

1

# 트리의 순회

## 1 트리의 순회(Traversal)

- ▶ 모든 노드의 데이터를 처리할 수 있도록 한 번씩 방문하는 방법

## 2 이진 트리 순회(Binary Tree Traversal)

- ▶ 일정한 규칙에 따라 이진 트리의 모든 정점을 꼭 한번씩 방문하는 것
- ▶ 전위순회(Preorder Traversal), 중위순회(Inorder Traversal), 후위순회(Postorder Traversal)가 있음

## 2 이진 트리 순회(Binary Tree Traversal)

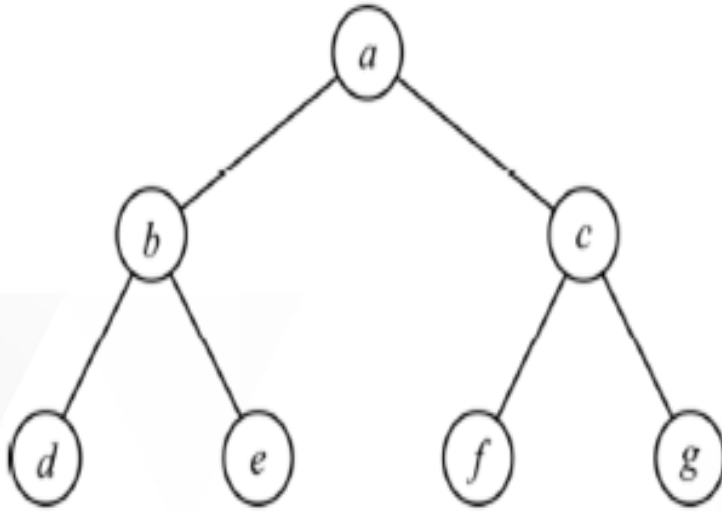
- ▶ 전위순회  
: 루트를 가장 먼저 순회한 후  
왼쪽 부분 트리와 오른쪽 부분 트리를 방문
- ▶ 중위순회  
: 왼쪽 부분 트리와 오른쪽 부분 트리를  
방문하는 중간에 루트를 방문
- ▶ 후위순회  
: 왼쪽 부분 트리와 오른쪽 부분 트리를  
방문한 후에 가장 마지막으로 루트를 방문

## 2 이진 트리 순회(Binary Tree Traversal)

- ▶ 전위순회  
: 루트 → 왼쪽 부분 트리  
→ 오른쪽 부분 트리순으로 전위순회함
- ▶ 중위순회  
: 왼쪽 부분 트리 → 루트  
→ 오른쪽 부분 트리순으로 중위순회함
- ▶ 후위순회  
: 왼쪽 부분 트리 → 오른쪽 부분 트리 → 루트를 방문

## 3 전위순회(Preorder Traversal)

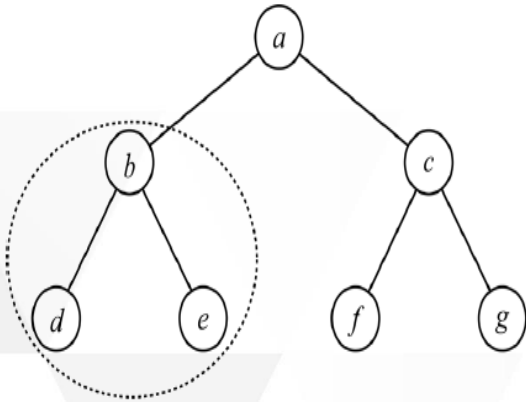
[이진 트리의 순회]



※출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래

## 3 전위순회(Preorder Traversal)

- ▶ 정점  $a$ 를 방문한 후 왼쪽 부분 트리를 방문
- ▶ 왼쪽 부분 트리를 다시 전위순회해야 하므로  
왼쪽 부분 트리의 루트인  $b$ 를 방문한 후  
왼쪽 자식인  $d$ 와 오른쪽 자식인  $e$ 를 순서대로 방문함



