

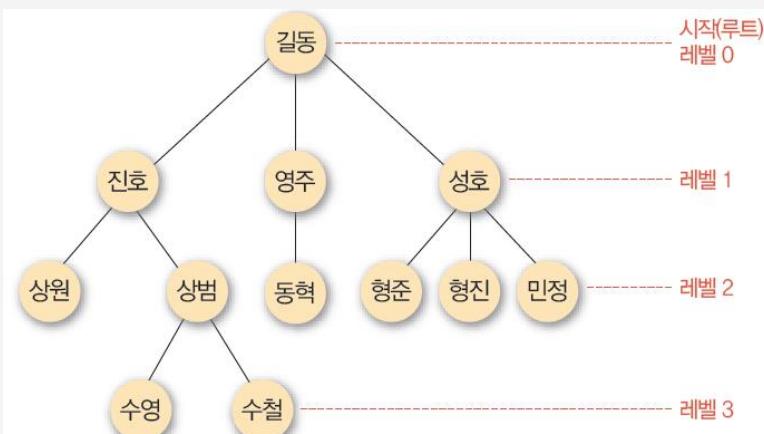
1 | 트리의 개념

1 트리(Tree)

- ▶ 원소들 간에 1:n 관계를 가지는 비선형 자료구조
- ▶ 원소들 간에 계층관계를 가지는 계층형 자료구조(Hierarchical Data Structure)
- ▶ 상위 원소에서 하위 원소로 내려가면서 확장되는 트리(나무)모양의 구조

2 트리 자료구조의 예 - 가계도

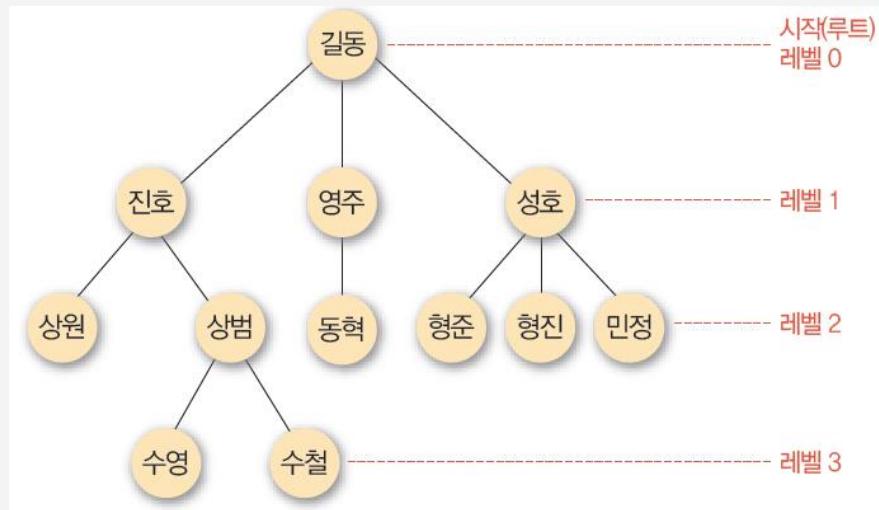
- ▶ 가계도의 자료 : 가족 구성원
- ▶ 자료를 연결하는 선 : 부모-자식 관계 표현



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

2 트리 자료구조의 예 - 가계도

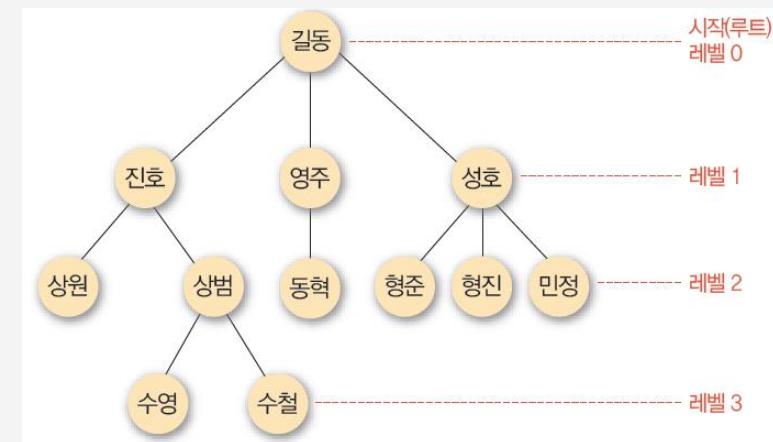
- ▶ 길동의 자식_진호, 영주, 성호
- ▶ 진호, 영주, 성호의 부모_길동
- ▶ 같은 부모의 자식들끼리는 형제관계
 - 진호, 영주, 성호는 형제관계
- ▶ 조상 - 자신과 연결된 선을 따라 올라가면서 만나는 사람들
 - 수영의 조상 : 상범, 진호, 길동



