1 집합의 개념

1 집합의 개념

1 집합이란?

주어진 명확한 조건에 의해
공통된 특징을 갖는 대상을 분류한 원소들의 모임

- 집합을 구성하는 원소 사이의 순서는 고려하지 않으며 같은 원소는 중복하여 쓰지 않음

1

집합의 개념

1 집합이란?

- 집합(Set)
  - 집합은 내용 규정이 명확한 대상의 모임이며, 원소(Element)는 그 집합을 구성하는 요소 하나 하나를 의미
  - 만약 집합 A에 원소 a가 포함될 때 'a는 집합 A의 원소이다.' 라고 하고, $a \in A$로 표현
  - 집합 A에 원소 a가 포함되지 않을 경우에는 $a \notin A$로 표현

1 집합의 개념

1 집합이란?

집합의 예

- 컴퓨터공학과 학생의 모임
- 몸무게가 60kg 이하인 남자의 모임

집합이 아닌 예

- 맛있는 음식의 모임
- 이산수학을 잘하는 학생의 모임

2 집합의 표현방법

원소나열법

- 집합을 구성하는 모든 원소들을 하나씩 나열하는 방법
- 예시
  - A={1,2,3,4,5}

조건제시법

- 집합을 구성하는 원소들의 공통적인 특징을 조건식으로 제시하는 방법
- 예시
  - A={x | $0 < x \leq 5$, x는 정수 }

1 집합의 개념

2 집합의 표현방법

◆ 예시 1

자연수 중 10 이하 짝수의 집합 A를 원소나열법과
조건제시법으로 나타내시오

(풀이) 원소나열법 : A={2, 4, 6, 8, 10}
조건제시법 : A={x | 1< x ≤ 10, x 는 짝수}

2 집합의 표현방법

예시 2

100 이하인 자연수의 집합 A를 원소나열법과 조건제시법으로 나타내시오

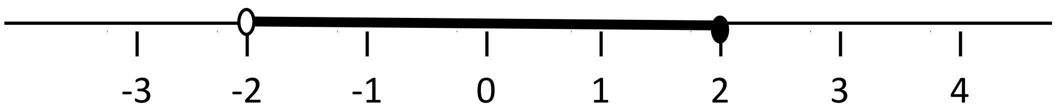
(풀이) 원소나열법 : A={1, 2, 3, …, 99, 100}
조건제시법 : A={x | x <= 100, x 는 자연수}

1 집합의 개념

2 집합의 표현방법

예시 3

다음 실수의 영역을 조건제시법으로 나타내시오



(풀이) $\{x \mid -2 < x \le 2,\ x\text{는 실수}\}$

1 집합의 개념

3 집합의 종류

① 유한집합(Finite Set)

- 집합의 원소 개수가 유한할 경우

- 예시
  - 자연수 중 5 이하의 집합 : A={1, 2, 3, 4, 5}

1 집합의 개념

3 집합의 종류

② 무한집합(Infinite Set)

- 집합의 원소 개수가 무한할 경우
- 예시
  - 짝수의 집합 : A={2, 4, 6, 8, …}

1 집합의 개념

3 집합의 종류

③ 공집합

- 원소를 하나도 갖지 않은 집합
- 기호 ∅나 { }를 써서 나타냄
- 예시
  - 1과 2 사이의 자연수 집합 :
    A={x |1< x <2, x는 자연수}
    = ∅

3 집합의 종류

④ 카디널리티(Cardinality)

