama muestra posiciones sucesivas corridas a la derecha para evitar traslape. Elija la dirección positiva y hacia arriba. (a) Clasifique las situaciones de la Ⓐ a la Ⓔ de acuerdo con la rapidez de la bola $|v_y|$ en cada punto, con la rapidez más grande primero. (b) Clasifique las mismas situaciones de acuerdo con la aceleración a_y de la bola en cada punto. (En ambas clasificaciones, recuerde que cero es mayor que un valor negativo. Si dos valores son iguales, muestre que son iguales en su clasificación.)

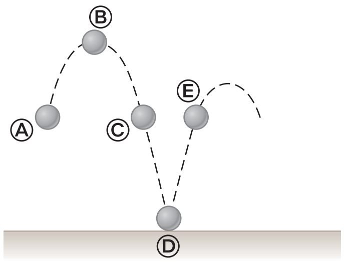


Figura PO2.17

18. Cada una de las fotografías estroboscópicas (a), (b) y (c) de la figura PO2.18 se tomó de un solo disco que se mueve hacia la derecha, que se toma como la dirección positiva. Dentro de cada fotografía el intervalo de tiempo entre imágenes es constante. (i) ¿Cuál fotografía muestra movimiento con aceleración cero? (ii) ¿Cuál fotografía muestra movimiento con aceleración positiva? (iii) ¿Cuál fotografía muestra movimiento con aceleración negativa?

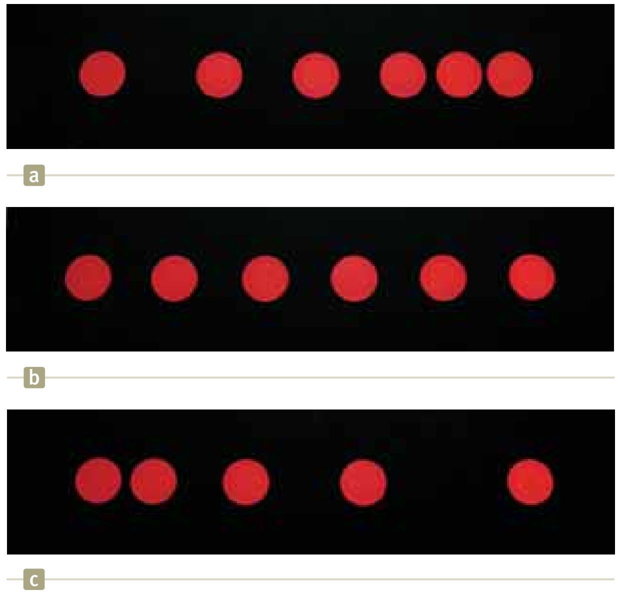


Figura PO2.18 Pregunta objetiva 18 y problema 23

Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. Si la velocidad promedio de un objeto es cero en cierto intervalo de tiempo, ¿qué puede decir acerca del desplazamiento del objeto durante dicho intervalo?

2. Intente el siguiente experimento lejos del tráfico, donde pueda hacerlo a salvo. Con el automóvil que usted conduzca moviéndose lentamente en un camino recto a nivel, cambie la velocidad a neutral y deje que el automóvil se deslice. En el momento en que el automóvil llegue a un alto completo, pise fuerte el freno y note lo que siente. Ahora repita el experimento en una pendiente muy ligera hacia arriba. Explique la diferencia de lo que se siente en ambos casos. (Brian Popp sugirió la idea para esta pregunta.)

3. Si un automóvil está viajando hacia el Este, ¿puede su aceleración estar dirigida hacia el Oeste? Explique.

4. Si la velocidad de una partícula es cero, ¿puede la aceleración de la partícula ser cero? Explique.

5. Si la velocidad de una partícula es distinta de cero, ¿puede la aceleración de la partícula ser cero? Explique.

6. Usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba para que deje el suelo con una velocidad de +5.00 m/s. (a) ¿Cuál es su velocidad cuando alcanza su máxima altura? (b) ¿Cuál es su aceleración en este punto? (c) ¿Cuál es la velocidad con la que regresa al nivel del suelo? (d) ¿Cuál es su aceleración en este punto?

7. (a) ¿Las ecuaciones de cinemática (ecs. 2.13–2.17) se usan en una situación en que la aceleración varía en el tiempo? (b) ¿Se pueden usar cuando la aceleración es cero?

8. (a) ¿La velocidad instantánea de un objeto en un instante de tiempo alguna vez es mayor en magnitud que la velocidad promedio en un intervalo de tiempo que contenga al instante? (b) ¿Alguna vez es menor?

9. Dos automóviles se mueven en la misma dirección en pistas paralelas a lo largo de una autopista. En algún instante, la velocidad del automóvil A supera la velocidad del automóvil B. ¿Esto significa que la aceleración de A es mayor que la de B? Explique.

Problemas

1. sencillo; **2.** intermedio; **3.** desafiante

$\boxed{1.}$ solución completa disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

Sección 2.1 Posición, velocidad y rapidez

$\boxed{1.}$ En la figura P2.1 se muestra la posición en función del tiempo para cierta partícula que se mueve a lo largo del eje x. Encuentre la velocidad promedio en los siguientes intervalos de tiempo. (a) 0 a 2 s, (b) 0 a 4 s, (c) 2 s a 4 s, (d) 4 s a 7 s, (e) 0 a 8 s.

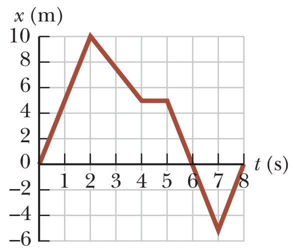


Figura P2.1 Problemas 1 y 9.

2. La rapidez de un impulso nervioso en el cuerpo humano es de aproximadamente 100 m/s. Si su dedo del pie tropieza accidentalmente en la oscuridad, estime el tiempo que tarda el impulso nervioso en viajar a su cerebro.

$\boxed{3.}$ Una persona camina, primero, con rapidez constante de 5.00 m/s a lo largo de una línea recta desde el punto Ⓐ al punto Ⓑ y luego de regreso a lo largo de la recta de Ⓑ a Ⓐ con una rapidez constante de 3.00 m/s. (a) ¿Cuál es su rapidez promedio durante todo el viaje? (b) ¿Cuál es su velocidad promedio durante todo el viaje?

4. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = 10t^2$, donde x está en metros y t en segundos. (a) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 s a 3.00 s. (b) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 s a 2.10 s.

5. La posición de un carro de derby se observó en varios momentos; los resultados se resumen en la tabla siguiente. Encuentre la velocidad promedio del auto para (a) el primer segundo, (b) los últimos 3 s y c) todo el periodo de observación.

t (s)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
x (m)	0	2.3	9.2	20.7	36.8	57.5

Sección 2.2 Velocidad y rapidez instantáneas

6. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = 3t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Evalúe su posición (a) en $t = 3.00$ s y (b) en $3.00 \text{ s} + \Delta t$. (c) Evalúe el límite de $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero para encontrar la velocidad en $t = 3.00$ s.

$\boxed{7.}$ En la figura P2.7 se muestra una gráfica posición-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x. (a) Encuentre la velocidad promedio en el intervalo de tiempo $t = 1.50$ s a $t = 4.00$ s. (b) Determine la velocidad instantánea en $t = 2.00$ s al medir la pendiente de la recta tangente que se muestra en la gráfica. (c) ¿En qué valor de t la velocidad es cero?

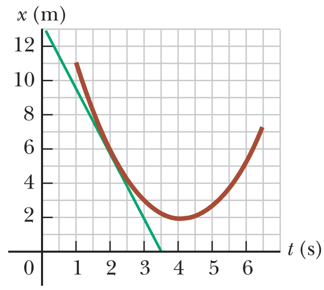


Figura P2.7

8. Una atleta parte desde un extremo de una piscina de longitud L en $t = 0$ y llega en el otro extremo en el tiempo t_1. Nada hacia atrás y llega a la posición de partida en el tiempo t_2. Si ella está nadando inicialmente en la dirección x positiva, determine sus velocidades promedio simbólicamente en (a) la primera parte del nado, (b) la segunda mitad del nado y (c) el recorrido redondo. (d) ¿Cuál es su velocidad promedio para el recorrido redondo?

9. Encuentre la velocidad instantánea de la partícula descrita en la figura P2.1 en los siguientes tiempos: (a) $t = 1.0$ s, (b) $t = 3.0$ s, (c) $t = 4.5$ s, (d) $t = 7.5$ s.

Sección 2.3 Análisis de modelo: la partícula bajo velocidad constante

10. Problema de repaso. Las placas norteamericana y europea de la corteza de la Tierra se estaban separando con una rapidez relativa de aproximadamente 25 mm/año. Considere la rapidez como constante y encuentre cuándo se empezó a abrir la brecha entre ellas, hasta alcanzar el ancho actual de 2.9×10^3 mi.

11. Una liebre y una tortuga compiten en una carrera en una ruta de 1.00 km de largo. La tortuga caminando a marcha lenta con una rapidez de 0.200 m/s se dirige hacia la línea de meta. La liebre corre a su máxima rapidez de 8.00 m/s hacia la meta durante 0.800 km y luego se detiene para fastidiar a la tortuga cuando ésta finalmente la pasa. La liebre espera un tiempo después de que la tortuga la pasa y luego corre hacia la línea de meta de nuevo a 8.00 m/s. Tanto la liebre como la tortuga cruzan la línea de meta exactamente en el mismo instante. Suponga que los animales, cuando se mueven, lo hacen uniformemente con sus respectivas rapideces. (a) ¿A qué distancia está la tortuga de la línea de meta cuando la liebre reanuda la carrera? (b) ¿Durante cuánto tiempo estuvo parada la liebre?

12. Un automóvil viaja una distancia d a lo largo de una línea recta con una rapidez constante de 60.0 mi/h y luego otra distancia d en la misma dirección con otra rapidez constante. La velocidad promedio durante todo el viaje es 30.0 mi/h. (a) ¿Cuál es la rapidez constante con la que el auto se movió durante la segunda distancia d? (b) **¿Qué pasaría si?** Supongamos que la segunda distancia d se viaja en la dirección opuesta, que olvidó algo y tuvo que regresar a casa con la misma rapidez constante tal que se encontró en el inciso (a). ¿Cuál es la velocidad promedio para este viaje? (c) ¿Cuál es la rapidez promedio de este nuevo viaje?

13. Una persona que hace un viaje conduce con una rapidez constante de 89.5 km/h, excepto por una parada de descanso de 22.0 min. Si la rapidez promedio de la persona es de 77.8 km/h, (a) ¿cuánto tiempo invierte la persona en el viaje y (b) qué tan lejos llegará?

Sección 2.4 Aceleración

14. **Problema de repaso.** Una superbola de 50.0 g que viaja a 25.0 m/s bota en una pared de ladrillo y rebota a 22.0 m/s. Una cámara de alta rapidez registra este evento. Si la bola está en contacto con la pared durante 3.50 ms, ¿cuál es la magnitud de la aceleración promedio de la bola durante este intervalo de tiempo?

15. En la figura P2.15 se muestra una gráfica velocidad-tiempo de un objeto que se mueve a lo largo del eje x. (a) Trace una gráfica de la aceleración en función del tiempo. Determine la aceleración promedio del objeto en los intervalos de tiempo (b) $t = 5.00$ s a $t = 15.0$ s y (c) $t = 0$ a $t = 20.0$ s.

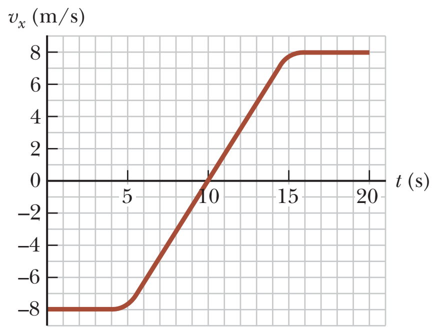


Figura P2.15

16. Una niña rueda una canica sobre una pista con dobleces que mide 100 cm de largo, como se muestra en la figura P2.16. Use x para representar la posición de la canica a lo largo de la pista. En las secciones horizontales de $x = 0$ a $x = 20$ cm y de $x = 40$ cm a $x = 60$ cm, la canica rueda con rapidez constante. En las secciones de pendiente, la rapidez de la canica cambia de manera uniforme. En los lugares donde la pendiente cambia, la canica permanece en la pista y no experimenta cambios súbitos en rapidez. La niña da a la canica cierta rapidez inicial en $x = 0$ y $t = 0$ y luego la observa rodar a $x = 90$ cm, donde regresa, y eventualmente regresa a $x = 0$ con la misma rapidez con la que al inicio la niña la liberó. Trace gráficas de x en función de t, v_x en función de t y a_x en función de t, alineadas verticalmente con sus ejes de tiempo idénticos, para mostrar el movimiento de la canica. No podrá colocar números distintos a cero en el eje horizontal o en los ejes de velocidad o aceleración, pero muestre las formas correctas de las gráficas.

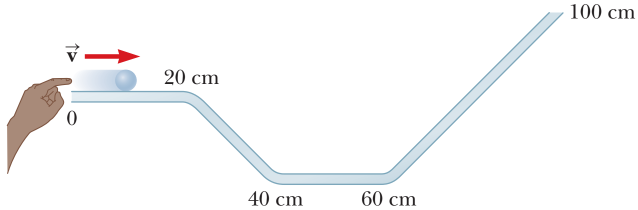


Figura P2.16

17. La figura P2.17 muestra una gráfica de v_x en función de t para el movimiento de un motociclista mientras parte del reposo y se mueve a lo largo del camino en línea recta. (a) Encuentre la aceleración promedio para el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 6.00$ s. (b) Estime el tiempo en que la aceleración tiene su mayor valor positivo y el valor de la aceleración en dicho instante. (c) ¿Cuándo la aceleración es cero? (d) Estime el máximo valor negativo de la aceleración y el tiempo en el que ocurre.

Figura P2.17

18. (a) Use los datos del problema 5 para construir una gráfica suave de posición en función del tiempo. (b) Con la construcción de rectas tangentes a la curva $x(t)$, encuentre la velocidad instantánea del automóvil en varios instantes. (c) Grafique la velocidad instantánea en función del tiempo y, a partir de la gráfica, determine la aceleración promedio del automóvil. (d) ¿Cuál fue la velocidad inicial del automóvil?

19. Una partícula parte del reposo y acelera como se muestra en la figura P2.19. Determine (a) la rapidez de la partícula en $t = 10.0$ s y en $t = 20.0$ s y (b) la distancia recorrida en los primeros 20.0 s.

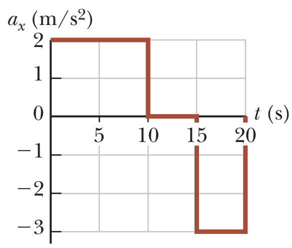


Figura P2.19

20. Un objeto se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x = 3.00t^2 + 2.00t + 3.00$, donde x está en metros y t está en segundos. Determine (a) la rapidez promedio entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, (b) la rapidez instantánea en $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, (c) la aceleración promedio entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, y (d) la aceleración instantánea en $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s. (e) ¿En qué tiempo alcanza el objeto al reposo?

21. Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x = 2.00 + 3.00t + 1.00t^2$, donde x está en metros y t en segundos. En $t = 3.00$ s, encuentre (a) la posición de la partícula, (b) su velocidad y (c) su aceleración.

Sección 2.5 Diagramas de movimiento

22. Dibuje diagramas de movimiento para (a) un objeto que se mueve a la derecha con rapidez constante, (b) un objeto que se mueve a la derecha y está aumentando su rapidez de modo constante, (c) un objeto que se mueve a la derecha y está disminuyendo su rapidez de modo constante, (d) un objeto que se mueve a la izquierda y aumenta su rapidez a razón constante, y (e) un objeto que se mueve a la izquierda y frena a rapidez constante. (f) ¿Cómo modificaría su dibujo si los cambios en rapidez no fuesen uniformes; esto es, si la rapidez no cambiara de modo constante?

23. Cada una de las fotografías estroboscópicas (a), (b) y (c) en la figura PO2.18 se tomó de un solo disco que se mueve hacia la derecha, que se considera como la dirección positiva. Dentro de cada fotografía el intervalo de tiempo entre imágenes es constante. Para cada fotografía prepare gráficas de x en función de t, v_x en función de t y a_x en función de t, alineadas verticalmente con sus ejes de tiempo idénticos, para mostrar el movimiento del disco. No podrá colocar números distintos de cero sobre los ejes, pero muestre los tamaños relativos correctos sobre las gráficas.

Sección 2.6 Análisis de modelo: la partícula bajo aceleración constante

24. La distancia mínima necesaria para detener un automóvil en movimiento a 35.0 mi/h es 40.0 ft. ¿Cuál es la distancia mínima para detenerse para el mismo automóvil cuando se mueve a 70.0 mi/h, suponiendo la misma aceleración?

25. Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera uniformemente desde una rapidez de 2.00×10^4 m/s a 6.00×10^6 m/s en 1.50 cm. (a) ¿En qué intervalo de tiempo el electrón recorre estos 1.50 cm? (b) ¿Cuál es su aceleración?

26. Una lancha rápida se mueve a 30.0 m/s hacia una boya que está 100 m por delante. El piloto ralentiza el barco con una aceleración constante de -3.50 m/s^2 reduciendo el acelerador. (a) ¿Cuánto tiempo tarda la lancha en llegar a la boya? (b) ¿Cuál es la velocidad de la lancha cuando llega a la boya?

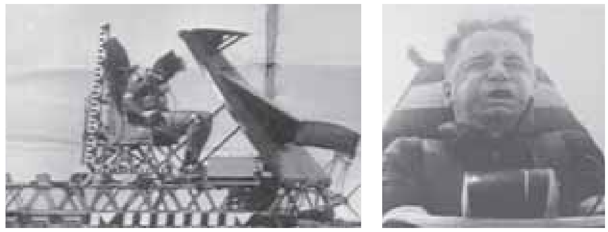
27. Considere una porción de aire en un tubo recto que se mueve con una aceleración constante de -4.00 m/s^2 y tiene una velocidad de 13.0 m/s a las 10:05:00 a.m. (a) ¿Cuál es su velocidad a las 10:05:01 a.m.? (b) ¿A las 10:05:04 a.m.? (c) ¿A las 10:04:59 a.m.? (d) Describa la forma de una gráfica de velocidad en función del tiempo para esta porción de aire. (e) Argumente a favor o en contra del enunciado "conocer un solo valor de la aceleración constante de un objeto es como conocer toda una lista de valores para su velocidad".

28. Un camión cubre 40.0 m en 8.50 s mientras frena suavemente con una rapidez final de 2.80 m/s. (a) Encuentre su rapidez original. (b) Encuentre su aceleración.

29. Un objeto que se mueve con aceleración uniforme tiene una velocidad de 12.0 cm/s en la dirección x positiva cuando su coordenada x es 3.00 cm. Si su coordenada x, 2.00 s después es de -5.00 cm, ¿cuál es su aceleración?

30. En el ejemplo 2.7 se investigó un aterrizaje de jet en un portaaviones. En una maniobra posterior, el jet viene para un aterrizaje en tierra firme con una rapidez de 100 m/s, y su aceleración puede tener una magnitud máxima de 5.00 m/s^2, hasta alcanzar el reposo. (a) Desde el momento en que el avión toca la pista de aterrizaje, ¿cuál es el intervalo de tiempo mínimo necesario antes de que pueda alcanzar el reposo? (b) ¿Puede que el jet aterrice en un pequeño aeropuerto de la isla tropical, donde la pista es de 0.800 km de largo? (c) Explique su respuesta.

31. Problema de repaso. El coronel John P. Stapp, de la fuerza aérea de Estados Unidos, participó en un estudio para ver si un piloto de jet podría sobrevivir a una expulsión de emergencia. El 19 de marzo de 1954 viajó en un trineo impulsado por cohete que se movió por una pista con una rapidez de 632 mi/h. Él y el trineo llegaron al reposo en 1.40 s con seguridad (figura P2.31). Determine (a) la aceleración negativa que experimentó y (b) la distancia que recorrió durante esta aceleración negativa.



izquierda cortesía de U.S. Air Force; *derecha*, NASA/Photo Researchers, Inc.

Figura P2.31 (*izquierda*) El coronel John Stapp y su trineo cohete alcanzan el reposo en un intervalo de tiempo muy corto. (*derecha*) El rostro de Stapp es contraído por el estrés de la rápida aceleración negativa.

32. Resuelva el ejemplo 2.8 mediante un método gráfico. En la misma gráfica trace posición en función del tiempo para el automóvil y el oficial de policía. De la intersección de las dos curvas lea el tiempo cuando el patrullero alcanza al automóvil.

33. Un camión en una carretera recta parte del reposo, con una aceleración de 2.00 m/s^2 hasta que alcanza una velocidad de 20.0 m/s. Luego, el camión viaja durante 20.0 s a velocidad constante hasta que se aplican los frenos, deteniendo al camión en una forma uniforme en 5.00 s más. (a) ¿Por cuánto tiempo está el camión en movimiento? (b) ¿Cuál es la velocidad promedio del camión para el movimiento descrito?

34. *¿Por qué es imposible la siguiente situación*? A partir del reposo, una rinoceronte de carga se mueve 50.0 m en una línea recta en 10.0 s. Su aceleración es constante durante todo el movimiento, y su rapidez final es de 8.00 m/s.

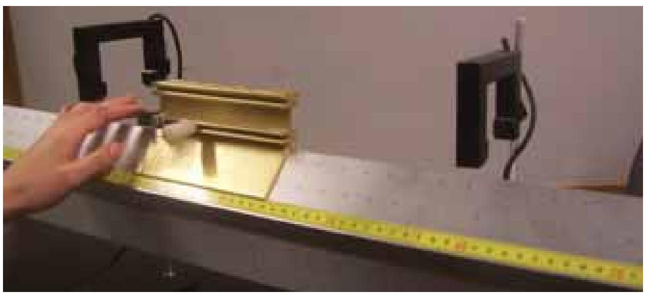
35. El conductor de un automóvil aplica los frenos cuando ve un árbol que bloquea el camino. El automóvil frena uniformemente con una aceleración de -5.60 m/s^2 durante 4.20 s, y hace marcas de derrape rectas de 62.4 m de largo que terminan en el árbol. ¿Con qué rapidez golpea el automóvil el árbol?

36. En el modelo de partícula bajo aceleración constante se identifican las variables y parámetros v_{xi}, v_{xf}, a_x, t y $x_f - x_i$. De las ecuaciones en el modelo, ecuaciones 2.13–2.17, la primera no involucra $x_f - x_i$, la segunda y tercera no contienen a_x, la cuarta omite v_{xf} y la última deja fuera t. De modo que, para completar el conjunto, debe haber una ecuación que *no* involucre v_{xi}. (a) Dedúzcala a partir de las otras. (b) Use la ecuación del inciso (a) para resolver el problema 35 en un paso.

37. Una lancha rápida se desplaza en línea recta y aumenta su rapidez uniformemente de $v_i = 20.0$ m/s a $v_f = 30.0$ m/s en un desplazamiento Δx de 200 m. Queremos encontrar el intervalo de tiempo necesario para que la lancha recorra este desplazamiento. (a) Dibuje un sistema coordenado para esta situación (b) ¿Qué análisis de modelo es el más apropiado para describir esta situación? (c) A partir del análisis de modelo, ¿qué ecuación es la más apropiada para encontrar la aceleración de la lancha rápida? (d) Resuelva la ecuación seleccionada en el inciso (c) simbólicamente para la aceleración del barco en términos de v_i, v_f y Δx. (e) Sustituya los valores numéricos para obtener la aceleración numéricamente. (f) Encuentre el intervalo de tiempo antes mencionado.

38. Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición está dada por la ecuación $x = 2 + 3t - 4t^2$, con x en metros y t en segundos. Determine (*a*) su posición cuando cambia de dirección y (*b*) su velocidad cuando regresa a la posición que tenía en $t = 0$.

39. Un deslizador de longitud ℓ en una pista de aire se mueve a través de una fotopuerta estacionaria. Una fotopuerta (figura P2.39) es un dispositivo que mide el intervalo de tiempo Δt_d durante el cual el deslizador bloquea un haz de luz infrarroja que pasa a través de la fotopuerta. La razón $v_d = \ell/\Delta t_d$ es la velocidad promedio del deslizador durante esta parte de su movimiento. Suponga que el deslizador se mueve con aceleración constante. (a) Argumente a favor o en contra de la idea de que v_d es igual a la velocidad instantánea del deslizador cuando está a la mitad de la fotopuerta en el espacio. (b) Argumente a favor o en contra de la idea de que v_d es igual a la velocidad instantánea del deslizador cuando está a la mitad de la fotopuerta en el tiempo.



Ralph McGrew

Figura P2.39 Problemas 39 y 40.

40. Un deslizador de 12.4 cm de longitud se mueve sobre una pista de aire con aceleración constante. Transcurre un intervalo de tiempo de 0.628 s entre el momento cuando su extremo frontal pasa un punto fijo Ⓐ a lo largo de la pista y el momento cuando su extremo trasero pasa este punto. A continuación, transcurre un intervalo de tiempo de 1.39 s entre el momento cuando el extremo trasero del deslizador pasa el punto Ⓐ y el momento cuando el extremo frontal del deslizador pasa un segundo punto Ⓑ más lejos en la pista. Después de ello, transcurren 0.431 s adicionales hasta que el extremo trasero del deslizador pasa el punto Ⓑ. (a) Encuentre la rapidez promedio del deslizador conforme pasa el punto Ⓐ. (b) Encuentre la aceleración del deslizador. (c) Explique cómo calcula la aceleración sin saber la distancia entre los puntos Ⓐ y Ⓑ.

41. Un objeto se mueve con una aceleración constante de 4.00 m/s^2 y durante un intervalo de tiempo alcanza una velocidad final de 12.0 m/s. (a) Si su velocidad inicial es de 6.00 m/s, ¿cuál es su desplazamiento durante el intervalo de tiempo? (b) ¿Cuál es la distancia que recorre durante este intervalo? (c) Si la velocidad inicial es de -6.00 m/s, ¿cuál es su desplazamiento durante el intervalo de tiempo? (d) ¿Cuál es la distancia total que recorre durante el intervalo en el inciso (c)?

42. En $t = 0$, un carro de juguete se pone a rodar en una pista recta con posición inicial de 15.00 cm, velocidad inicial de -3.50 cm/s y aceleración constante de 2.40 cm/s^2. En el mismo momento, otro carro de juguete se pone a rodar en una pista adyacente con posición inicial de 10.0 cm, una velocidad inicial de $+5.50$ cm/s y aceleración constante cero. (a) ¿En qué tiempo, si hay alguno, los dos carros tienen iguales rapideces? (b) ¿Cuáles son sus rapideces en dicho tiempo? (c) ¿En qué tiempo(s), si hay alguno, los carros se rebasan mutuamente? (d) ¿Cuáles son sus ubicaciones en dicho tiempo? (e) Explique la diferencia entre la pregunta (a) y la pregunta (c) tan claramente como le sea posible.

43. La figura P2.43 representa parte de los datos de desempeño de un automóvil propiedad de un orgulloso estudiante de física. (a) Calcule la distancia total recorrida al calcular el área bajo la línea de la gráfica. (b) ¿Qué distancia recorre el automóvil entre los tiempos $t = 10$ s y $t = 40$ s? (c) Dibuje una gráfica de su aceleración en función del tiempo entre $t = 0$ y $t = 50$ s. (d) Escriba una ecuación para x como función del tiempo para cada fase del movimiento, representado por los segmentos $0a$, ab y bc. (e) ¿Cuál es la velocidad promedio del automóvil entre $t = 0$ y $t = 50$ s?

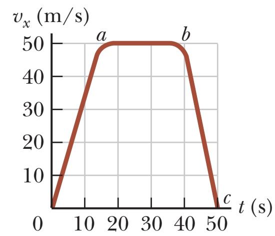


Figura P2.43

44. Un jugador de hockey está de pie sobre los patines en un estanque congelado cuando un jugador del equipo contrario, que se mueve con una velocidad uniforme de 12.0 m/s, patina con el disco. Después de 3.00 s, el primer jugador se decide a perseguir a su oponente. Si acelera uniformemente a 4.00 m/s^2, (a) ¿cuánto tiempo le tomó para atrapar a su oponente y (b) ¿qué distancia ha recorrido en ese tiempo? (Suponga que el jugador con el disco permanece en movimiento con rapidez constante.)

Sección 2.7 Objetos en caída libre

Nota: En todos los problemas de esta sección, ignorar los efectos de la resistencia del aire.

45. En el capítulo 9, vamos a definir el centro de masa de un objeto y demostrar que su movimiento es descrito por el modelo de la partícula bajo aceleración constante cuando actúan fuerzas constantes sobre el objeto. Un gimnasta salta directamente arriba, con su centro de masa moviéndose a 2.80 m/s cuando abandona el suelo. ¿Qué tan alto por encima de este punto está el centro de masa (a) 0.100 s, (b) 0.200 s, (c) 0.300 s y (d) 0.500 s a partir de entonces?

46. Un atacante en la base de la pared de un castillo de 3.65 m de alto lanza una roca recta hacia arriba con una rapidez de 7.40 m/s a una altura de 1.55 m sobre el suelo. (a) ¿La roca llegará a lo alto de la pared? (b) Si es así, ¿cuál es su rapidez en lo alto? Si no, ¿qué rapidez inicial debe tener para llegar a lo alto? (c) Encuentre el cambio en rapidez de una roca lanzada recta hacia abajo desde lo alto de la pared con una rapidez inicial de 7.40 m/s y que se mueve entre los mismos dos puntos. (d) ¿El cambio en rapidez de la roca que se mueve hacia abajo concuerda con la magnitud del cambio de rapidez de la roca que se mueve hacia arriba entre las mismas elevaciones? Explique físicamente por qué sí o por qué no concuerda.

47. *¿Por qué es imposible la siguiente situación?* Emily desafía a su amigo David a atrapar un billete de dólar del modo siguiente. Ella sostiene el billete verticalmente, como se muestra en la figura P2.47, con el centro del billete entre los dedos índice y pulgar de David, quien debe atrapar el billete después de que Emily lo libere sin mover su mano hacia abajo. Sin previo aviso, Emily libera el billete. David toma el billete sin mover la mano hacia abajo. El tiempo de reacción de David es igual al tiempo promedio de reacción humano.

Figura P2.47

48. Se golpea una pelota de béisbol de modo que viaja recto hacia arriba después de ser golpeada por el bat. Un aficionado observa que a la bola le toma 3.00 s llegar a su máxima altura. Encuentre (a) la velocidad inicial de la bola y (b) la altura que alcanza.

49. Es posible disparar una flecha con una rapidez tan alta como 100 m/s. (a) Si se puede ignorar la fricción, ¿qué tan rápido se lanzaría una flecha con este aumento de rapidez si disparo hacia arriba? (b) ¿Cuánto tiempo estaría la flecha en el aire?

50. La altura de un helicóptero sobre el suelo está dada por $h = 3.00t^3$, donde h está en metros y t en segundos. Después de 2.00 s, el helicóptero libera una pequeña valija de correo. ¿Cuánto tiempo después de su liberación, la valija llega al suelo?

51. Una bola se lanza directamente hacia arriba, con una rapidez inicial de 8.00 m/s, desde una altura de 30.0 m. ¿Después de qué intervalo de tiempo la bola golpea al suelo?

52. Se lanza una pelota hacia arriba desde el suelo con una rapidez inicial de 25 m/s; en el mismo instante se deja caer otra pelota desde un edificio de 15 m de altura. ¿Después de cuánto tiempo estarán las pelotas a la misma altura por encima del suelo?

53. Una estudiante lanza un conjunto de llaves verticalmente hacia arriba a su hermana de fraternidad, quien está en una ventana 4.00 m arriba. La segunda estudiante atrapa las llaves 1.50 s después. (a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves? (b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves justo antes de ser atrapadas?

54. Al tiempo $t = 0$, una estudiante lanza un juego de llaves verticalmente hacia arriba a su hermana de fraternidad, que está en una ventana a una distancia h arriba. La segunda estudiante atrapa las llaves al tiempo t. (a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves? (b) ¿Cuál era la velocidad de las llaves justo antes de que fueran capturadas?

55. Un osado vaquero sentado en la rama de un árbol desea caer verticalmente sobre un caballo que galopa bajo el árbol. La rapidez constante del caballo es 10.0 m/s y la distancia desde la rama hasta el nivel de la silla de montar es 3.00 m. (a) ¿Cuál debe ser la distancia horizontal entre la silla y la rama cuando el vaquero haga su movimiento? (b) ¿Qué intervalo de tiempo está en el aire?

56. Un paquete se deja caer en el tiempo $t = 0$ desde un helicóptero que está descendiendo de manera constante con una rapidez v_i. (a) ¿Cuál es la rapidez del paquete en términos de v_i, g, y t? (b) ¿Qué distancia vertical d es la del helicóptero en términos de g y t? (c) ¿Cuáles son las respuestas a los incisos (a) y (b) si el helicóptero se eleva con la misma rapidez de manera uniforme?

Sección 2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo

57. Los ingenieros automotrices se refieren a la tasa de cambio de la aceleración en el tiempo como el "jalón". Suponga que un objeto se mueve en una dimensión tal que su jalón J es constante. (a) Determine expresiones para su aceleración $a_x(t)$, velocidad $v_x(t)$ y posición $x(t)$, dado que su aceleración, velocidad y posición iniciales son a_{xi}, v_{xi} y x_i, respectivamente. (b) Muestre que $a_x^2 = a_{xi}^2 + 2J(v_x - v_{xi})$.

58. Un estudiante conduce un ciclomotor a lo largo de un camino recto como se describe por la gráfica velocidad en función del tiempo de la figura P2.58. Bosqueje esta gráfica en medio de una hoja de papel gráfico. (a) Directamente sobre su gráfica, bosqueje una gráfica de la posición en función del tiempo y alinee las coordenadas de tiempo de las dos gráficas. (b) Bosqueje una gráfica de la aceleración en función del tiempo directamente bajo de la gráfica velocidad-tiempo, y de nuevo alinee las coordenadas de tiempo. Sobre cada gráfica muestre los valores numéricos de x y a_x para todos los puntos de inflexión. (c) ¿Cuál es la aceleración en $t = 6.00$ s? (d) Encuentre la posición (relativa al punto de partida) en $t = 6.00$ s. (e) ¿Cuál es la posición final del ciclomotor en $t = 9.00$ s?

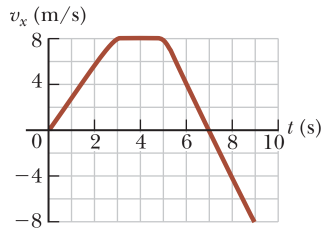


Figura P2.58

59. La rapidez de una bala mientras viaja por el cañón de un rifle hacia la abertura está dada por

$$v = (-5.00 \times 10^7)t^2 + (3.00 \times 10^5)t$$

donde v está en metros por segundo y t en segundos. La aceleración de la bala justo cuando sale del cañón es cero. (a) Determine la aceleración y posición de la bala como función del tiempo cuando la bala está en el cañón. (b) Determine el intervalo de tiempo durante el que la bala acelera. (c) Encuentre la rapidez a la que sale del cañón la bala. (d) ¿Cuál es la longitud del cañón?

Problemas adicionales

60. Cierto fabricante de automóviles afirma que su automóvil deportivo de lujo se acelerará desde el reposo hasta una rapidez de 42.0 m/s en 8.00 s. (a) Determine la aceleración promedio del automóvil. (b) Suponga que el automóvil se mueve con aceleración constante. Encuentre la distancia que viaja el automóvil en los primeros 8.00 s. (c) ¿Cuál es la rapidez del automóvil 10.0 s después de que comienza su movimiento si puede continuar moviéndose con la misma aceleración?

61. La espumadora *Philaenus spumarius* es supuestamente el mejor saltador en el reino animal. Para iniciar un salto, este insecto es capaz de acelerar a 4.00 km/s^2 en una distancia de 2.00 mm, ya que endereza sus especialmente adaptadas "piernas saltadoras". Suponga que la aceleración es constante. (a) Encuentre la velocidad ascendente con la que el insecto despega. (b) ¿En qué intervalo de tiempo se alcanza esta velocidad? (c) ¿A qué altura saltaría el insecto si la resistencia del aire fuera insignificante? La altura real a la que llega es aproximadamente de 70 cm, por lo que la resistencia del aire debe ser una fuerza importante en el salto de la espumadora.

62. Un objeto está en $x = 0$ en $t = 0$ y se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la gráfica velocidad-tiempo de la figura P2.62. (a) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 0 y 4.0 s? (b) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 4.0 s y 9.0 s? (c) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 13.0 s y 18.0 s? (d) ¿En qué tiempo (s) el objeto se mueve con la rapidez más baja? (e) ¿En qué tiempo el objeto está más lejos de $x = 0$? (f) ¿Cuál es la posición final x del objeto en $t = 18.0$ s? (g) ¿A través de qué distancia total el objeto se mueve entre $t = 0$ y $t = 18.0$ s?

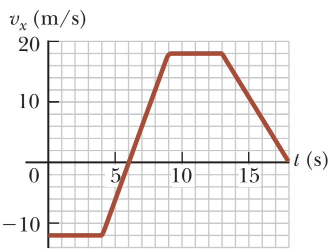


Figura P2.62

63. Un inquisitivo estudiante de física y montañista asciende un risco de 50.0 m que cuelga sobre un tranquilo ojo de agua. Lanza dos piedras verticalmente hacia abajo, con una separación de 1.00 s y observa que causan una sola salpicadura. La primera piedra tiene una rapidez inicial de 2.00 m/s. (a) ¿Cuánto tiempo después de liberar la primera piedra las dos piedras golpean el agua? (b) ¿Qué velocidad inicial debe tener la segunda piedra si deben golpear simultáneamente? (c) ¿Cuál es la rapidez de cada piedra en el instante en que las dos golpean el agua?

64. En la figura 2.11b, el área bajo la curva velocidad en función del tiempo y entre el eje vertical y el tiempo t (línea discontinua vertical) representa el desplazamiento. Como se muestra, esta área consiste de un rectángulo y un triángulo. (a) Calcule sus áreas y (b) explique cómo se compara la suma de las dos áreas con la expresión en el lado derecho de la ecuación 2.16.

65. Una bola parte del reposo y acelera en 0.500 m/s^2 mientras se mueve por un plano inclinado de 9.00 m de largo. Cuando llega a la parte inferior, la bola rueda a otro plano, donde alcanza el reposo después de moverse 15.0 m en ese plano. (a) ¿Cuál es la rapidez de la bola en la parte inferior del primer plano? (b) ¿Durante qué intervalo de tiempo la bola rueda hacia abajo por el primer plano? (c) ¿Cuál es la aceleración a lo largo del segundo plano? (d) ¿Cuál es la rapidez de la bola a 8.00 m a lo largo del segundo plano?

66. Una mujer informó haber caído 144 metros del piso 17 de un edificio, cayendo sobre una caja de metal del ventilador que aplastó a una profundidad de 18.0 pulg. Ella sufrió sólo heridas leves. Ignorando la resistencia del aire, calcule (a) la rapidez de la mujer justo antes de que chocó con el ventilador y (b) su aceleración promedio mientras está en contacto con la caja. (c) Modele su aceleración como constante, calcule el intervalo de tiempo que se tardó en aplastar la caja.

67. Un ascensor se mueve hacia abajo en un edificio alto con una rapidez constante de 5.00 m/s. Exactamente 5.00 s después la parte superior de la cabina del ascensor pasa por un perno fijado flojamente en la pared del pozo del ascensor, el perno cae a partir del reposo. (a) ¿En qué tiempo golpeó el perno la parte superior del elevador que aún está descendiendo? (b) ¿En qué sentido este problema es similar al ejemplo 2.8? (c) Estime la altura del piso más alto desde el cual puede caer el perno si el ascensor alcanza la planta baja antes de que el perno golpee la parte superior del elevador.

68. *¿Por qué es imposible la siguiente situación?* Un tren de carga viaja lentamente con una rapidez constante de 16.0 m/s. Detrás del tren de carga en la misma vía está un tren de pasajeros que viaja en la misma dirección a 40.0 m/s. Cuando la parte delantera del tren de pasajeros está a 58.5 m de la parte trasera del tren de carga, el ingeniero del tren de pasajeros reconoce el peligro y frena su tren, haciendo que el tren se mueva con una aceleración −3.00 m/s^2. Debido a la acción del ingeniero, los trenes no chocan.

69. El Acela es un tren eléctrico en la ruta Washington-Nueva York-Boston y transporta pasajeros a 170 mi/h. En la figura P2.69 se muestra una gráfica velocidad-tiempo para el Acela. (a) Describa el movimiento del tren en cada intervalo de tiempo sucesivo. (b) Encuentre la aceleración máxima positiva del tren en la gráfica del movimiento. (c) Encuentre el desplazamiento del tren, en millas, entre $t = 0$ y $t = 200$ s.

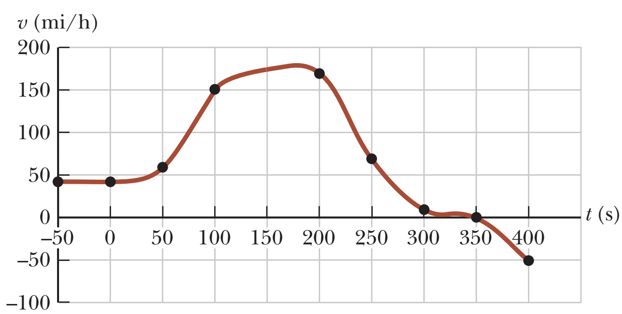


Figura P2.69 Gráfica velocidad frente a tiempo para el Acela.

70. Dos objetos se mueven con velocidad inicial de −8.00 m/s, velocidad final de 16.0 m/s y aceleraciones constantes. (a) El primer objeto tiene un desplazamiento de 20.0 m. Encuentre su aceleración. (b) El segundo objeto recorre una distancia total de 22.0 m. Encuentre su aceleración.

71. En $t = 0$, un atleta corriendo en una competencia de carrera en una pista recta larga, con una velocidad constante v_1, está atrás una distancia d_1 de un segundo atleta que corre con una velocidad constante v_2. (a) ¿En qué circunstancias es el primer atleta capaz de superar al segundo atleta? (b) Encuentre el tiempo t en el que el primer atleta alcanza al segundo atleta, en términos de d_1, v_1 y v_2. (c) ¿A qué distancia mínima d_2 del atleta líder debe encontrarse la línea de meta para que el atleta que va detrás al menos pueda empatar en el primer lugar? Exprese d_2 en términos de d_1, v_1 y v_2 utilizando el resultado del inciso (b).

72. Un cohete de prueba se dispara verticalmente hacia arriba desde un pozo. Una catapulta le da una rapidez inicial de 80.0 m/s a nivel del suelo. Después se encienden sus motores y acelera hacia arriba a 4.00 m/s^2 hasta que llega a una altitud de 1 000 m. En este punto sus motores fallan y el cohete entra en caída libre, con una aceleración de -9.80 m/s^2. (a) ¿Para qué intervalo de tiempo el cohete está en movimiento sobre el suelo? (b) ¿Cuál es su altitud máxima? (c) ¿Cuál es su velocidad justo antes de chocar con la Tierra? (Necesitará considerar el movimiento mientras el motor funciona por separado del movimiento en caída libre.)

73. Kathy prueba su nuevo automóvil deportivo corriendo con Stan, que es un experimentado corredor, pero Kathy deja la línea de partida 1.00 s antes que Stan. Stan se mueve con una aceleración constante de 3.50 m/s^2 y Kathy mantiene una aceleración de 4.90 m/s^2. Encuentre (a) el tiempo en que Kathy alcanza a Stan, (b) la distancia que recorre antes de alcanzarlo y (c) las rapideces de ambos automóviles en el instante en que lo alcanza.

74. Dos estudiantes están en un balcón a una distancia h arriba de la calle. Un estudiante lanza una pelota verticalmente hacia abajo con una rapidez v_i y, al mismo tiempo, el otro estudiante lanza una bola verticalmente hacia arriba a la misma rapidez. Responda las siguientes preguntas simbólicamente en términos de v_i, g, h, t. (a) ¿Cuál es el intervalo de tiempo entre el momento que la primera pelota y la segunda pelota pegan en el suelo? (b) Calcule la velocidad de cada bola al pegar en el suelo. (c) ¿A qué distancia se encuentran las bolas en un tiempo t después de que se lanzan y antes de que peguen en el suelo?

75. Dos objetos, A y B, se conectan mediante una barra rígida que tiene longitud L. Los objetos se deslizan a lo largo de rieles guía perpendiculares, como se muestra en la figura P2.75. Suponga que A se desliza hacia la izquierda con una rapidez constante v. (a) Encuentre la velocidad de B como una función del ángulo θ. (b) Describa v_B en relación con v. ¿Es v_B siempre menor que v, mayor que v, o igual a v, o tiene alguna otra relación?

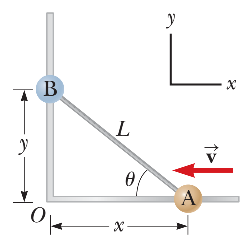


Figura P2.75

76. Astronautas en un planeta distante lanzan una roca al aire. Con la ayuda de una cámara que toma fotografías con una rapidez uniforme, registran la altura de la roca como función del tiempo, como se da en la tabla siguiente. (a) Encuentre la velocidad promedio de la roca en el intervalo de tiempo entre cada medición y la siguiente. (b) Use estas velocidades promedio para aproximar velocidades instantáneas en los puntos medios de los intervalos de tiempo y haga una gráfica de la velocidad como función del tiempo. (c) ¿La roca se mueve con aceleración constante? Si es así, trace una línea recta de mejor ajuste en la gráfica y calcule su pendiente para encontrar la aceleración.

Tiempo (s)	Altura (m)	Tiempo (s)	Altura (m)
0.00	5.00	2.75	7.62
0.25	5.75	3.00	7.25
0.50	6.40	3.25	6.77
0.75	6.94	3.50	6.20
1.00	7.38	3.75	5.52
1.25	7.72	4.00	4.73
1.50	7.96	4.25	3.85
1.75	8.10	4.50	2.86
2.00	8.13	4.75	1.77
2.25	8.07	5.00	0.58
2.50	7.90		

77. Una automovilista conduce por una carretera recta a una rapidez constante de 15.0 m/s. Justo cuando pasa una motocicleta estacionada de un oficial de policía, el oficial comienza a acelerar a 2.00 m/s^2 para alcanzarla. Suponiendo que el oficial mantiene esta aceleración, (a) determine el intervalo de tiempo requerido para que el policía alcance a la automovilista. Encuentre (b) la rapidez y (c) el desplazamiento total del oficial cuando alcanza a la automovilista.