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

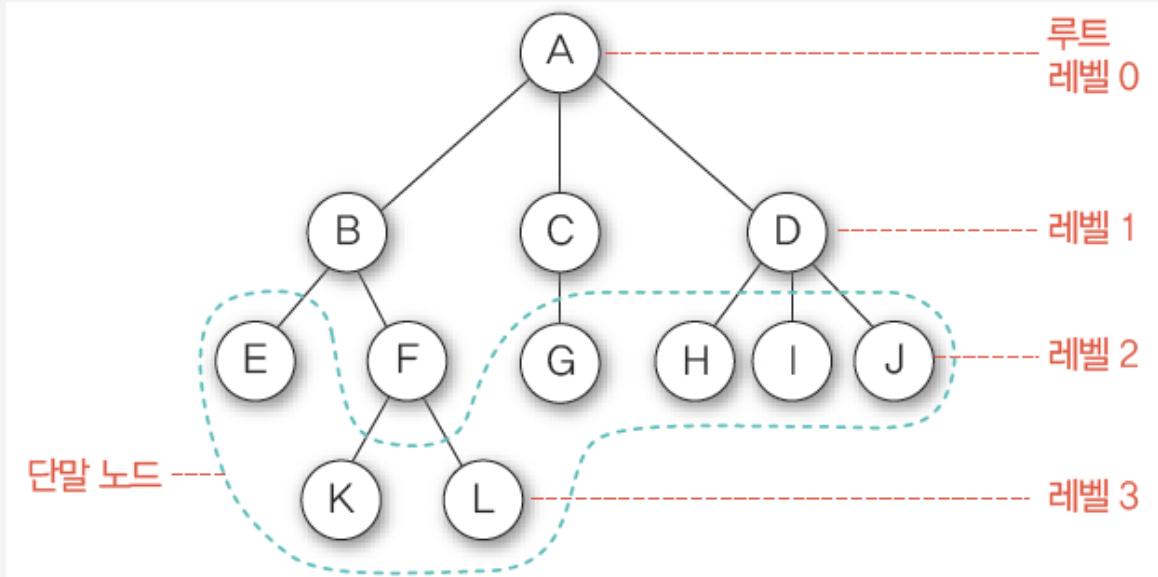
2 트리 자료구조의 예 - 가계도

- ▶ 자손 - 자신과 연결된 선을 따라 내려가면서 만나는 사람들
 - 진호의 자손 : 상원, 상범, 수영, 수철
- ▶ 가계도의 시작(루트)인
길동이를 0세대(레벨 0),
길동이 자식들은 1세대(레벨 1),
그 다음 자식들은 2세대(레벨 2),
그 다음 자식들은 3세대(레벨 3)
- ▶ 가족 구성원 누구든지 분가하여
독립된 가계를 이룰 수 있음



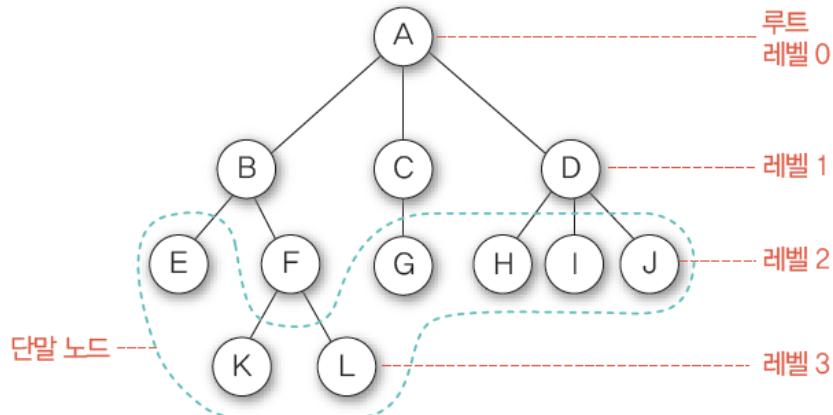
※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 트리의 구조와 구성 요소 - 트리 A



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

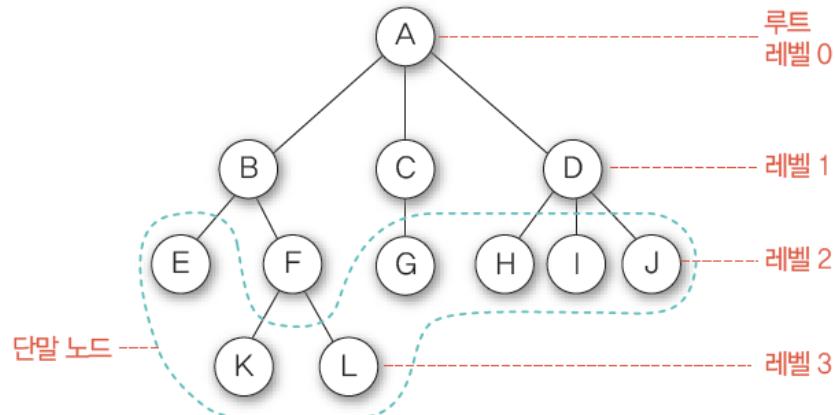
3 트리의 구조와 구성 요소 - 트리 A



- ▶ 노드(Node) - 트리의 원소
트리 A의 노드
- A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L
- ▶ 루트 노드(Root Node)
- 트리의 시작 노드(레벨Level 0)
트리 A의 루트 노드 - A
- ▶ 간선(Edge) - 노드를 연결하는 선
부모Parent 노드와 자식Child 노드를 연결

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

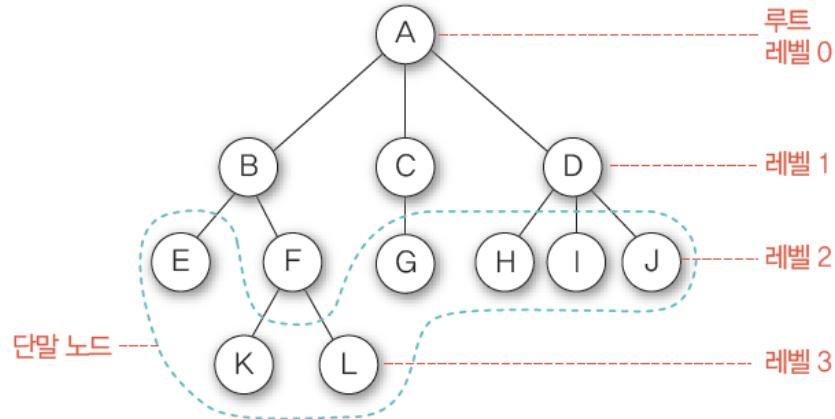
3 트리의 구조와 구성 요소 - 트리 A



- ▶ 형제 노드(Sibling Node)
 - 같은 부모 노드의 자식 노드들
B, C, D는 형제 노드
- ▶ 조상 노드(Ancestor)
 - 간선을 따라 루트 노드까지 경로에 있는 모든 노드들
K의 조상 노드 : F, B, A

