1 그래프의 개념

1 그래프의 개념

1 그래프

- 현실세계의 **복잡한 작업을 시각적으로 구조화하여 표현**
- 이해하기 쉽고 가시적으로 설명할 때 유용한 도구
- 주어진 몇 개의 정점과 그 정점을 끝점으로 하는 선들로 이루어진 도형
- 비선형 (Non-Linear) 자료구조

1 그래프의 개념

1 그래프

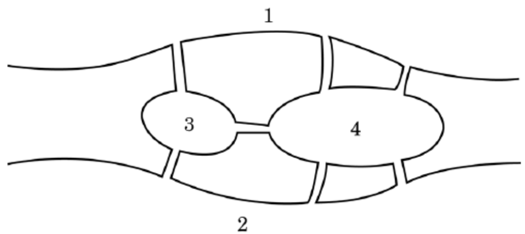
- 그래프 이론은 오일러가 쾨니히스베르크(königsberg) 다리 문제 해결 위해 최초로 사용
- 네트워크에서 데이터의 흐름이나 어떤 작업의 진행 과정을 정의하는 데 유용하게 사용

※ 그래프의 예

- 전국의 도로나 도시의 지하철
- 네트워크 구성도

1 그래프

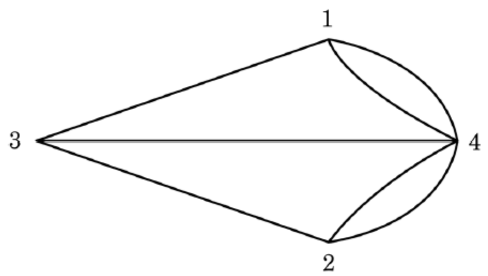
- 쾨니히스베르크의 다리



프레겔 강에 있는 2개의 섬과 7개의 다리로 구성된 공원이 있었음. 그런데 7개의 다리를 모두 지나가는데, 이미 지나갔던 다리는 다시 거치지 않고 갈 수 있는 전체 경로를 해결하는데 오일러는 그래프 이론을 사용하였음(한 붓 그리기 문제)

1 그래프

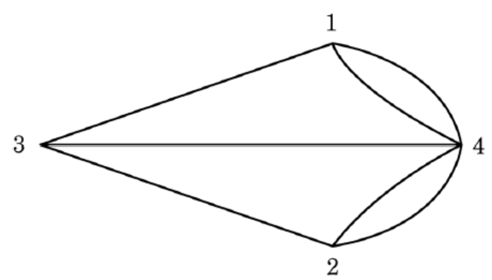
쾨니히스베르크 다리의 그래프



- 단순화된 그래프 이론을 이용하여 문제를 쉽게 해결할 수 있었으며 그래프 안의 모든 정점과 모든 간선이 포함되는 사이클을 **오일러 사이클(Euler Cycle)**이라 부름

1 그래프

◆ 쾨니히스베르크 다리의 그래프



- 오일러는 쾨니히스베르크 다리 문제가 주어진 그래프에서 정점의 차수(Degree)가 짝수일 때 해결됨을 보였음

1 그래프의 개념

1 그래프

◆ 쾨니히스베르크 다리의 그래프

※ 참고

- 한 붓 그리기
  홀수 점의 개수가 0 또는 2인 경우만 가능

1 그래프의 개념

1 그래프

- 공집합이 아닌 정점(Vertex)들의 집합 V와 서로 다른 정점을 연결하는 간선(Edge)들의 집합 E로 구성
- 간선은 두 정점을 연결함
- 연결된 두 정점은 서로 **인접(Adjacent)**한다고 함
- 어떠한 간선으로도 연결되지 않은 정점은 **고립(Isolated)**되었다고 함
- 무방향 그래프(Indirected Graph), 방향 그래프(Directed Graph)

