1 그래프의 종류

1 그래프의 종류

1 경로(Path)

① 경로(Path)

- 임의의 정점 u와 v사이의 경로는
  두 정점을 연결하는 간선들을 나열한 것
- 정점들을 나열하여 경로를 나타내기도 함
- 경로에서 같은 간선은 두 번 이상 지나갈 수 없음

② 단순경로(Simple Path)

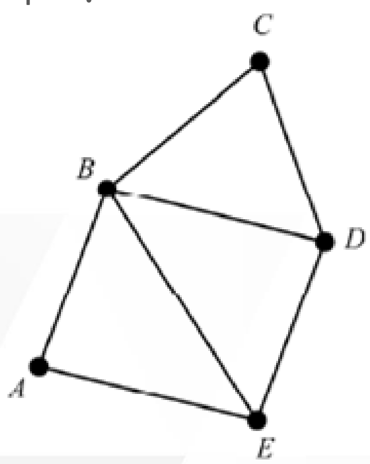
- 경로의 정점들이 모두 다른 경우

1 그래프의 종류

1 경로(Path)

예시 1

다음 그래프에서 정점 A에서 C로의 경로를 3개 이상 구하시오.



(풀이)
정점 A에서 C로의
경로는 여러 개 존재
A, B, C
A, B, D, C
A, E, D, C
A, E, B, D, C
…

1 그래프의 종류

2 사이클(Cycle)

① 사이클(Cycle)

- 해당 경로의 시작 정점과 끝 정점이 같은 것

② 단순사이클

- 시작 정점과 끝 정점을 제외한 모든 정점이 다른 것

3 연결 그래프(Connected Graph)

- 모든 정점들 사이에 경로가 존재하는 그래프
- 어떤 두 정점에 인접하는 간선이 존재하지 않더라도 다른 정점들과 간선들을 통해 두 정점이 연결되면 두 정점 간의 경로가 존재하는 것임

※ 연결 그래프

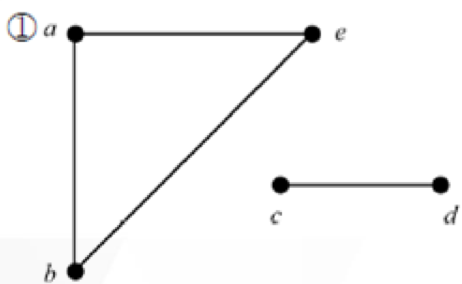
- 그래프 G=(V, E) 내에 있는 임의의 정점 u, v 사이에 경로가 있는 그래프

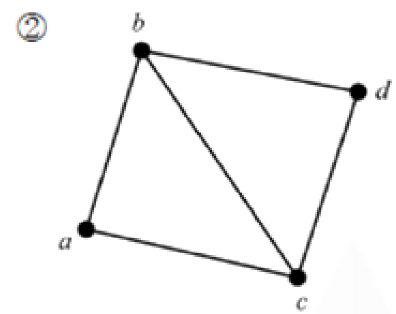
1 그래프의 종류

3 연결 그래프(Connected Graph)

예시 1

다음 그래프가 연결 그래프인지 구분하시오.





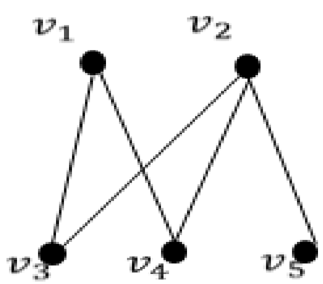
(풀이)
① 연결 그래프가 아님. 예를 들어 정점 a와 d사이에 경로가 존재하지 않음
② 연결 그래프. 모든 정점 a, b, c, d 사이를 연결하는 경로가 존재

3 연결 그래프(Connected Graph)

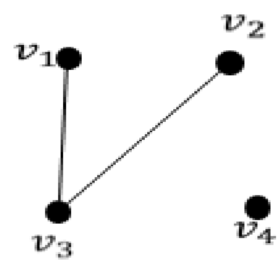
◆ 예시 2

다음 그래프 중 연결 그래프는 어느 것인가?

