



1

오토마타

## 1 오토마타(Automata)

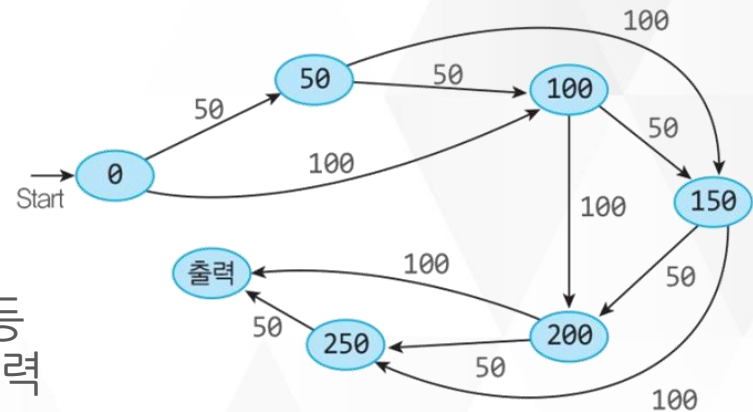
- ▶ 오토마타(Automata)란  
‘자동 기계 장치’란 뜻의 이론적 모델
- ▶ 인류는 오래전부터 스스로 움직이는 기계  
(Self-operation Machine)에 관심을 가져왔고  
컴퓨터까지 만들어 냄
- ▶ 컴퓨터는 여러 오토마타 중에서도 유한 상태 기계라  
할 수 있으며 유한 개수의 상태를 가질 수 있는 추상  
기계라는 의미임

## 1 오토마타(Automata)

- ▶ 오토마타를 다이어그램으로 그려 모델링 한 후 전자 회로로 구현하여 전자 장치들을 만들게 됨
- ▶ 플립플롭에서부터 컴퓨터까지 여러 분야에서 사용될 뿐만 아니라 형식언어, 컴파일러, 인터프리터 등에서도 활용됨
- ▶ 단순한 형태의 오토마타는 물 시계나 모래 시계, 뼈꾸기 시계 등도 해당됨
- ▶ 대부분의 기계 장치, TV 등이 오토마타의 원리에 따라 작동

## 2 오토마타(Automata)의 예

- ▶ 간단한 자판기 오토마타
- 일상생활에서 흔히 만날 수 있는 이론적인 오토마타 자판기
  - 상태 다이어그램에서는 투입되는 액수에 따라 상태가 변함
  - 시작 상태에서 액수가 0원 상태, 50원이 투입되면 50원 상태, 100원이 투입되면 100원 상태로 이동 등
  - 일정 금액 이상의 상태가 되면 음료수 출력



### 3 전이 다이어그램을 이용한 문제해결

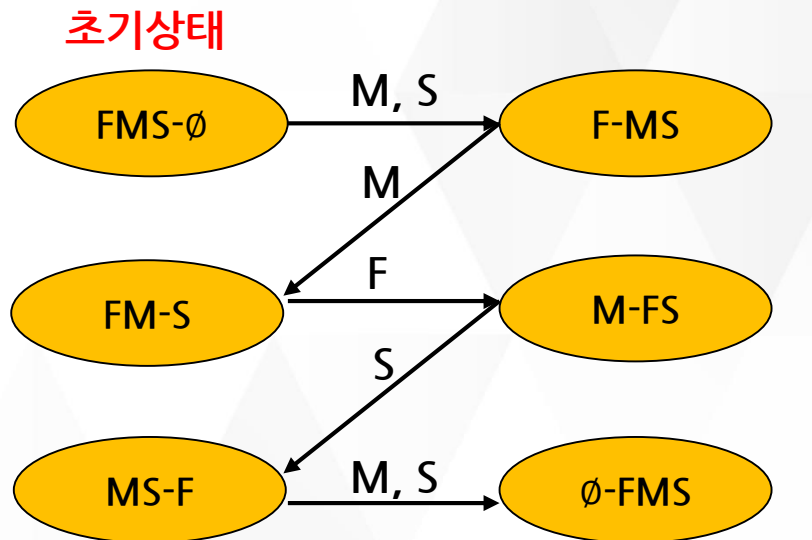
- ▶ 예) 가족이 강을 건널 때 한번에 100kg 이상을 태울 수가 없으며, 누구나 배를 운행할 수 있다. 아빠(F)의 몸무게는 70kg, 엄마(M)는 50kg, 아들(S)은 40kg이라고 할 때 어떻게 모두 강을 건널 수 있을까?