78. Un tren de pasajeros viaja entre dos estaciones del centro de la ciudad. Puesto que las estaciones sólo están separadas 1.00 km, el tren nunca alcanza su máxima rapidez de viaje posible. Durante las horas de tráfico el ingeniero minimiza el intervalo de tiempo Δt entre las dos estaciones al acelerar durante un intervalo de tiempo Δt_1 a razón de $a_1 = 0.100$ m/s^2 para luego frenar inmediatamente con una aceleración $a_2 = -0.500$ m/s^2 en un intervalo de tiempo Δt_2. Encuentre el intervalo de tiempo mínimo de viaje Δt y el intervalo de tiempo Δt_1.

79. Liz llega de prisa a un andén del metro para encontrar su tren que está a punto de partir. Se detiene y mira los carros que pasan. Cada carro tiene una longitud de 8.60 m. El primero se mueve pasándola en 1.50 s y el segundo en 1.10 s. Encuentre la aceleración constante del tren.

80. Una bola de hule duro, liberada a la altura del pecho, cae al pavimento y rebota de vuelta casi a la misma altura. Cuando está en contacto con el pavimento, el lado inferior de la bola se aplana temporalmente. Suponga que la profundidad máxima de la abolladura es del orden de 1 cm. Calcule una estimación del orden de magnitud para la aceleración máxima de la bola mientras está en contacto con el pavimento. Establezca sus suposiciones, las cantidades que estimó y los valores que estimó para ellas.

Problemas de desafío

81. Un automóvil azul de 4.52 m de longitud se mueve hacia el Norte por una carretera que se cruza con otro camino perpendicular (fig. P2.81, página 58). El ancho de la intersección del extremo cercano al lejano es de 28.0 m. El automóvil azul tiene una aceleración constante de magnitud 2.10 m/s^2 dirigida al Sur. El intervalo de tiempo requerido para que el frente del automóvil azul pase de la orilla cercana (Sur) de la intersección a la orilla norte de la intersección es 3.10 s. (a) ¿A qué distancia está el frente del automóvil azul de la orilla sur de la intersección cuando se detiene? (b) ¿Para qué intervalo de tiempo está *cualquier* parte del automóvil azul dentro de los límites de la intersección? (c) Un automóvil rojo está en reposo en la carretera de intersección perpendicular. Conforme el frente del automóvil azul entra en la intersección, el automóvil rojo parte del reposo y acelera al Este a 5.60 m/s^2. ¿Cuál es la distancia mínima desde la orilla más cercana (Oeste) de la intersección en la cual el frente del automóvil rojo puede comenzar su movimiento si éste entra en la intersección después de que el automóvil azul ha entrado completamente a la izquierda de la intersección? (d) Si el automóvil rojo comienza su movimiento en la posición dada por la respuesta del inciso (c), ¿con qué rapidez se introduce éste en la intersección?

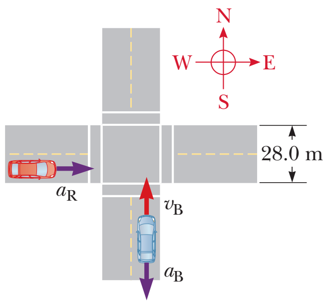


Figura P2.81

82. **Problema de repaso.** Tan pronto como el semáforo se pone verde, un automóvil acelera a partir del reposo a 50.0 mi/h con una aceleración constante de 9.00 mi/h/s. En el carril de bicicletas al lado, un ciclista acelera desde el reposo hasta 20.0 mi/h con una aceleración constante de 13.0 mi/h/s. Cada vehículo mantiene una velocidad constante después de alcanzar su rapidez máxima. (a) ¿Durante qué intervalo de tiempo está la bicicleta por delante del automóvil? (*b*) ¿Para qué distancia máxima la bicicleta está delante del automóvil?

83. En una carrera de 100 m de mujeres, a Laura, acelerando de manera uniforme, le toma 2.00 s, y a Healan 3.00 s alcanzar sus velocidades máximas, que mantienen cada una de ellas durante el resto de la carrera. Cruzan la línea de meta al mismo tiempo, estableciendo ambas un récord mundial de 10.4 s. (a) ¿Cuál es la aceleración de cada atleta? (b) ¿Cuáles son sus respectivas rapideces máximas? (c) ¿Qué atleta está por delante en la marca de 6.00 s, y por cuánto? (d) ¿Cuál es la distancia máxima en que Healan está detrás de Laura, y en qué tiempo ocurre eso?

84. Dos varillas delgadas se sujetan en el interior de un anillo circular, como se muestra en la figura P2.84. Una varilla de longitud D es vertical, y la otra de longitud L forma un ángulo θ con la horizontal. Las dos varillas y el anillo están en un plano vertical. Dos pequeñas cuentas están libres para deslizarse sin fricción a lo largo de las varillas. (a) Si las dos cuentas se liberan simultáneamente a partir del reposo desde las posiciones que se muestran, use su intuición y conjeture qué cuenta llega al fondo primero. (b) Halle una expresión para el intervalo de tiempo necesario para que la cuenta roja caiga del punto Ⓐ al punto Ⓒ en términos de g y D. (c) Encuentre una expresión para el intervalo de tiempo requerido para que la cuenta azul se deslice desde el punto Ⓑ al punto Ⓒ en términos de g, L y θ. (*d*) Demuestre que los dos intervalos de tiempo encontrados en los incisos (b) y (c) son iguales. *Sugerencia*: ¿cuál es el ángulo entre las cuerdas Ⓐ Ⓑ y Ⓑ Ⓒ del círculo? (e) ¿Estos resultados le sorprenden? ¿Su conjetura intuitiva del inciso (a) es correcta? Este problema se inspiró en un artículo de Thomas B. Greenslade, Jr., "La paradoja de Galileo", *Phys. Teach.* 46, 294 (mayo de 2008).

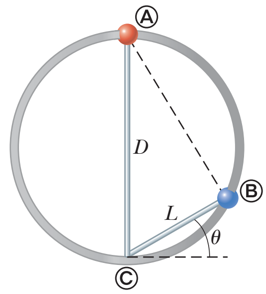


Figura P2.84

85. Un hombre deja caer una piedra en un pozo. (a) El hombre escucha el sonido del chapoteo 2.40 s después de que suelta la piedra a partir del reposo. La rapidez del sonido en el aire (a temperatura ambiente) es de 336 m/s. ¿A qué distancia por debajo de la parte superior del pozo está la superficie del agua? (b) ¿Qué pasaría si? Si se ignora el tiempo de viaje para el sonido, ¿qué porcentaje de error se introduce cuando se calcula la profundidad del pozo?

2

Motion in One Dimension

CHAPTER OUTLINE

* An asterisk indicates a question or problem new to this edition.

ANSWERS TO OBJECTIVE QUESTIONS

OQ2.1 Count spaces (intervals), not dots. Count 5, not 6. The first drop falls at time zero and the last drop at 5 × 5 s = 25 s. The average speed is 600 m/25 s = 24 m/s, answer (b).

OQ2.2 The initial velocity of the car is $v_0 = 0$ and the velocity at time t is v. The constant acceleration is therefore given by

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0} = \frac{v - 0}{t} = \frac{v}{t}$$

and the average velocity of the car is

$$\bar{v} = \frac{(v + v_0)}{2} = \frac{(v + 0)}{2} = \frac{v}{2}$$

The distance traveled in time t is $\Delta x = \bar{v}t = vt/2$. In the special case where $a = 0$ (and hence $v = v_0 = 0$), we see that statements (a), (b), (c), and (d) are all correct. However, in the general case ($a \neq 0$, and hence

$v \neq 0$) only statements (b) and (c) are true. Statement (e) is not true in either case.

OQ2.3 The bowling pin has a constant downward acceleration while in flight. The velocity of the pin is directed upward on the ascending part of its flight and is directed downward on the descending part of its flight. Thus, only (d) is a true statement.

OQ2.4 The derivation of the equations of kinematics for an object moving in one dimension was based on the assumption that the object had a constant acceleration. Thus, (b) is the correct answer. An object would have constant velocity if its acceleration were zero, so (a) applies to cases of zero acceleration only. The speed (magnitude of the velocity) will increase in time only in cases when the velocity is in the same direction as the constant acceleration, so (c) is not a correct response. An object projected straight upward into the air has a constant downward acceleration, yet its position (altitude) does not always increase in time (it eventually starts to fall back downward) nor is its velocity always directed downward (the direction of the constant acceleration). Thus, neither (d) nor (e) can be correct.

OQ2.5 The maximum height (where $v = 0$) reached by a freely falling object shot upward with an initial velocity $v_0 = +225$ m/s is found from $v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i) = v_i^2 + 2a\Delta y$, where we replace a with $-g$, the downward acceleration due to gravity. Solving for Δy then gives

$$\Delta y = \frac{\left(v_f^2 - v_i^2\right)}{2a} = \frac{-v_0^2}{2(-g)} = \frac{-(225\text{ m/s})^2}{2\left(-9.80\text{ m/s}^2\right)} = 2.58 \times 10^3\text{ m}$$

Thus, the projectile will be at the $\Delta y = 6.20 \times 10^2$ m level twice, once on the way upward and once coming back down.

The elapsed time when it passes this level coming downward can be found by using $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$ again by substituting $a = -g$ and solving for the velocity of the object at height (displacement from original position) $\Delta y = +6.20 \times 10^2$ m.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$$
$$v^2 = (225\text{ m/s})^2 + 2\left(-9.80\text{ m/s}^2\right)\left(6.20 \times 10^2\text{ m}\right)$$
$$v = \pm 196\text{ m/s}$$

The velocity coming down is –196 m/s. Using $v_f = v_i + at$, we can solve for the time the velocity takes to change from +225 m/s to –196 m/s:

$$t = \frac{(v_f - v_i)}{a} = \frac{(-196 \text{ m/s} - 225 \text{ m/s})}{(-9.80 \text{ m/s}^2)} = 43.0 \text{ s}.$$

The correct choice is (e).

OQ2.6 Once the arrow has left the bow, it has a constant downward acceleration equal to the free-fall acceleration, g. Taking upward as the positive direction, the elapsed time required for the velocity to change from an initial value of 15.0 m/s upward (v_0 = +15.0 m/s) to a value of 8.00 m/s downward (v_f = –8.00 m/s) is given by

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_f - v_0}{-g} = \frac{-8.00 \text{ m/s} - (+15.0 \text{ m/s})}{-9.80 \text{ m/s}^2} = 2.35 \text{ s}$$

Thus, the correct choice is (d).

OQ2.7 (c) The object has an initial positive (northward) velocity and a negative (southward) acceleration; so, a graph of velocity versus time slopes down steadily from an original positive velocity. Eventually, the graph cuts through zero and goes through increasing-magnitude-negative values.

OQ2.8 (b) Using $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$, with v_i = –12 m/s and Δy = –40 m:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$$
$$v^2 = (-12 \text{ m/s})^2 + 2(-9.80 \text{ m/s}^2)(-40 \text{ m})$$
$$v = -30 \text{ m/s}$$

OQ2.9 With original velocity zero, displacement is proportional to the square of time in $(1/2)at^2$. Making the time one-third as large makes the displacement one-ninth as large, answer (c).

OQ2.10 We take downward as the positive direction with $y = 0$ and $t = 0$ at the top of the cliff. The freely falling marble then has $v_0 = 0$ and its displacement at t = 1.00 s is Δy = 4.00 m. To find its acceleration, we use

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow (y - y_0) = \Delta y = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2\Delta y}{t^2}$$
$$a = \frac{2(4.00 \text{ m})}{(1.00 \text{ s})^2} = 8.00 \text{ m/s}^2$$

The displacement of the marble (from its initial position) at $t = 2.00$ s is found from

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}\left(8.00\ \text{m/s}^2\right)\left(2.00\ \text{s}\right)^2 = 16.0\ \text{m}.$$

The distance the marble has fallen in the 1.00 s interval from $t = 1.00$ s to $t = 2.00$ s is then

$$\Delta y = 16.0\ \text{m} - 4.0\ \text{m} = 12.0\ \text{m}.$$

and the answer is (c).

OQ2.11 In a position vs. time graph, the velocity of the object at any point in time is the slope of the line tangent to the graph at that instant in time. The speed of the particle at this point in time is simply the magnitude (or absolute value) of the velocity at this instant in time. The displacement occurring during a time interval is equal to the difference in x coordinates at the final and initial times of the interval, $\Delta x = x_f - x_i$.

The average velocity during a time interval is the slope of the straight line connecting the points on the curve corresponding to the initial and final times of the interval,

$$\bar{v} = \Delta x/\Delta t$$

Thus, we see how the quantities in choices (a), (e), (c), and (d) can all be obtained from the graph. Only the acceleration, choice (b), *cannot be obtained* from the position vs. time graph.

OQ2.12 We take downward as the positive direction with $y = 0$ and $t = 0$ at the top of the cliff. The freely falling pebble then has $v_0 = 0$ and $a = g = +9.8\ \text{m/s}^2$. The displacement of the pebble at $t = 1.0$ s is given: $y_1 = 4.9$ m. The displacement of the pebble at $t = 3.0$ s is found from

$$y_3 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2}\left(9.8\ \text{m/s}^2\right)\left(3.0\ \text{s}\right)^2 = 44\ \text{m}$$

The distance fallen in the 2.0-s interval from $t = 1.0$ s to $t = 3.0$ s is then

$$\Delta y = y_3 - y_1 = 44\ \text{m} - 4.9\ \text{m} = 39\ \text{m}$$

and choice (c) is seen to be the correct answer.

OQ2.13 (c) They are the same. After the first ball reaches its apex and falls back downward past the student, it will have a downward velocity of magnitude v_i. This velocity is the same as the velocity of the second ball, so after they fall through equal heights their impact speeds will also be the same.

OQ2.14 (b) Above. Your ball has zero initial speed and smaller average speed during the time of flight to the passing point. So your ball must travel a smaller distance to the passing point than the ball your friend throws.

OQ2.15 Take down as the positive direction. Since the pebble is released from rest, $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$ becomes

$$v_f^2 = (4\text{ m/s})^2 = 0^2 + 2gh.$$

Next, when the pebble is thrown with speed 3.0 m/s from the same height *h*, we have

$$v_f^2 = (3\text{ m/s})^2 + 2gh = (3\text{ m/s})^2 + (4\text{ m/s})^2 \to v_f = 5\text{ m/s}$$

and the answer is (b). Note that we have used the result from the first equation above and replaced $2gh$ with $(4\text{ m/s})^2$ in the second equation.

OQ2.16 Once the ball has left the thrower's hand, it is a freely falling body with a constant, nonzero, acceleration of $a = -g$. Since the acceleration of the ball is not zero at any point on its trajectory, choices (a) through (d) are all false and the correct response is (e).

OQ2.17 (a) Its speed is zero at points B and D where the ball is reversing its direction of motion. Its speed is the same at A, C, and E because these points are at the same height. The assembled answer is A = C = E > B = D.

(b) The acceleration has a very large positive (upward) value at D. At all the other points it is -9.8 m/s^2. The answer is D > A = B = C = E.

OQ2.18 (i) (b) shows equal spacing, meaning constant nonzero velocity and constant zero acceleration. (ii) (c) shows positive acceleration throughout. (iii) (a) shows negative (leftward) acceleration in the first four images.

ANSWERS TO CONCEPTUAL QUESTIONS

CQ2.1 The net displacement must be zero. The object could have moved away from its starting point and back again, but it is at its initial position again at the end of the time interval.

CQ2.2 Tramping hard on the brake at zero speed on a level road, you do not feel pushed around inside the car. The forces of rolling resistance and air resistance have dropped to zero as the car coasted to a stop, so the car's acceleration is zero at this moment and afterward.

Tramping hard on the brake at zero speed on an uphill slope, you feel thrown backward against your seat. Before, during, and after the zero-speed moment, the car is moving with a downhill acceleration if you do not tramp on the brake.

CQ2.3 Yes. If a car is travelling eastward and slowing down, its acceleration is opposite to the direction of travel: its acceleration is westward.

CQ2.4 Yes. Acceleration is the time rate of change of the velocity of a particle. If the velocity of a particle is zero at a given moment, and if the particle is not accelerating, the velocity will remain zero; if the particle is accelerating, the velocity will change from zero—the particle will begin to move. Velocity and acceleration are independent of each other.

CQ2.5 Yes. Acceleration is the time rate of change of the velocity of a particle. If the velocity of a particle is nonzero at a given moment, and the particle is not accelerating, the velocity will remain the same; if the particle is accelerating, the velocity will change. The velocity of a particle at a given moment and how the velocity is changing at that moment are independent of each other.

CQ2.6 Assuming no air resistance: (a) The ball reverses direction at its maximum altitude. For an object traveling along a straight line, its velocity is zero at the point of reversal. (b) Its acceleration is that of gravity: $-9.80\ \text{m/s}^2$ ($9.80\ \text{m/s}^2$, downward). (c) The velocity is $-5.00\ \text{m/s}^2$. (d) The acceleration of the ball remains $-9.80\ \text{m/s}^2$ as long as it does not touch anything. Its acceleration changes when the ball encounters the ground.

CQ2.7 (a) No. Constant acceleration only: the derivation of the equations assumes that d^2x/dt^2 is constant. (b) Yes. Zero is a constant.

CQ2.8 Yes. If the speed of the object varies at all over the interval, the instantaneous velocity will sometimes be greater than the average velocity and will sometimes be less.

CQ2.9 No: Car A might have greater acceleration than B, but they might both have zero acceleration, or otherwise equal accelerations; or the driver of B might have tramped hard on the gas pedal in the recent past to give car B greater acceleration just then.

SOLUTIONS TO END-OF-CHAPTER PROBLEMS

Section 2.1 Position, Velocity, and Speed

P2.1 The average velocity is the slope, not necessarily of the graph line itself, but of a secant line cutting across the graph between specified points. The slope of the graph line itself is the instantaneous velocity, found, for example, in Problem 6 part (b). On this graph, we can tell positions to two significant figures:

(a) $x = 0$ at $t = 0$ and $x = 10$ m at $t = 2$ s:

$$v_{x,\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\text{ m} - 0}{2\text{ s} - 0} = \boxed{5.0\text{ m/s}}$$

(b) $x = 5.0$ m at $t = 4$ s:

$$v_{x,\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5.0\text{ m} - 0}{4\text{ s} - 0} = \boxed{1.2\text{ m/s}}$$

(c) $$v_{x,\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5.0\text{ m} - 10\text{ m}}{4\text{ s} - 2\text{ s}} = \boxed{-2.5\text{ m/s}}$$

(d) $$v_{x,\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-5.0\text{ m} - 5.0\text{ m}}{7\text{ s} - 4\text{ s}} = \boxed{-3.3\text{ m/s}}$$

(e) $$v_{x,\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.0\text{ m} - 0.0\text{ m}}{8\text{ s} - 0\text{ s}} = \boxed{0\text{ m/s}}$$

P2.2 We assume that you are approximately 2 m tall and that the nerve impulse travels at uniform speed. The elapsed time is then

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{2\text{ m}}{100\text{ m/s}} = 2 \times 10^{-2}\text{ s} = \boxed{0.02\text{ s}}$$

P2.3 Speed is positive whenever motion occurs, so the average speed must be positive. For the velocity, we take as positive for motion to the right and negative for motion to the left, so its average value can be positive, negative, or zero.

(a) The average speed during any time interval is equal to the total distance of travel divided by the total time:

$$\text{average speed} = \frac{\text{total distance}}{\text{total time}} = \frac{d_{AB} + d_{BA}}{t_{AB} + t_{BA}}$$

But $d_{AB} = d_{BA}$, $t_{AB} = d/v_{AB}$, and $t_{BA} = d/v_{BA}$

so $$\text{average speed} = \frac{d + d}{(d/v_{AB}) + (d/v_{BA})} = \frac{2(v_{AB})(v_{BA})}{v_{AB} + v_{BA}}$$

and

$$\text{average speed} = 2\left[\frac{(5.00\text{ m/s})(3.00\text{ m/s})}{5.00\text{ m/s} + 3.00\text{ m/s}}\right] = \boxed{3.75\text{ m/s}}$$

(b) The average velocity during any time interval equals total displacement divided by elapsed time.

$$v_{x,\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Since the walker returns to the starting point, $\Delta x = 0$ and $\boxed{v_{x,\text{avg}} = 0}$.

P2.4 We substitute for t in $x = 10t^2$, then use the definition of average velocity:

t (s)	2.00	2.10	3.00
x (m)	40.0	44.1	90.0

(a) $v_{\text{avg}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{90.0\text{ m} - 40.0\text{ m}}{1.00\text{ s}} = \dfrac{50.0\text{ m}}{1.00\text{ s}} = \boxed{50.0\text{ m/s}}$

(b) $v_{\text{avg}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{44.1\text{ m} - 40.0\text{ m}}{0.100\text{ s}} = \dfrac{4.10\text{ m}}{0.100\text{ s}} = \boxed{41.0\text{ m/s}}$

***P2.5** We read the data from the table provided, assume three significant figures of precision for all the numbers, and use Equation 2.2 for the definition of average velocity.

(a) $v_{x,\text{avg}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{2.30\text{ m} - 0\text{ m}}{1.00\text{ s}} = \boxed{2.30\text{ m/s}}$

(b) $v_{x,\text{avg}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{57.5\text{ m} - 9.20\text{ m}}{3.00\text{ s}} = \boxed{16.1\text{ m/s}}$

(c) $v_{x,\text{avg}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{57.5\text{ m} - 0\text{ m}}{5.00\text{ s}} = \boxed{11.5\text{ m/s}}$

Section 2.2 Instantaneous Velocity and Speed

P2.6 (a) At any time, t, the position is given by $x = (3.00\text{ m/s}^2)t^2$.

Thus, at $t_i = 3.00$ s: $x_i = (3.00\text{ m/s}^2)(3.00\text{ s})^2 = \boxed{27.0\text{ m}}$.

(b) At $t_f = 3.00\text{ s} + \Delta t$: : $x_f = (3.00\text{ m/s}^2)(3.00\text{ s} + \Delta t)^2$, or

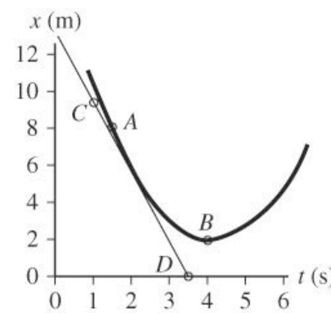
$$x_f = \boxed{27.0\text{ m} + (18.0\text{ m/s})\Delta t + (3.00\text{ m/s}^2)(\Delta t)^2}$$

(c) The instantaneous velocity at $t = 3.00$ s is:

$$\boxed{\begin{aligned}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} &= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(18.0\text{ m/s})\Delta t + (3.00\text{ m/s}^2)(\Delta t)^2}{\Delta t}\\ &= \lim_{\Delta t\to 0}(18.0\text{ m/s}) + (3.00\text{ m/s}^2)(\Delta t) = \boxed{18.0\text{ m/s}}\end{aligned}}$$

P2.7 For average velocity, we find the slope of a secant line running across the graph between the 1.5-s and 4-s points. Then for instantaneous velocities we think of slopes of tangent lines, which means the slope of the graph itself at a point.

We place two points on the curve: Point A, at $t = 1.5$ s, and Point B, at $t = 4.0$ s, and read the corresponding values of x.



