



1

명제논리

1 명제 (Proposition)

논리의 기본 구성요소
참, 거짓을 명확히 구분할 수 있는 문장이나 수식

- ◆ 명제에서 참, 거짓으로 나타내는 값을 진릿값이라 함
- ◆ 의문문, 감탄문, 명령문 등은 명제가 될 수 없음
(평서문은 명제가 될 수 있음)
- ◆ 기준에 따라 참, 거짓이 달라지는 경우는 명제가 아님

1 명제 (Proposition)

명제의 진리값(True value)



참 (True), T : 명제가 타당한 경우

거짓 (False), F : 명제가 타당하지 않은 경우

1 명제 (Proposition)

- ▶ 예시 1
- 다음 문장이 명제인지 아닌지 구분하시오.

보기

- (1) 6은 2의 배수이다.
- (2) 자동차는 빠르다.
- (3) $2 + 3 = 4$
- (4) $x + 2 = 0$
- (5) 과제를 제출하시오.
- (6) 학교에 가니?

1 명제 (Proposition)

▶ 예시 1

- 다음 문장이 명제인지 아닌지 구분하시오.

풀이

- (1) 참인 명제
- (2) 기준에 따라 빠르다는 것은 달라질 수 있으므로 명제가 아님
- (3) 거짓인 명제
- (4) x 의 값에 따라 참일 수도, 거짓일 수도 있으므로 명제가 아님
- (5) (6) 명령문이나 의문문은 참, 거짓 구분할 수 없으므로 명제가 아님

1 명제 (Proposition)

- ▶ 예시 2
- 다음 명제의 진리값을 구하여라.

보기

- (1) 2는 짝수이다.
- (2) 소수의 개수는 무한하다.
- (3) $3 > 6$
- (4) 대한민국의 수도는 서울이다.

1 명제 (Proposition)

- ▶ 예시 2
- 다음 명제의 진리값을 구하여라.

풀이

- | | |
|---------------------|------|
| (1) 2는 짝수이다. | (참) |
| (2) 소수의 개수는 무한하다. | (참) |
| (3) $3 > 6$ | (거짓) |
| (4) 대한민국의 수도는 서울이다. | (참) |

2 논리연산과 논리연산자

1 명제의 종류

- ▶ 합성명제
- ▶ 조건명제, 쌍조건명제
- ▶ 항진명제, 모순명제

- ▶ 더 이상 나눌 수 없는 단위의 명제
 - (예) ‘남자는 사람이다.’
‘5는 3과 같다.’

3 합성명제

- ▶ 하나 이상의 단순명제가 연산에 의해서 결합되어 만들어진 명제
- ▶ 복합명제, 겹명제라고도 함
 - (예) ‘조지 워싱턴은 미국인이고
도쿄는 영국의 수도이다.’

4 진리표

- ▶ 단순명제나 합성명제의 모든 가능한 진리값을 나열한 표
- ▶ 참여하는 단순명제들이 많을 경우
자연어로 서술하기 어려우므로 진리표를 사용

[p, q의 진리값]

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

5 논리연산자

- ▶ 합성명제는 여러 단순명제들을 논리연산자로 연결하여 만들 수 있음
- ▶ 논리연산자를 이용하여 하나 이상의 명제를 가공하여 또 다른 명제를 만들 수 있음

*** 논리연산자**논리합(or, \vee)논리곱(and, \wedge)부정(\sim)조건명제(\rightarrow)쌍조건명제(\leftrightarrow)

등

5 논리연산자

논리합(\vee)

- ▶ 여러 단순명제들을 ‘또는’의 의미로 연결
- ▶ p or q 의 의미
- ▶ $p \vee q$ 로 표현
- ▶ 명제 p 와 q 중 진리값이 하나라도 참이면 결과는 참
- ▶ p, q 가 모두 거짓일 때에만 거짓

5 논리연산자

논리합(\vee)

[논리합의 진리표]

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

5 논리연산자

논리합(\vee)

- ▶ 예시 1
다음 명제의 논리합을 작성하고 진리값을 구하여라.