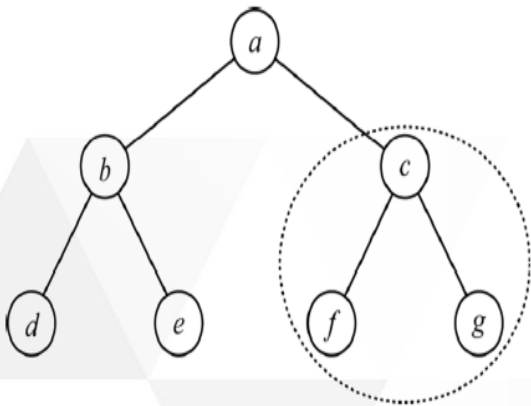
[왼쪽 부분 트리의 순회]

※ 출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래

## 3 전위순회(Preorder Traversal)

- ▶ 오른쪽 부분 트리를 방문할 차례이므로 오른쪽 부분 트리의 루트는 c이므로 c를 먼저 방문하고 왼쪽 자식인 f를 방문한 후 오른쪽 자식인 g를 방문함

[오른쪽 부분 트리의 순회]



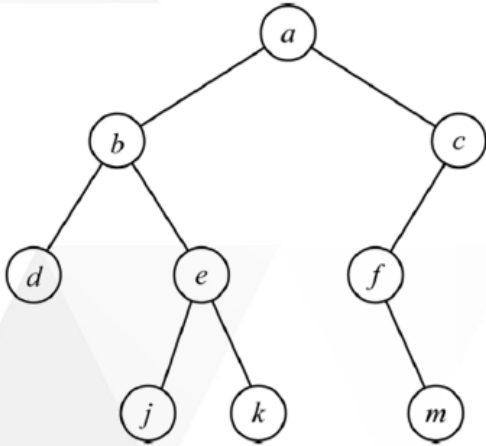
- 전위순회의 최종 방문 순서  
a-b-d-e-c-f-g
- 중위순회의 최종 방문 순서  
d-b-e-a-f-c-g
- 후위순회의 최종 방문 순서  
d-e-b-f-g-c-a

※ 출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래



## 3 전위순회(Preorder Traversal)

- ▶ 예) 다음 이진 트리를 전위순회, 중위순회, 후위순회 한 후의 결과를 구하시오



(풀이)

전위순회 : a-b-d-e-j-k-c-f-m

중위순회 : d-b-j-e-k-a-f-m-c

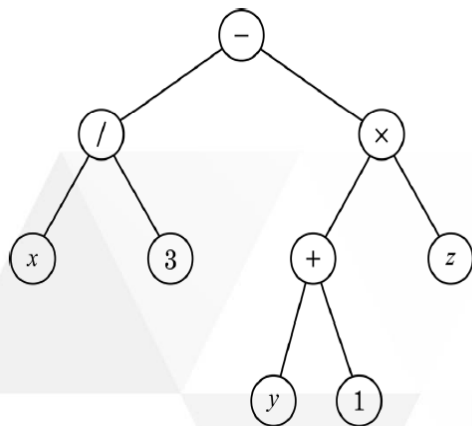
후위순회 : d-j-k-e-b-m-f-c-a

※ 출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래

## 4 이진 트리의 수식 표현

- ▶ 이진 트리는 수식을 표현하기 위한 방법으로 사용하기도 하는데 피연산자(Operand)와 연산자(Operator)로 구성하는 수식을 이진 트리로 표현

[이진 트리의 수식 표현]



$$(x / 3) - (y + 1) \times z$$

- 먼저 피연산자에 해당하는  $x, 3, y, 1, z$ 를 잎 노드로 표현함
- 그런 다음 왼쪽 부분 트리와 오른쪽 부분 트리의 수식을 수행하면 됨

※ 출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래

## 4 이진 트리의 수식 표현

- ▶ 연산자와 피연산자가 표현된 수식은  
전위표기법(Prefix Notation), 중위표기법(Infix Notation),  
후위표기법(Postfix Notation)으로 나타낼 수 있음
  - 전위표기법 : 연산자가 연관된 2개의  
피연산자 앞에 위치하도록 표기
  - 중위표기법 : 연산자가 연관된 2개의  
피연산자 사이에 위치하게 표기
  - 후위표기법 : 연산자가 연관된 2개의  
피연산자 뒤에 위치하도록 하는  
표기법

