

1

그래프의 개념

그래프의 개념

1 그레프(Graph)

- ▶ 현실세계의 **복잡한 작업을 시각적으로 구조화하여 표현**
- ▶ 선형 자료 구조나 트리 자료 구조로 표현하기 어려운
다대다 관계를 가지는 원소들을 표현하기 위한 자료 구조
- ▶ 이해하기 쉽고 가시적으로 설명할 때 유용한 도구
- ▶ 현상이나 사물을 정점(Vertex)과 간선(Edge)으로
표현한 것

그래프의 개념

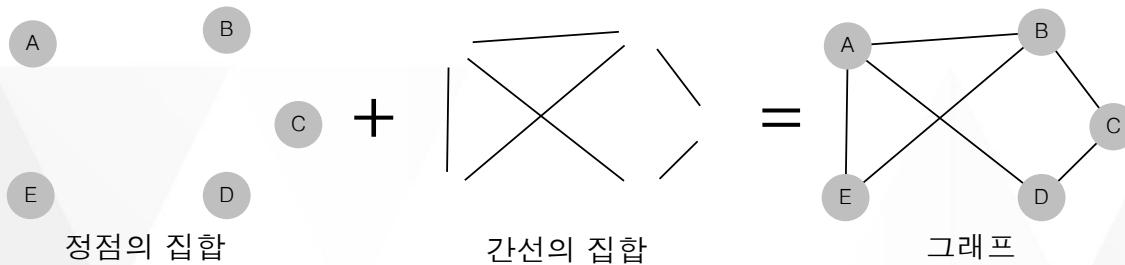
1 그레프(Graph)

- ◆ 주요 요소간의 관계, 거리, 비용 등 다양한 주제를 표현하고 설계할 때 유용
- ◆ 두 정점이 간선으로 연결되어 있으면 인접(Adjacent)하다고 함
 - 간선은 두 정점의 관계를 나타냄
- ◆ 그래프의 예
 - 전국의 도로망, 도시의 지하철, 네트워크 구성도
 - 전산망, 인간 관계, 사회조직, 데이터 구조
 - 문자, 생물 유전자 관계 등

그래프의 개념

1. 그래프(Graph)

- ◆ 그래프는 정점의 모음과 이 정점을 잇는 간선의 모음 간의 결합
- ◆ Graph $G = (V, E)$
 - V : 정점 집합
 - E : 간선 집합



※출처: 뇌를 자극하는 알고리즘, 박상현, 한빛미디어

그래프의 개념

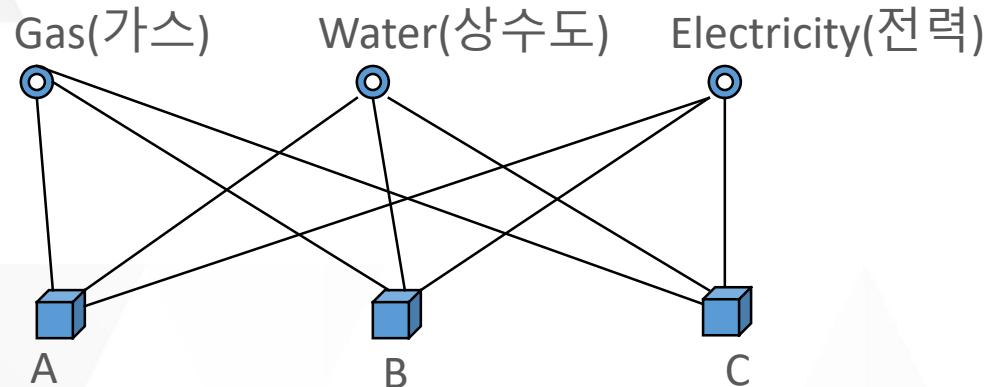
1 그레프(Graph)

- 관련된 사물이나 개념을 연결하여 그래프로 표현 가능

그래프	정점	간선
통신	전화, 컴퓨터	광섬유 케이블
전자회로	칩, 콘덴서, 저항	선
급수 시스템	저수지, 정화시설	배관
교통	교차점, 공항	도로, 항로
인터넷	웹 페이지	하이퍼링크
사회적 관계	사람	친구관계
경제	주식, 현금	거래