문제

참(T) (1) $p: 2 > 1$
 $q: 4 > 8$

거짓(F) (2) $p: 2 \times 3 = 8$
 $q: 4 - 2 = 3$
 $r: \text{프랑스의 수도는 뉴욕임}$

논리곱(\wedge)

- ▶ 여러 단순명제들을 ‘그리고’의 의미로 연결
- ▶ p and q 의 의미
- ▶ $p \wedge q$ 로 표현
- ▶ 명제 p, q 가 모두 참일 때만 참, 하나라도 거짓이면 거짓

5 논리연산자

논리곱(\wedge)

[논리곱의 진리표]

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

5 논리연산자

논리곱(\wedge)

예시 1

- 다음 명제의 논리곱을 작성하고 진리값을 구하여라.

문제

참(T) (1) p : 홀수와 홀수를 곱하면 홀수
 q : 짝수와 홀수를 곱하면 짝수

거짓(F) (2) p : 모니터는 출력장치
 q : USB는 메모리
 r : 모니터는 입력장치

부정(~)

- ◆ 명제의 진리값을 반대로 하는 연산
- ◆ $\sim p$ 로 나타냄
- ◆ 'p가 아니다' 또는 'not p'의 의미

[부정의 진리값]

p	$\sim p$
T	F
F	T

조건명제(\rightarrow)

- ▶ 어떤 사실의 인과관계를 나타내는 명제이며
‘p이면 q이다’의 의미
- ▶ 명제 p는 조건의 역할을 수행하고 q는 결론의 역할 수행
- ▶ $p \rightarrow q$ 를 함축(Implication) 또는 조건명제라고 함
- ▶ p는 충분조건이라 하고, q는 필요조건이라 함

5 논리연산자

조건명제(\rightarrow)

[조건명제의 진리표]

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

5 논리연산자

조건명제(\rightarrow)

▶ 예시 1

- 다음 조건명제의 진리값을 구하시오.

문제

참(T)	(1) 영국의 수도가 뉴욕이라면, $1+1=2$	$(F \rightarrow T)$
참(T)	(2) 지구가 평면이면, 지구에는 물이 없음	$(F \rightarrow F)$
거짓(F)	(3) $1+3=4$ 이면, $2 \times 3=5$	$(T \rightarrow F)$
참(T)	(4) 사각형 내각의 합이 360도라면, 수박은 과일	$(T \rightarrow T)$

5 논리연산자

쌍조건명제(\leftrightarrow)

- ▶ 두 개의 조건명제가 서로 결합되어 만들어짐
- ▶ 명제 p, q 가 있을 때 ‘ p 이고 오직 그 경우에 한해 q ’라는 의미
- ▶ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 와 같은 개념
- ▶ p, q 가 같은 진리값일 때는 참, 다른 진리값일 때는 거짓
- ▶ 쌍조건문이라고도 함

쌍조건명제(\leftrightarrow)

[쌍조건명제의 진리표]

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

5 논리연산자

쌍조건명제(\leftrightarrow)

- ▶ 예시 1
다음의 쌍조건명제는 참인가?

문제

참(T) (1) 포유류는 살아있음
 \leftrightarrow 포유류가 호흡을 함 (T \rightarrow T)

참(T) (2) $2 \times 3 = 9 \leftrightarrow 4 + 5 = 6$ (F \rightarrow F)



예시 2

- 다음 명제 p, q 에 대하여
합성명제 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 의 진리표를 구하시오

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

3 동치

1 논리적 동치(\equiv)

- ▶ 두 명제 p 와 q 가 논리적으로 동등하면 논리적 동치라고 하고 $p \equiv q$ 라고 표시
- ▶ 논리적으로 동등하다는 말은 두 명제가 항상 동일한 진리값을 가진다는 의미
- ▶ 쌍조건명제(\leftrightarrow)와 논리적 동치(\equiv)는 동일한 대상에 대한 서로 다른 표현

1 논리적 동치(\equiv)