1 그래프의 개념

1 그래프

- 그래프 G는 $G = (V, E)$로 나타냄

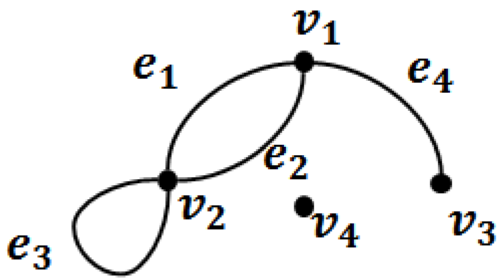
$V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$

$E = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\} = \{(v_i, v_j), \ldots\}$

1 그래프의 개념

1 그래프

◆ 예제



① 정점 $V = \{v_1, v_2, v_3,\ v_4\}$
② 간선 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$
③ v_1과 인접한 정점 : v_2, v_3
④ 고립된 정점 : v_4

2 방향 그래프와 무방향 그래프

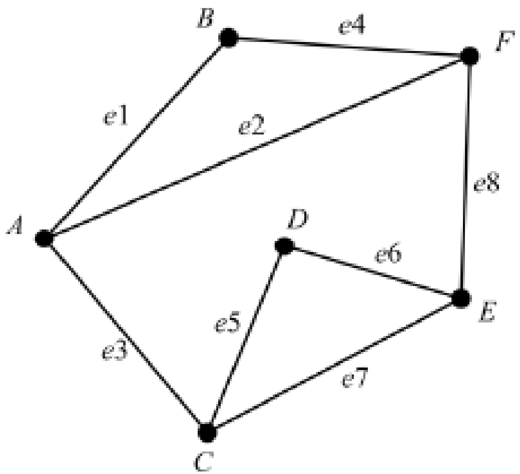
2 방향 그래프와 무방향 그래프

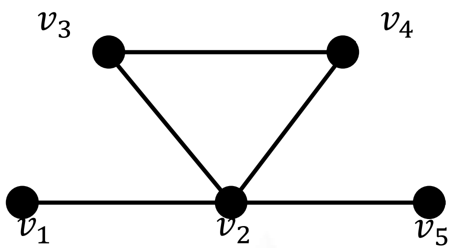
1 무방향 그래프

- 간선에 방향이 없는 단순한 선으로 연결
- $G = (V, E)$
- 일반적으로 무방향 그래프를 그래프라고 함

2 방향 그래프와 무방향 그래프

1 무방향 그래프





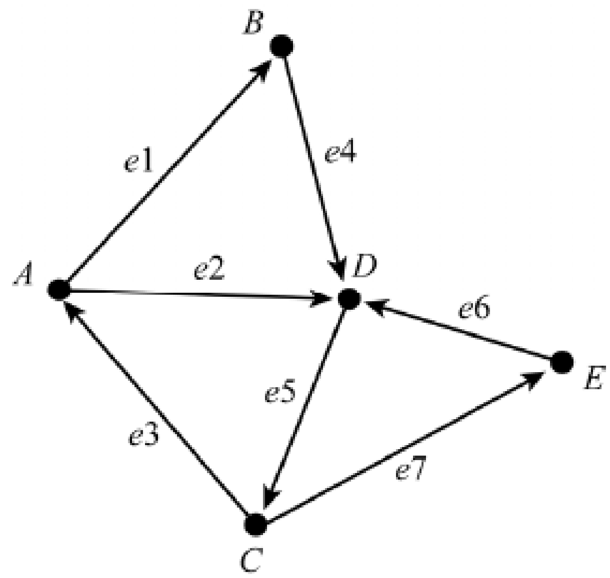
2 방향 그래프와 무방향 그래프

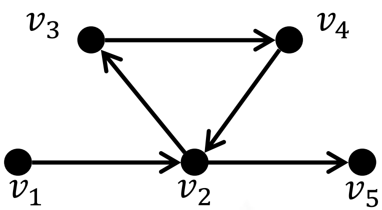
2 방향 그래프

- 간선에 방향이 부여된 선으로 연결
- $G = < V, E >$
- 임의의 두 정점의 순서쌍 ⟨a, b⟩로 연결된 간선 v가 존재할 때, a는 간선 v의 출발점(Initial Vertex)이 되며 b는 간선 v의 도착점(Terminal Vertex)이 됨

