1 조합

1 조합

1 조합(Combination)

- 임의의 집합 X가 전체 n개 원소로 구성되고 이 중 r개의 원소를 순서 없이 추출하는 것을 r-조합이라 함

- r-조합의 가지수를 r-조합수라 하며 C(n, r) 또는 ${}_nC_r$ 로 표기

- 예를 들어 어떤 집합 {a, b, c}의 조합은 ∅, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {b, c}, {c, a}, {a, b, c}이고 2-조합은 {a, b}, {b, c}, {c, a} 임

1 조합

1 조합(Combination)

◆ 정의

- $0 \le r \le n$을 만족하는 정수 n, r에 대하여, n개의 원소를 갖는 집합에서 r개의 원소를 순서 없이 뽑는 경우의 수는

$$C(n, r) = \frac{P(n,r)}{r!}$$

또는

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

1 조합(Combination)

- 예) 집합 { a, b, c, d, e }에서 3개의 원소를 가지는 부분 집합은 몇 가지인가?

(풀이)
순서를 고려하지 않아도 되므로 조합을 이용하면 됨

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1} = 10$$

1 조합

1 조합(Combination)

- 예) 4명의 남자와 7명의 여자 중
  다음과 같은 몇 명을 뽑는 방법의 수를 구하시오
  ① 남자 2명과 여자 3명을 뽑는 방법의 수
  ② 남녀 같은 수를 뽑는 방법의 수

(풀이)

① 남자 2명과 여자 3명을 뽑는 방법의 수

$C(4, 2)\times C(7, 3)=6\times 35=210$

1 조합

1 조합(Combination)

- 예) 4명의 남자와 7명의 여자 중
  다음과 같은 몇 명을 뽑는 방법의 수를 구하시오
  ① 남자 2명과 여자 3명을 뽑는 방법의 수
  ② 남녀 같은 수를 뽑는 방법의 수

(풀이)
② 남녀 같은 수를 뽑는 방법의 수
남녀 각각 k명을 뽑는 방법 수는
$C(4, k)\ C(7, k)$이고 $1 \le k \le 4$이므로 구하는 수는
$k=1$일 때 $C(4, 1) \times C(7, 1) = 4 \times 7$, $k=2$일 때 $C(4, 2) \times C(7, 2) = 6 \times 21$,
$k=3$일 때 $C(4, 3) \times C(7, 3) = 4 \times 35$, $k=4$일 때 $C(4, 4) \times C(7, 4) = 1 \times 35$

➡ 따라서 **$C(4, k) \times C(7, k) = 4 \times 7 + 6 \times 21 + 4 \times 35 + 1 \times 35 = 329$**

1 조합

1 조합(Combination)

- 예) 15명의 선수가 있는 축구팀이 있다. 이 중에서
  11명의 선수를 뽑는 방법은 모두 몇 가지인가?

(풀이)
15명 중 11명을 선택하는 것과
15명 중 4명을 선택하는 것은 경우의 수가 같음

$$C(15, 11) = C(15, 4) = \frac{15\times14\times13\times12}{4\times3\times2\times1} = 1{,}365$$

2 이항정리

2 이항정리

1 이항식(Binomial)

- $(x + y)^n$과 같은 식

2 이항정리(Binomial Theorem)

- 두 항의 대수합의 거듭제곱을 전개하는 법을 보이는 공식

- 이항식 $(x + y)^n$의 각 항의 이항계수를 구하는 방법

2 이항정리(Binomial Theorem)

- 정의
  - 임의의 실수 x, y와 음이 아닌 정수 n이 주어졌을 때,

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} C(n,k)x^{n-k}y^k$$

$$= C(n,0)x^n y^0 + C(n,1)x^{n-1}y^1 + \cdots + C(n,n)x^0 y^n$$

이때, C(n,k)는 이항계수라 함

2 이항정리(Binomial Theorem)

- 예) $(x+1)^5$를 전개하시오

(풀이)
이항정리를 이용하면 전개식은 다음과 같음

$$(x+1)^5 = \sum_{k=0}^{5} C(5,\ k)x^{5-k}1^k$$

$$= C(5,\ 0)x^5 1^0 + C(5,\ 1)x^4 1^1 + C(5,\ 2)x^3 1^2 + C(5,\ 3)x^2 1^3 +$$

$$C(5,\ 4)x^1 1^4 + C(5,\ 5)x^0 1^5$$

$$= x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

2 이항정리(Binomial Theorem)

- 예) $(x + y)^{10}$를 전개식에서 x^2y^8의 계수를 구하시오.