ANS. FIG. P2.7

(a) At $t_i = 1.5$ s, $x_i = 8.0$ m (Point A)

At $t_f = 4.0$ s, $x_f = 2.0$ m (Point B)

$$v_{avg} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{(2.0 - 8.0)\text{ m}}{(4.0 - 1.5)\text{ s}}$$

$$= -\frac{6.0\text{ m}}{2.5\text{ s}} = \boxed{-2.4\text{ m/s}}$$

(b) The slope of the tangent line can be found from points C and D. ($t_C = 1.0$ s, $x_C = 9.5$ m) and ($t_D = 3.5$ s, $x_D = 0$),

$$v \approx \boxed{-3.8\text{ m/s}}$$

The negative sign shows that the **direction** of v_x is along the negative x direction.

(c) The velocity will be zero when the slope of the tangent line is zero. This occurs for the point on the graph where x has its minimum value. This is at $t \approx \boxed{4.0\text{ s}}$.

P2.8 We use the definition of average velocity.

(a) $$v_{1,x,ave} = \frac{(\Delta x)_1}{(\Delta t)_1} = \frac{L-0}{t_1} = \boxed{+L/t_1}$$

(b) $$v_{2,x,ave} = \frac{(\Delta x)_2}{(\Delta t)_2} = \frac{0-L}{t_2} = \boxed{-L/t_2}$$

(c) To find the average velocity for the round trip, we add the displacement and time for each of the two halves of the swim:

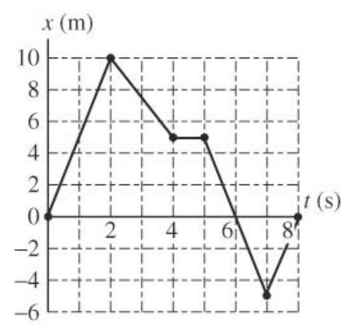
$$v_{x,ave,total} = \frac{(\Delta x)_{total}}{(\Delta t)_{total}} = \frac{(\Delta x)_1 + (\Delta x)_2}{t_1 + t_2} = \frac{+L-L}{t_1+t_2} = \frac{0}{t_1+t_2} = \boxed{0}$$

(d) The average speed of the round trip is the total distance the athlete travels divided by the total time for the trip:

$$v_{ave,trip} = \frac{\text{total distance traveled}}{(\Delta t)_{total}} = \frac{|(\Delta x)_1| + |(\Delta x)_2|}{t_1+t_2}$$

$$= \frac{|+L| + |-L|}{t_1+t_2} = \boxed{\frac{2L}{t_1+t_2}}$$

P2.9 The instantaneous velocity is found by evaluating the slope of the $x-t$ curve at the indicated time. To find the slope, we choose two points for each of the times below.



ANS. FIG. P2.9

(a) $$v = \frac{(5-0)\text{ m}}{(1-0)\text{ s}} = \boxed{5\text{ m/s}}$$

(b) $$v = \frac{(5-10)\text{ m}}{(4-2)\text{ s}} = \boxed{-2.5\text{ m/s}}$$

(c) $$v = \frac{(5-5)\text{ m}}{(5\text{ s}-4\text{ s})} = \boxed{0}$$

(d) $$v = \frac{0-(-5\text{ m})}{(8\text{ s}-7\text{ s})} = \boxed{+5\text{ m/s}}$$

Section 2.3 Analysis Model: Particle Under Constant Velocity

P2.10 The plates spread apart distance d of 2.9×10^3 mi in the time interval Δt at the rate of 25 mm/year. Converting units:

$$\left(2.9\times10^3\ \text{mi}\right)\left(\frac{1609\ \text{m}}{1\ \text{mi}}\right)\left(\frac{10^3\ \text{mm}}{1\ \text{m}}\right) = 4.7\times10^9\ \text{mm}$$

Use $d = v\Delta t$, and solve for Δt:

$$d = v\Delta t \to \Delta t = \frac{d}{v}$$

$$\Delta t = \frac{4.7\times10^9\ \text{mm}}{25\ \text{mm/year}} = \boxed{1.9\times10^8\ \text{years}}$$

P2.11 (a) The tortoise crawls through a distance D before the rabbit resumes the race. When the rabbit resumes the race, the rabbit must run through 200 m at 8.00 m/s while the tortoise crawls through the distance (1 000 m – D) at 0.200 m/s. Each takes the same time interval to finish the race:

$$\Delta t = \left(\frac{200\ \text{m}}{8.00\ \text{m/s}}\right) = \left(\frac{1\ 000\ \text{m} - D}{0.200\ \text{m/s}}\right)$$

Solving,

$$\to (0.200\ \text{m/s})(200\ \text{m}) = (8.00\ \text{m/s})(1\ 000\ \text{m} - D)$$

$$1\ 000\ \text{m} - D = \frac{(0.200\ \text{m/s})(200\ \text{m})}{8.00\ \text{m/s}}$$

$$\to D = 995\ \text{m}$$

So, the tortoise is 1 000 m – D = $\boxed{5.00\ \text{m}}$ from the finish line when the rabbit resumes running.

(b) Both begin the race at the same time: $t = 0$. The rabbit reaches the 800-m position at time t = 800 m/(8.00 m/s) = 100 s. The tortoise has crawled through 995 m when t = 995 m/(0.200 m/s) = 4 975 s. The rabbit has waited for the time interval Δt = 4 975 s – 100 s = $\boxed{4\ 875\ \text{s}}$.

P2.12 The trip has two parts: first the car travels at constant speed v_1 for distance d, then it travels at constant speed v_2 for distance d. The first part takes the time interval $\Delta t_1 = d/v_1$, and the second part takes the time interval $\Delta t_2 = d/v_2$.

(a) By definition, the average velocity for the entire trip is $v_{avg} = \Delta x / \Delta t$, where $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2d$, and

$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = d/v_1 + d/v_2$. Putting these together, we have

$$v_{avg} = \left(\frac{\Delta d}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}\right) = \left(\frac{2d}{d/v_1 + d/v_2}\right) = \left(\frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}\right)$$

We know $v_{avg} = 30$ mi/h and $v_1 = 60$ mi/h.

Solving for v_2 gives

$$(v_1 + v_2)v_{avg} = 2v_1 v_2 \rightarrow v_2 = \left(\frac{v_1 v_{avg}}{2v_1 - v_{avg}}\right).$$

$$v_2 = \left[\frac{(30 \text{ mi/h})(60 \text{ mi/h})}{2(60 \text{ mi/h}) - (30 \text{ mi/h})}\right] = \boxed{20 \text{ mi/h}}$$

(b) The average velocity for this trip is $v_{avg} = \Delta x/\Delta t$, where $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = d + (-d) = 0$; so, $v_{avg} = \boxed{0}$.

(c) The average speed for this trip is $v_{avg} = d/\Delta t$, where $d = d_1 + d_2 = d + d = 2d$ and $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = d/v_1 + d/v_2$; so, the average speed is the same as in part (a): $v_{avg} = \boxed{30 \text{ mi/h.}}$

***2.13** (a) The total time for the trip is $t_{total} = t_1 + 22.0$ min $= t_1 + 0.367$ h, where t_1 is the time spent traveling at $v_1 = 89.5$ km/h. Thus, the distance traveled is $\Delta x = v_1 t_1 = v_{avg} t_{total}$, which gives

$$\begin{aligned}(89.5 \text{ km/h})t_1 &= (77.8 \text{ km/h})(t_1 + 0.367 \text{ h}) \\ &= (77.8 \text{ km/h})t_1 + 28.5 \text{ km}\end{aligned}$$

or $\quad (89.5 \text{ km/h} - 77.8 \text{ km/h})t_1 = 28.5 \text{ km}$

from which, $t_1 = 2.44$ h, for a total time of

$$t_{total} = t_1 + 0.367 \text{ h} = \boxed{2.81 \text{ h}}$$

(b) The distance traveled during the trip is $\Delta x = v_1 t_1 = v_{avg} t_{total}$, giving

$$\Delta x = v_{avg} t_{total} = (77.8 \text{ km/h})(2.81 \text{ h}) = \boxed{219 \text{ km}}$$

Section 2.4 Acceleration

P2.14 The ball's motion is entirely in the horizontal direction. We choose the positive direction to be the outward direction, perpendicular to the wall. With outward positive, $v_i = -25.0$ m/s and $v_f = 22.0$ m/s. We use Equation 2.13 for one-dimensional motion with constant acceleration, $v_f = v_i + at$, and solve for the acceleration to obtain

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{22.0 \text{ m/s} - (-25.0 \text{ m/s})}{3.50 \times 10^{-3} \text{ s}} = \boxed{1.34 \times 10^4 \text{ m/s}^2}$$

P2.15 (a) Acceleration is the slope of the graph of *v* versus *t*.

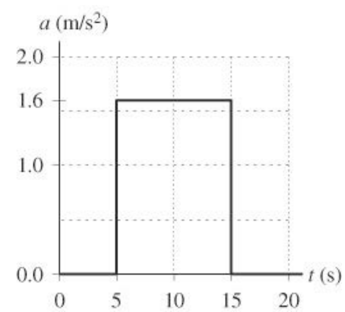
For $0 < t < 5.00$ s, $a = 0$.

For 15.0 s $< t <$ 20.0 s, $a = 0$.

For 5.0 s $< t <$ 15.0 s, $a = \dfrac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$.

$$a = \frac{8.00 \text{ m/s} - (-8.00 \text{ m/s})}{15.0 \text{ s} - 5.00 \text{ s}} = \boxed{1.60 \text{ m/s}^2}$$

We can plot $a(t)$ as shown in ANS. FIG. P2.15 below.



ANS. FIG. P2.15

For (b) and (c) we use $a = \dfrac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$.

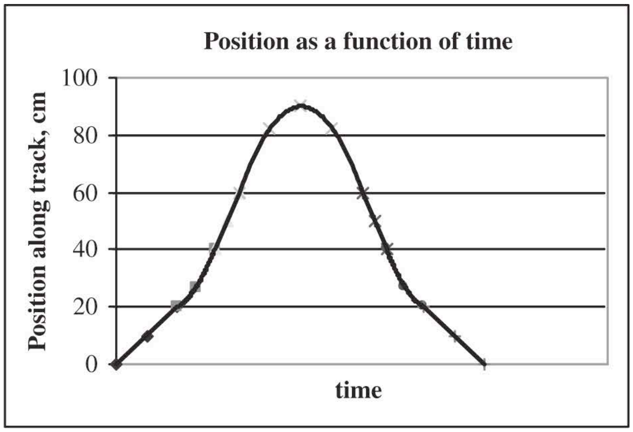
(b) For 5.00 s $< t <$ 15.0 s, $t_i = 5.00$ s, $v_i = -8.00$ m/s, $t_f = 15.0$ s, and $v_f = 8.00$ m/s:

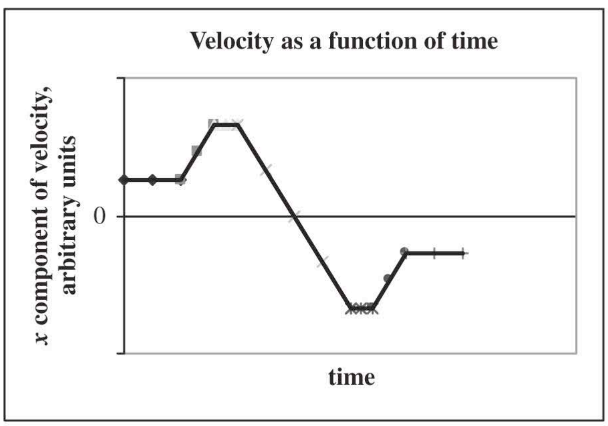
$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{8.00 \text{ m/s} - (-8.00 \text{ m/s})}{15.0 \text{ s} - 5.00 \text{ s}} = \boxed{1.60 \text{ m/s}^2}$$

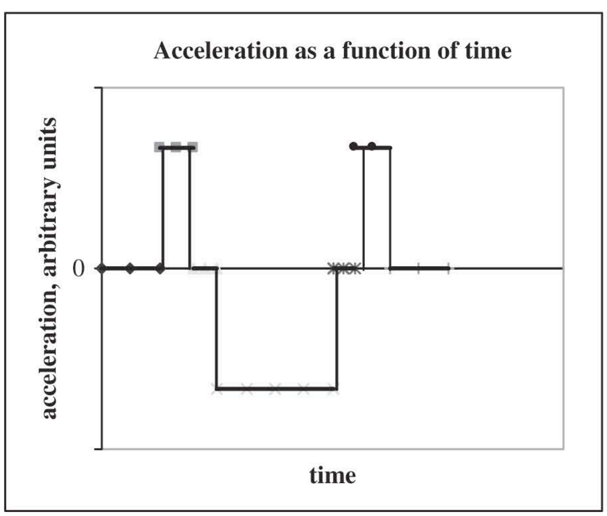
(c) We use $t_i = 0$, $v_i = -8.00$ m/s, $t_f = 20.0$ s, and $v_f = 8.00$ m/s:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{8.00 \text{ m/s} - (-8.00 \text{ m/s})}{20.0 \text{ s} - 0} = \boxed{0.800 \text{ m/s}^2}$$

P2.16 The acceleration is zero whenever the marble is on a horizontal section. The acceleration has a constant positive value when the marble is rolling on the 20-to-40-cm section and has a constant negative value when it is rolling on the second sloping section. The position graph is a straight sloping line whenever the speed is constant and a section of a parabola when the speed changes.







P2.17 (a) In the interval $t_i = 0$ s and $t_f = 6.00$ s, the motorcyclist's velocity changes from $v_i = 0$ to $v_f = 8.00$ m/s. Then,

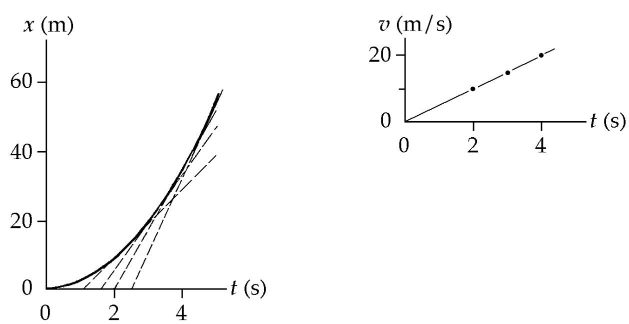
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{8.0\ \text{m/s} - 0}{6.0\ \text{s} - 0} = \boxed{1.3\ \text{m/s}^2}$$

(b) Maximum positive acceleration occurs when the slope of the velocity-time curve is greatest, at $t = 3$ s, and is equal to the slope of the graph, approximately (6 m/s – 2 m/s)/(4 s – 2 s) = $\boxed{2\ \text{m/s}^2}$.

(c) The acceleration $a = 0$ when the slope of the velocity-time graph is zero, which occurs at $\boxed{t = 6\ \text{s}}$, and also for $\boxed{t > 10\ \text{s}}$.

(d) Maximum negative acceleration occurs when the velocity-time graph has its maximum negative slope, at $t = 8$ s, and is equal to the slope of the graph, approximately $\boxed{-1.5\ \text{m/s}^2}$.

***P2.18** (a) The graph is shown in ANS. FIG. P2.18 below.



ANS. FIG. P2.18

(b) At $t = 5.0$ s, the slope is $v \approx \frac{58\ \text{m}}{2.5\ \text{s}} \approx \boxed{23\ \text{m/s}}$.

At $t = 4.0$ s, the slope is $v \approx \frac{54\ \text{m}}{3\ \text{s}} \approx \boxed{18\ \text{m/s}}$.

At $t = 3.0$ s, the slope is $v \approx \frac{49\ \text{m}}{3.4\ \text{s}} \approx \boxed{14\ \text{m/s}}$.

At $t = 2.0$ s, the slope is $v \approx \frac{36\ \text{m}}{4.0\ \text{s}} \approx \boxed{9.0\ \text{m/s}}$.

(c) $$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{23\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} \approx \boxed{4.6\ \text{m/s}^2}$$

(d) The initial velocity of the car was $\boxed{\text{zero}}$.

P2.19 (a) The area under a graph of a vs. t is equal to the change in velocity, Δv. We can use Figure P2.19 to find the change in velocity during specific time intervals.

The area under the curve for the time interval 0 to 10 s has the shape of a rectangle. Its area is

$$\Delta v = (2\text{ m/s}^2)(10\text{ s}) = 20\text{ m/s}$$

The particle starts from rest, $v_0 = 0$, so its velocity at the end of the 10-s time interval is

$$v = v_0 + \Delta v = 0 + 20\text{ m/s} = \boxed{20\text{ m/s}}$$

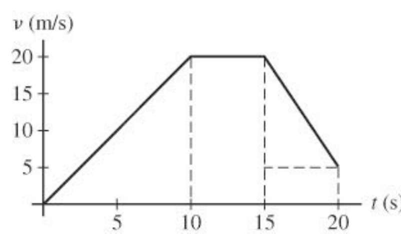
Between $t = 10$ s and $t = 15$ s, the area is zero: $\Delta v = 0$ m/s.

Between $t = 15$ s and $t = 20$ s, the area is a rectangle: $\Delta v = (-3\text{ m/s}^2)(5\text{ s}) = -15\text{ m/s}$.

So, between $t = 0$ s and $t = 20$ s, the total area is $\Delta v = (20\text{ m/s}) + (0\text{ m/s}) + (-15\text{ m/s}) = 5\text{ m/s}$, and the velocity at $t = 20$ s is $\boxed{5\text{ m/s.}}$

(b) We can use the information we derived in part (a) to construct a graph of x vs. t; the area under such a graph is equal to the displacement, Δx, of the particle.

From (a), we have these points $(t, v) = (0\text{ s}, 0\text{ m/s})$, $(10\text{ s}, 20\text{ m/s})$, $(15\text{ s}, 20\text{ m/s})$, and $(20\text{ s}, 5\text{ m/s})$. The graph appears below.



The displacements are:

0 to 10 s (area of triangle): $\Delta x = (1/2)(20\text{ m/s})(10\text{ s}) = 100\text{ m}$

10 to 15 s (area of rectangle): $\Delta x = (20\text{ m/s})(5\text{ s}) = 100\text{ m}$

15 to 20 s (area of triangle and rectangle):

$$\Delta x = (1/2)[(20 - 5)\text{ m/s}](5\text{ s}) + (5\text{ m/s})(5\text{ s})$$
$$= 37.5\text{ m} + 25\text{ m} = 62.5\text{ m}$$

Total displacement over the first 20.0 s:

$$\Delta x = 100\text{ m} + 100\text{ m} + 62.5\text{ m} = 262.5\text{ m} = \boxed{263\text{ m}}$$

P2.20 (a) The average velocity is the change in position divided by the length of the time interval. We plug in to the given equation.

At $t = 2.00$ s, $x = [3.00(2.00)^2 - 2.00(2.00) + 3.00]$ m = 11.0 m.

At $t = 3.00$ s, $x = [3.00(3.00)^2 - 2.00(3.00) + 3.00]$ m = 24.0 m

so

$$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24.0\text{ m} - 11.0\text{ m}}{3.00\text{ s} - 2.00\text{ s}} = \boxed{13.0\text{ m/s}}$$

(b) At all times the instantaneous velocity is

$$v = \frac{d}{dt}\left(3.00t^2 - 2.00t + 3.00\right) = \left(6.00t - 2.00\right)\text{ m/s}$$

At $t = 2.00$ s, $v = [6.00(2.00) - 2.00]$ m/s = $\boxed{10.0\text{ m/s}}$.

At $t = 3.00$ s, $v = [6.00(3.00) - 2.00]$ m/s = $\boxed{16.0\text{ m/s}}$.

(c) $$a_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16.0\text{ m/s} - 10.0\text{ m/s}}{3.00\text{ s} - 2.00\text{ s}} = \boxed{6.00\text{ m/s}^2}$$

(d) At all times $a = \dfrac{d}{dt}\left(6.00t - 2.00\right) = \boxed{6.00\text{ m/s}^2}$. This includes both $t = 2.00$ s and $t = 3.00$ s.

(e) From (b), $v = (6.00t - 2.00) = 0 \rightarrow t = (2.00)/(6.00) = \boxed{0.333\text{ s.}}$

P2.21 To find position we simply evaluate the given expression. To find velocity we differentiate it. To find acceleration we take a second derivative.

With the position given by $x = 2.00 + 3.00t - t^2$, we can use the rules for differentiation to write expressions for the velocity and acceleration as functions of time:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2 + 3t - t^2\right) = 3 - 2t \quad \text{and} \quad a_x = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(3 - 2t) = -2$$

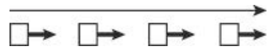
Now we can evaluate x, v, and a at $t = 3.00$ s.

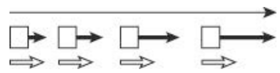
(a) $x = (2.00 + 9.00 - 9.00)$ m = $\boxed{2.00\text{ m}}$

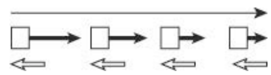
(b) $v = (3.00 - 6.00)$ m/s = $\boxed{-3.00\text{ m/s}}$

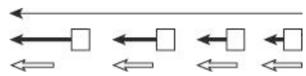
(c) $a = \boxed{-2.00\text{ m/s}^2}$

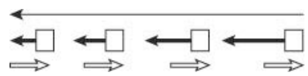
Section 2.5 Motion Diagrams

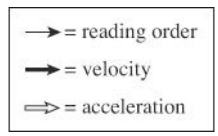
P2.22 (a) 

(b) 

(c) 

(d) 

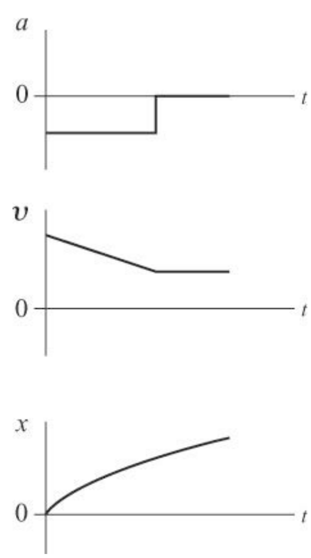
(e) 



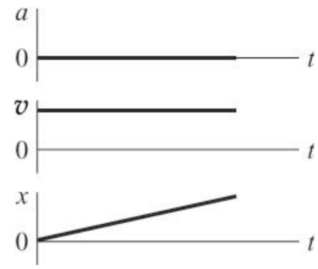
(f) One way of phrasing the answer: The spacing of the successive positions would change with $\boxed{\text{less regularity.}}$

Another way: The object would move with some combination of the kinds of motion shown in (a) through (e). Within one drawing, the acceleration vectors would vary in magnitude and direction.

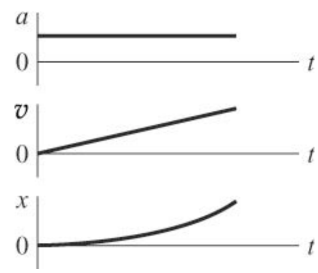
P2.23 (a) The motion is fast at first but slowing until the speed is constant. We assume the acceleration is constant as the object slows.



(b) The motion is constant in speed.



(c) The motion is speeding up, and we suppose the acceleration is constant.