## 3 전이 다이어그램을 이용한 문제해결

▶ 풀이)  
다음 5단계를 통해 모두 강을 건널 수 있음

- ① 먼저 엄마와 아들이 함께 배를 타고 강을 건너기
- ② 엄마나 아들 중 한 사람(엄마)이 도로 강을 건너기
- ③ 아빠가 혼자서 강을 건너기
- ④ 아들이 강을 건너기
- ⑤ 엄마와 아들이 함께 강을 건너기

[전이 다이어그램]



강 건너기 완료!

※ 출처: 소프트웨어와 컴퓨팅 사고, 김대수, 생능출판사

## 2 유한 오토마타

## 1 상태(State)

- ▶ 입력에 따라 얻어진 출력과 현재의 상태에서 다음 상태로 전이되도록 만든 하나의 개념적 모델
- ▶ 입력에 따라 출력을 만들어 내는 출력함수와 현재의 상태에서 다음 상태로 전이되는 전이함수가 존재

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ▶ 컴퓨터과학의 많은 영역에서 상당히 유용한 설계모델
- ▶ 특정한 상태를 정의하기 위한 개념적 모델
- ▶ 여러 개의 제한된 상태가 존재하고  
특정 조건에 맞게 유한개의 이산적인 입력에 따라  
한 상태에서 다른 상태로 전환시키거나 출력이  
일어나게 하는 장치나 모델
- ▶ 외부로부터 입력을 받아들이고  
특정 규칙에 따라 이산된 시간 단계에  
자신의 상태를 변화시킬 수 있어야 함

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ▶ 전자계산기의 부품을 포함하여 여러 종류의 디지털 장치를 모형화하는데 널리 이용
- ▶ 사건(Event)의 발생에 따라 현재 상태는 다른 상태로 전이(Transition) 됨

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ▶ 예) 가전제품을 제어하는 방법(전원의 On/Off 상태), 문자열을 입력하여 출력 문자열을 만들어내는 컴퓨터

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

### ◆ 정의

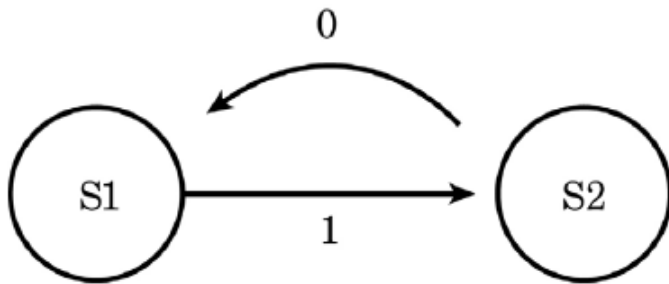
- 유한 오토마타

$M(I, O, Q, f, g, \sigma)$ 는 6개의 튜플로 구성됨

- ①  $I$  : 입력 기호의 유한집합
- ②  $O$  : 출력 기호의 유한집합
- ③  $Q$  : 상태의 유한집합
- ④  $f : Q \times I \rightarrow Q$ 의 전이 함수
- ⑤  $g : Q \times I \rightarrow O$ 의 출력 함수
- ⑥  $\sigma$  : 초기 상태 ( $\sigma \in Q$ )

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ▶ 상태도(State Diagram)
  - 유한 오토마타를 표현하고 실제적인 유한 오토마타의 디자인과 구현을 위해서 사용
  - 동그라미로 표현되는 상태와 상태의 전이를 나타내는 화살표 연결선으로 구성



[상태 도]

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 예) 다음 기능을 갖는 기계를  
유한 오토마타로 표현하시오

- 4개의 채널(7, 9, 11, 13)을 갖는 TV
- 위로 아래로 채널 이동을 하는 리모콘
- TV가 켜짐과 동시에 7번 채널이 방영
- 7번 채널에서 아래로 채널 이동해도 7번 채널
- 13번 채널에서 위로 채널 이동해도 13번 채널

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 풀이)  
유한 오토마타  $M(I, O, Q, f, g, \sigma)$