▶ 예시 1

- 다음 동치명제 $(6 < 0) \leftrightarrow (7 - 4 > 3)$ 의 진리값을 구하시오

풀이

주어진 명제를 p, q 로 나누면 다음과 같음

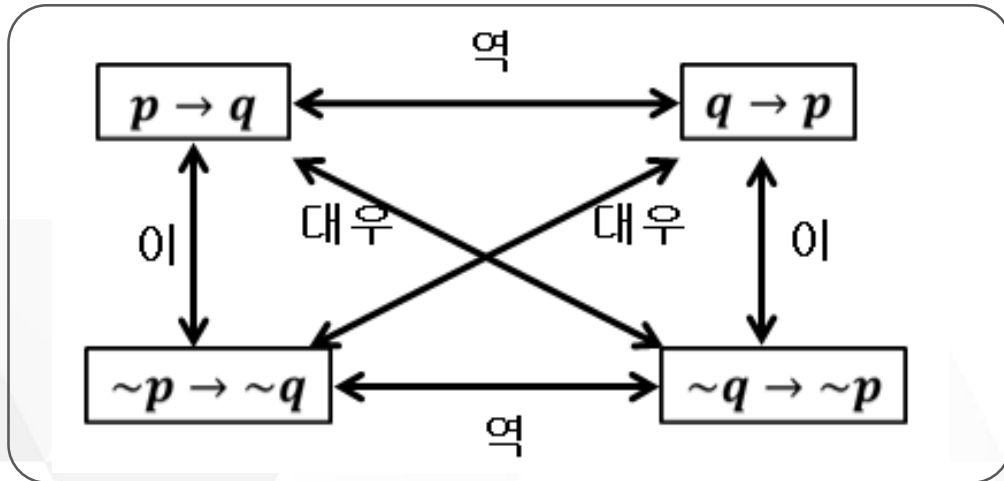
$$p : (6 < 0)$$
$$q : (7 - 4 > 3)$$

이때 p 는 거짓이고 q 도 거짓
따라서 주어진 동치명제의 진릿값은 참

1 논리적 동치(\equiv)

- ▶ 조건명제 $p \rightarrow q$ 는 역, 이, 대우를 가짐
 (역: $q \rightarrow p$, 이: $\sim p \rightarrow \sim q$, 대우: $\sim q \rightarrow \sim p$)

[역, 이, 대우의 관계]



※ 조건명제는 대우와 동치관계임

1 논리적 동치(\equiv)

▶ 예시 1

- 다음의 두 명제는 서로 동치인가?

문제

- (1) 영희가 서울에 있다면, $(p \rightarrow q)$
그녀는 한국에 있는 것이다.
- (2) 영희가 한국에 없다면,
그녀는 서울에 없는 것이다. $(\sim q \rightarrow \sim p)$

▶ (1)과 (2)는 대우관계이므로 서로 진리값이 동일함
따라서 **논리적 동치**

2 논리적 동치법칙

$p \wedge p \equiv p, p \vee p \equiv p$	멱등법칙(idempotent law)
$p \wedge T \equiv p, p \vee F \equiv p$	항등법칙(identity law)
$p \vee T \equiv T, p \wedge F \equiv F$	지배법칙(domination law)
$p \vee \sim p \equiv T, p \wedge \sim p \equiv F$	부정법칙(negation law)
$p \wedge q \equiv q \wedge p, p \vee q \equiv q \vee p$	교환법칙(commutative law)
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	결합법칙(associative law)
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	분배법칙(distributive law)
$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	드모르간의 법칙(De Morgan's law)
$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	함축법칙(implication conversion law)
$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	대우법칙(contraposition law)

3 항진명제

▶ 합성명제를 구성하는 명제의 진리값에 상관없이
합성명제의 진리값이 항상 참인 명제

- (예) $p \rightarrow p$ 는 항진명제로
 p 가 참이든지 거짓이든지 항상 참

- (항진명제의 예)

$$p \vee \sim p$$

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

3 항진명제

- ▶ 예시 1
- 다음 명제의 진리값을 구하시오

문제

- ① $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
 ② $p \wedge \sim(\sim p \vee p)$

①

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

②

p	$\sim p$	$\sim(\sim p \vee p)$	$p \wedge \sim(\sim p \vee p)$
T	F	F	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	T	F	F

- ▶ 합성명제의 진리값이 항상 거짓인 경우
 - (예) $p \wedge \sim p$ 는 p 가 참이든 거짓이든 항상 거짓
 - (모순명제의 예)
 $(p \wedge q) \wedge \sim p$