①



②

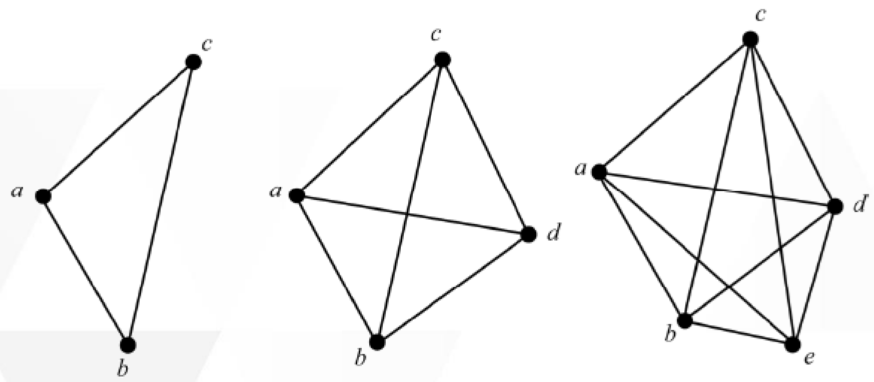


(풀이)
①의 그래프만이 모든 정점들 사이에
경로가 존재하는 연결 그래프임

1 그래프의 종류

4 완전 그래프

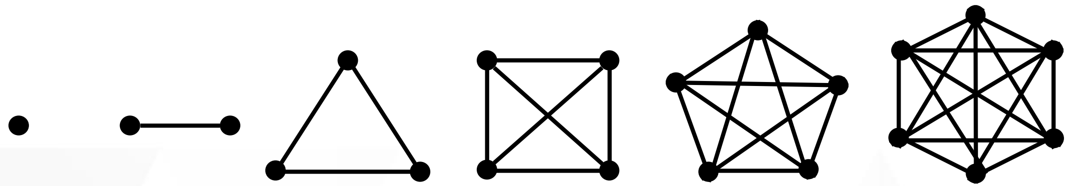
- 모든 정점들의 쌍 사이에 간선이 존재하는 그래프
- 완전 그래프는 모든 정점들의 쌍 사이에 간선이 존재하는 그래프
  - 정점이 n 개인 완전 그래프를 k_n으로 표기
  - K_3, K_4, K_5는 다음과 같음



4 완전 그래프

예시 1

완전 그래프 $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$은 다음과 같음



K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 K_6

2 그래프의 표현

2 그래프의 표현

1 그래프의 표현

- 그래프는 시각적으로 이해하기 쉬운 그림의 형태로 표현되어 있음

- 컴퓨터에서 이러한 그래프의 데이터를 표현하거나 연산하기 위해서는 인접행렬(Adjacency Matrics)과 인접리스트(Adjacency Lists) 등을 사용

2 인접행렬

- 그래프를 행렬로 표현
- 각 정점을 행과 열의 원소로 표현
- 두 정점을 연결하는 간선이 존재하면
  행렬의 원소는 1, 존재하지 않으면 0으로 표현

인접행렬

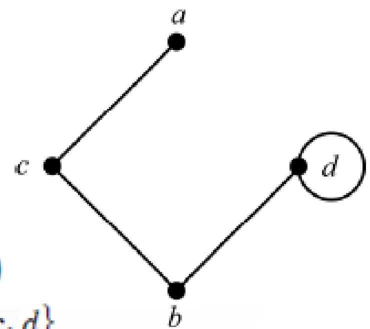
그래프 $G=(V,E)$에서 $|V|=n$일 때 $n \times n$ 행렬로 나타내는 방법

그래프 G에 대한 인접행렬 $A=[a_{ij}]$의 각 원소

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E \\ 0 & (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