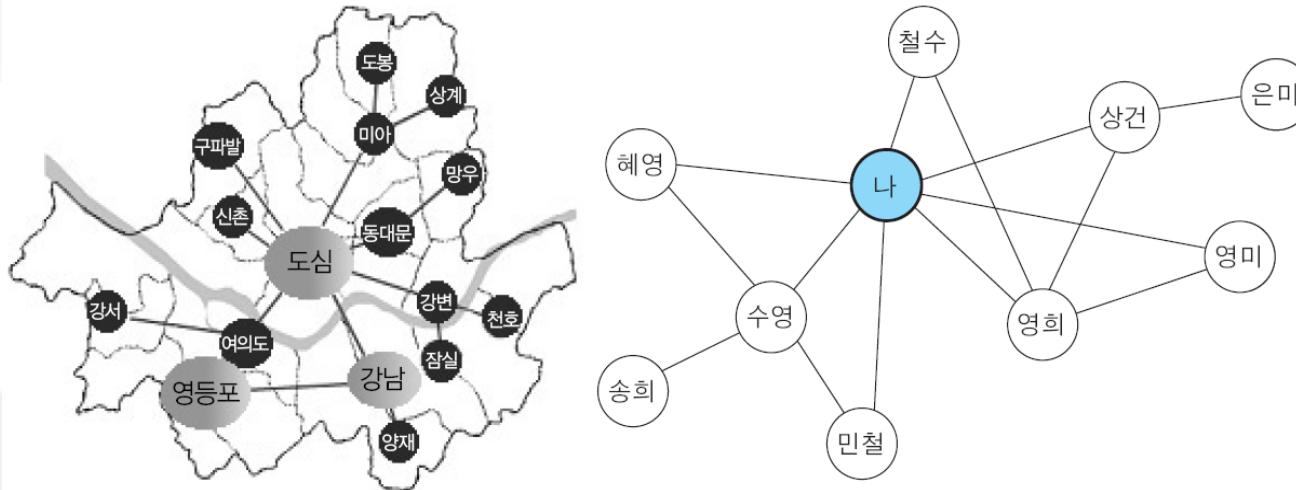
1 | 그래프(Graph)

- 정점: A, B, C, gas, water, electricity
간선: Ag, Aw, Ae, Bg, Bw, Be, Cg, Cw, Ce



1. 그래프(Graph)