2 방향 그래프와 무방향 그래프

2 방향 그래프





2 방향 그래프와 무방향 그래프

2 방향 그래프

- 무방향 그래프 : $G = (V, E)$
- 방향 그래프 : $G = < V, E >$

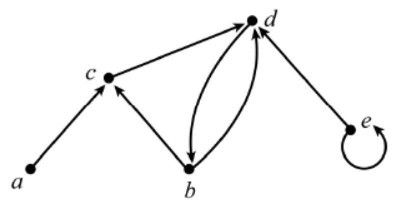
  - V : 공집합이 아닌 정점들의 집합
  - E : 간선들의 집합($E \subseteq V \times V$)

2 방향 그래프와 무방향 그래프

2 방향 그래프

◆ 예시 1

다음 그래프의 정점과 간선을 집합으로 표시하시오.



(풀이)

$G = < V, E >$

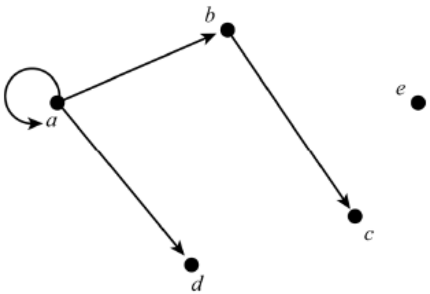
$V = \{a, b, c, d, e\}$

$E = \{< a, c >, < b, c >, < b, d >, < c, d >,$
$\quad < d, b >, < e, d >, < e, e >\}$

2 방향 그래프

◆ 예시 2

다음 그래프를 구성하는
간선 E와 정점 V의 집합을
구하시오



(풀이)
간선의 집합 $E = \{< a, a >, < a, b >, < a, d >, < b, c >\}$
정접의 집합 $V = \{a, b, c, d, e\}$
만약 위의 그래프가 무방향 그래프일 경우 간선들은
(a, a), (a, b), (a, d), (b, c)와 같으며
일반적인 간선 (a, d)는 2개의 방향성 간선인
{⟨a, b⟩, ⟨b, a⟩}를 의미함

3 차수(Degree)

- 그래프 G=(V, E)에서 정점 v의 차수는 정점 v에 연결된 간선의 개수
- 정점 v의 차수를 deg(v)로 표시
- 그래프 G에서 모든 정점의 차수의 총합은 모든 간선 개수의 2배

3 차수(Degree)

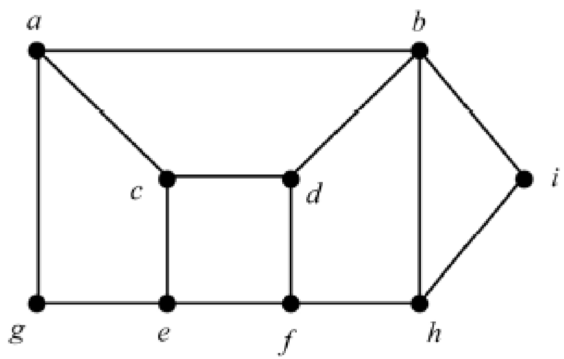
- 임의의 정점에 연결된 간선의 수가 홀수인지 짝수인지에 따라 정점을 호수점 짝수점으로 구분함
  - 홀수점(Odd Vertex) : 차수가 홀수인 정점
  - 짝수점(Even Vertex) : 차수가 짝수인 정점

3 차수(Degree)

◆ 예시

다음 그래프에서 각 정점의 차수를 구하시오.

①



(풀이)

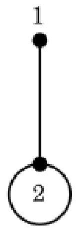
$\deg(a) = 3, \deg(b) = 4, \deg(c) = 3, \deg(d) = 3,$
$\deg(e) = 3, \deg(f) = 3, \deg(g) = 2, \deg(h) = 3,$
$\deg(i) = 2$

3 차수(Degree)

예시

다음 그래프에서 각 정점의 차수를 구하시오.