Section 2.6 Analysis Model: Particle Under Constant Acceleration

***P2.24** Method One

Suppose the unknown acceleration is constant as a car moving at $v_{i1} = 35.0 \text{ mi/h}$ comes to a stop, $v_f = 0$ in $x_{f1} - x_i = 40.0 \text{ ft}$. We find its acceleration from $v_{f1}^2 = v_{i1}^2 + 2a(x_{f1} - x_i)$:

$$a = \frac{v_{f1}^2 - v_i^2}{2(x_{f1} - x_i)} = \frac{0 - (35.0 \text{ mi/h})^2}{2(40.0 \text{ ft})}\left(\frac{5\,280 \text{ ft}}{\text{mi}}\right)^2\left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\right)^2 = -32.9 \text{ ft/s}^2$$

Now consider a car moving at $v_{i2} = 70.0 \text{ mi/h}$ and stopping, $v_f = 0$, with $a = -32.9 \text{ ft/s}^2$. From the same equation, its stopping distance is

$$x_{f2} - x_i = \frac{v_{f2}^2 - v_i^2}{2a} = \frac{0 - (70.0 \text{ mi/h})^2}{2(-32.9 \text{ ft/s}^2)}\left(\frac{5\,280 \text{ ft}}{1 \text{ mi}}\right)^2\left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\right)^2$$

$$= \boxed{160 \text{ ft}}$$

Method Two

For the process of stopping from the lower speed v_{i1} we have $v_f^2 = v_{i1}^2 + 2a(x_{f1} - x_i)$, $0 = v_{i1}^2 + 2ax_{f1}$, and $v_{i1}^2 = -2ax_{f1}$. For stopping from $v_{i2} = 2v_{i1}$, similarly $0 = v_{i2}^2 + 2ax_{f2}$, and $v_{i2}^2 = -2ax_{f2}$. Dividing gives

$$\frac{v_{i2}^2}{v_{i1}^2} = \frac{x_{f2}}{x_{f1}};\ x_{f2} = 40\text{ ft} \times 2^2 = \boxed{160\text{ ft}}$$

***P2.25** We have $v_i = 2.00 \times 10^4\text{ m/s}$, $v_f = 6.00 \times 10^6\text{ m/s}$, and $x_f - x_i = 1.50 \times 10^{-2}\text{ m}$.

(a) $x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$:

$$t = \frac{2(x_f - x_i)}{v_i + v_f} = \frac{2(1.50 \times 10^{-2}\text{ m})}{2.00 \times 10^4\text{ m/s} + 6.00 \times 10^6\text{ m/s}}$$

$$= \boxed{4.98 \times 10^{-9}\text{ s}}$$

(b) $v_f^2 = v_i^2 + 2a_x(x_f - x_i)$:

$$a_x = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2(x_f - x_i)} = \frac{(6.00 \times 10^6\text{ m/s})^2 - (2.00 \times 10^4\text{ m/s})^2}{2(1.50 \times 10^{-2}\text{ m})}$$

$$= \boxed{1.20 \times 10^{15}\text{ m/s}^2}$$

***P2.26** (a) Choose the initial point where the pilot reduces the throttle and the final point where the boat passes the buoy: $x_i = 0$, $x_f = 100$ m, $v_{xi} = 30$ m/s, $v_{xf} = ?$, $a_x = -3.5\text{ m/s}^2$, and $t = ?$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2:$$

$$100\text{ m} = 0 + (30\text{ m/s})t + \frac{1}{2}(-3.5\text{ m/s}^2)t^2$$

$$(1.75\text{ m/s}^2)t^2 - (30\text{ m/s})t + 100\text{ m} = 0$$

We use the quadratic formula:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{30\text{ m/s} \pm \sqrt{900\text{ m}^2/\text{s}^2 - 4(1.75\text{ m/s}^2)(100\text{ m})}}{2(1.75\text{ m/s}^2)}$$

$$= \frac{30\text{ m/s} \pm 14.1\text{ m/s}}{3.5\text{ m/s}^2} = 12.6\text{ s} \quad \text{or} \quad \boxed{4.53\text{ s}}$$

The smaller value is the physical answer. If the boat kept moving with the same acceleration, it would stop and move backward, then gain speed, and pass the buoy again at 12.6 s.

(b) $v_{xf} = v_{xi} + a_x t = 30\text{ m/s} - \left(3.5\text{ m/s}^2\right)4.53\text{ s} = \boxed{14.1\text{ m/s}}$

P2.27 In parts (a) – (c), we use Equation 2.13 to determine the velocity at the times indicated.

(a) The time given is 1.00 s after 10:05:00 a.m., so

$$v_f = v_i + at = 13.0\text{ m/s} + (-4.00\text{ m/s}^2)(1.00\text{ s}) = \boxed{9.00\text{ m/s}}$$

(b) The time given is 4.00 s after 10:05:00 a.m., so

$$v_f = v_i + at = 13.0\text{ m/s} + (-4.00\text{ m/s}^2)(4.00\text{ s}) = \boxed{-3.00\text{ m/s}}$$

(c) The time given is 1.00 s before 10:05:00 a.m., so

$$v_f = v_i + at = 13.0\text{ m/s} + (-4.00\text{ m/s}^2)(-1.00\text{ s}) = \boxed{17.0\text{ m/s}}$$

(d) The graph of velocity versus time is a slanting straight line, having the value 13.0 m/s at 10:05:00 a.m. on the certain date, and sloping down by 4.00 m/s for every second thereafter.

(e) If we also know the velocity at any one instant, then knowing the value of the constant acceleration tells us the velocity at all other instants

P2.28 (a) We use Equation 2.15:

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t \text{ becomes } 40.0\text{ m} = \frac{1}{2}\left(v_i + 2.80\text{ m/s}\right)\left(8.50\text{ s}\right),$$

which yields $v_i = \boxed{6.61\text{ m/s}}$.

(b) From Equation 2.13,

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{2.80\text{ m/s} - 6.61\text{ m/s}}{8.50\text{ s}} = \boxed{-0.448\text{ m/s}^2}$$

P2.29 The velocity is always changing; there is always nonzero acceleration and the problem says it is constant. So we can use one of the set of equations describing constant-acceleration motion. Take the initial point to be the moment when $x_i = 3.00$ cm and $v_{xi} = 12.0$ cm/s. Also, at $t = 2.00$ s, $x_f = -5.00$ cm.

Once you have classified the object as a particle moving with constant acceleration and have the standard set of four equations in front of you, how do you choose which equation to use? Make a list of all of the six symbols in the equations: x_i, x_f, v_{xi}, v_{xf}, a_x, and t. On the list fill in values as above, showing that x_i, x_f, v_{xi}, and t are known. Identify a_x as the unknown. Choose an equation involving only one unknown and the knowns. That is, choose an equation *not* involving v_{xf}. Thus we choose the kinematic equation

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

and solve for a_x:

$$a_x = \frac{2\left[x_f - x_i - v_{xi}t\right]}{t^2}$$

We substitute:

$$a_x = \frac{2[-5.00\text{ cm} - 3.00\text{ cm} - (12.0\text{ cm/s})(2.00\text{ s})]}{(2.00\text{ s})^2}$$

$$= \boxed{-16.0\text{ cm/s}^2}$$

P2.30 We think of the plane moving with maximum-size backward acceleration throughout the landing, so the acceleration is constant, the stopping time a minimum, and the stopping distance as short as it can be. The negative acceleration of the plane as it lands can be called deceleration, but it is simpler to use the single general term *acceleration* for all rates of velocity change.

(a) The plane can be modeled as a particle under constant acceleration, with $a_x = -5.00\text{ m/s}^2$. Given $v_{xi} = 100\text{ m/s}$ and $v_{xf} = 0$, we use the equation $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ and solve for t:

$$t = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x} = \frac{0 - 100\text{ m/s}}{-5.00\text{ m/s}^2} = \boxed{20.0\text{ s}}$$

(b) Find the required stopping distance and compare this to the length of the runway. Taking x_i to be zero, we get

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x\left(x_f - x_i\right)$$

or $$\Delta x = x_f - x_i = \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2a_x} = \frac{0 - \left(100\text{ m/s}\right)^2}{2\left(-5.00\text{ m/s}^2\right)} = \boxed{1\,000\text{ m}}$$

(c) The stopping distance is greater than the length of the runway; $\boxed{\text{the plane cannot land}}$.

P2.31 We assume the acceleration is constant. We choose the initial and final points 1.40 s apart, bracketing the slowing-down process. Then we have a straightforward problem about a particle under constant acceleration. The initial velocity is

$$v_{xi} = 632 \text{ mi/h} = 632 \text{ mi/h}\left(\frac{1\,609 \text{ m}}{1 \text{ mi}}\right)\left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\right) = 282 \text{ m/s}$$

(a) Taking $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ with $v_{xf} = 0$,

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} = \frac{0 - 282 \text{ m/s}}{1.40 \text{ s}} = \boxed{-202 \text{ m/s}^2}$$

This has a magnitude of approximately 20g.

(b) From Equation 2.15,

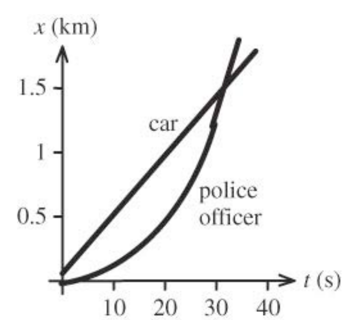
$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = \frac{1}{2}(282 \text{ m/s} + 0)(1.40 \text{ s}) = \boxed{198 \text{ m}}$$

P2.32 As in the algebraic solution to Example 2.8, we let t represent the time the trooper has been moving. We graph

$$x_{\text{car}} = 45 + 45t$$

and $$x_{\text{trooper}} = 1.5t^2$$

They intersect at $t = \boxed{31 \text{ s}}$.



ANS. FIG. P2.32

***P2.33** (a) The time it takes the truck to reach 20.0 m/s is found from $v_f = v_i + at$. Solving for t yields

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{20.0 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{2.00 \text{ m/s}^2} = 10.0 \text{ s}$$

The total time is thus $10.0 \text{ s} + 20.0 \text{ s} + 5.00 \text{ s} = \boxed{35.0 \text{ s}}$.

(b) The average velocity is the total distance traveled divided by the total time taken. The distance traveled during the first 10.0 s is

$$x_1 = \bar{v}t = \left(\frac{0 + 20.0}{2}\right)(10.0) = 100 \text{ m}$$

With $a = 0$ for this interval, the distance traveled during the next 20.0 s is

$$x_2 = v_i t + \frac{1}{2}at^2 = (20.0)(20.0) + 0 = 400 \text{ m}$$

The distance traveled in the last 5.00 s is

$$x_3 = \bar{v}t = \left(\frac{20.0 + 0}{2}\right)(5.00) = 50.0 \text{ m}$$

The total distance $x = x_1 + x_2 + x_3 = 100 + 400 + 50 = 550 \text{ m},$ and the average velocity is given by $\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{550}{35.0} = \boxed{15.7 \text{ m/s}}$.

P2.34 We ask whether the constant acceleration of the rhinoceros from rest over a period of 10.0 s can result in a final velocity of 8.00 m/s and a displacement of 50.0 m? To check, we solve for the acceleration in two ways.

1) $t_i = 0$, $v_i = 0$; $t = 10.0$ s, $v_f = 8.00$ m/s:

$$v_f = v_i + at \rightarrow a = \frac{v_f}{t}$$

$$a = \frac{8.00 \text{ m/s}}{10.0 \text{ s}} = 0.800 \text{ m/s}^2$$

2) $t_i = 0$, $x_i = 0$, $v_i = 0$; $t = 10.0$ s, $x_f = 50.0$ m:

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow x_f = \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{2x_f}{t^2} = \frac{2(50.0 \text{ m})}{(10.0 \text{ s})^2} = 1.00 \text{ m/s}^2$$

$\boxed{\text{The accelerations do not match, therefore the situation is impossible.}}$

P2.35 Since we don't know the initial and final velocities of the car, we will need to use two equations simultaneously to find the speed with which the car strikes the tree. From Equation 2.13, we have

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t = v_{xi} + (-5.60 \text{ m/s}^2)(4.20 \text{ s})$$

$$v_{xi} = v_{xf} + (5.60 \text{ m/s}^2)(4.20 \text{ s}) \qquad \textbf{[1]}$$

and from Equation 2.15,

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)t$$

$$62.4 \text{ m} = \frac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)(4.20 \text{ s}) \qquad \textbf{[2]}$$

Substituting for v_{xi} in [2] from [1] gives

$$62.4 \text{ m} = \frac{1}{2}\left[v_{xf} + \left(5.60 \text{ m/s}^2\right)(4.20 \text{ s}) + v_{xf}\right](4.20 \text{ s})$$

$$14.9 \text{ m/s} = v_{xf} + \frac{1}{2}\left(5.60 \text{ m/s}^2\right)(4.20 \text{ s})$$

Thus, $v_{xf} = \boxed{3.10 \text{ m/s}}$

P2.36 (a) Take any two of the standard four equations, such as

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)t$$

Solve one for v_{xi}, and substitute into the other:

$$v_{xi} = v_{xf} - a_x t$$

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}\left(v_{xf} - a_x t + v_{xf}\right)t$$

Thus

$$\boxed{x_f - x_i = v_{xf}t - \frac{1}{2}a_x t^2}$$

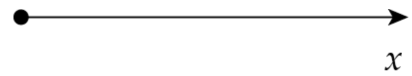
We note that the equation is dimensionally correct. The units are units of length in each term. Like the standard equation $x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$, this equation represents that displacement is a quadratic function of time.

(b) Our newly derived equation gives us for the situation back in problem 35,

$$62.4 \text{ m} = v_{xf}(4.20 \text{ s}) - \frac{1}{2}\left(-5.60 \text{ m/s}^2\right)(4.20 \text{ s})^2$$

$$v_{xf} = \frac{62.4 \text{ m} - 49.4 \text{ m}}{4.20 \text{ s}} = \boxed{3.10 \text{ m/s}}$$

P2.37 (a) We choose a coordinate system with the x axis positive to the right, in the direction of motion of the speedboat, as shown on the right.



ANS. FIG. P2.37

(b) Since the speedboat is increasing its speed, the particle under constant acceleration model should be used here.

(c) Since the initial and final velocities are given along with the displacement of the speedboat, we use

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a\Delta x$$

(d) Solving for the acceleration of the speedboat gives

$$a = \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2\Delta x}$$

(e) We have $v_i = 20.0$ m/s, $v_f = 30.0$ m/s, and $x_f - x_i = \Delta x = 200$ m:

$$a = \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2\Delta x} = \frac{(30.0\text{ m/s})^2 - (20.0\text{ m/s})^2}{2(200\text{ m})} = \boxed{1.25\text{ m/s}^2}$$

(f) To find the time interval, we use $v_f = v_i + at$, which gives

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{30.0\text{ m/s} - 20.0\text{ m/s}}{1.25\text{ m/s}^2} = \boxed{8.00\text{ s}}$$

P2.38 (a) Compare the position equation $x = 2.00 + 3.00t - 4.00t^2$ to the general form

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

to recognize that $x_i = 2.00$ m, $v_i = 3.00$ m/s, and $a = -8.00$ m/s^2. The velocity equation, $v_f = v_i + at$, is then

$$v_f = 3.00\text{ m/s} - (8.00\text{ m/s}^2)t$$

The particle changes direction when $v_f = 0$, which occurs at $t = \frac{3}{8}$ s. The position at this time is

$$x = 2.00\text{ m} + (3.00\text{ m/s})\left(\frac{3}{8}\text{ s}\right) - (4.00\text{ m/s}^2)\left(\frac{3}{8}\text{ s}\right)^2$$

$$= \boxed{2.56\text{ m}}$$

(b) From $x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$, observe that when $x_f = x_i$, the time is given by $t = -\frac{2v_i}{a}$. Thus, when the particle returns to its initial position, the time is

$$t = \frac{-2(3.00 \text{ m/s})}{-8.00 \text{ m/s}^2} = \frac{3}{4} \text{ s}$$

and the velocity is

$$v_f = 3.00 \text{ m/s} - (8.00 \text{ m/s}^2)\left(\frac{3}{4} \text{ s}\right) = \boxed{-3.00 \text{ m/s}}$$

P2.39 Let the glider enter the photogate with velocity v_i and move with constant acceleration a. For its motion from entry to exit,

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\ell = 0 + v_i \Delta t_d + \frac{1}{2}a\Delta t_d^2 = v_d \Delta t_d$$

$$v_d = v_i + \frac{1}{2}a\Delta t_d$$

(a) The speed halfway through the photogate in space is given by

$$v_{hs}^2 = v_i^2 + 2a\left(\frac{\ell}{2}\right) = v_i^2 + av_d\Delta t_d$$

$v_{hs} = \sqrt{v_i^2 + av_d\Delta t_d}$ and this is $\boxed{\text{not equal to } v_d \text{ unless } a = 0}$.

(b) The speed halfway through the photogate in time is given by $v_{ht} = v_i + a\left(\frac{\Delta t_d}{2}\right)$ and this is $\boxed{\text{equal to } v_d}$ as determined above.

P2.40 (a) Let a stopwatch start from $t = 0$ as the front end of the glider passes point A. The average speed of the glider over the interval between $t = 0$ and $t = 0.628$ s is 12.4 cm/(0.628 s) = $\boxed{19.7 \text{ cm/s}}$, and this is the instantaneous speed halfway through the time interval, at $t = 0.314$ s.

(b) The average speed of the glider over the time interval between 0.628 + 1.39 = 2.02 s and 0.628 + 1.39 + 0.431 = 2.45 s is 12.4 cm/(0.431 s) = 28.8 cm/s and this is the instantaneous speed at the instant $t = (2.02 + 2.45)/2 = 2.23$ s.

Now we know the velocities at two instants, so the acceleration is found from

$$[(28.8 - 19.7) \text{ cm/s}]/[(2.23 - 0.314) \text{ s}] = \boxed{4.70 \text{ cm/s}^2}$$

(c) The distance between A and B is not used, but the length of the glider is used to find the average velocity during a known time interval.

P2.41 (a) What we know about the motion of an object is as follows: $a = 4.00\ \text{m/s}^2$, $v_i = 6.00\ \text{m/s}$, and $v_f = 12.0\ \text{m/s}$.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) = v_i^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{(v_f^2 - v_i^2)}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{\left[(12.0\ \text{m/s})^2 - (6.00\ \text{m/s})^2\right]}{2(4.00\ \text{m/s}^2)} = \boxed{13.5\ \text{m}}$$

(b) From (a), the acceleration and velocity of the object are in the same (positive) direction, so the object speeds up. The distance is $\boxed{13.5\ \text{m}}$ because the object always travels in the same direction.

(c) Given $a = 4.00\ \text{m/s}^2$, $v_i = -6.00\ \text{m/s}$, and $v_f = 12.0\ \text{m/s}$. Following steps similar to those in (a) above, we will find the displacement to be the same: $\boxed{\Delta x = 13.5\ \text{m.}}$ In this case, the object initially is moving in the negative direction but its acceleration is in the positive direction, so the object slows down, reverses direction, and then speeds up as it travels in the positive direction.

(d) We consider the motion in two parts.

(1) Calculate the displacement of the object as it slows down: $a = 4.00\ \text{m/s}^2$, $v_i = -6.00\ \text{m/s}$, and $v_f = 0\ \text{m/s}$.

$$\Delta x = \frac{(v_f^2 - v_i^2)}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{\left[(0\ \text{m/s})^2 - (-6.00\ \text{m/s})^2\right]}{2(4.00\ \text{m/s}^2)} = -4.50\ \text{m}$$

The object travels 4.50 m in the negative direction.

(2) Calculate the displacement of the object after it has reversed direction: $a = 4.00\ \text{m/s}^2$, $v_i = 0\ \text{m/s}$, $v_f = 12.0\ \text{m/s}$.

$$\Delta x = \frac{(v_f^2 - v_i^2)}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{\left[(12.0\text{ m/s})^2 - (0\text{ m/s})^2\right]}{2(4.00\text{ m/s}^2)} = 18.0\text{ m}$$

The object travels 18.0 m in the positive direction.

Total distance traveled: 4.5 m + 18.0 m = $\boxed{22.5\text{ m.}}$

P2.42 (a) For the first car, the speed as a function of time is

$$v_1 = v_{1i} + a_1 t = -3.50\text{ cm/s} + (2.40\text{ cm/s}^2)t$$

For the second car, the speed is

$$v_2 = v_{2i} + a_2 t = +5.5\text{ cm/s} + 0$$

Setting the two expressions equal gives

$$-3.50\text{ cm/s} + (2.40\text{ cm/s}^2)t = 5.5\text{ cm/s}$$

Solving for *t* gives

$$t = \frac{9.00\text{ cm/s}}{2.40\text{ cm/s}^2} = \boxed{3.75\text{ s}}$$

(b) The first car then has speed

$$v_1 = v_{1i} + a_1 t = -3.50\text{ cm/s} + (2.40\text{ cm/s}^2)(3.75\text{ s}) = \boxed{5.50\text{ cm/s}}$$

and this is also the constant speed of the second car.

(c) For the first car, the position as a function of time is

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{1i} + v_{1i}t + \frac{1}{2}a_1 t^2 \\ &= 15.0\text{ cm} - (3.50\text{ cm/s})t + \frac{1}{2}(2.40\text{ cm/s}^2)t^2 \end{aligned}$$

For the second car, the position is

$$x_2 = 10.0\text{ cm} + (5.50\text{ cm/s})t$$

At the point where the cars pass one another, their positions are equal:

$$15.0\text{ cm} - (3.50\text{ cm/s})t + \frac{1}{2}(2.40\text{ cm/s}^2)t^2 = 10.0\text{ cm} + (5.50\text{ cm/s})t$$

rearranging gives

$$(1.20\text{ cm/s}^2)t^2 - (9.00\text{ cm/s})t + 5.00\text{ cm} = 0$$

We solve this with the quadratic formula. Suppressing units,

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4(1.2)(5)}}{2(1.2)} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{2.4} = 6.90 \text{ s, or } \boxed{0.604 \text{ s}}$$

(d) At $t = 0.604$ s, the second and also the first car's position is

$$x_{1,2} = 10.0 \text{ cm} + (5.50 \text{ cm/s})(0.604 \text{ s}) = \boxed{13.3 \text{ cm}}$$

At $t = 6.90$ s, both are at position

$$x_{1,2} = 10.0 \text{ cm} + (5.50 \text{ cm/s})(6.90 \text{ s}) = \boxed{47.9 \text{ cm}}$$

(e) The cars are initially moving toward each other, so they soon arrive at the same position x when their speeds are quite different, giving one answer to (c) that is not an answer to (a). The first car slows down in its motion to the left, turns around, and starts to move toward the right, slowly at first and gaining speed steadily. At a particular moment its speed will be equal to the constant rightward speed of the second car, but at this time the accelerating car is far behind the steadily moving car; thus, the answer to (a) is not an answer to (c). Eventually the accelerating car will catch up to the steadily-coasting car, but passing it at higher speed, and giving another answer to (c) that is not an answer to (a).

P2.43 (a) Total displacement = area under the (v, t) curve from $t = 0$ to 50 s. Here, distance is the same as displacement because the motion is in one direction.

$$\Delta x = \frac{1}{2}(50 \text{ m/s})(15 \text{ s}) + (50 \text{ m/s})(40 - 15) \text{ s}$$
$$+ \frac{1}{2}(50 \text{ m/s})(10 \text{ s})$$
$$\Delta x = 1875 \text{ m} = \boxed{1.88 \text{ km}}$$

(b) From $t = 10$ s to $t = 40$ s, displacement is

$$\Delta x = \frac{1}{2}(50 \text{ m/s} + 33 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + (50 \text{ m/s})(25 \text{ s}) = \boxed{1.46 \text{ km}}$$

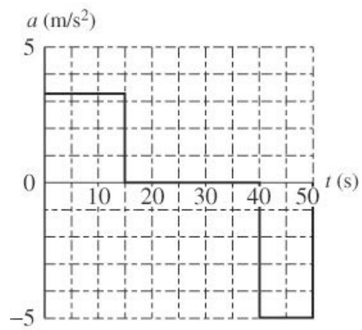
(c) We compute the acceleration for each of the three segments of the car's motion:

$0 \le t \le 15$ s: $\quad a_1 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(50-0)\text{ m/s}}{15\text{ s}-0} = \boxed{3.3\text{ m/s}^2}$

$15\text{ s} < t < 40$ s: $\quad \boxed{a_2 = 0}$

$40\text{ s} \le t \le 50$ s: $\quad a_3 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(0-50)\text{ m/s}}{50\text{ s}-40\text{ s}} = \boxed{-5.0\text{ m/s}^2}$

ANS. FIG. P2.43 shows the graph of the acceleration during this interval.