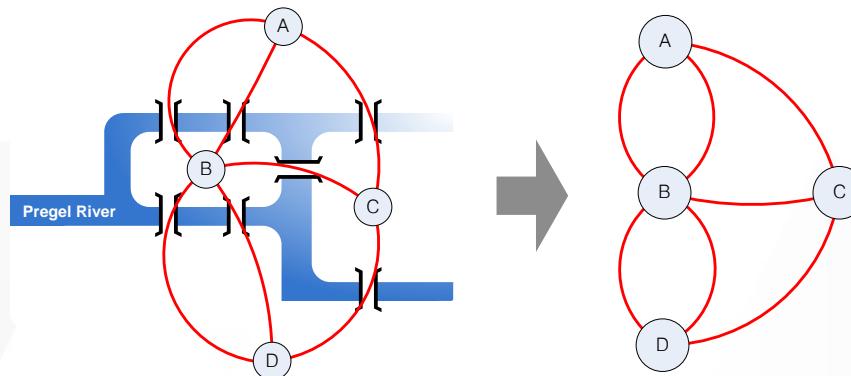
◆ 사물들 간의 관계나 순서를 그래프로 표현 가능



※출처: 자바로 배우는 쉬운 자료구조, 이지영, 한빛미디어

2 | 그래프의 기원

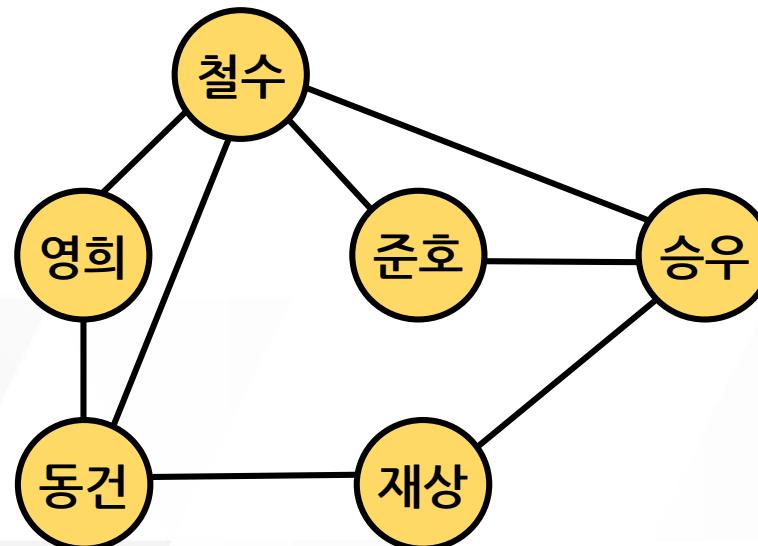
- ▶ 오일러가 코니히스베르크의 7개의 다리 문제를 풀기 위해 고안해 낸 수학적 도구
- ▶ 7개의 다리를 간선으로, 4개의 유키지를 정점으로 표현



※출처: 뇌를 자극하는 알고리즘, 박상현, 한빛미디어

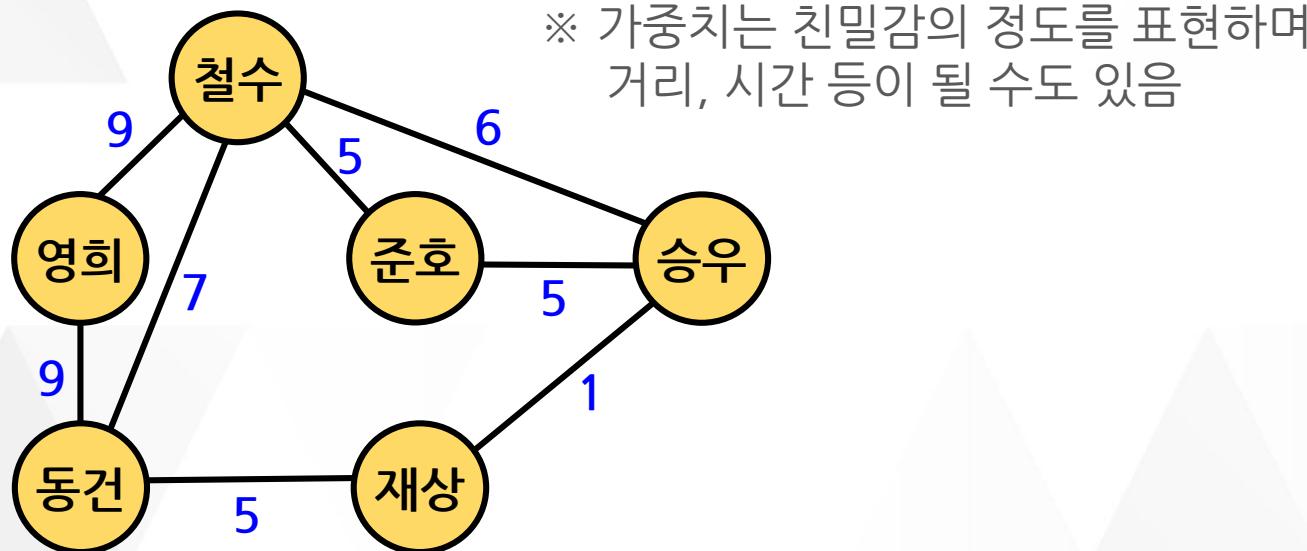
3 | 그래프의 예

[사람들간의 친분 관계를 나타낸 그래프]