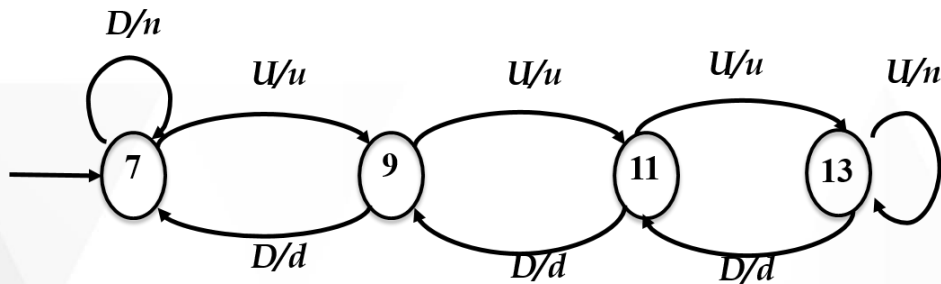
- 위 채널 버튼을 U,  
아래 채널 버튼을 D로 표시하면  
입력기호 집합  $I = \{U, D\}$
- 채널 이동 안함을 N, 위 채널로 이동은 U,  
아래 채널로 이동은 D로 표시하면

출력 기호 집합  $O = \{N, U, D\}$   
상태 집합  $Q = \{7, 9, 11, 13\}$   
초기 상태  $\sigma = 7$

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 풀이)  
상태도

- 상태 : 원
- 전이 : 화살표
- 입력값과 출력값 : 화살표 위에 표시



[상태도]

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

## ▶ 풀이)

- 상태 전이 함수  
 $f: Q \times I \rightarrow Q$

$Q \backslash I$	$U$	$D$
7	9	7
9	11	7
11	13	9
13	13	11

- 출력함수  
 $g: Q \times I \rightarrow O$

$Q \backslash I$	$U$	$D$
7	$U$	$N$
9	$U$	$D$
11	$U$	$D$
13	$N$	$D$

[상태표]

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

- 예)  
 다음과 같이 정의된  
 유한 오토마타  $M = \{I, O, Q, f, g, \sigma\}$ 를 상태로 나타  
 내고, 입력 문자열 **ababaabb**에 대응하는  
 출력 문자열을 구하시오

$$I = \{a, b\}, O = \{0, 1\}, Q = \{S_0, S_1\}, \sigma = S_0$$

$$f : Q \times I \rightarrow Q$$

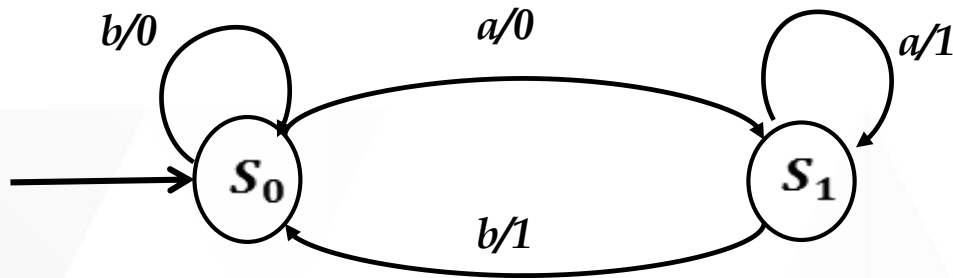
$Q \backslash I$	a	b
$S_0$	$S_1$	$S_0$
$S_1$	$S_1$	$S_0$

$$g : Q \times I \rightarrow O$$

$Q \backslash I$	a	b
$S_0$	0	0
$S_1$	1	1

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

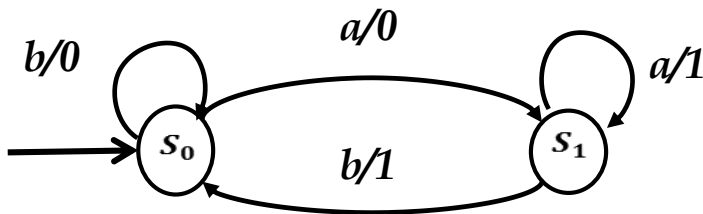
- ▶ 풀이)  
상태는  $s_0, s_1$ 이고  $s_0$ 가 초기 상태임  
따라서 원의 개수가 2개인 상태를 만들 수 있음



[상태도]