## 4 이진 트리의 수식 표현

▶  $(x / 3) - (y + 1) \times z$

전위표기법

$$-/ x 3 \times + y 1 z$$

중위표기법

$$x / 3 - y + 1 \times z$$

후위표기법

$$x 3 / y 1 + z \times -$$

## 4 이진 트리의 수식 표현

▶ 예) 다음 수식을 전위표기법과 후위표기법으로 나타내시오

$$b \times (a + 1) - c/2$$

(풀이)

전위표기법은 연산자를 연관된 2개의 피연산자 앞에 위치하도록 하면 되는데 다음과 같은 순서로 변환하면 됨

$$\begin{array}{c}
 b \times (a + 1) - c/2 \\
 \begin{array}{cc}
 \downarrow & \downarrow \\
 \times b + a1 & /c2 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 - \times b + a1/c2
 \end{array}
 \end{array}$$

➡ 따라서 최종적으로 얻은 전위표기법은  $-\times b+a1/c2$

## 4 이진 트리의 수식 표현

▶ 예) 다음 수식을 전위표기법과 후위표기법으로 나타내시오

$$b \times (a + 1) - c/2$$

(풀이)

후위표기법은 연산자가 2개의 피연산자 뒤에 위치하도록 표현하면 되고 다음과 같은 순서로 변환하면 됨

$$\begin{array}{c}
 b \times (a + 1) - c/2 \\
 \begin{array}{cc}
 \downarrow & \downarrow \\
 a1+ & c2/ \\
 \downarrow & \downarrow \\
 ba1+ \times & \\
 \downarrow & \downarrow \\
 ba1+ \times c2/ -
 \end{array}
 \end{array}$$

➡ 따라서 최종적인 후위표기법의 결과는 **ba1+×c2/-**

## 2 이진 탐색 트리

### 1 순서 트리

- ▶ 데이터가 왼쪽 자식이나 오른쪽 자식 위치 중 어디에 놓이느냐에 따라 다른 의미를 가짐
- ▶ 이 중 이진 트리는 순서가 있는 데이터들을 삽입, 삭제, 정렬, 탐색 등을 효율적으로 할 수 있음



- ▶ 순서가 있는 데이터들에서  
특정 값을 찾거나 저장하는데 많이 사용

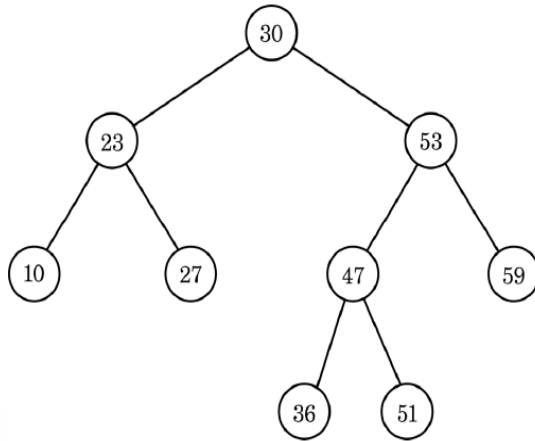
- ▶ 임의의 정점의 좌측 부분 트리에는 해당 정점보다 작은 값의 데이터들이 놓이고, 우측 부분 트리에는 더 큰 값들이 오도록 구성
- ▶ 탐색은 항상 루트에서 시작하여 크기 관계에 따라 좌측 또는 우측 자식을 따라가면서 이루어짐
- ▶ 효율적이고 빠르게 데이터 검색과 삽입, 삭제, 정렬할 수 있도록 이진 트리에 몇가지 제약조건을 추가한 트리

- ▶ 데이터의 삽입, 삭제가 간단하고 특정 키값을 빠르게 찾을 수 있음
- ▶ 데이터의 삽입, 삭제, 탐색 등이 자주 발생하는 경우에 효율적인 구조