ANS FIG. P2.43

(d) For segment *0a*,

$$x_1 = 0 + \frac{1}{2}a_1 t^2 = \frac{1}{2}\left(3.3\text{ m/s}^2\right)t^2 \text{ or } \boxed{x_1 = \left(1.67\text{ m/s}^2\right)t^2}$$

For segment *ab*,

$$x_2 = \frac{1}{2}(15\text{s})[50\text{ m/s}-0] + (50\text{ m/s})(t-15\text{ s})$$

or $\boxed{x_2 = (50\text{ m/s})t - 375\text{ m}}$

For segment *bc*,

$$x_3 = \begin{pmatrix}\text{area under } v \text{ vs. } t \\ \text{from } t = 0 \text{ to } 40\text{ s}\end{pmatrix} + \frac{1}{2}a_3(t-40\text{ s})^2 + (50\text{ m/s})(t-40\text{ s})$$

or

$$x_3 = 375\text{ m} + 1250\text{ m} + \frac{1}{2}(-5.0\text{ m/s}^2)(t-40\text{ s})^2 + (50\text{ m/s})(t-40\text{ s})$$

which reduces to

$$\boxed{x_3 = (250\text{ m/s})t - \left(2.5\text{ m/s}^2\right)t^2 - 4\,375\text{ m}}$$

(e) $\bar{v} = \dfrac{\text{total displacement}}{\text{total elapsed time}} = \dfrac{1\ 875\ \text{m}}{50\ \text{s}} = \boxed{37.5\ \text{m/s}}$

2.44 (a) Take $t = 0$ at the time when the player starts to chase his opponent. At this time, the opponent is a distance $d = (12.0\ \text{m/s})(3.00\ \text{s}) = 36.0\ \text{m}$ in front of the player. At time $t > 0$, the displacements of the players from their initial positions are

$$\Delta x_{\text{player}} = v_{i,\text{player}}t + \frac{1}{2}a_{\text{player}}t^2 = 0 + \frac{1}{2}\left(4.00\ \text{m/s}^2\right)t^2 \qquad \textbf{[1]}$$

and

$$\Delta x_{\text{opponent}} = v_{i,\text{opponent}}t + \frac{1}{2}a_{\text{opponent}}t^2 = (12.0\ \text{m/s})t + 0 \qquad \textbf{[2]}$$

When the players are side-by-side, $\Delta x_{\text{player}} = \Delta x_{\text{opponent}} + 36.0\ \text{m}$. **[3]**

Substituting equations [1] and [2] into equation [3] gives

$$\frac{1}{2}\left(4.00\ \text{m/s}^2\right)t^2 = (12.0\ \text{m/s})t + 36.0\ \text{m}$$

or $t^2 + (-6.00\ \text{s})t + \left(-18.0\ \text{s}^2\right) = 0$

Applying the quadratic formula to this equation gives

$$t = \frac{-(-6.00\ \text{s}) \pm \sqrt{(-6.00\ \text{s})^2 - 4(1)\left(-18.0\ \text{s}^2\right)}}{2(1)}$$

which has solutions of $t = -2.20$ s and $t = +8.20$ s. Since the time must be greater than zero, we must choose $t = \boxed{8.20\ \text{s}}$ as the proper answer.

(b) $\Delta x_{\text{player}} = v_{i,\text{player}}t + \dfrac{1}{2}a_{\text{player}}t^2 = 0 + \dfrac{1}{2}\left(4.00\ \text{m/s}^2\right)(8.20\ \text{s})^2 = \boxed{134\ \text{m}}$

Section 2.7 Freely Falling Objects

P2.45 This is motion with constant acceleration, in this case the acceleration of gravity. The equation of position as a function of time is

$$y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Taking the positve y direction as up, the acceleration is a = (9.80 m/s^2, downward) = $-g$; we also know that $y_i = 0$ and $v_i = 2.80$ m/s. The above equation becomes

$$y_f = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_f = (2.80 \text{ m/s})t - \frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

(a) At $t = 0.100$ s, $y_f = \boxed{0.231 \text{ m}}$

(b) At $t = 0.200$ s, $y_f = \boxed{0.364 \text{ m}}$

(c) At $t = 0.300$ s, $y_f = \boxed{0.399 \text{ m}}$

(d) At $t = 0.500$ s, $y_f = \boxed{0.175 \text{ m}}$

P2.46 We can solve (a) and (b) at the same time by assuming the rock passes the top of the wall and finding its speed there. If the speed comes out imaginary, the rock will not reach this elevation.

$$\begin{aligned} v_f^2 &= v_i^2 + 2a(y_f - y_i) \\ &= (7.40 \text{ m/s})^2 - 2(9.80 \text{ m/s}^2)(3.65 \text{ m} - 1.55 \text{ m}) \\ &= 13.6 \text{ m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

which gives $v_f = 3.69$ m/s.

$\boxed{\text{So the rock does reach the top of the wall with } v_f = 3.69 \text{ m/s}}$.

(c) The rock travels from $y_i = 3.65$ m to $y_f = 1.55$ m. We find the final speed of the rock thrown down:

$$\begin{aligned} v_f^2 &= v_i^2 + 2a(y_f - y_i) \\ &= (-7.40 \text{ m/s})^2 - 2(9.80 \text{ m/s}^2)(1.55 \text{ m} - 3.65 \text{ m}) \\ &= 95.9 \text{ m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

which gives $v_f = -9.79$ m/s.

The change in speed of the rock thrown down is

$$|9.79 \text{ m/s} - 7.40 \text{ m/s}| = \boxed{2.39 \text{ m/s}}$$

(d) The magnitude of the speed change of the rock thrown up is $|7.40 \text{ m/s} - 3.69 \text{ m/s}| = 3.71 \text{ m/s}$. This $\boxed{\text{does not agree}}$ with 2.39 m/s.

(e) The upward-moving rock spends more time in flight because its average speed is smaller than the downward-moving rock, so the rock has more time to change its speed.

P2.47 The bill starts from rest, $v_i = 0$, and falls with a downward acceleration of 9.80 m/s^2 (due to gravity). For an average human reaction time of about 0.20 s, we can find the distance the bill will fall:

$$y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta y = v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Delta y = 0 - \frac{1}{2}\left(9.80 \text{ m/s}^2\right)(0.20 \text{ s})^2 = -0.20 \text{ m}$$

The bill falls about 20 cm—this distance is about twice the distance between the center of the bill and its top edge, about 8 cm. Thus David could not respond fast enough to catch the bill.

P2.48 Since the ball's motion is entirely vertical, we can use the equations for free fall to find the initial velocity and maximum height from the elapsed time. After leaving the bat, the ball is in free fall for $t = 3.00$ s and has constant acceleration $a_y = -g = -9.80$ m/s^2.

(a) The initial speed of the ball can be found from

$$v_f = v_i + at$$

$$0 = v_i - gt \rightarrow v_i = gt$$

$$v_i = \left(9.80 \text{ m/s}^2\right)\left(3.00 \text{ s}\right) = \boxed{29.4 \text{ m/s}}$$

(b) Find the vertical displacement Δy:

$$\Delta y = y_f - y_i = \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}\left(29.4 \text{ m/s} + 0\right)\left(3.00 \text{ s}\right)$$

$$\Delta y = \boxed{44.1 \text{ m}}$$

***P2.49** (a) Consider the upward flight of the arrow.

$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y\left(y_f - y_i\right)$$

$$0 = \left(100 \text{ m/s}\right)^2 + 2\left(-9.80 \text{ m/s}^2\right)\Delta y$$

$$\Delta y = \frac{10\,000 \text{ m}^2/\text{s}^2}{19.6 \text{ m/s}^2} = \boxed{510 \text{ m}}$$

(b) Consider the whole flight of the arrow.

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$0 = 0 + (100\ \text{m/s})t + \frac{1}{2}(-9.80\ \text{m/s}^2)t^2$$

The root $t = 0$ refers to the starting point. The time of flight is given by

$$t = \frac{100\ \text{m/s}}{4.90\ \text{m/s}^2} = \boxed{20.4\ \text{s}}$$

P2.50 We are given the height of the helicopter: $y = h = 3.00t^3$.

At $t = 2.00$ s, $y = 3.00(2.00\ \text{s})^3 = 24.0$ m and

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 9.00t^2 = 36.0\ \text{m/s} \uparrow$$

If the helicopter releases a small mailbag at this time, the mailbag starts its free fall with velocity 36.0 m/s upward. The equation of motion of the mailbag is

$$y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y_f = (24.0\ \text{m}) + (36.0\ \text{m/s})t - (4.90\ \text{m/s}^2)t^2$$

Setting $y_f = 0$, dropping units, and rearranging the equation, we have

$$4.90t^2 - 36.0t - 24.0 = 0$$

We solve for t using the quadratic formula:

$$t = \frac{36.0 \pm \sqrt{(-36.0)^2 - 4(4.90)(-24.0)}}{2(4.90)}$$

Since only positive values of t count, we find $t = \boxed{7.96\ \text{s}}$.

P2.51 The equation for the height of the ball as a function of time is

$$y_f = y_i + v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 30\ \text{m} + (-8.00\ \text{m/s})t - (4.90\ \text{m/s}^2)t^2$$

Solving for t,

$$t = \frac{+8.00 \pm \sqrt{(-8.00)^2 - 4(-4.90)(30)}}{2(-4.90)} = \frac{+8.00 \pm \sqrt{64 + 588}}{-9.80}$$

$$t = \boxed{1.79\ \text{s}}$$

***P2.52** The falling ball moves a distance of (15 m – h) before they meet, where h is the height above the ground where they meet. We apply

$$y_f = y_i + v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

to the falling ball to obtain

$$-(15.0\ \text{m} - h) = -\frac{1}{2}gt^2$$

or $$h = 15.0\ \text{m} - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \textbf{[1]}$$

Applying $y_f = y_i + v_i t - \frac{1}{2}gt^2$ to the rising ball gives

$$h = (25\ \text{m/s})t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \textbf{[2]}$$

Combining equations [1] and [2] gives

$$(25\ \text{m/s})t - \frac{1}{2}gt^2 = 15.0\ \text{m} - \frac{1}{2}gt^2$$

or $$t = \frac{15\ \text{m}}{25\ \text{m/s}} = \boxed{0.60\ \text{s}}$$

P2.53 We model the keys as a particle under the constant free-fall acceleration. Take the first student's position to be $y_i = 0$ and the second student's position to be $y_f = 4.00\ \text{m}$. We are given that the time of flight of the keys is t = 1.50 s, and $a_y = -9.80\ \text{m/s}^2$.

(a) We choose the equation $y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$ to connect the data and the unknown.

We solve:

$$v_{yi} = \frac{y_f - y_i - \frac{1}{2}a_y t^2}{t}$$

and substitute:

$$v_{yi} = \frac{4.00\ \text{m} - \frac{1}{2}\left(-9.80\ \text{m/s}^2\right)(1.50\ \text{s})^2}{1.50\ \text{s}} = \boxed{10.0\ \text{m/s}}$$

(b) The velocity at any time $t > 0$ is given by $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$.

Therefore, at $t = 1.50$ s,

$$v_{yf} = 10.0\ \text{m/s} - \left(9.80\ \text{m/s}^2\right)\left(1.50\ \text{s}\right) = \boxed{-4.68\ \text{m/s}}$$

The negative sign means that the keys are moving **downward** just before they are caught.

P2.54 (a) The keys, moving freely under the influence of gravity ($a = -g$), undergo a vertical displacement of $\Delta y = +h$ in time t. We use $\Delta y = v_i t + \frac{1}{2}at^2$ to find the initial velocity as

$$\Delta y = v_i t + \frac{1}{2}at^2 = h$$

$$\rightarrow h = v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_i = \frac{h + \frac{1}{2}gt^2}{t} = \boxed{\frac{h}{t} + \frac{gt}{2}}$$

(b) We find the velocity of the keys just before they were caught (at time t) using $v = v_i + at$:

$$v = v_i + at$$

$$v = \left(\frac{h}{t} + \frac{gt}{2}\right) - gt$$

$$v = \boxed{\frac{h}{t} - \frac{gt}{2}}$$

P2.55 Both horse and man have constant accelerations: they are g downward for the man and 0 for the horse. We choose to do part (b) first.

(b) Consider the vertical motion of the man after leaving the limb (with $v_i = 0$ at $y_i = 3.00$ m) until reaching the saddle (at $y_f = 0$).

Modeling the man as a particle under constant acceleration, we find his time of fall from $y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$.

When $v_i = 0$,

$$t = \sqrt{\frac{2\left(y_f - y_i\right)}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(0 - 3.00\ \text{m})}{-9.80\ \text{m/s}^2}} = \boxed{0.782\ \text{s}}$$

(a) During this time interval, the horse is modeled as a particle under constant velocity in the horizontal direction.

$$v_{xi} = v_{xf} = 10.0 \text{ m/s}$$

$$x_f - x_i = v_{xi}t = (10.0 \text{ m/s})(0.782 \text{ s}) = \boxed{7.82 \text{ m}}$$

and the ranch hand must let go when the horse is 7.82 m from the tree.

P2.56 (a) Let $t = 0$ be the instant the package leaves the helicopter. The package and the helicopter have a common initial velocity of $-v_i$ (choosing upward as positive). The helicopter has zero acceleration, and the package (in free-fall) has constant acceleration $a_y = -g$.

At times $t > 0$, the velocity of the package is

$$v_p = v_{yi} + a_y t \rightarrow v_p = -v_i - gt = -(v_i + gt)$$

so its speed is $|v_p| = \boxed{v_i + gt}$.

(b) Assume the helicopter is at height H when the package is released. Setting our clock to $t = 0$ at the moment the package is released, the position of the helicopter is

$$y_{hel} = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$y_{hel} = H + (-v_i)t$$

and the position of the package is

$$y_p = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$y_p = H + (-v_i)t - \frac{1}{2}gt^2$$

The vertical distance, d, between the helicopter and the package is

$$y_{hel} - y_p = \left[H + (-v_i)t\right] - \left[H + (-v_i)t - \frac{1}{2}gt^2\right]$$
$$d = \boxed{\frac{1}{2}gt^2}$$

The distance is independent of their common initial speed.

(c) Now, the package and the helicopter have a common initial velocity of $+v_i$ (choosing upward as positive). The helicopter has zero acceleration, and the package (in free-fall) has constant acceleration $a_y = -g$.

At times $t > 0$, the velocity of the package is

$$v_P = v_{yi} + a_y t \rightarrow v_p = +v_i - gt$$

Therefore, the speed of the package at time t is $v_p = \boxed{|v_i - gt|}$.

The position of the helicopter is

$$y_{hel} = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$y_{hel} = H + (+v_i)t$$

and the position of the package is

$$y_p = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$y_p = H + (+v_i)t - \frac{1}{2}gt^2$$

The vertical distance, d, between the helicopter and the package is

$$y_{hel} - y_p = \left[H + (+v_i)t\right] - \left[H + (+v_i)t - \frac{1}{2}gt^2\right]$$
$$d = \boxed{\frac{1}{2}gt^2}$$

As above, the distance is independent of their common initial speed.

Section 2.8 Kinematic Equations Derived from Calculus

P2.57 This is a derivation problem. We start from basic definitions. We are given $J = da_x/dt$ = constant, so we know that $da_x = Jdt$.

(a) Integrating from the 'initial' moment when we know the acceleration to any later moment,

$$\int_{a_{ix}}^{a_x} da = \int_0^t J\,dt \quad \rightarrow \quad a_x - a_{ix} = J(t - 0)$$

Therefore, $\boxed{a_x = Jt + a_{xi}}$.

From $a_x = dv_x/dt$, $dv_x = a_x\,dt$.

Integration between the same two points tells us the velocity as a function of time:

$$\int_{v_{xi}}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x\,dt = \int_0^t (a_{xi} + Jt)\,dt$$

$$v_x - v_{xi} = a_{xi}t + \frac{1}{2}Jt^2 \quad \text{or} \quad \boxed{v_x = v_{xi} + a_{xi}t + \frac{1}{2}Jt^2}$$

From $v_x = dx/dt$, $dx = v_x dt$. Integrating a third time gives us $x(t)$:

$$\int_{x_i}^{x} dx = \int_0^t v_x\,dt = \int_0^t \left(v_{xi} + a_{xi}t + \frac{1}{2}Jt^2\right)\,dt$$

$$x - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_{xi}t^2 + \frac{1}{6}Jt^3$$

and $\boxed{x = \frac{1}{6}Jt^3 + \frac{1}{2}a_{xi}t^2 + v_{xi}t + x_i}$.

(b) Squaring the acceleration,

$$a_x^2 = (Jt + a_{xi})^2 = J^2t^2 + a_{xi}^2 + 2Ja_{xi}t$$

Rearranging,

$$a_x^2 = a_{xi}^2 + 2J\left(\frac{1}{2}Jt^2 + a_{xi}t\right)$$

The expression for v_x was

$$v_x = \frac{1}{2}Jt^2 + a_{xi}t + v_{xi}$$

So $\quad (v_x - v_{xi}) = \frac{1}{2}Jt^2 + a_{xi}t$

and by substitution

$$\boxed{a_x^2 = a_{xi}^2 + 2J(v_x - v_{xi})}$$

P2.58 (a) See the x vs. t graph on the top panel of ANS. FIG. P2.58, on the next page. Choose $x = 0$ at $t = 0$.

At $t = 3$ s, $x = \frac{1}{2}(8\text{ m/s})(3\text{ s}) = 12$ m.

At $t = 5$ s, $x = 12\text{ m} + (8\text{ m/s})(2\text{ s}) = 28$ m.

At $t = 7$ s, $x = 28\text{ m} + \frac{1}{2}(8\text{ m/s})(2\text{ s})$

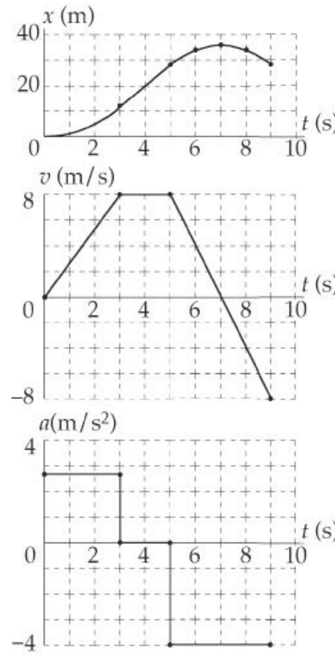
$= 36$ m

(b) See the a vs. t graph at the bottom right.

$$\text{For } 0 < t < 3 \text{ s, } a = \frac{8 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 2.67 \text{ m/s}^2.$$

For $3 < t < 5$ s, $a = 0$.

At the points of inflection, $t = 3$ and 5 s, the slope of the velocity curve changes abruptly, so the acceleration is not defined.



ANS. FIG. P2.58

(c) For $5 \text{ s} < t < 9$ s,

$$a = -\frac{16 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = \boxed{-4 \text{ m/s}^2}$$

(d) The average velocity between $t = 5$ and 7 s is

$$v_{\text{avg}} = (8 \text{ m/s} + 0)/2 = 4 \text{ m/s}$$

At $t = 6$ s, $x = 28 \text{ m} + (4 \text{ m/s})(1 \text{ s}) = \boxed{32 \text{ m}}$

(e) The average velocity between $t = 5$ and 9 s is

$$v_{\text{avg}} = [(8 \text{ m/s}) + (-8 \text{ m/s})]/2 = 0 \text{ m/s}$$

At $t = 9$ s, $x = 28 \text{ m} + (0 \text{ m/s})(1 \text{ s}) = \boxed{28 \text{ m}}$

P2.59 (a) To find the acceleration, we differentiate the velocity equation with respect to time:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\left(-5.00 \times 10^7\right)t^2 + \left(3.00 \times 10^5\right)t\right]$$

$$\boxed{a = -\left(10.0 \times 10^7\right)t + 3.00 \times 10^5}$$

where a is in m/s^2 and t is in seconds.

To find the position, take $x_i = 0$ at $t = 0$. Then, from $v = \dfrac{dx}{dt}$,

$$x - 0 = \int_0^t v\,dt = \int_0^t \left(-5.00 \times 10^7 t^2 + 3.00 \times 10^5 t\right)dt$$

$$x = -5.00 \times 10^7 \frac{t^3}{3} + 3.00 \times 10^5 \frac{t^2}{2}$$

which gives

$$\boxed{x = -\left(1.67 \times 10^7\right)t^3 + \left(1.50 \times 10^5\right)t^2}$$

where x is in meters and t is in seconds.

(b) The bullet escapes when $a = 0$:

$$a = -\left(10.0\times 10^{7}\right)t + 3.00\times 10^{5} = 0$$

$$t = \frac{3.00\times 10^{5}\ \text{s}}{10.0\times 10^{7}} = 3.00\times 10^{-3}\ \text{s} = \boxed{3.00\ \text{ms}}$$

(c) Evaluate v when $t = 3.00\times 10^{-3}$ s:

$$v = \left(-5.00\times 10^{7}\right)\left(3.00\times 10^{-3}\right)^{2} + \left(3.00\times 10^{5}\right)\left(3.00\times 10^{-3}\right)$$

$$v = -450 + 900 = \boxed{450\ \text{m/s}}$$

(d) Evaluate x when $t = 3.00\times 10^{-3}$ s:

$$x = -\left(1.67\times 10^{7}\right)\left(3.00\times 10^{-3}\right)^{3} + \left(1.50\times 10^{5}\right)\left(3.00\times 10^{-3}\right)^{2}$$

$$x = -0.450 + 1.35 = \boxed{0.900\ \text{m}}$$

Additional Problems

***P2.60** (a) Assuming a constant acceleration:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{42.0\ \text{m/s}}{8.00\ \text{s}} = \boxed{5.25\ \text{m/s}^2}$$

(b) Taking the origin at the original position of the car,

$$x_f = \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t = \frac{1}{2}(42.0\ \text{m/s})(8.00\ \text{s}) = \boxed{168\ \text{m}}$$

(c) From $v_f = v_i + at$, the velocity 10.0 s after the car starts from rest is:

$$v_f = 0 + \left(5.25\ \text{m/s}^2\right)(10.0\ \text{s}) = \boxed{52.5\ \text{m/s}}$$

P2.61 (a) From $v^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$, the insect's velocity after straightening its legs is

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\left(\Delta y\right)}$$

$$= \sqrt{0 + 2\left(4\ 000\ \text{m/s}^2\right)\left(2.00\times 10^{-3}\ \text{m}\right)} = \boxed{4.00\ \text{m/s}}$$

(b) The time to reach this velocity is

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{4.00\ \text{m/s} - 0}{4\ 000\ \text{m/s}^2} = 1.00\times 10^{-3}\ \text{s} = \boxed{1.00\ \text{ms}}$$

(c) The upward displacement of the insect between when its feet leave the ground and its speed is momentarily zero is

$$\Delta y = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

$$\Delta y = \frac{0-(4.00 \text{ m/s})^2}{2(-9.80 \text{ m/s}^2)} = \boxed{0.816 \text{ m}}$$

P2.62 (a) The velocity is constant between $t_i = 0$ and $t = 4$ s. Its acceleration is $\boxed{0}$.