2 인접행렬

그래프의 예



$G = (V, E)$

$V = \{a, b, c, d\}$

$E = \{(a, c), (b, c), (b, d), (d, d)\}$

인접행렬

(a, c)

(b, c)

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

(d, d)

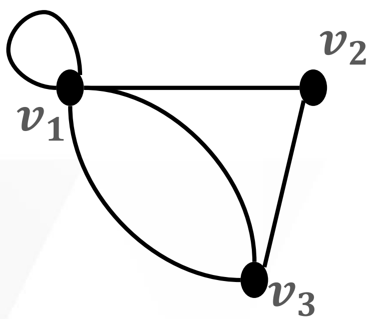
(b, d)

- 무방향 그래프를 인접행렬로 표현하면 주대각선을 중심으로 대칭적
- 주대각선을 중심으로 행렬의 위쪽과 아래쪽이 대칭이 됨

2 인접행렬

- 예시1 : 무방향 그래프의 경우

그래프



인접행렬

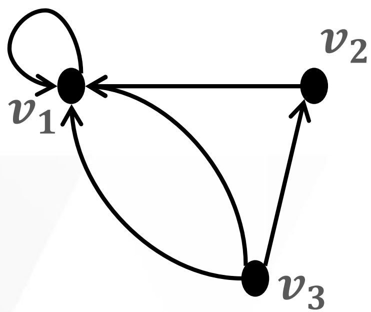
$$\begin{array}{c} \\ v_1 \rightarrow \\ v_2 \rightarrow \\ v_3 \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} v_1 & v_2 & v_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

2 그래프의 표현

2 인접행렬

- 예시2 : 방향 그래프의 경우

그래프



인접행렬

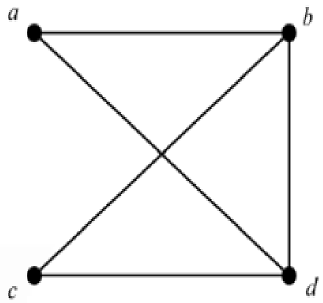
$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} v_1 & v_2 & v_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

2 그래프의 표현

2 인접행렬

◆ 예시3

다음 그래프를 인접행렬로 표현하시오.



(풀이)
그래프의 간선들은
(a,b), (a,d), (b,c), (b,d), (c,d)이며,
이것을 행렬로 표현하면 다음과 같음

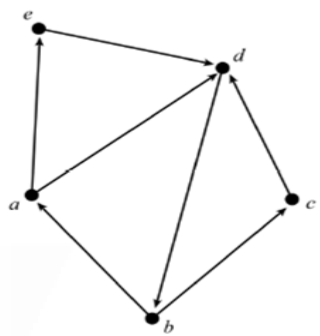
$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

2 그래프의 표현

2 인접행렬

◆ 예시4

다음 방향 그래프의 인접행렬을 구하시오.



(풀이)
방향 그래프에 존재하는 간선들은
⟨a,d⟩, ⟨a,e⟩, ⟨b,c⟩, ⟨d,b⟩, ⟨e,d⟩
행렬로 표현하면 다음과 같음

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

3 인접리스트

- 그래프 G=(V, E)를 구성하는 각 정점들에 인접하는 정점들을 연결리스트(Linked List)로 표현한 것
- 각 정점에 인접한 정점들을 순서에 상관없이 연결리스트로 표현

2 그래프의 표현

3 인접리스트

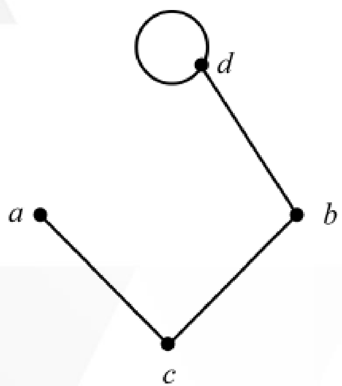
연결리스트

- 노드(node)의 연결로 표현하며
  각 노드는 2개의 필드(Field)로 구성됨
- 첫 번째 필드는 데이터 필드(정점 필드),
  두 번째 필드는 포인터 필드(다음 노드의 주소)
- 연결리스트의 각 노드들은 헤드(Head)라고 불리는
  시작 노드와 연결된 인접 노드를 갖고 마지막 노드의
  포인터 필드에 null 값을 주어
- 데이터의 마지막을 표시함