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 트리의 구조와 구성 요소 - 트리 A



▶ 서브 트리(Subtree)

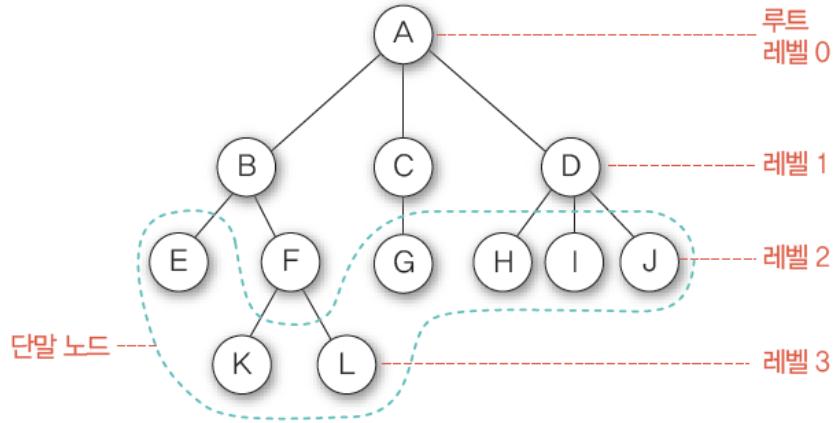
- 부노 노드와 연결된 간선을 끊었을 때
생성되는 트리로 각 노드는 자식 노드의
개수 만큼 서브 트리를 가짐

▶ 자손 노드

- 서브 트리에 있는 하위 레벨의 노드들
B의 자손 노드 - E, F, K, L

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 트리의 구조와 구성 요소 - 트리 A

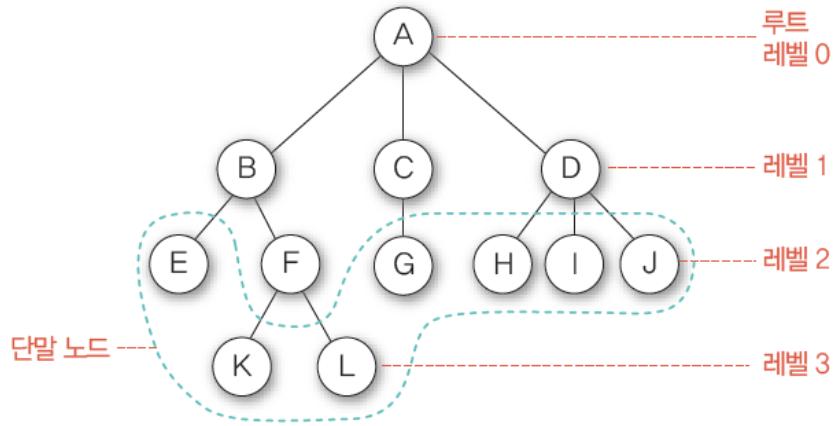


▶ 차수(Degree)

- 노드의 차수 : 노드에 연결된 자식 노드의 수
 - ✓ A의 차수=3, B의 차수=2, C의 차수=1
- 트리의 차수 : 트리에 있는 노드의 차수 중에서 가장 큰 값
 - ✓ 트리 A의 차수=3
- 단말 노드(리프 노드) : 차수가 0인 노드. 자식 노드가 없는 노드

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 트리의 구조와 구성 요소 - 트리 A



▶ 높이

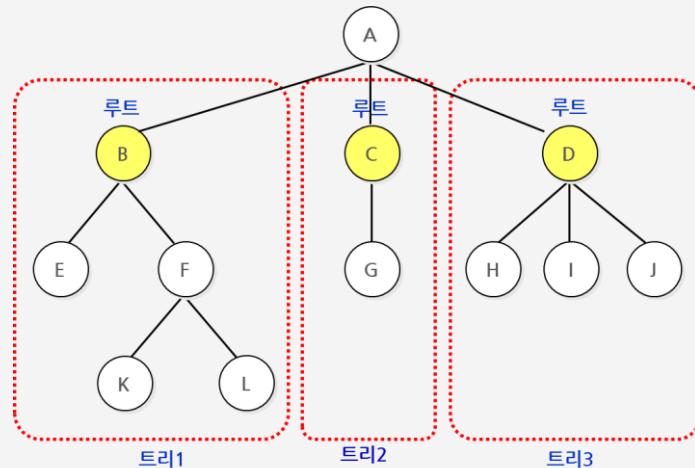
- 노드의 높이
: 루트에서 노드에 이르는 간선의 수이며 노드의 레벨
 - ✓ B의 높이=1, F의 높이=2
- 트리의 높이
: 트리에 있는 노드의 높이 중에서 가장 큰 값이며 최대 레벨
 - ✓ 트리 A의 높이=3

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

4 포리스트(Forest) : 서브트리의 집합

- ▶ 트리 A에서 노드 A를 제거하면, A의 자식 노드 B, C, D에 대한 서브 트리가 생기고, 이들의 집합은 포리스트가 됨

[트리의 구조와 구성 요소
- 트리 A에서 루트 노드 A를
제거하여 만든 포리스트]



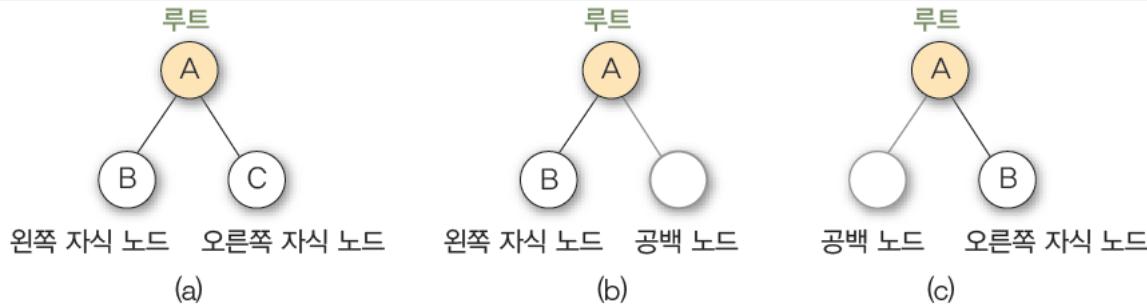
※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