②



(풀이)

$\deg(1) = 1, \deg(2) = 3$

3 차수(Degree)

① 외부 차수(Outdegree)

- 방향 그래프 $G =< V, E >$에서 임의의 정점 v를 출발점으로 갖는 간선의 개수

② 내부 차수(Indegree)

- 정점 v를 도착점으로 갖는 간선의 수

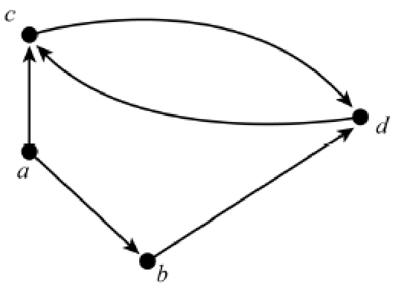
③ 총 차수

- 내부와 외부 차수의 합

3 차수(Degree)

예시 1

다음 그래프에서 정점 d의 내부 차수와
외부 차수를 구하시오.

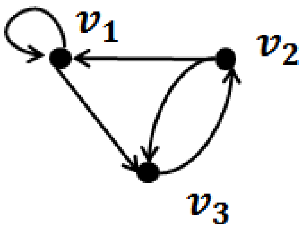


(풀이)
- 정점 d의 내부 차수는 2
- 정점 d의 외부 차수는 1

3 차수(Degree)

예시 2

다음 그래프의 내부 차수와 외부 차수를 구하시오.



(풀이)

- in-deg$(v_1) = 2$
- in-deg$(v_2) = 1$
- in-deg$(v_3) = 2$

- out-deg$(v_1) = 2$
- out-deg$(v_2) = 2$
- out-deg$(v_3) = 1$

3 부분 그래프와 부분신장 그래프

3 부분 그래프와 부분신장 그래프

1 부분 그래프(Subgraph)

- 어떤 그래프 G를 구성하는 일부 정점과 간선으로만 구성된 그래프

- 그래프 $G = (V, E)$ 에서 $V' \leq V$와 $E' \leq E$인 조건을 만족하는 부분적인 그래프 $G' = (V', E')$가 존재할 때 그래프 G'를 G의 부분 그래프라고 하며 $G' \leq G$로 표기함

3 부분 그래프와 부분신장 그래프

2 부분신장 그래프(Spanning Graph)

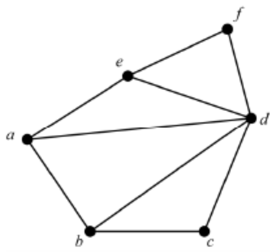
- 부분 그래프 중에서 그래프 G의 정점을 모두 포함한 부분 그래프
- 그래프 $G = (V, E)$가 있을 때 $V' = V$이고 $E' \subseteq E$인 그래프 $G' = (V', E')$

3 부분 그래프와 부분신장 그래프

2 부분신장 그래프(Spanning Graph)

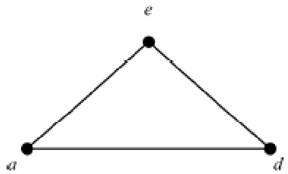
◆ 예시

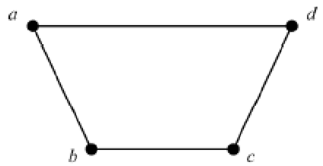
다음 그래프에 대한 물음에 답하시오.



① 부분 그래프를 2개만 구하시오.

(풀이)
부분 그래프는 일부 정점과
일부 간선을 포함하는 그래프임





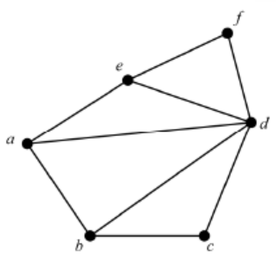
3 부분 그래프와 부분신장 그래프

2 부분신장 그래프(Spanning Graph)

◆ 예시

다음 그래프에 대한 물음에 답하시오.

② 부분신장 그래프를 하나만 구하시오.



(풀이)
부분신장 그래프는 모든 정점을 포함한 부분 그래프임