## ◆ 정의

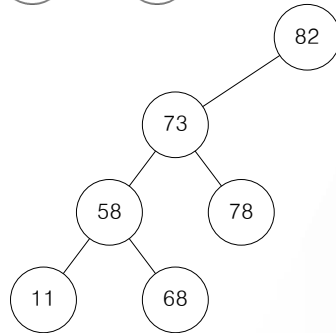
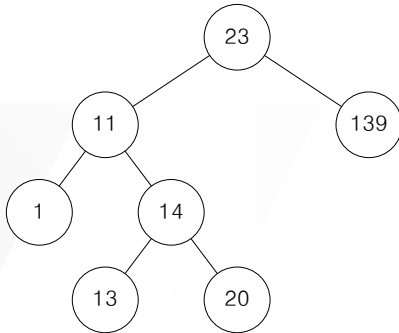
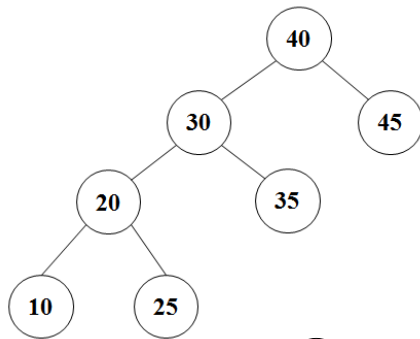
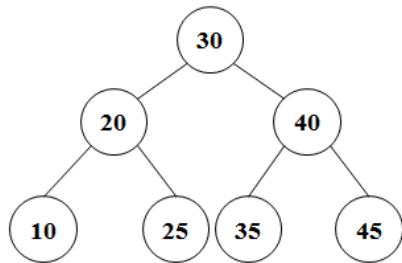
- 이진 트리에서 모든 노드가 키값을 가지고 있으며  
키들이 다음의 속성을 만족할 때, 주어진 이진 트리를  
**이진 탐색 트리(Binary Search Tree)**라 함

- 임의의 노드  $R_i$ 에 대해,  
 $R_i$ 의 **왼쪽** 부분 트리의 키값들은  
 $R_i$ 의 키값  $K_i$ 보다 **작아야 함**
- 임의의 노드  $R_i$ 에 대해,  
 $R_i$ 의 **오른쪽** 부분 트리의 키값들은  
 $R_i$ 의 키값  $K_i$ 보다 **커야 함**



- 루트인 30을 기준으로 왼쪽 부분 트리에는 30보다 작은 값들이 위치하고 오른쪽 부분 트리에는 30보다 큰 값들이 위치함

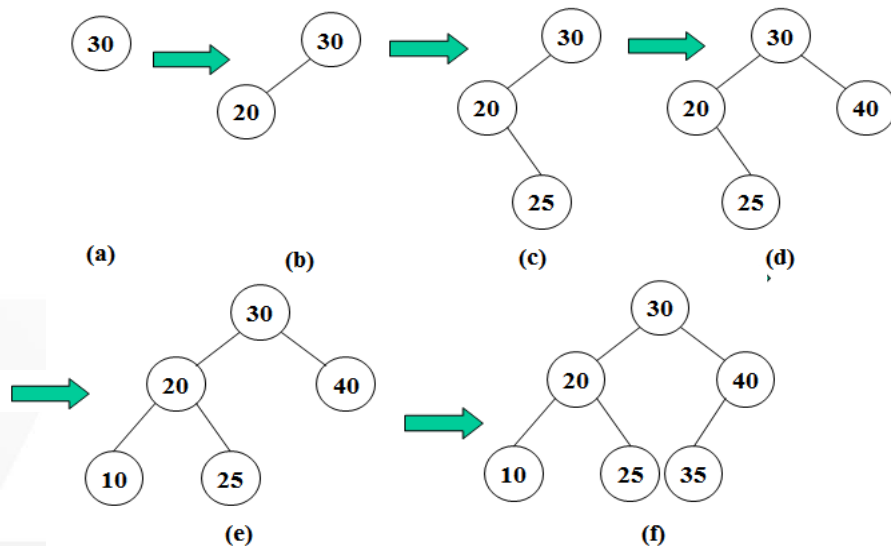
※ 출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래