## 2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ▶ 풀이)  
 입력 문자열 **ababaabb**에 대응하는  
 출력 문자열은 **01010110** 임



상태 전이	$s_0$	$s_1$	$s_0$	$s_1$	$s_1$	$s_1$	$s_0$	$s_0$
입력	a	b	a	b	a	a	b	b
출력	0	1	0	1	0	1	1	0

# 3 결정적 유한 오토마타

## 결정적 유한 오토마타

### 1 결정적 유한 오토마타와 비결정적 유한 오토마타

- ▶ 유한 오토마타의 특수한 경우로 결정적 유한 오토마타와 비결정적 유한 오토마타가 있음
- ▶ 결정적 유한 오토마타는 각각의 상태에서 주어진 입력값에 대해 정확히 하나의 변환된 상태를 가짐
- ▶ 비결정적 유한 오토마타는 주어진 입력값에 따라서 한가지 또는 여러 가지로 변환된 상태를 가짐
- ▶ 비결정적 오토마타가 결정적 유한 오토마타보다 더 자유롭고 복잡해 보이지만 이들은 서로간에 변환 가능

## 2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

- ▶ 유한 오토마타와 비교했을 때  
출력이 없어졌고 **수락 상태** 집합이 추가됨
- ▶ 모든 입력값에 대해서 전이를 마쳤을 때  
기계의 현재 상태가 수락 상태일 경우  
해당 입력값을 기계가 수락했다고 함
- ▶ 즉, 수락 상태는 {reject, accept}의 값을 가지는  
출력이라고 볼 수 있음

## 2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

- ▶ {reject, accept} 대신 {0, 1}  
또는 {no, yes}를 사용해도 같은 의미임
- ▶ 상태로 표현될 수 있으며 출력값이 없어지는 대신  
수락 상태를 나타내는 이중 원이 추가됨

## 2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

## ◆ 정의

- 결정적 유한 오토마타

$M(I, Q, f, F, \sigma)$ 는 5개의 튜플로 구성됨

- ①  $I$  : 입력 기호의 유한집합
- ②  $Q$  : 상태의 유한집합
- ③  $f : Q \times I \rightarrow Q$ 의 전이 함수
- ④  $F$  : 수락 상태 집합 ( $F \subseteq Q$ ) (→ 이중 원으로 표시)
- ⑤  $\sigma$  : 초기 상태 ( $\sigma \in Q$ )

※ “해당 입력을 기계가 수락한다”

➡ 입력에 대해 모든 전이를 마쳤을 때  
현재 상태가 수락 상태일 경우

## 2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

- ▶ 예) 다음과 같이 정의된 결정적 유한 오토마타  
 $M = \{I, Q, f, F, \sigma\}$ 를 상태 그래프로 나타내시오

$$I = \{0, 1\}, Q = \{S_0, S_1, S_2\}, F = \{S_2\}, \sigma = S_0$$

$$f: Q \times I \rightarrow Q$$

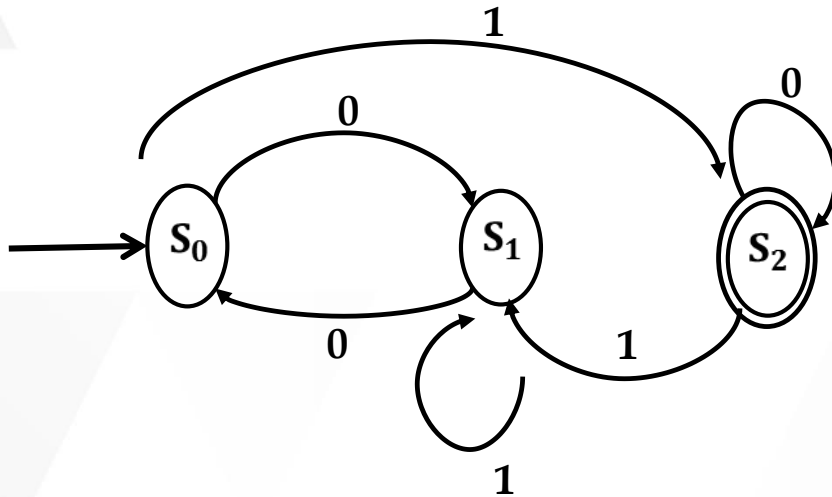
$Q \backslash I$	0	1
$S_0$	$S_1$	$S_2$
$S_1$	$S_0$	$S_1$
$S_2$	$S_2$	$S_1$