(b) $a = (v_9 - v_4)/(9 \text{ s} - 4 \text{ s}) = (18 - [-12]) \text{ (m/s)}/5 \text{ s} = \boxed{6.0 \text{ m/s}^2}$

(c) $a = (v_{18} - v_{13})/(18 \text{ s} - 13 \text{ s}) = (0 - 18) \text{ (m/s)}/5 \text{ s} = \boxed{-3.6 \text{ m/s}^2}$

(d) We read from the graph that the speed is zero $\boxed{\text{at } t = 6 \text{ s and at } 18 \text{ s}}$.

(e) and (f) The object moves away from $x = 0$ into negative coordinates from $t = 0$ to $t = 6$ s, but then comes back again, crosses the origin and moves farther into positive coordinates until $\boxed{t = 18 \text{ s}}$, then attaining its maximum distance, which is the cumulative distance under the graph line:

$$\Delta x = (-12 \text{ m/s})(4 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-12 \text{ m/s})(2 \text{ s}) + \frac{1}{2}(18 \text{ m/s})(3 \text{ s})$$

$$+(18 \text{ m/s})(4 \text{ s})\frac{1}{2}(18 \text{ m/s})(5 \text{ s})$$

$$= \boxed{84 \text{ m}}$$

(g) We consider the total distance, rather than the resultant displacement, by counting the contributions computed in part (f) as all positive:

$$d = +60 \text{ m} + 144 \text{ m} = \boxed{204 \text{ m}}$$

P2.63 We set $y_i = 0$ at the top of the cliff, and find the time interval required for the first stone to reach the water using the particle under constant acceleration model:

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

or in quadratic form,

$$-\frac{1}{2}a_y t^2 - v_{yi}t + y_f - y_i = 0$$

(a) If we take the direction downward to be negative,

$$y_f = -50.0 \text{ m}, \quad v_{yi} = -2.00 \text{ m/s}, \quad \text{and} \quad a_y = -9.80 \text{ m/s}^2$$

Substituting these values into the equation, we find

$$(4.90 \text{ m/s}^2)t^2 + (2.00 \text{ m/s})t - 50.0 \text{ m} = 0$$

We now use the quadratic formula. The stone reaches the pool after it is thrown, so time must be positive and only the positive root describes the physical situation:

$$t = \frac{-2.00 \text{ m/s} \pm \sqrt{(2.00 \text{ m/s})^2 - 4\left(4.90 \text{ m/s}^2\right)(-50.0 \text{ m})}}{2\left(4.90 \text{ m/s}^2\right)}$$

$$= \boxed{3.00 \text{ s}}$$

where we have taken the positive root.

(b) For the second stone, the time of travel is

$$t = 3.00 \text{ s} - 1.00 \text{ s} = 2.00 \text{ s}$$

Since $y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$,

$$v_{yi} = \frac{\left(y_f - y_i\right) - \frac{1}{2}a_y t^2}{t}$$

$$= \frac{-50.0 \text{ m} - \frac{1}{2}\left(-9.80 \text{ m/s}^2\right)(2.00 \text{ s})^2}{2.00 \text{ s}}$$

$$= \boxed{-15.3 \text{ m/s}}$$

The negative value indicates the downward direction of the initial velocity of the second stone.

(c) For the first stone,

$$v_{1f} = v_{1i} + a_1 t_1 = -2.00 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(3.00 \text{ s})$$

$$v_{1f} = \boxed{-31.4 \text{ m/s}}$$

For the second stone,

$$v_{2f} = v_{2i} + a_2 t_2 = -15.3 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s})$$

$$v_{2f} = \boxed{-34.8 \text{ m/s}}$$

P2.64 (a) Area A_1 is a rectangle. Thus, $A_1 = hw = v_{xi}t$.

Area A_2 is triangular. Therefore, $A_2 = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}t\left(v_x - v_{xi}\right)$.

The total area under the curve is

$$A = A_1 + A_2 = v_{xi}t + \frac{\left(v_x - v_{xi}\right)t}{2}$$

and since $v_x - v_{xi} = a_x t$,

$$\boxed{A = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2}$$

(b) The displacement given by the equation is: $x = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$, the same result as above for the total area.

***P2.65** (a) Take initial and final points at top and bottom of the first incline, respectively. If the ball starts from rest, $v_i = 0$, $a = 0.500\ \text{m/s}^2$, and $x_f - x_i = 9.00$ m. Then

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\left(x_f - x_i\right) = 0^2 + 2\left(0.500\ \text{m/s}^2\right)(9.00\ \text{m})$$

$$v_f = \boxed{3.00\ \text{m/s}}$$

(b) To find the time interval, we use

$$x_f - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Plugging in,

$$9.00 = 0 + \frac{1}{2}\left(0.500\ \text{m/s}^2\right)t^2$$

$$t = \boxed{6.00\ \text{s}}$$

(c) Take initial and final points at the bottom of the first plane and the top of the second plane, respectively: $v_i = 3.00$ m/s, $v_f = 0$, and $x_f - x_i = 15.0$ m. We use

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\left(x_f - x_i\right)$$

which gives

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\left(x_f - x_i\right)} = \frac{0 - (3.00\ \text{m/s})^2}{2(15.0\ \text{m})} = \boxed{-0.300\ \text{m/s}^2}$$

(d) Take the initial point at the bottom of the first plane and the final point 8.00 m along the second plane:

$v_i = 3.00$ m/s, $x_f - x_i = 8.00$ m, $a = -0.300$ m/s^2

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) = (3.00 \text{ m/s})^2 + 2(-0.300 \text{ m/s}^2)(8.00 \text{ m})$$
$$= 4.20 \text{ m}^2/\text{s}^2$$
$$v_f = \boxed{2.05 \text{ m/s}}$$

***P2.66** Take downward as the positive y direction.

(a) While the woman was in free fall, $\Delta y = 144$ ft, $v_i = 0$, and we take $a = g = 32.0 \text{ ft/s}^2$. Thus,

$$\Delta y = v_i t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 144 \text{ ft} = 0 + (16.0 \text{ ft/s}^2)t^2$$

giving $t_{\text{fall}} = 3.00$ s. Her velocity just before impact is:

$$v_f = v_i + gt = 0 + (32.0 \text{ ft/s}^2)(3.00 \text{ s}) = \boxed{96.0 \text{ ft/s}}$$

(b) While crushing the box, $v_i = 96.0$ ft/s, $v_f = 0$, and $\Delta y = 18.0$ in. $= 1.50$ ft. Therefore,

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2(\Delta y)} = \frac{0 - (96.0 \text{ ft/s})^2}{2(1.50 \text{ ft})} = -3.07 \times 10^3 \text{ ft/s}^2$$

or $\boxed{a = 3.07 \times 10^3 \text{ ft/s}^2 \text{ upward}} = 96.0g$.

(c) Time to crush box:

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{\bar{v}} = \frac{\Delta y}{\frac{v_f + v_i}{2}} = \frac{2(1.50 \text{ ft})}{0 + 96.0 \text{ ft/s}}$$

or $\boxed{\Delta t = 3.13 \times 10^{-2} \text{ s}}$

P2.67 (a) The elevator, moving downward at the constant speed of 5.00 m/s has moved $d = v\Delta t = (5.00 \text{ m/s})(5.00 \text{ s}) = 25.0$ m below the position from which the bolt drops. Taking the positive direction to be downward, the initial position of the bolt to be $x_B = 0$, and setting $t = 0$ when the bolt drops, the position of the top of the elevator is

$$y_E = y_{Ei} + v_{Ei}t + \frac{1}{2}a_E t^2$$
$$y_E = 25.0 \text{ m} + (5.00 \text{ m/s})t$$

and the position of the bolt is

$$y_B = y_{Bi} + v_{Bi}t + \frac{1}{2}a_B t^2$$
$$y_B = \frac{1}{2}\left(9.80\text{ m/s}^2\right)t^2$$

Setting these expressions equal to each other gives

$$y_E = y_B$$
$$25.0\text{ m} + \left(5.00\text{ m/s}\right)t = \frac{1}{2}\left(9.80\text{ m/s}^2\right)t^2$$
$$4.90t^2 - 5.00t - 25.0 = 0$$

The (positive) solution to this is $t = \boxed{2.83\text{ s}}$.

(b) Both problems have an object traveling at constant velocity being overtaken by an object starting from rest traveling in the same direction at a constant acceleration.

(c) The top of the elevator travels a total distance

$$d = (5.00\text{ m/s})(5.00\text{ s} + 2.83\text{ s}) = 39.1\text{ m}$$

from where the bolt drops to where the bolt strikes the top of the elevator. Assuming 1 floor $\cong$ 3 m, this distance is about

$$(39.1\text{ m})(1\text{ floor/3 m}) \cong 13\text{ floors}.$$

P2.68 For the collision not to occur, the front of the passenger train must not have a position that is equal to or greater than the position of the back of the freight train at any time. We can write expressions of position to see whether the front of the passenger car (P) meets the back of the freight car (F) at some time.

Assume at $t = 0$, the coordinate of the front of the passenger car is $x_{Pi} = 0$; and the coordinate of the back of the freight car is $x_{Fi} = 58.5$ m. At later time t, the coordinate of the front of the passenger car is

$$x_P = x_{Pi} + v_{Pi}t + \frac{1}{2}a_P t^2$$
$$x_P = \left(40.0\text{ m/s}\right)t + \frac{1}{2}\left(-3.00\text{ m/s}^2\right)t^2$$

and the coordinate of the back of the freight car is

$$x_F = x_{Fi} + v_{Fi}t + \frac{1}{2}a_F t^2$$
$$x_F = 58.5\text{ m} + \left(16.0\text{ m/s}\right)t$$

Setting these expression equal to each other gives

$$x_P = x_F$$

$$(40.0\ \text{m/s})t + \frac{1}{2}\left(-3.00\ \text{m/s}^2\right)t^2 = 58.5\ \text{m} + (16.0\ \text{m/s})t$$

or $$(1.50)t^2 + (-24.0)t + 58.5 = 0$$

after simplifying and suppressing units.

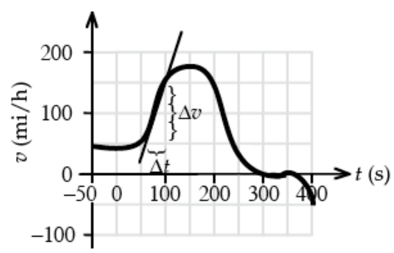
We do not have to solve this equation, we just want to check if a solution exists; if a solution does exist, then the trains collide. A solution does exist:

$$t = \frac{-(-24.0) \pm \sqrt{(-24.0)^2 - 4(1.50)(58.5)}}{2(1.50)}$$

$$t = \frac{24.0 \pm \sqrt{576 - 351}}{3.00} \rightarrow t = \frac{24.0 \pm \sqrt{225}}{3.00} = \frac{24.0 \pm 15}{3.00}$$

$$\boxed{\text{The situation is impossible since there is a finite time for which the front of the passenger train and the back of the freight train are at the same location.}}$$

P2.69 (a) As we see from the graph, from about –50 s to 50 s Acela is cruising at a constant positive velocity in the +*x* direction. From 50 s to 200 s, Acela accelerates in the +*x* direction reaching a top speed of about 170 mi/h. Around 200 s, the engineer applies the brakes, and the train, still traveling in the +*x* direction, slows down and then stops at 350 s. Just after 350 s, Acela reverses direction (*v* becomes negative) and steadily gains speed in the –*x* direction.



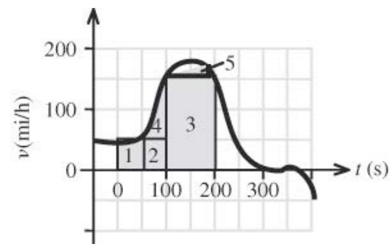
ANS. FIG. P2.69(a)

(b) The peak acceleration between 45 and 170 mi/h is given by the slope of the steepest tangent to the *v* versus *t* curve in this interval. From the tangent line shown, we find

$$a = \text{slope} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(155 - 45)\ \text{mi/h}}{(100 - 50)\ \text{s}}$$

$$= \boxed{2.2\ (\text{mi/h})/\text{s}} = 0.98\ \text{m/s}^2$$

(c) Let us use the fact that the area under the v versus t curve equals the displacement. The train's displacement between 0 and 200 s is equal to the area of the gray shaded region, which we have approximated with a series of triangles and rectangles.



ANS. FIG. P2.69(c)

$$\begin{aligned}\Delta x_{0\to 200\text{ s}} &= \text{area}_1 + \text{area}_2 + \text{area}_3 + \text{area}_4 + \text{area}_5 \\ &\approx (50\text{ mi/h})(50\text{ s}) + (50\text{ mi/h})(50\text{ s}) \\ &+(160\text{ mi/h})(100\text{ s}) \\ &+\frac{1}{2}(50\text{ s})(100\text{ mi/h}) \\ &+\frac{1}{2}(100\text{ s})(170\text{ mi/h} - 160\text{ mi/h}) \\ &= 24\ 000(\text{mi/h})(\text{s})\end{aligned}$$

Now, at the end of our calculation, we can find the displacement in miles by converting hours to seconds. As 1 h = 3 600 s,

$$\Delta x_{0\to 200\text{ s}} = \left(\frac{24\ 000\text{ mi}}{3\ 600\text{ s}}\right)(\text{s}) = \boxed{6.7\text{ mi}}$$

P2.70 We use the relation $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$, where $v_i = -8.00$ m/s and $v_f = 16.0$ m/s.

(a) The displacement of the first object is $\Delta x = +20.0$ m. Solving the above equation for the acceleration a, we obtain

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x}$$

$$a = \frac{(16.0\text{ m/s})^2 - (-8.00\text{ m/s})^2}{2(20.0\text{ m})}$$

$$a = \boxed{+4.80\text{ m/s}^2}$$

(b) Here, the total distance $d = 22.0$ m. The initial negative velocity and final positive velocity indicate that first the object travels through a negative displacement, slowing down until it reverses direction (where $v = 0$), then it returns to, and passes, its starting point, continuing to speed up until it reaches a speed of 16.0 m/s. We must consider the motion as comprising three displacements; the total distance d is the sum of the lengths of these displacements.

We split the motion into three displacements in which the acceleration remains constant throughout. We can find each displacement using

$$\Delta x = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

Displacement $\Delta x_1 = -d_1$ for velocity change $-8.00 \to 0$ m/s:

$$\Delta x_1 = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{0-(-8.00 \text{ m/s})^2}{2a} = \frac{(-8)^2}{2a} \quad \to \quad d_1 = \frac{8^2}{2a}$$

Displacement $\Delta x_2 = +d_1$ for velocity change $0 \to +8.00$ m/s:

$$\Delta x_2 = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(8.00 \text{ m/s})^2 - 0}{2a} = \frac{8^2}{2a} \quad \to \quad d_2 = \frac{8^2}{2a}$$

Displacement $\Delta x_3 = +d_2$ for velocity change $+8.00 \to +16.0$ m/s:

$$\Delta x_3 = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(16.0 \text{ m/s})^2 - (8.00 \text{ m/s})^2}{2a} = \frac{16^2 - 8^2}{2a}$$

$$\to \quad d_3 = \frac{16^2 - 8^2}{2a}$$

Suppressing units, the total distance is $d = d_1 + d_2 + d_3$, or

$$d = d_1 + d_2 + d_3 = 2\left(\frac{8^2}{2a}\right) + \frac{16^2 - 8^2}{2a} = \frac{16^2 + 8^2}{2a}$$

Solving for the acceleration gives

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} = \frac{(16 \text{ m/s})^2 + (8 \text{ m/s})^2}{2d} = \frac{(16 \text{ m/s})^2 + (8 \text{ m/s})^2}{2(22.0 \text{ m})}$$

$$a = \boxed{7.27 \text{ m/s}^2}$$

P2.71 (a) In order for the trailing athlete to be able to catch the leader, his speed (v_1) must be greater than that of the leading athlete (v_2), and the distance between the leading athlete and the finish line must be great enough to give the trailing athlete sufficient time to make up the deficient distance, d.

(b) During a time interval t the leading athlete will travel a distance $d_2 = v_2 t$ and the trailing athlete will travel a distance $d_1 = v_1 t$. Only when $d_1 = d_2 + d$ (where d is the initial distance the trailing athlete was behind the leader) will the trailing athlete have caught the leader. Requiring that this condition be satisfied gives the elapsed time required for the second athlete to overtake the first:

$$d_1 = d_2 + d \quad \text{or} \quad v_1 t = v_2 t + d$$

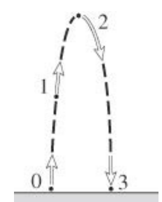
giving

$$v_1t - v_2t = d \quad \text{or} \quad t = \boxed{\dfrac{d}{(v_1 - v_2)}}$$

(c) In order for the trailing athlete to be able to at least tie for first place, the initial distance *D* between the leader and the finish line must be greater than or equal to the distance the leader can travel in the time *t* calculated above (i.e., the time required to overtake the leader). That is, we must require that

$$D \ge d_2 = v_2t = v_2\left[\frac{d}{(v_1 - v_2)}\right] \quad \text{or} \quad \boxed{d_2 = \frac{v_2d}{v_1 - v_2}}$$

P2.72 Let point 0 be at ground level and point 1 be at the end of the engine burn. Let point 2 be the highest point the rocket reaches and point 3 be just before impact. The data in the table below are found for each phase of the rocket's motion.



ANS. FIG. P2.72

(0 to 1): $v_f^2 - (80.0\text{ m/s})^2 = 2(4.00\text{ m/s}^2)(1\,000\text{ m})$

so $v_f = 120$ m/s. Then, $120\text{ m/s} = 80.0\text{ m/s} + (4.00\text{ m/s}^2)t$

giving $t = 10.0$ s.

(1 to 2) $0 - (120\text{ m/s})^2 = 2(-9.80\text{ m/s}^2)(y_f - y_i)$

giving $y_f - y_i = 735$ m,

$0 - 120\text{ m/s} = (-9.80\text{ m/s}^2)t$

giving $t = 12.2$ s.

This is the time of maximum height of the rocket.

(2 to 3) $v_f^2 - 0 = 2(-9.80\text{ m/s}^2)(-1\,735\text{ m})$ or $v_f = -184$ m/s

Then $v_f = -184\text{ m/s} = (-9.80\text{ m/s}^2)t$

giving $t = 18.8$ s.

(a) $t_{total} = 10\text{ s} + 12.2\text{ s} + 18.8\text{ s} = \boxed{41.0\text{ s}}$

(b) $(y_f - y_i)_{total} = \boxed{1.73\text{ km}}$

(c) $v_{final} = \boxed{-184\text{ m/s}}$

		t	x	v	a
0	Launch	0.0	0	80	+4.00
#1	End Thrust	10.0	1 000	120	+4.00
#2	Rise Upwards	22.2	1 735	0	–9.80
#3	Fall to Earth	41.0	0	–184	–9.80

P2.73 We have constant-acceleration equations to apply to the two cars separately.

(a) Let the times of travel for Kathy and Stan be t_K and t_S, where

$$t_S = t_K + 1.00 \text{ s}$$

Both start from rest ($v_{xi,K} = v_{xi,S} = 0$), so the expressions for the distances traveled are

$$x_K = \frac{1}{2}a_{x,K}t_K^2 = \frac{1}{2}(4.90 \text{ m/s}^2)t_K^2$$

and $$x_S = \frac{1}{2}a_{x,S}t_S^2 = \frac{1}{2}(3.50 \text{ m/s}^2)(t_K + 1.00 \text{ s})^2$$

When Kathy overtakes Stan, the two distances will be equal. Setting $x_K = x_S$ gives

$$\frac{1}{2}(4.90 \text{ m/s}^2)t_K^2 = \frac{1}{2}(3.50 \text{ m/s}^2)(t_K + 1.00 \text{ s})^2$$

This we simplify and write in the standard form of a quadratic as

$$t_K^2 - (5.00\ t_K)\text{s} - 2.50 \text{ s}^2 = 0$$

We solve using the quadratic formula $t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, suppressing units, to find

$$t_K = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(-2.5)}}{2(1)} = \frac{5 + \sqrt{35}}{2} = \boxed{5.46 \text{ s}}$$

Only the positive root makes sense physically, because the overtake point must be after the starting point in time.

(b) Use the equation from part (a) for distance of travel,

$$x_K = \frac{1}{2}a_{x,K}t_K^2 = \frac{1}{2}(4.90 \text{ m/s}^2)(5.46 \text{ s})^2 = \boxed{73.0 \text{ m}}$$

(c) Remembering that $v_{xi,K} = v_{xi,S} = 0$, the final velocities will be:

$$v_{xf,K} = a_{x,K}t_K = (4.90\ \text{m/s}^2)(5.46\ \text{s}) = \boxed{26.7\ \text{m/s}}$$

$$v_{xf,S} = a_{x,S}t_S = (3.50\ \text{m/s}^2)(6.46\ \text{s}) = \boxed{22.6\ \text{m/s}}$$

P2.74 (a) While in the air, both balls have acceleration $a_1 = a_2 = -g$ (where upward is taken as positive). Ball 1 (thrown downward) has initial velocity $v_{01} = -v_0$, while ball 2 (thrown upward) has initial velocity $v_{02} = v_0$. Taking $y = 0$ at ground level, the initial y coordinate of each ball is $y_{01} = y_{02} = +h$. Applying $\Delta y = y - y_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2$ to each ball gives their y coordinates at time t as

Ball 1: $y_1 - h = -v_0 t + \frac{1}{2}(-g)t^2$ or $\boxed{y_1 = h - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$

Ball 2: $y_2 - h = +v_0 t + \frac{1}{2}(-g)t^2$ or $\boxed{y_2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$

At ground level, $y = 0$. Thus, we equate each of the equations found above to zero and use the quadratic formula to solve for the times when each ball reaches the ground. This gives the following:

Ball 1: $0 = h - v_0 t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \rightarrow gt_1^2 + (2v_0)t_1 + (-2h) = 0$

so $$t_1 = \frac{-2v_0 \pm \sqrt{(2v_0)^2 - 4(g)(-2h)}}{2g} = -\frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}$$

Using only the *positive* solution gives

$$t_1 = -\frac{v_0}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}$$

Ball 2: $0 = h + v_0 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \rightarrow gt_2^2 + (-2v_0)t_2 + (-2h) = 0$

and $$t_2 = \frac{-(-2v_0) \pm \sqrt{(-2v_0)^2 - 4(g)(-2h)}}{2g} = +\frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}$$

Again, using only the *positive* solution,

$$t_2 = \frac{v_0}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}$$

Thus, the difference in the times of flight of the two balls is

$$\Delta t = t_2 - t_1$$
$$= \frac{v_0}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} - \left(-\frac{v_0}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}\right) = \boxed{\frac{2v_0}{g}}$$

(b) Realizing that the balls are going *downward* ($v < 0$) as they near the ground, we use $v_f^2 = v_i^2 + 2a(\Delta y)$ with $\Delta y = -h$ to find the velocity of each ball just before it strikes the ground:

Ball 1:

$$v_{1f} = -\sqrt{v_{1i}^2 + 2a_1(-h)} = -\sqrt{(-v_0)^2 + 2(-g)(-h)} = \boxed{-\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

Ball 2:

$$v_{2f} = -\sqrt{v_{2i}^2 + 2a_2(-h)} = -\sqrt{(+v_0)^2 + 2(-g)(-h)} = \boxed{-\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

(c) While both balls are still in the air, the distance separating them is

$$d = y_2 - y_1 = \left(h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2\right) - \left(h - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2\right) = \boxed{2v_0 t}$$

P2.75 We translate from a pictorial representation through a geometric model to a mathematical representation by observing that the distances x and y are always related by $x^2 + y^2 = L^2$.

