

〈용어체크〉

점화식

점화식은 수열의 일반항을 한 개 이상의 앞선 항들을 이용하여 나타낸 식을 의미하며 어떤 함수를 자신보다 더 작은 변수에 대한 함수와의 관계로 표현할 수도 있으며 이것은 자기호출을 사용하는 함수(재귀)의 복잡도를 구하는데 유용하다.

점화식의 접근적 분석

점화식을 푸는 방법은 다양하지만 대표적으로 반복 대치, 추정 후 증명, 마스터 정리가 유용하다.

반복 대치와 추정 후 증명

반복 대치는 점화식을 더 작은 변수에 대한 점화식으로 대치하는 작업을 반복하면서 경계조건에 이를 때까지 전개하는 방법이며 추정 후 증명은 점화식의 접근적 복잡도를 추정한 후 이를 수학적 귀납법의 원리를 이용하여 증명하는 방법이다.

〈학습내용〉

알고리즘과 문제 해결

점화식

점화식의 접근적 분석 방법

〈학습목표〉

문제 해결을 위한 적절한 알고리즘을 작성할 수 있다.

점화식의 특징을 이해하고 설명할 수 있다.

점화식의 접근적 분석 방법을 이해하고 설명할 수 있다.

Q. 수를 일정하게 나열하는 수열의 경우 앞선 항들에 일정한 값을 더하거나 곱해서 다음 항을 구할 수 있을 때 이를 점화식으로 표현할 수 있다고 말합니다. 점화식이란 무엇일까요?

: 점화식은 어떤 함수를 자신과 똑같은 함수를 이용해 나타내는 것입니다. 실생활의 예를 들면 아버지가 아들을 보면서 “나랑 똑같다”고 말하는 것도 일종의 점화식으로 생각할 수 있습니다. 여기서 나랑 똑같다는 것은 “똑같은데 나이만 다르다” 혹은 “똑같은데 성격만 다르다” 등의 뜻으로 해석할 수 있습니다. 이처럼 점화식은 함수를 자신보다 더 작은 변수에 대한 함수와의 관계로 표현한 것을 의미합니다. 점화식에서는 동일한 함수가 변수의 크기만 다를 뿐 등호나 부등호의 양쪽에 나타나게 됩니다. 가장 간단한 예로 앞의 수에 일정한 값을 더하여 얻어지는 등차 수열을 들 수 있는데 만약 1, 3, 5, 7, 9, … 처럼 앞의 항에 2를 더하여 뒤의 수가 구해진다면 n번째 항에 대한 점화식은 $a_n = a_{n-1} + 2$ 로 나타낼 수 있습니다.

알고리즘과 문제 해결

주어진 조건에 맞추어 다각도로 문제에 접근한다.
문제를 철저히 분석한다.
그림을 그리거나, 식을 만들거나, 또는 규칙 찾기를 한다.
조건에 따라 거꾸로 생각해본다.
단계적으로 생각한다.(알고리즘)

점화식

어떤 함수를 자신보다 더 작은 변수에 대한 함수와의 관계로 표현한 것이다.
자기호출을 사용하는 알고리즘의 수행 시간은 점화식을 이용해 표현할 수 있다.

점화식의 접근적 분석 방법

반복 대치 : 점화식을 더 작은 변수에 대한 점화식으로 대치하는 작업을 반복하면서
경계조건에 이를 때까지 전개한다.
추정 후 증명 : 점화식의 접근적 복잡도를 추정한 후 이를 수학적 귀납법의 원리를 이
용하여 증명한다.
마스터 정리 : $T(n) = aT(n/b) + f(n)$ 의 형태로 된 점화식의 접근적 복잡도를 복잡한
계산이나 증명 없이 바로 알 수 있다.