(풀이)
이항정리에 의하여 x^2y^8의 계수는

$$C(10,\ 8) = C(10,\ 2) = \frac{\mathbf{10 \times 9}}{\mathbf{2 \times 1}} = 45$$

3 이산확률

3 이산확률

1 확률

- 어떤 사건이 일어날 것인지
혹은 일어났는지에 대한 가능성을 표현하는 방법
- 동전 2개를 던져서 뒷면이 나오는 경우의 수

동전 2개를 차례대로
던질때
① 앞, 앞
② 앞, 뒤
③ 뒤, 앞
④ 뒤, 뒤
전체 4가지 경우가
있음

사건	확률
뒷면 2번	0.25(25%)
뒷면 1번	0.50(50%)
뒷면 0번	0.25(25%)

[동전 2개에 대한 사건과 확률]

3 이산확률

1 확률

- 생활 속에서 확률의 개념을 알기 쉽게 설명한 법칙이 머피(Edward. A Murphy)
- 머피의 법칙이란 ‘잘못된 가능성이 있는 것은 반드시 잘못되고야 만다’
- 매일 버스를 타고 등교를 하다가 지하철을 탔더니 지하철이 고장나거나, 찾는 물건이 마지막에 찾는 장소에 발견되거나, 급한 용건이 있어 친구에게 전화를 하면 친구 핸드폰이 통화중인 경우를 고려함

3 이산확률

1 확률

- 예를 들어 대형마트의 계산대가 모두 5개인 경우
  내가 선 계산대의 줄이 가장 빨리 줄 확률은 $\frac{1}{5}$이고,
  나머지 4개의 줄 중 하나가 더 빨리 줄 확률은 $\frac{4}{5}$ 이므로,
  내가 서 있는 계산대보다 옆의 계산대가 더 빠른 것은
  우연한 결과가 아니라 수학적 확률의 결과임

3 이산확률

1 확률

- 표본공간 S에서 특정 사건 A가 일어날 가능성

$$P(A)=\frac{|A|}{|S|},\quad 0 \le P(A) \le 1,\quad P(S)=1,\quad P(\emptyset)=0$$

2 표본 공간(Sample Space)

- 어떠한 시행을 했을 때 일어날 수 있는 모든 경우로 전체 사건이라고도 함

3 표본 공간과 사건

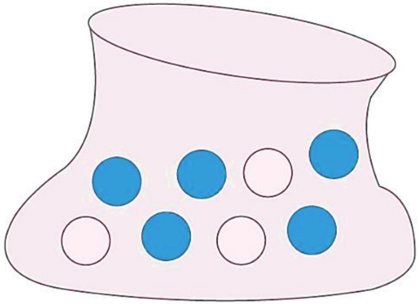
- 정의
  - 어떤 실험을 하였을 때 가능한 모든 결과 중에서 반드시 하나의 결과만 나타난다고 하면 실험의 모든 결과의 집합을 표본 공간이라 하고, 표본 공간의 부분 집합을 사건이라고 함

3 이산확률

3 표본 공간과 사건

- 예) 주머니 속에 흰공 3개와 푸른공 5개가 있을 때
  다음 물음에 답하여라

1) 1개의 공을 꺼낼 때 흰공일 확률을 구하여라
2) 2개의 공을 꺼낼 때 모두 푸른 공일 확률을 구하여라
3) 4개의 공을 꺼낼 때, 흰공 1개, 푸른공 3개일
   확률을 구하여라



3 표본 공간과 사건

(풀이)

1) 1개의 공을 꺼낼 때 흰공일 확률을 구하여라
8개의 공에서
1개의 공을 꺼내는 경우의 수는 C(8, 1)이고
이 중에서 흰공이 1개일 경우의 수는 C(3, 1)

따라서 구하는 확률은 $\frac{C(3,\ 1)}{C(8,\ 1)} = \frac{3}{8}$

3 표본 공간과 사건

- (풀이)
  2) 2개의 공을 꺼낼 때 모두 푸른 공일 확률을 구하여라
  8개의 공에서
  2개의 공을 꺼내는 경우의 수는 C(8, 2)이고
  이 중에서 푸른공이 2개일 경우의 수는 C(5, 2)

➡ 따라서 구하는 확률은 $\frac{C(5,\ 2)}{C(8,\ 2)} = \frac{5}{14}$

3 표본 공간과 사건

(풀이)
3) 4개의 공을 꺼낼 때,
흰공 1개, 푸른공 3개일 확률을 구하여라
8개의 공에서
4개의 공을 꺼내는 경우의 수는 C(8, 4)이고
이 중에서 흰공이 1개, 푸른 공이 3개 꺼내는
경우의 수는 각각 C(3, 1), C(5, 3)이고
곱의 법칙에 의해서 $C(3, 1) \times C(5, 3)$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{C(3,1) \times C(5,3)}{C(8,4)} = \dfrac{3}{7}$

3 이산확률

3 표본 공간과 사건

- 예) 주사위를 두 번 던졌을 때,
  숫자의 합이 4일 확률을 구하시오

(풀이)
주사위를 두번 던졌을 때
표본공간의 크기는 $6^2 = 36$
숫자의 합이 4인 사건은 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 경우,

➡ 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$