- 집합 A의 원소의 개수는 |A|와 같이 나타내며
  이를 카디널리티(Cardinality)라고 함

- 원소의 개수는 유한집합인 경우에만 구할 수 있음

- 예시
  - 집합 A={a, b, c, d, e}이면
    집합 A의 원소의 개수는 |A|=5 와 같이 나타냄

2 집합의 연산

2 집합의 연산

1 집합의 연산

- 합집합, 교집합, 차집합 등의 집합 연산자를 사용하여 다양한 연산이 가능
- 집합의 연산을 통해 새로운 집합 생성 가능
- 예시

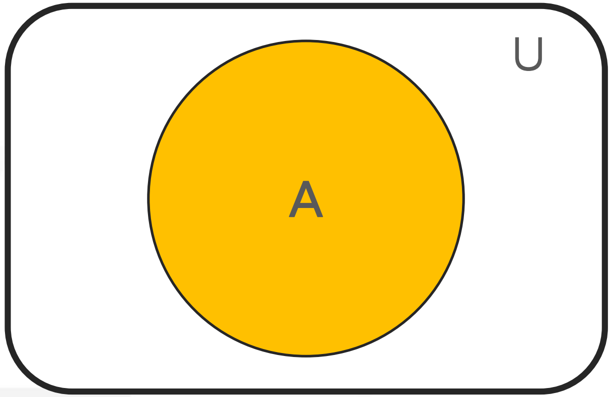
집합 A	집합 B
영어회회 수강생	이산수학 수강생

  - 두 집합을 적절히 연산하면
    두 과목 모두 수강하는 학생 수, 한 과목만 수강하는 학생 수 등을 구할 수 있음

2 집합의 연산

2 벤 다이어그램(Venn Diagram)

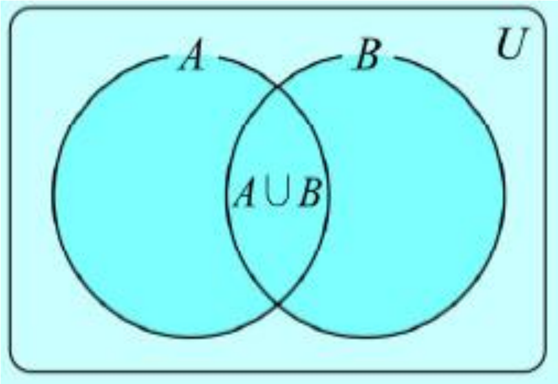
- 집합 사이의 연산이나 포함 관계를 보여주기 위한 그림
- 부분집합, 합집합, 교집합 등의 연산을 그림으로 표현하여 효율적이고 쉽게 설명 가능



2 집합의 연산

3 합집합

- 집합 A, B가 있을 때 집합 A와 B에 모두 속하거나 둘 중 어느 한쪽에 속하는 원소로 구성되는 집합
- A ∪ B={x | x ∈ A ∨ x ∈ B}



3 합집합

예시 1

정수 x에 대해 집합 A={x | 0 ≤ x ≤ 2}이고
B={x | 1 ≤ x ≤ 5} 일 때 A ∪ B를 구하시오

(풀이) 집합 A, B의 합집합은 다음과 같음
A ∪ B={x | 0 ≤ x ≤ 5, x 는 정수}

3 합집합

◆ 예시 2

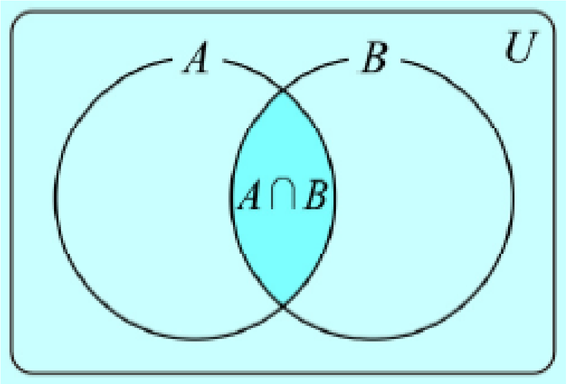
다음 집합 A, B, C를 보고 A ∪ C 와 A ∪ B ∪ C를 구하시오

A={a, b, c}, B={a, b, c, d, f}, C={c, d, e}

(풀이) A ∪ C={a, b, c, d, e}
A ∪ B ∪ C={a, b, c, d, e, f}

4 교집합

- 집합 A, B가 있을 때 집합 A와 B에 모두 속하는 원소로 구성되는 집합
- $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$



4 교집합

◆ 예시 1

실수 x에 대해 집합 $A=\{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$이고
$B=\{x \mid -5 \leq x \leq 2\}$ 일 때 $A \cap B$를 구하시오

(풀이) 집합 A, B의 교집합은 다음과 같음
$A \cap B=\{x \mid -2 \leq x \leq 2,\ x \text{ 는 실수}\}$