2 | 이진 트리의 이해와 종류

1 이진 트리(Binary Tree)

- ▶ 트리의 모든 노드의 차수를 2 이하로 제한하여 전체 트리의 차수가 2 이하가 되도록 정의
- ▶ 이진 트리의 모든 노드는 왼쪽 자식 노드와 오른쪽 자식 노드만 가짐
 - 부모 노드와 자식 노드 수와의 관계 → 1:2
 - 공백 노드도 자식 노드로 취급
 - $0 \leq \text{노드의 차수} \leq 2$

1 이진 트리(Binary Tree)



[이진 트리의 기본 구조]

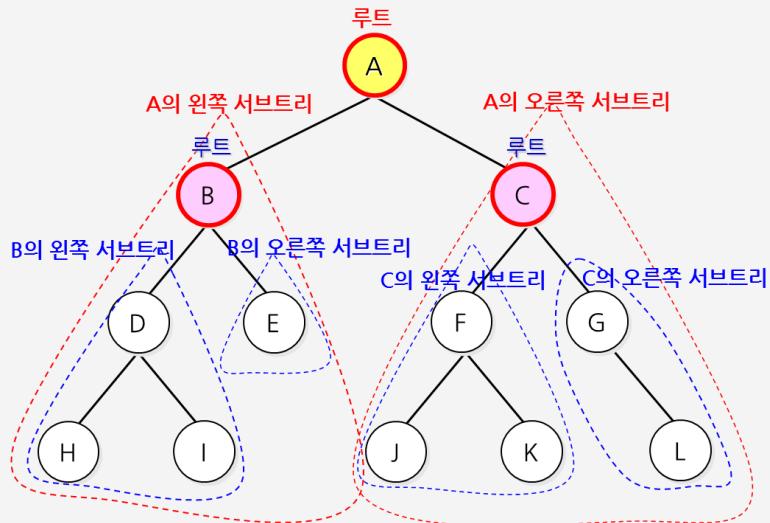
※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

2 이진 트리는 순환적 구성

- ▶ 노드의 왼쪽 자식 노드를 루트로 하는
왼쪽 서브 트리도 이진 트리
- ▶ 노드의 오른쪽 자식 노드를 루트로 하는
오른쪽 서브 트리도 이진 트리

2 이진 트리는 순환적 구성

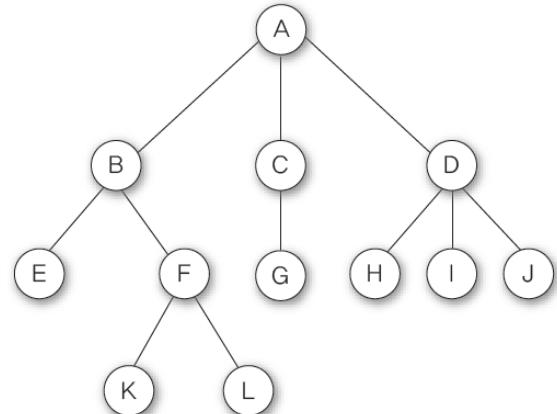
[이진 트리의 서브 트리]



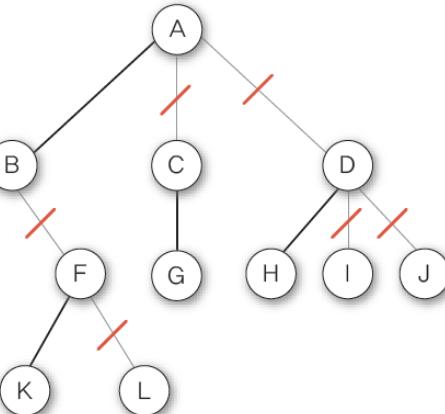
※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 일반 트리를 이진 트리로 변환

① 일반 트리 A



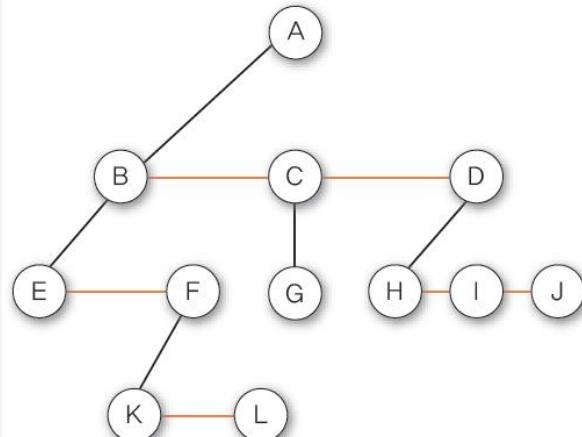
① 첫 번째 자식 노드 간선만 남기고 나머지 간선 제거



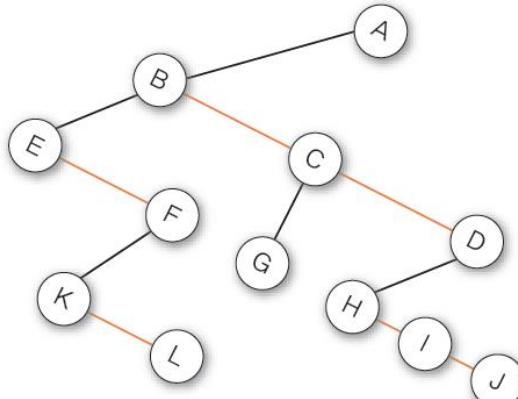
※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 일반 트리를 이진 트리로 변환

② 형제 노드를 간선으로 연결



③ 시계 방향으로 45° 회전



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 이진 트리의 추상 자료형 : 이진 트리의 데이터와 기본 연산을 논리적으로 정의