※ 출처: 이산수학, 류금한, 지식과미래

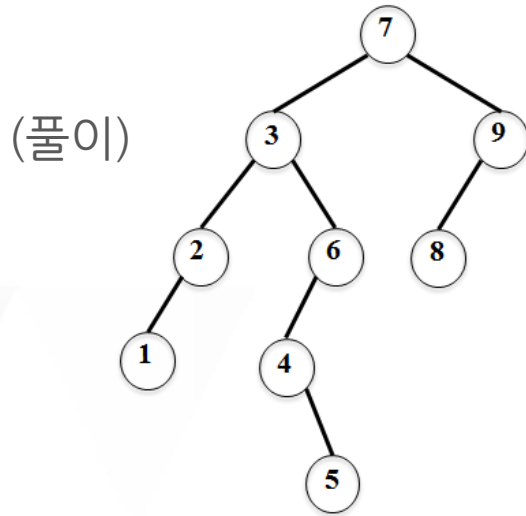
## 4 이진 탐색 트리의 예

▶ 예) 데이터가 30, 20, 25, 40, 10, 35의 순서로 원소가 삽입되는 경우 이진 탐색 트리가 만들어지는 과정



※ 출처: 쉽게 배우는 알고리즘, 문병로, 한빛미디어

- ▶ 예) 데이터가 7, 3, 9, 6, 2, 4, 8, 1, 5의 순서로 삽입될 때 이진 탐색 트리를 구성하시오



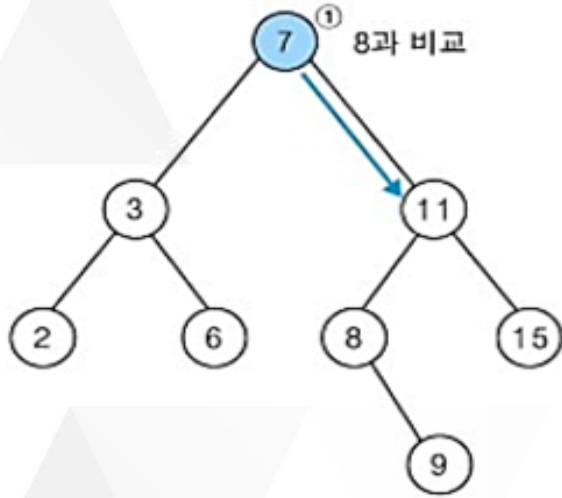
※ 출처: 쉽게 배우는 알고리즘, 문병로, 한빛미디어



### 5 이진 탐색 트리에서의 탐색

- ▶ 데이터 탐색은 루트에서부터 시작됨
- ▶ 루트 노드의 데이터와 찾으려는 데이터를 비교하여 루트 노드와 찾으려는 데이터가 같으면 탐색은 성공적으로 종료함
- ▶ 그렇지 않고 루트 노드의 데이터가 찾으려는 데이터보다 작으면 루트 노드의 오른쪽 부분 트리를 탐색해가고, 루트 노드의 데이터가 찾으려는 데이터보다 크면 루트 노드의 왼쪽 부분 트리를 탐색해 감

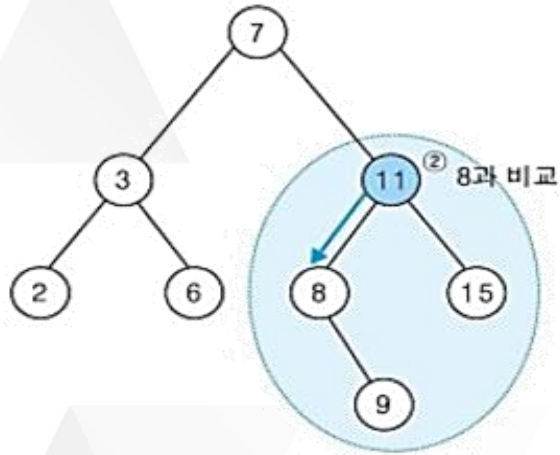
## 6 이진 탐색 트리에서의 탐색 예



[데이터 8 탐색하기]