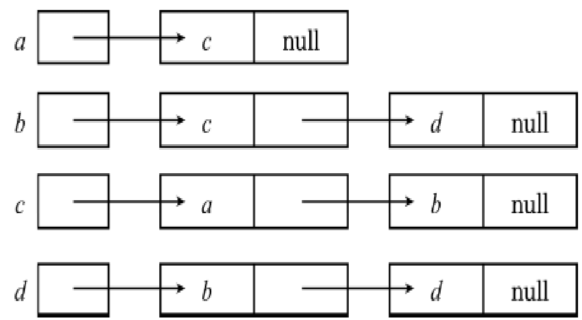
2 그래프의 표현

3 인접리스트

그래프의 예



인접리스트



3 인접리스트

각 정점별 인접 정점

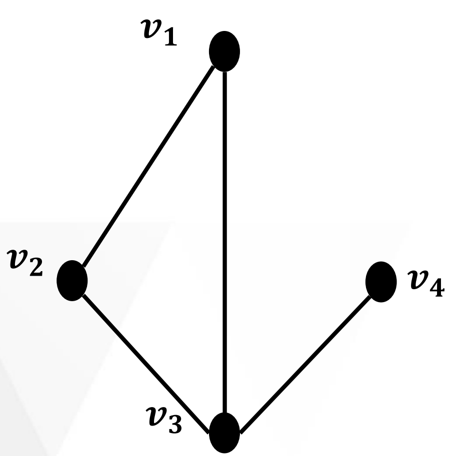
정점	인접 정점
a	c
b	c, d
c	a, b
d	b, d

2 그래프의 표현

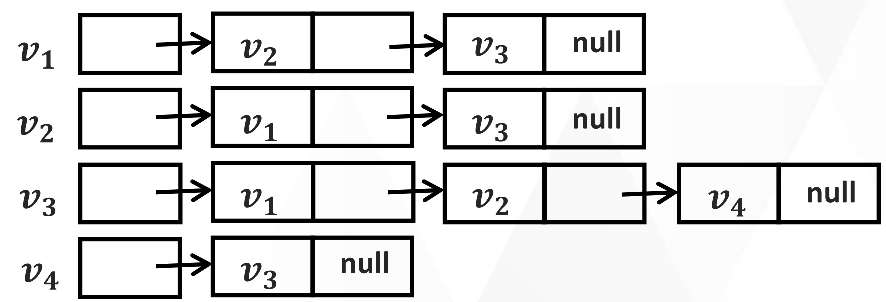
3 인접리스트

◆ 예시1

다음 그래프를 인접리스트로 나타내시오.



(풀이)

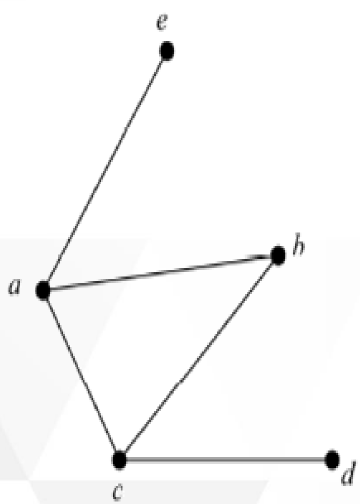


2 그래프의 표현

3 인접리스트

◆ 예시2

다음 그래프를 인접리스트로 나타내시오.



(풀이) 각 정점에 연결된 간선은 다음과 같은 인접리스트로 표현 할 수 있음