3

## 결정적 유한 오토마타

### 2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

▶ 풀이)



# 4 비결정적 유한 오토마타

## 1 비결정적 유한 오토마타(Nondeterministic Finite Automata)

- ▶ 대부분 DFA와 동일하고  
유일하게 전이 함수 부분만 다름
- ▶ 전이 함수에서 입력값으로 주어진 입력  
기호뿐만 아니라  $\epsilon$ 도 입력값으로 사용할 수 있음
- ▶  $\epsilon$ 은 빈 문자열을 나타내는 입력기호로서  
입력값을 받아들이지 않고도 상태를 전이할 수 있는  
여지를 제공함

## 1 비결정적 유한 오토마타(Nondeterministic Finite Automata)

 정의

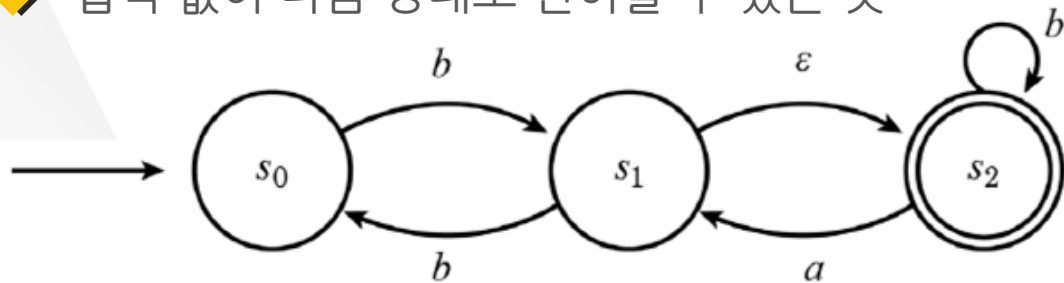
- 비결정적 유한 오토마타

$M=(I, Q, f, F, \sigma)$ 는 5개의 튜플로 구성

- ①  $I$  : 입력 기호의 유한집합
- ②  $Q$  : 상태의 유한집합
- ③  $f : Q \times (I \cup \epsilon) \rightarrow P(Q)$ 의 전이 함수
- ④  $F$  : 수락 상태 집합 ( $F \subseteq Q$ )
- ⑤  $\sigma$  : 초기 상태 ( $\sigma \in Q$ )

2  $\epsilon$ -전이

- ▶ 입력 없이 다음 상태로 전이할 수 있는 것



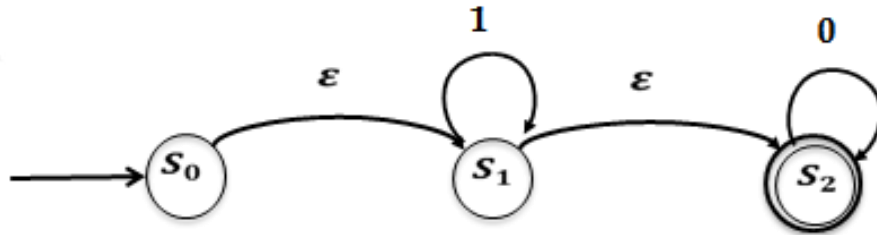
- ▶ 초기상태 :  $s_0$ , 수락상태 :  $s_2$
- ▶ 문자  $b$ 가 입력되면  $s_1$  상태로 전이

2  $\epsilon$ -전이

- ▶  $s_1$  상태에서  $\epsilon$ -전이가 발생 가능하므로 문자가 입력이 되지 않아도  $s_2$  상태로 전이될 수 있음
- ▶ 문자열이 수락하려면  $s_2$  상태로 종료되어야 함
- ▶ 수락되는 문자열  
: b, bb, bbb, bbbb, ba, bab, baa 등

2  $\epsilon$ -전이

- 예) 다음 그림의 NFA가 수락하는 문자열의 집합을 구하시오



풀이)  
아무런 입력이 들어오지 않더라도  
 $\epsilon$ 에 의해 NFA는 수락함

→ 수락하는 문자열 집합은  
 $\{1^n 0^m \mid n, m \text{은 } 0 \text{ 이상의 정수}\}$ 임