ADT 7-1

이진 트리의 추상 자료형

ADT BinaryTree

데이터 : 공백이거나 루트 노드, 왼쪽 서브 트리, 오른쪽 서브 트리로 구성된 노드들의 유한 집합

연산 :

bt, bt1, bt2 \in BinaryTree; item \in Element;

// 공백 이진 트리를 생성하는 연산

createBT() ::= create an empty binary tree;

// 이진 트리가 공백인지 확인하는 연산

isEmpty(bt) ::= if (bt is empty) then return true
else return false;

// 두 개의 이진 서브 트리를 연결하여 하나로 만드는 연산

makeBT(item, bt1, bt2) ::= return {item을 루트로 하고
bt1을 왼쪽 서브 트리, bt2를 오른쪽 서브 트리로 하는 이진 트리}

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 이진 트리의 추상 자료형 : 이진 트리의 데이터와 기본 연산을 논리적으로 정의

```
// 이진 트리의 왼쪽 서브 트리를 구하는 연산  
leftSubtree(bt) ::= if (isEmpty(bt)) then return NULL  
                      else return left subtree of bt;  
  
// 이진 트리의 오른쪽 서브 트리를 구하는 연산  
rightSubtree(bt) ::= if (isEmpty(bt)) then return NULL  
                      else return right subtree of bt;  
  
// 이진 트리에서 루트 노드의 데이터(item)를 구하는 연산  
data(bt) ::= if (isEmpty(bt)) then return NULL  
                      else return the item in the root node of bt;  
End BinaryTree
```

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

4 이진 트리의 추상자료형에 따라 만들어진 이진 트리 특징

- ▶ 노드가 n 개인 이진 트리는 항상 간선이 $(n-1)$ 개
 - 루트를 제외한 $(n-1)$ 개의 노드가 부모 노드와 연결되는 한 개의 간선을 가짐

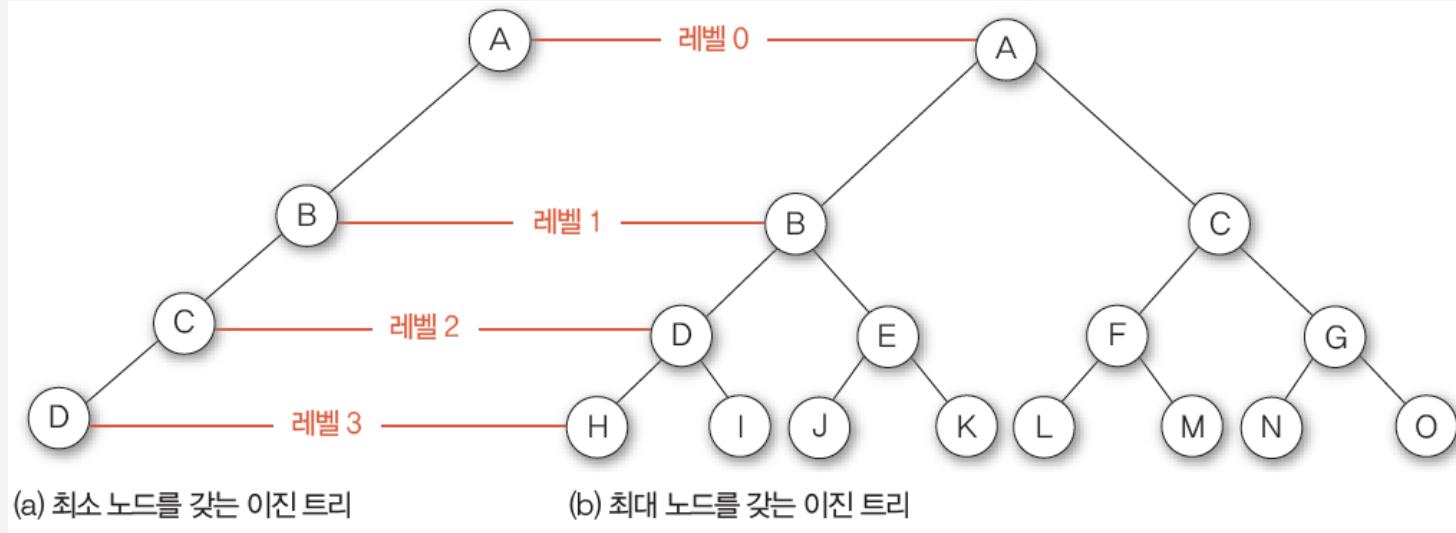
4 이진 트리의 추상자료형에 따라 만들어진 이진 트리 특징

- ▶ 높이가 h 인 이진 트리가 가질 수 있는 노드의 개수는 최소($h+1$)개이고 최대($2^{h+1}-1$)개
 - 이진 트리의 높이가 h 가 되려면 한 레벨이 최소한 한 개의 노드가 있어야 하므로 높이가 h 인 이진 트리의 최소 노드의 개수는 $(h+1)$ 개
 - 하나의 노드는 최대 2개의 자식 노드를 가질 수 있으므로 레벨 i 에서의 노드는 최대 개수는 2^i 개 이므로 높이가 h 인 이진트리 전체 노드의 개수는

$$\sum_{i=0}^h 2^i = 2^{h+1} - 1$$

5 최소 노드를 가진 이진 트리와 최대 노드를 갖는 이진 트리 예

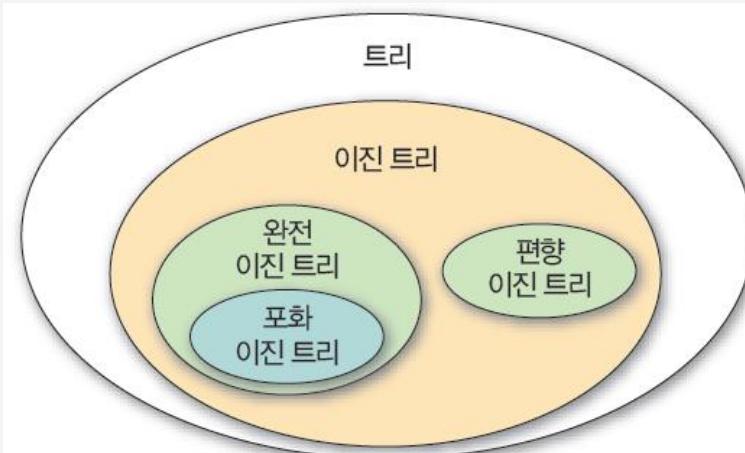
[높이가 3이면서 최소 노드를 갖는 이진 트리와 최대 노드를 갖는 이진 트리]