3 | 그래프의 예

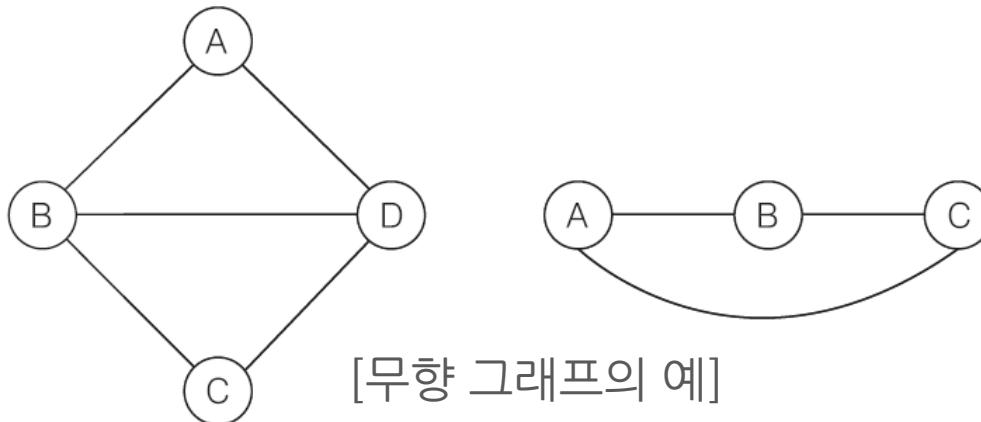
[친밀도를 가중치로 나타낸 친분 관계 그래프]



3 | 그래프의 예

① 무향 그래프(Indirected Graph)

◆ 간선에 방향성이 없는 그래프



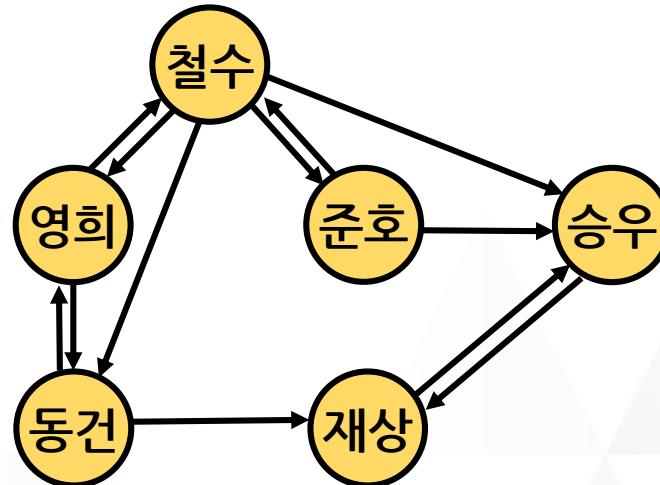
※출처: 자바로 배우는 쉬운 자료구조, 이지영, 한빛미디어

3 | 그래프의 예

② 유향 그래프(Directed Graph)

◆ 간선이 방향성이 있는 그래프

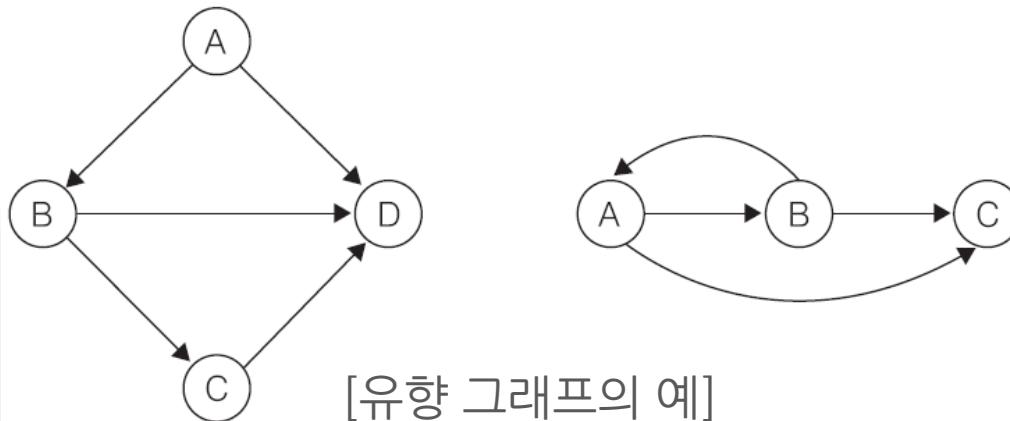
[방향을 고려한
친분 관계 그래프]