- ① 루트 노드의 데이터 7이  
찾으려는 데이터 8보다  
작으므로 오른쪽  
부분 트리를 탐색함

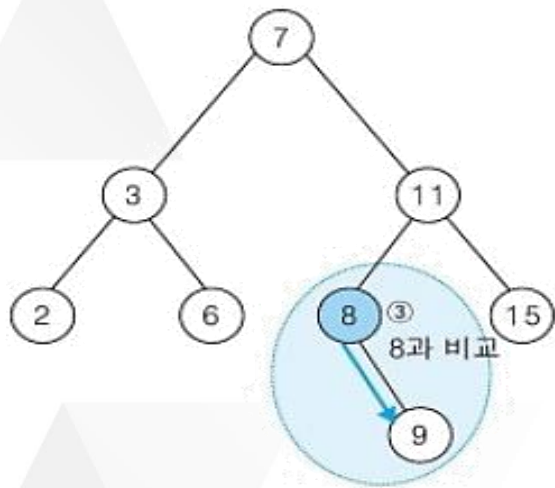
※ 출처: 쉽게 배우는 알고리즘, 문병로, 한빛미디어



- ② 오른쪽 부분 트리의 루트 노드에 있는 데이터 11이 찾으려는 데이터 8보다 크므로 왼쪽 부분 트리를 탐색함

※ 출처: 쉽게 배우는 알고리즘, 문병로, 한빛미디어

## 6 이진 탐색 트리에서의 탐색 예



- ③ 왼쪽 부분 트리의 루트 노드가 8이므로 원하는 노드의 탐색이 성공하여 탐색 완료

※ 만약 단말 노드에 이를 때까지 같은 데이터를 찾지 못하면 탐색에 실패하는 것임

※ 출처: 쉽게 배우는 알고리즘, 문병로, 한빛미디어

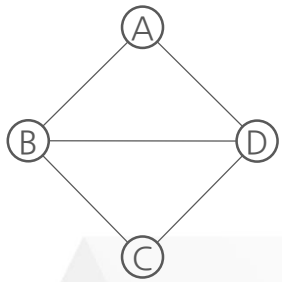
# 3 신장 트리

## 1 신장 트리(Spanning Tree)

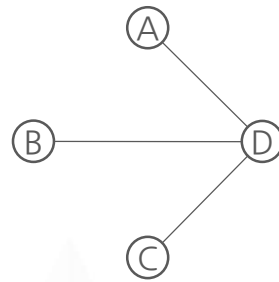
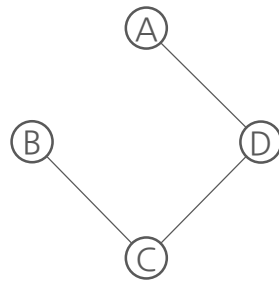
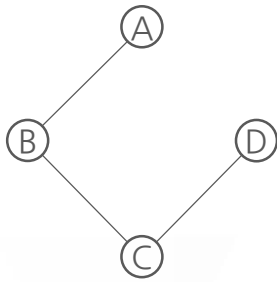
- ▶ 그래프 내의 모든 정점들을 포함하는 트리
- ▶ 트리의 특수한 형태로 모든 정점들이 연결되어 있어야 하고 사이클을 포함해서는 안됨
- ▶ 임의의 그래프에서 만들 수 있는 신장 트리는 매우 다양함
- ▶ 최소 신장 트리는 가능한 신장 트리 중에 간선의 가중치의 합이 최소인 신장 트리

## 1 신장 트리(Spanning Tree)

▶ 그래프 G1과 신장 트리의 예



G1



G1의 신장 트리

※출처: 자바로 배우는 쉬운 자료구조, 이지영, 한빛미디어