(a) Differentiating this equation with respect to time, we have

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0$$

Now the unknown velocity of B is $\frac{dy}{dt} = v_B$ and $\frac{dx}{dt} = -v$,

so the differentiated equation becomes

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y}\left(\frac{dx}{dt}\right) = -\left(\frac{x}{y}\right)(-v) = v_B$$

But $\frac{y}{x} = \tan\theta$, so $\quad v_B = \boxed{\left(\frac{1}{\tan\theta}\right)v}$

(b) We assume that θ starts from zero. At this instant $1/\tan\theta$ is infinite, and the velocity of B is infinitely larger than that of A. As θ increases, the velocity of object B decreases, becoming equal to v when $\theta = 45°$. After that instant, B continues to slow down with non-constant acceleration, coming to rest as θ goes to 90°.

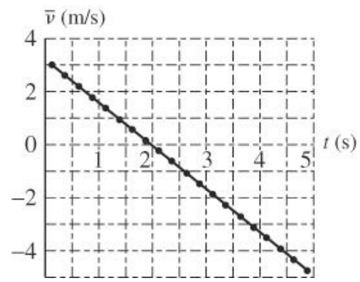
P2.76

Time t (s)	Height h (m)	Δh (m)	Δt (s)	$\bar{v}$ (m/s)	midpoint time t (s)
0.00	5.00	0.75	0.25	3.00	0.13
0.25	5.75	0.65	0.25	2.60	0.38
0.50	6.40	0.54	0.25	2.16	0.63
0.75	6.94	0.44	0.25	1.76	0.88
1.00	7.38	0.34	0.25	1.36	1.13
1.25	7.72	0.24	0.25	0.96	1.38
1.50	7.96	0.14	0.25	0.56	1.63
1.75	8.10	0.03	0.25	0.12	1.88
2.00	8.13	–0.06	0.25	–0.24	2.13
2.25	8.07	–0.17	0.25	–0.68	2.38
2.50	7.90	–0.28	0.25	–1.12	2.63
2.75	7.62	–0.37	0.25	–1.48	2.88
3.00	7.25	–0.48	0.25	–1.92	3.13
3.25	6.77	–0.57	0.25	–2.28	3.38
3.50	6.20	–0.68	0.25	–2.72	3.63
3.75	5.52	–0.79	0.25	–3.16	3.88
4.00	4.73	–0.88	0.25	–3.52	4.13
4.25	3.85	–0.99	0.25	–3.96	4.38
4.50	2.86	–1.09	0.25	–4.36	4.63
4.75	1.77	–1.19	0.25	–4.76	4.88
5.00	0.58				

TABLE P2.76

The very convincing fit of a single straight line to the points in the graph of velocity versus time indicates that the rock does fall with constant acceleration. The acceleration is the slope of line:

$$a_{avg} = -1.63\ \text{m/s}^2 = \boxed{1.63\ \text{m/s}^2\ \text{downward}}$$



***P2.77** Distance traveled by motorist = (15.0 m/s)t

Distance traveled by policeman $= \frac{1}{2}(2.00\ \text{m/s}^2)t^2$

(a) Intercept occurs when $15.0t = t^2$, or $t = \boxed{15.0\ \text{s}}$.

(b) $v(\text{officer}) = (2.00\ \text{m/s}^2)t = \boxed{30.0\ \text{m/s}}$

(c) $x(\text{officer}) = \frac{1}{2}(2.00\ \text{m/s}^2)t^2 = \boxed{225\ \text{m}}$

***P2.78** The train accelerates with $a_1 = 0.100\ \text{m/s}^2$ then decelerates with $a_2 = -0.500\ \text{m/s}^2$. We can write the 1.00-km displacement of the train as

$$x = 1\,000\ \text{m} = \frac{1}{2}a_1\Delta t_1^2 + v_{1f}\Delta t_2 + \frac{1}{2}a_2\Delta t_2^2$$

with $t = t_1 + t_2$. Now, $v_{1f} = a_1\Delta t_1 = -a_2\Delta t_2$; therefore

$$1\,000\ \text{m} = \frac{1}{2}a_1\Delta t_1^2 + a_1\Delta t_1\left(-\frac{a_1\Delta t_1}{a_2}\right) + \frac{1}{2}a_2\left(\frac{a_1\Delta t_1}{a_2}\right)^2$$

$$1\,000\ \text{m} = \frac{1}{2}a_1\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)\Delta t_1^2$$

$$1\,000\ \text{m} = \frac{1}{2}(0.100\ \text{m/s}^2)\left(1 - \frac{0.100\ \text{m/s}^2}{-0.500\ \text{m/s}^2}\right)\Delta t_1^2$$

$$\Delta t_1 = \sqrt{\frac{20\,000}{1.20}}\ \text{s} = 129\ \text{s}$$

$$\Delta t_2 = \frac{a_1\Delta t_1}{-a_2} = \frac{12.9}{0.500}\ \text{s} \approx 26\ \text{s}$$

Total time $= \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 129\text{ s} + 26\text{ s} = \boxed{155\text{ s}}$

***P2.79** The average speed of every point on the train as the first car passes Liz is given by:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8.60\text{ m}}{1.50\text{ s}} = 5.73\text{ m/s}$$

The train has this as its instantaneous speed halfway through the 1.50-s time. Similarly, halfway through the next 1.10 s, the speed of the train is $\frac{8.60\text{ m}}{1.10\text{ s}} = 7.82\text{ m/s}$. The time required for the speed to change from 5.73 m/s to 7.82 m/s is

$$\frac{1}{2}(1.50\text{ s}) + \frac{1}{2}(1.10\text{ s}) = 1.30\text{ s}$$

so the acceleration is: $a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{7.82\text{ m/s} - 5.73\text{ m/s}}{1.30\text{ s}} = \boxed{1.60\text{ m/s}^2}$

P2.80 Let the ball fall freely for 1.50 m after starting from rest. It strikes at speed given by

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a\left(x_f - x_i\right)$$

$$v_{xf}^2 = 0 + 2\left(-9.80\text{ m/s}^2\right)\left(-1.50\text{ m}\right)$$

$$v_{xf} = -5.42\text{ m/s}$$

If its acceleration were constant, its stopping would be described by

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x\left(x_f - x_i\right)$$

$$0 = \left(-5.42\text{ m/s}\right)^2 + 2a_x\left(-10^{-2}\text{ m}\right)$$

$$a_x = \frac{-29.4\text{ m}^2/\text{s}^2}{-2.00\times 10^{-2}\text{ m}} = +1.47\times 10^3\text{ m/s}^2$$

Upward acceleration of this same order of magnitude will continue for some additional time after the dent is at its maximum depth, to give the ball the speed with which it rebounds from the pavement. The ball's maximum acceleration will be larger than the average acceleration we estimate by imagining constant acceleration, but will still be of order of magnitude $\boxed{\sim 10^3\text{ m/s}^2}$.

Challenge Problems

P2.81 (a) From the information in the problem, we model the blue car as a particle under constant acceleration. The important "particle" for this part of the problem is the nose of the car. We use the position equation from the particle under constant acceleration model to find the velocity v_0 of the particle as it enters the intersection

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\rightarrow 28.0\text{ m} = 0 + v_0(3.10\text{ s}) + \frac{1}{2}(-2.10\text{ m/s}^2)(3.10\text{ s})^2$$

$$\rightarrow v_0 = 12.3\text{ m/s}$$

Now we use the velocity-position equation in the particle under constant acceleration model to find the displacement of the particle from the first edge of the intersection when the blue car stops:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

or $$x - x_0 = \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12.3\text{ m/s})^2}{2(-2.10\text{ m/s}^2)} = \boxed{35.9\text{ m}}$$

(b) The time interval during which any part of the blue car is in the intersection is that time interval between the instant at which the nose enters the intersection and the instant when the tail leaves the intersection. Thus, the change in position of the nose of the blue car is 4.52 m + 28.0 m = 32.52 m. We find the time at which the car is at position x = 32.52 m if it is at x = 0 and moving at 12.3 m/s at t = 0:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\rightarrow 32.52\text{ m} = 0 + (12.3\text{ m/s})t + \frac{1}{2}(-2.10\text{ m/s}^2)t^2$$

$$\rightarrow -1.05t^2 + 12.3t - 32.52 = 0$$

The solutions to this quadratic equation are t = 4.04 s and 7.66 s. Our desired solution is the lower of two, so $t = \boxed{4.04\text{ s}}$, (The later time corresponds to the blue car stopping and reversing, which it must do if the acceleration truly remains constant, and arriving again at the position x = 32.52 m.)

(c) We again define t = 0 as the time at which the nose of the blue car enters the intersection. Then at time t = 4.04 s, the tail of the blue car leaves the intersection. Therefore, to find the minimum distance from the intersection for the silver car, its nose must enter the intersection at t = 4.04 s. We calculate this distance from the position equation:

$$x - x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\left(5.60\ \text{m/s}^2\right)\left(4.04\ \text{s}\right)^2 = \boxed{45.8\ \text{m}}$$

(d) We use the velocity equation:

$$v = v_0 + at = 0 + \left(5.60\ \text{m/s}^2\right)\left(4.04\ \text{s}\right) = \boxed{22.6\ \text{m/s}}$$

P2.82 (a) Starting from rest and accelerating at a_b = 13.0 mi/h · s, the bicycle reaches its maximum speed of $v_{b,\max}$ = 20.0 mi/h in a time

$$t_{b,1} = \frac{v_{b,\max} - 0}{a_b} = \frac{20.0\ \text{mi/h}}{13.0\ \text{mi/h}\cdot\text{s}} = 1.54\ \text{s}$$

Since the acceleration a_c of the car is less than that of the bicycle, the car cannot catch the bicycle until some time $t > t_{b,1}$ (that is, until the bicycle is at its maximum speed and coasting). The total displacement of the bicycle at time t is

$$\begin{aligned}\Delta x_b &= \frac{1}{2}a_b t_{b,1}^2 + v_{b,\max}\left(t - t_{b,1}\right)\\ &= \left(\frac{1.47\ \text{ft/s}}{1\ \text{mi/h}}\right)\times\\ &\qquad\left[\frac{1}{2}\left(13.0\frac{\text{mi/h}}{\text{s}}\right)\left(1.54\ \text{s}\right)^2 + \left(20.0\ \text{mi/h}\right)\left(t - 1.54\ \text{s}\right)\right]\\ &= \left(29.4\ \text{ft/s}\right)t - 22.6\ \text{ft}\end{aligned}$$

The total displacement of the car at this time is

$$\Delta x_c = \frac{1}{2}a_c t^2 = \left(\frac{1.47\ \text{ft/s}}{1\ \text{mi/h}}\right)\left[\frac{1}{2}\left(9.00\frac{\text{mi/h}}{\text{s}}\right)t^2\right] = \left(6.62\ \text{ft/s}^2\right)t^2$$

At the time the car catches the bicycle, $\Delta x_c = \Delta x_b$. This gives

$$\left(6.62\ \text{ft/s}^2\right)t^2 = \left(29.4\ \text{ft/s}\right)t - 22.6\ \text{ft}$$

or $$t^2 - \left(4.44\ \text{s}\right)t + 3.42\ \text{s}^2 = 0$$

that has only one physically meaningful solution $t > t_{b,1}$. This solution gives the total time the bicycle leads the car and is $t = \boxed{3.45\ \text{s}}$.

(b) The lead the bicycle has over the car continues to increase as long as the bicycle is moving faster than the car. This means until the car attains a speed of $v_c = v_{b,\max} = 20.0$ mi/h. Thus, the elapsed time when the bicycle's lead ceases to increase is

$$t = \frac{v_{b,\max}}{a_c} = \frac{20.0\text{ mi/h}}{9.00\text{ mi/h}\cdot\text{s}} = 2.22\text{ s}$$

At this time, the lead is

$$\begin{aligned}(\Delta x_b - \Delta x_c)_{\max} &= (\Delta x_b - \Delta x_c)\big|_{t=2.22\text{ s}} \\ &= \left[(29.4\text{ ft/s})(2.22\text{ s}) - 22.6\text{ ft}\right] \\ &\quad - \left[(6.62\text{ ft/s}^2)(2.22\text{ s})^2\right]\end{aligned}$$

or $\quad (\Delta x_b - \Delta x_c)_{\max} = \boxed{10.0\text{ ft}}$

P2.83 Consider the runners in general. Each completes the race in a total time interval T. Each runs at constant acceleration a for a time interval Δt, so each covers a distance (displacement) $\Delta x_a = \frac{1}{2}a\Delta t^2$ where they eventually reach a final speed (velocity) $v = a\Delta t$, after which they run at this constant speed for the remaining time $(T - \Delta t)$ until the end of the race, covering distance $\Delta x_v = v(T - \Delta t) = a\Delta t(T - \Delta t)$. The total distance (displacement) each covers is the same:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta x_a + \Delta x_v \\ &= \frac{1}{2}a\Delta t^2 + a\Delta t(T - \Delta t) \\ &= a\left[\frac{1}{2}\Delta t^2 + \Delta t(T - \Delta t)\right]\end{aligned}$$

so $$a = \frac{\Delta x}{\frac{1}{2}\Delta t^2 + \Delta t(T - \Delta t)}$$

where $\Delta x = 100$ m and $T = 10.4$ s.

(a) For Laura (runner 1), $\Delta t_1 = 2.00$ s:

$$a_1 = (100\text{ m})/(18.8\text{ s}^2) = \boxed{5.32\text{ m/s}^2}$$

For Healan (runner 2), $\Delta t_2 = 3.00$ s:

$$a_2 = (100\text{ m})/(26.7\text{ s}^2) = \boxed{3.75\text{ m/s}^2}$$

(b) Laura (runner 1): $v_1 = a_1\Delta t_1 = \boxed{10.6\text{ m/s}}$

Healan (runner 2): $v_2 = a_2\Delta t_2 = \boxed{11.2\text{ m/s}}$

(c) The 6.00-s mark occurs after either time interval Δt. From the reasoning above, each has covered the distance

$$\Delta x = a\left[\frac{1}{2}\Delta t^2 + \Delta t(t - \Delta t)\right]$$

where t = 6.00 s.

Laura (runner 1): Δx_1 = 53.19 m

Healan (runner 2): Δx_2 = 50.56 m

$\boxed{\text{So, Laura is ahead by (53.19 m – 50.56 m) = 2.63 m.}}$

(d) Laura accelerates at the greater rate, so she will be ahead of Healen at, and immediately after, the 2.00-s mark. After the 3.00-s mark, Healan is travelling faster than Laura, so the distance between them will shrink. In the time interval

$\boxed{\text{from the 2.00-s mark to the 3.00-s mark, the distance between them will be the greatest.}}$

During that time interval, the distance between them (the position of Laura relative to Healan) is

$$D = \Delta x_1 - \Delta x_2 = a_1\left[\frac{1}{2}\Delta t_1^2 + \Delta t_1(t - \Delta t_1)\right] - \frac{1}{2}a_2 t^2$$

because Laura has ceased to accelerate but Healan is still accelerating. Differentiating with respect to time, (and doing some simplification), we can solve for the time t when D is an maximum:

$$\frac{dD}{dt} = a_1\Delta t_1 - a_2 t = 0$$

which gives

$$t = \Delta t_1\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = (2.00\ \text{s})\left(\frac{5.32\ \text{m/s}^2}{3.75\ \text{m/s}^2}\right) = 2.84\ \text{s}$$

Substituting this time back into the expression for D, we find that D = 4.47 m, that is, Laura ahead of Healan by $\boxed{\text{4.47 m.}}$

P2.84 (a) The factors to consider are as follows. The red bead falls through a greater distance with a downward acceleration of g. The blue bead travels a shorter distance, but with acceleration of $g\sin\theta$. A first guess would be that the blue bead "wins," but not by much. We do note, however, that points Ⓐ, Ⓑ, and Ⓒ are the vertices of a right triangle with ⒶⒸ as the hypotenuse.

(b) The red bead is a particle under constant acceleration. Taking downward as the positive direction, we can write

$$\Delta y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

as $$D = \frac{1}{2}gt_R^2$$

which gives $\boxed{t_R = \sqrt{\frac{2D}{g}}}$.

(c) The blue bead is a particle under constant acceleration, with $a = g\sin\theta$. Taking the direction along L as the positive direction, we can write

$$\Delta y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

as $$L = \frac{1}{2}(g\sin\theta)t_B^2$$

which gives $\boxed{t_B = \sqrt{\frac{2L}{g\sin\theta}}}$.

(d) For the two beads to reach point Ⓒ simultaneously, $t_R = t_B$. Then,

$$\sqrt{\frac{2D}{g}} = \sqrt{\frac{2L}{g\sin\theta}}$$

Squaring both sides and cross-multiplying gives

$$2gD\sin\theta = 2gL$$

or $$\sin\theta = \frac{L}{D}.$$

We note that the angle between chords ⒶⒸ and ⒷⒸ is $90° - \theta$, so that the angle between chords ⒶⒸ and ⒶⒷ is

θ. Then, $\sin\theta = \frac{L}{D}$, and the beads arrive at point Ⓒ simultaneously.

(e) Once we recognize that the two rods form one side and the hypotenuse of a right triangle with θ as its smallest angle, then the result becomes obvious.

P2.85 The rock falls a distance *d* for a time interval Δt_1 and the sound of the splash travels upward through the same distance *d* for a time interval Δt_2 before the man hears it. The total time interval $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 2.40$ s.

(a) Relationship between distance the rock falls and time interval Δt_1:

$$d = \frac{1}{2} g \Delta t_1^2$$

Relationship between distance the sound travels and time interval Δt_2: $d = v_s \Delta t_2$, where $v_s = 336$ m/s.

$$d = v_s \Delta t_2 = \frac{1}{2} g \Delta t_1^2$$

Substituting $\Delta t_1 = \Delta t - \Delta t_2$ gives

$$2\frac{v_s \Delta t_2}{g} = \left(\Delta t - \Delta t_2\right)^2$$

$$\left(\Delta t_2\right)^2 - 2\left(\Delta t + \frac{v_s}{g}\right)\Delta t_2 + \Delta t^2 = 0$$

$$\left(\Delta t_2\right)^2 - 2\left(2.40\text{ s} + \frac{336\text{ m/s}}{9.80\text{ m/s}^2}\right)\Delta t_2 + \left(2.40\text{ s}\right)^2 = 0$$

$$\left(\Delta t_2\right)^2 - \left(73.37\right)\Delta t_2 + 5.76 = 0$$

Solving the quadratic equation gives

$$\Delta t_2 = 0.078\ 6\text{ s} \quad \rightarrow \quad d = v_s \Delta t_2 = \boxed{26.4\text{ m}}$$

(b) Ignoring the sound travel time, $d = \frac{1}{2}\left(9.80\text{ m/s}^2\right)\left(2.40\text{ s}\right)^2 = 28.2$ m, an error of $\boxed{6.82\%}$.

ANSWERS TO EVEN-NUMBERED PROBLEMS

P2.2 0.02 s

P2.4 (a) 50.0 m/s; (b) 41.0 m/s

P2.6 (a) 27.0 m; (b) 27.0 m + (18.0 m/s) Δt + (3.00 m/s^2)(Δt^2); (c) 18.0 m/s

P2.8 (a) $+L/t_1$; (b) $-L/t_2$; (c) 0; (d) $2L/t_1 + t_2$

P2.10 1.9×10^8 years

P2.12 (a) 20 mi/h; (b) 0; (c) 30 mi/h

P2.14 1.34×10^4 m/s^2

P2.16 See graphs in P2.16.

P2.18 (a) See ANS. FIG. P2.18; (b) 23 m/s, 18 m/s, 14 m/s, and 9.0 m/s; (c) 4.6 m/s^2; (d) zero

P2.20 (a) 13.0 m/s; (b) 10.0 m/s, 16.0 m/s; (c) 6.00 m/s^2; (d) 6.00 m/s^2; (e) 0.333 s

P2.22 (a–e) See graphs in P2.22; (f) with less regularity

P2.24 160 ft.

P2.26 4.53 s

P2.28 (a) 6.61 m/s; (b) −0.448 m/s^2

P2.30 (a) 20.0 s; (b) No; (c) The plane would overshoot the runway.

P2.32 31 s

P2.34 The accelerations do not match.

P2.36 (a) $x_f - x_i = v_{xf}t - \frac{1}{2}a_x t^2$; (b) 3.10 m/s

P2.38 (a) 2.56 m; (b) −3.00 m/s

P2.40 19.7 cm/s; (b) 4.70 cm/s^2; (c) The length of the glider is used to find the average velocity during a known time interval.

P2.42 (a) 3.75 s; (b) 5.50 cm/s; (c) 0.604 s; (d) 13.3 cm, 47.9 cm; (e) See P2.42 part (e) for full explanation.

P2.44 (a) 8.20 s; (b) 134 m

P2.46 (a and b) The rock does not reach the top of the wall with v_f = 3.69 m/s; (c) 2.39 m/s; (d) does not agree; (e) The average speed of the upward-moving rock is smaller than the downward moving rock.

P2.48 (a) 29.4 m/s; (b) 44.1 m

P2.50 7.96 s

P2.52 0.60 s

P2.54 (a) $\frac{h}{t}+\frac{gt}{2}$; (b) $\frac{h}{t}-\frac{gt}{2}$

P2.56 (a) $(v_i + gt)$; (b) $\frac{1}{2}gt^2$; (c) $|v_i - gt|$; (d) $\frac{1}{2}gt^2$

P2.58 (a) See graphs in P2.58; (b) See graph in P2.58; (c) $-4\ \text{m/s}^2$; (d) 32 m; (e) 28 m

P2.60 (a) $5.25\ \text{m/s}^2$; (b) 168 m; (c) 52.5 m/s

P2.62 (a) 0; (b) $6.0\ \text{m/s}^2$; (c) $-3.6\ \text{m/s}^2$; (d) at $t = 6$ s and at 18 s; (e and f) $t = 18$ s; (g) 204 m

P2.64 (a) $A = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$; (b) The displacement is the same result for the total area.

P2.66 (a) 96.0 ft/s; (b) $3.07\times10^3\ \text{ft/s}^2$ upward; (c) 3.13×10^{-2} s

P2.68 The trains do collide.

P2.70 (a) $+4.8\ \text{m/s}^2$; (b) $7.27\ \text{m/s}^2$

P2.72 (a) 41.0 s; (b) 1.73 km; (c) -184 m/s

P2.74 (a) Ball 1: $y_1 = h - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, Ball 2: $y_2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, $\frac{2v_0}{g}$; (b) Ball 1: $-\sqrt{v_0^2 + 2gh}$, Ball 2: $-\sqrt{v_0^2 + 2gh}$; (c) $2v_0 t$

P2.76 (a and b) See TABLE P2.76; (c) $1.63\ \text{m/s}^2$ downward and see graph in P2.76

P2.78 155 s

P2.80 $\sim10^3\ \text{m/s}^2$

P2.82 (a) 3.45 s; (b) 10.0 ft.

P2.84 (a) The red bead falls through a greater distance with a downward acceleration of g. The blue bead travels a shorter distance, but with acceleration of $g\sin\theta$. A first guess would be that the blue bead "wins," but not by much. (b) $\sqrt{\frac{2D}{g}}$; (c) $\sqrt{\frac{2L}{g\sin\theta}}$; (d) the beads arrive at point Ⓒ simultaneously; (e) Once we recognize that the two rods form one side and the hypotenuse of a right triangle with θ as its smallest angle, then the result becomes obvious.