4 교집합

예시 2

다음 집합 A, B, C를 보고 $A \cap B$ 와 $A \cap B \cap C$를 구하시오

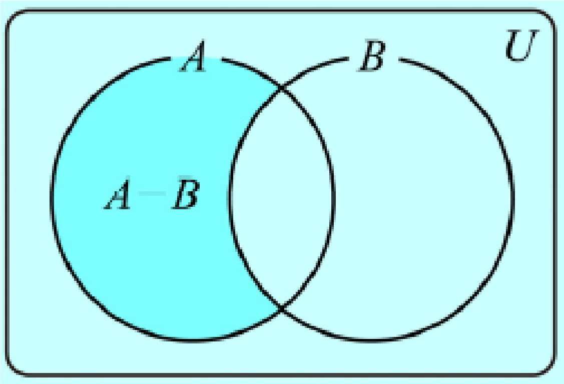
$A=\{a, b, c\}$, $B=\{a, b, c, d, f\}$, $C=\{c, d, e\}$

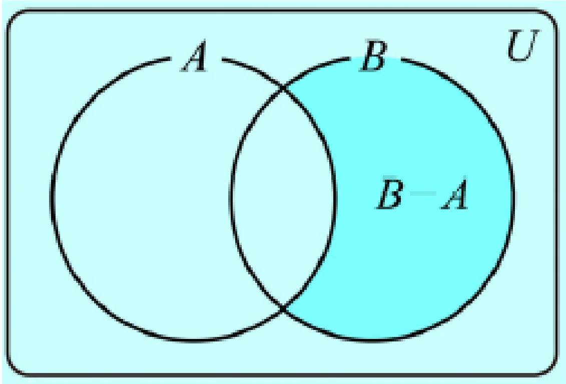
(풀이) $A \cap B=\{a, b, c\}$

$A \cap B \cap C=\{c\}$

5 차집합

- 집합 A, B에 대하여 A에는 속하지만 B에는 속하지 않는 원소로 구성되는 집합
- $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$





5 차집합

예시 1

전체집합 U가 양의 정수 집합이고
집합 A={x | $x^2 \leq 25$, x 는 양의 정수} 이다.
B={1,2,3} 일 때 A−B를 구하시오

(풀이) A={x | $x^2 \leq 25$, x 는 양의 정수}이므로
A={1,2,3,4,5}

따라서 A−B={4,5}

5 차집합

예시 2

다음 집합 A, B, C를 보고 B−A 와 B−(A ∩ C)를 구하시오

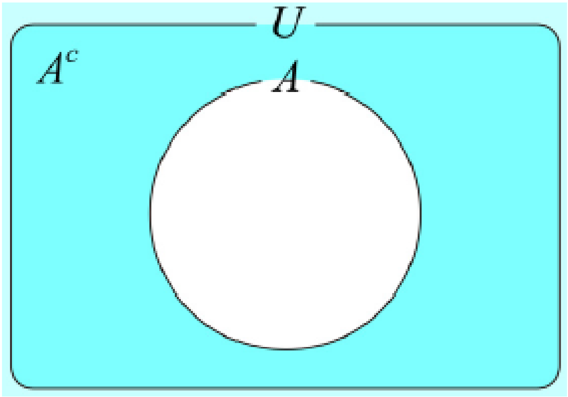
$A=\{a, b, c\}$, $B=\{a, b, c, d, f\}$, $C=\{c, d, e\}$

(풀이) $B-A=\{d, f\}$

$B-(A\cap C)=\{a, b, c, d, f\}-\{c\}=\{a, b, d, f\}$

6 여집합

- 전체집합 U에는 속하지만
  집합 A에는 속하지 않는 원소들로 구성되는 집합
- $A^c = \{x \mid x \in U \land x \notin A\}$