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

6 이진 트리의 종류

- ▶ 일반적인 이진 트리 외에 레벨과 노드 수의 관계에 따라 포화 이진 트리, 완전 이진 트리, 편향 이진 트리가 있음



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

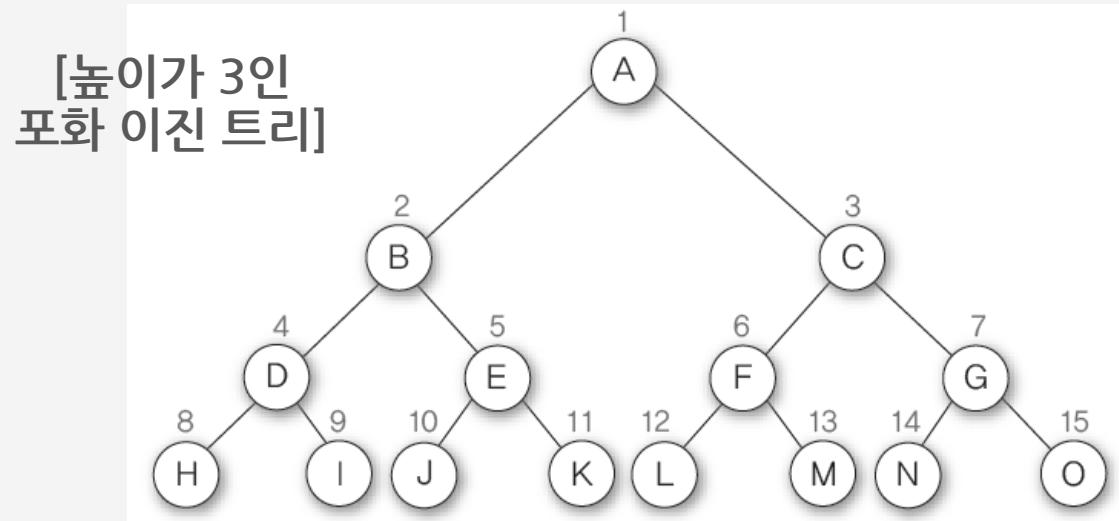
6 이진 트리의 종류

▶ 포화 이진 트리(Full Binary Tree)

- 모든 레벨에 노드가 포화상태로 차 있는 이진 트리
- 높이가 h 일 때, 최대의 노드 개수인 $(2^{h+1}-1)$ 의 노드를 가진 이진 트리
- 루트를 1번으로 하여 $2^{h+1}-1$ 까지 정해진 위치에 대한 노드 번호를 가짐

6 이진 트리의 종류

▶ 포화 이진 트리(Full Binary Tree)



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

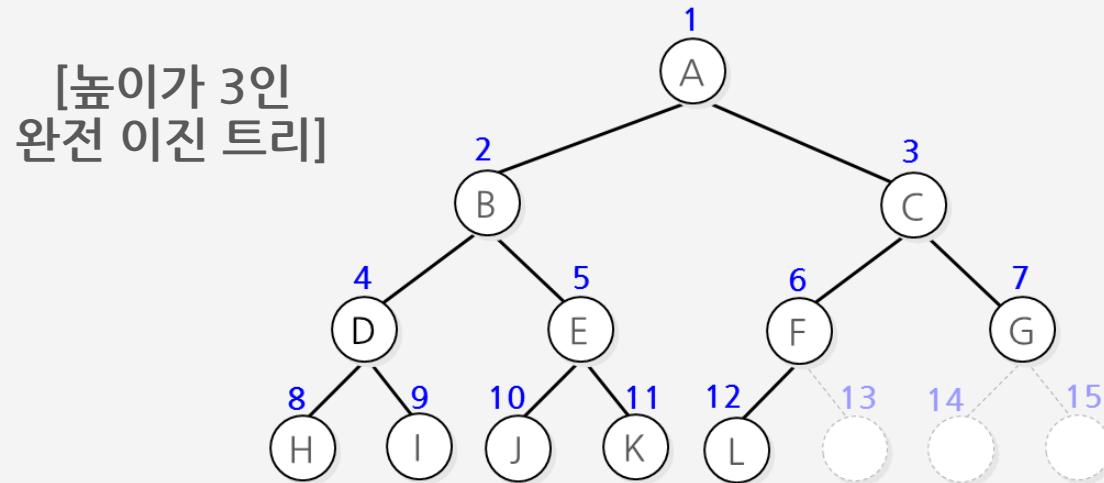
6 이진 트리의 종류

▶ 완전 이진 트리(Complete Binary Tree)

- 높이가 h 이고 노드 수가 n 개일 때(단, $n < 2^{h+1}-1$), 노드 위치가 포화 이진 트리에서의 노드 1번부터 n 번까지의 위치와 완전히 일치하는 이진 트리
- 완전 이진 트리에서는 $(n+1)$ 번부터 $(2^{h+1}-1)$ 번까지 노드는 모두 공백 노드

6 이진 트리의 종류

▶ 완전 이진 트리(Complete Binary Tree)