6 여집합

예시 1

집합 A=$\{x \mid x \geq 10$, x 는 정수$\}$ 의 여집합을 구하시오

(풀이) $A^c=\{x \mid x < 10$, x 는 정수$\}$

3 집합의 대수법칙

3 집합의 대수법칙

1 대수법칙

여러 집합을 연산할 때 정해진 몇 개의 규칙

- 집합의 복잡한 연산을 할 때 대수법칙을 이용하면 필요 없는 연산을 간단히 할 수 있음

집합의 대수법칙

1 대수법칙

집합	대수법칙
$A \cup \emptyset = A$, $A \cap U = A$	항등법칙
$A \cup U = U$, $A \cap \emptyset = \emptyset$	지배법칙
$A \cup A = A$, $A \cap A = A$	멱등법칙
$A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$	교환법칙
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	결합법칙

3 집합의 대수법칙

1 대수법칙

집합	대수법칙
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	분배법칙
$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	드모르간의 법칙
$A \cup (A \cap B) = A$, $A \cap (A \cup B) = A$	흡수법칙

3 집합의 대수법칙

1 대수법칙

예시 1

대수법칙을 이용하여 다음 식이 성립함을 보이시오

① $(U \cap A) \cup (B \cap A) = A$

② $(\varnothing \cup A) \cap (B \cup A) = A$

(풀이) ① $(U \cap A) \cup (B \cap A) = (U \cup B) \cap A$ (∵ 분배법칙)

$= U \cap A$ (∵ 지배법칙)

$= A$ (∵ 항등법칙)

② $(\varnothing \cup A) \cap (B \cup A) = (\varnothing \cap B) \cup A$ (∵ 분배법칙)

$= \varnothing \cup A$ (∵ 지배법칙)

$= A$ (∵ 항등법칙)

2 집합의 크기

집합 A, B가 유한집합이면 다음이 성립

- $| A \cup B | = |A| + |B| - |A \cap B|$

집합 A, B, C가 유한집합이면

- $| A \cup B \cup C | = |A| + |B| + |C|$
  $- |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C|$
  $+ | A \cap B \cap C |$

2 집합의 크기

- 예시 1
  한 반에서 체육대회에 출전할 선수를 모집하였다.
  야구에 참여하기를 원하는 학생 수가 12명이고,
  축구에 참여하기를 원하는 학생 수는 15명,
  그리고 둘 다 참여하기를 원하는 학생 수는 7명이었다.
  야구 또는 축구 경기에 참여하기를 원하는 학생 수는
  몇 명인가?

(풀이) ① 야구하기를 원하는 학생의 집합을 A,
② 축구하기를 원하는 학생의 집합을 B,
③ 축구 또는 야구에 참여하기를 원하는 학생 수는

$$|A \cup B| = |A|+|B|-|A \cap B| = 12+15-7 = 20$$

3 서로 소(Disjoint)

- 임의의 두 집합 A, B가 있을 때
  두 집합의 교집합에 해당하는 원소가 전혀 없는 경우
- $A \cap B = \emptyset$
- 집합 A, B가 유한집합이면서 서로 소이면
  $|A \cup B| = |A|+|B|$
- 예시
  - A={a, b}, B={c, d}이면 A와 B는 서로 소
    $|A \cup B| = |A|+|B| = 2+2=4$

4 멱집합(Power Set)

- 임의의 집합에서 발생할 수 있는 모든 부분집합들을 원소로 갖는 집합
- P(A)와 같이 표현
- 예시
  - A={a, b, c}의 멱집합을 구하시오

(풀이) P(A)={∅, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {b, c}, {a, c}, {a, b, c}}

5 분할(Partition)

- 집합을 겹치지 않게 분할한 부분집합들의 집합
- 서로 소인 부분집합들로 나누는 작업
- 집합 A의 분할 π가 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$이면 다음과 같은 특징을 갖음

• $A_i \neq \varnothing$ 이다. (단, $i = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n$)

• $A_i \cap A_j = \varnothing$ 이다. (단, $i \neq j$)

• $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A$

이때 집합 A의 각 분할 A_i들은 이 분할의 블록이라고 한다.

5 분할(Partition)

예시 1

집합 A={a, b, c}에 대한 분할의 예를 열거하시오

(풀이) a, b, c 세 원소를 갖는 집합 A의 분할이 될 수 있는 경우는 다음과 같음

{{a}, {b}, {c}},
{{a}, {b, c}},
{{a, b}, {c}},
{{a, c}, {b}},
{{a, b, c}}