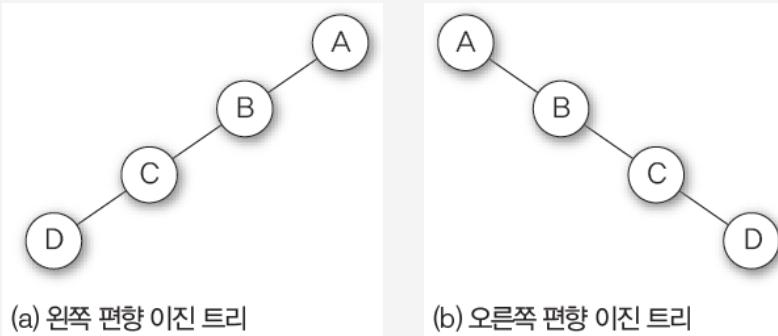
※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

6 이진 트리의 종류

▶ 편향 이진 트리(Skewed Binary Tree)

- 높이가 h 일 때 $h+1$ 개의 노드를 가지면서 모든 노드가 왼쪽이나 오른쪽 중 한 방향으로만 서브 트리를 가지고 있는 트리

[높이가 3인
편향 이진 트리]



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

3 | 순차&연결 자료구조를 이용한 이진 트리 구현

1 순차 자료구조를 이용한 이진 트리의 구현

- ▶ 1차원 배열의 순차 자료구조 사용
 - 높이가 h 인 포화 이진 트리의 노드 번호를 배열의 인덱스로 사용
 - 인덱스 0번 : 실제로 사용하지 않고 비워둠
 - 인덱스 1번 : 루트 저장

3 | 순차&연결 자료구조를 이용한 이진 트리 구현

2 이진 트리를 1차원 배열에서의 인덱스 관계

- ▶ 노드 개수가 n 개인 이진 트리를 1차원 배열을 사용하여 표현하면 각 노드의 부모 노드가 저장된 배열 인덱스와 자식 노드가 저장된 배열 인덱스에 대하여 다음과 같은 일정한 규칙을 가짐

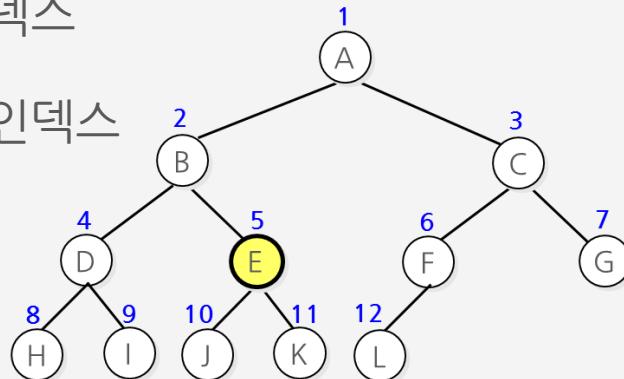
노드	인덱스	성립 조건
노드 i 의 부모 노드	$i / 2$	$i > 2$
노드 i 의 왼쪽 자식 노드	$2 \times i$	$(2 \times i) \leq n$
노드 i 의 오른쪽 자식 노드	$(2 \times i) + 1$	$(2 \times i + 1) \leq n$
루트 노드	1	$n > 0$

3 | 순차&연결 자료구조를 이용한 이진 트리 구현

3 완전 이진 트리의 1차원 배열 표현

▶ 노드 E : 노드 번호 5=인덱스 번호 5

- 부모 노드 인덱스
: $5/2$ (버림) $\rightarrow 2$
- 왼쪽 자식 노드 인덱스
: $2 \times 5 \rightarrow 10$
- 오른쪽 자식 노드 인덱스
: $2 \times 5 + 1 \rightarrow 11$



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

[이진 트리의 배열 표현 예 1
: 완전 이진 트리의 1차원 배열 표현]

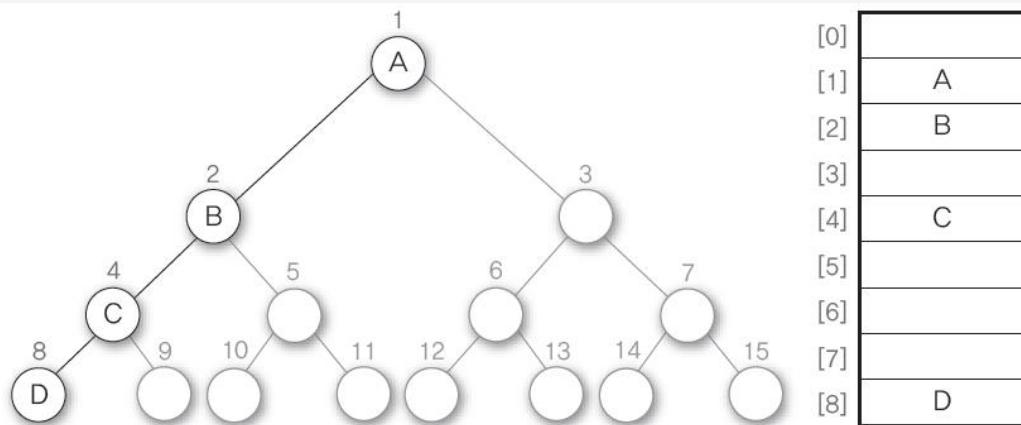
[0]	
[1]	A
[2]	B
[3]	C
[4]	D
[5]	E
[6]	F
[7]	G
[8]	H
[9]	I
[10]	J
[11]	K
[12]	L

부모노드의 인덱스=2
왼쪽 자식노드의 인덱스=10
오른쪽 자식노드의 인덱스=11

4 편향 이진 트리의 1차원 배열 표현

- ▶ 배열을 이용한 순차 자료구조 표현은 쉽게 만들 수 있으며, 인덱스 규칙에 따라 부모 노드와 자식 노드를 쉽게 찾을 수 있지만 편향 이진 트리는 낭비되는 메모리 공간이 생김

[이진 트리의 배열 표현 예 2
: 편향 이진 트리의 1차원 배열 표현]



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

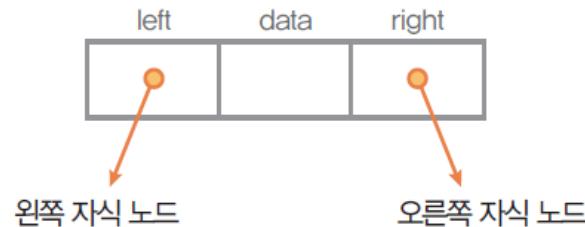
5 연결 자료구조를 이용한 이진 트리의 구현

- ▶ 포인터를 사용하여 이진 트리 구현
 - 데이터를 저장하는 데이터 필드, 왼쪽 자식 노드를 연결하는 왼쪽 링크 필드, 오른쪽 자식 노드를 연결하는 오른쪽 링크 필드로 구성
 - 자식 노드가 없으면 링크 필드에 NULL을 저장하여 NULL 포인터로 설정

3 | 순차&연결 자료구조를 이용한 이진 트리 구현

5 연결 자료구조를 이용한 이진 트리의 구현

▶ 포인터를 사용하여 이진 트리 구현



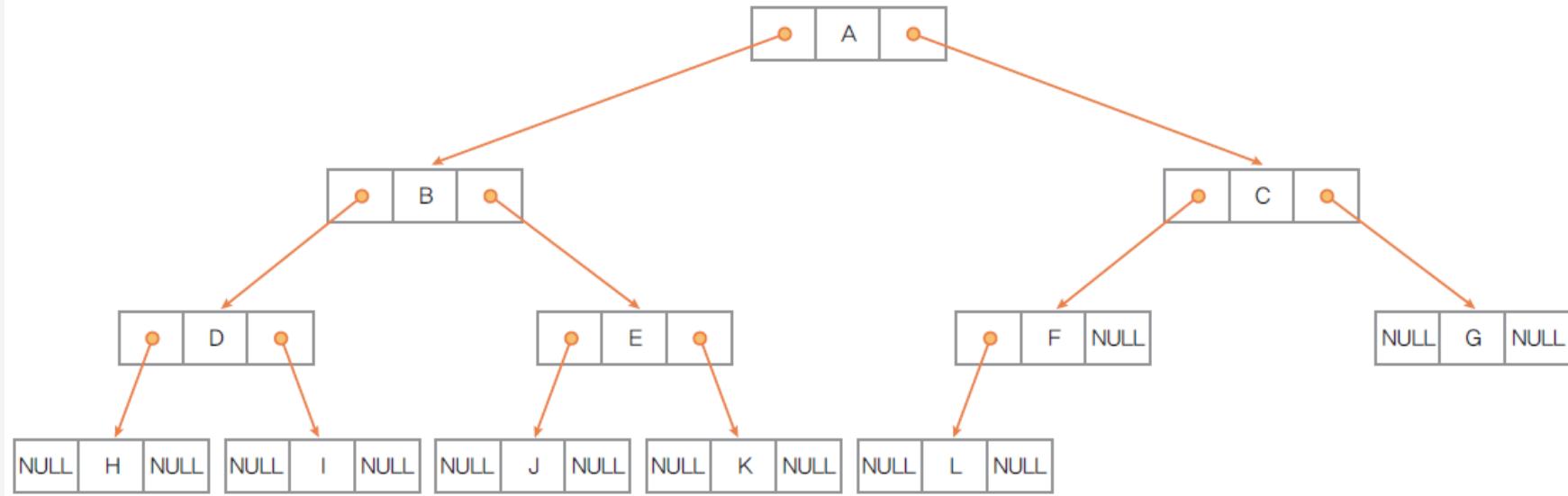
```
typedef struct treeNode {  
    char data;  
    struct treeNode *left;  
    struct treeNode *right;  
} treeNode;
```

[이진 트리 노드의 구조]

[이진 트리 노드의 C 구조체 정의]

※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어

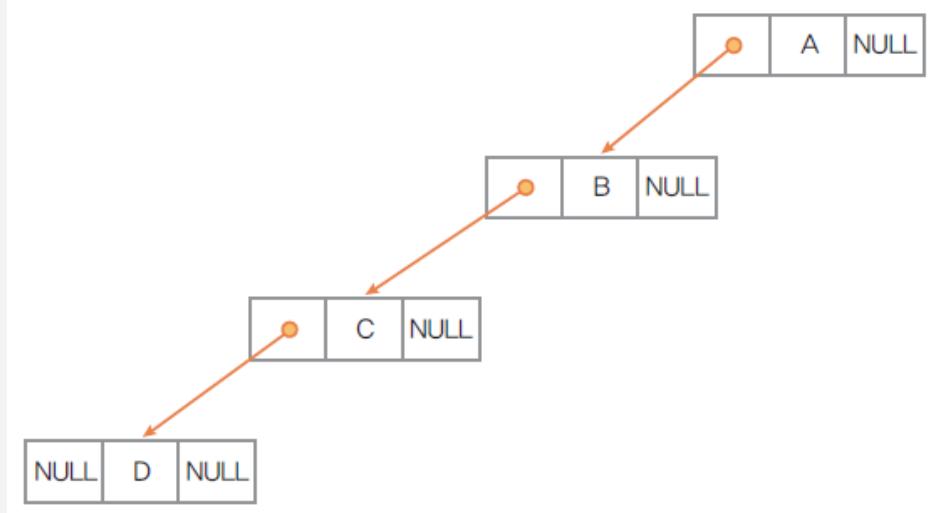
6 완전 이진 트리와 편향 이진 트리를 연결 자료구조 형태로 표현



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어



6 완전 이진 트리와 편향 이진 트리를 연결 자료구조 형태로 표현



※출처: 이지영(2016). IT CookBook, C로 배우는 쉬운 자료구조(개정3판). 한빛미디어