3 | 그래프의 예

② 유향 그래프(Directed Graph)

※ 방향은 기업간의 공급 관계, 작업의 선후 관계 등 표현 가능

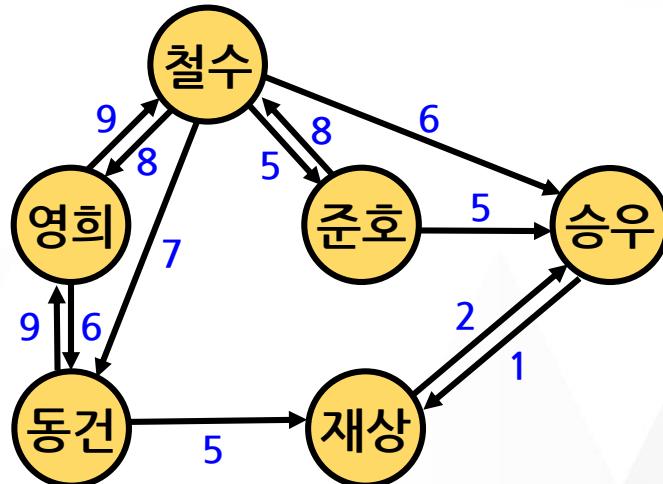


※출처: 자바로 배우는 쉬운 자료구조, 이지영, 한빛미디어

3 | 그래프의 예

② 유향 그래프(Directed Graph)

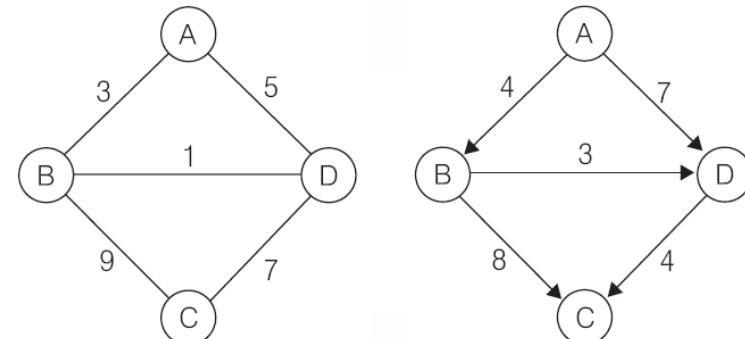
[가중치를 가진
유향 그래프]



3 | 그래프의 예

③ 가중 그래프(Weighted Graph)

- ◆ 그래프의 정점을 연결하는 간선마다 일정한 값을 할당한 그래프
- ◆ 간선에 할당하는 값은 각 정점 간의 거리나 비용과 같은 속성이 될 수 있음
- ◆ 예)
 - 정점이 도시를, 간선이 건설할 도로를 나타낸다면 도로의 건설 비용을 간선의 가중치로 나타낼 수도 있음



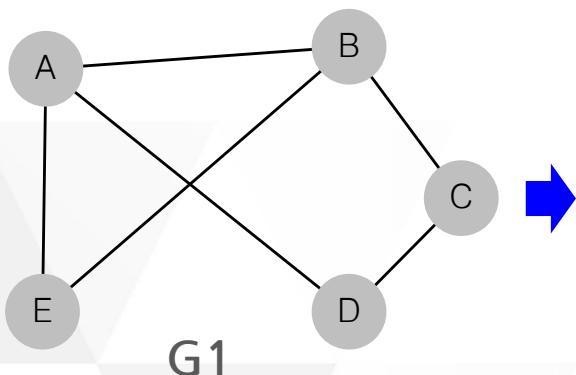
2

그래프의 용어

1 | 그래프의 용어

① 인접(Adjacent)

- ◆ 간선으로 연결되어 있는 두 정점을 일컫는 말
- ◆ 이웃 관계에 있다고 표현하기도 함



(A, B), (A, D), (A, E),
(B, C), (B, E), (C, D)가
서로 이웃 관계

※출처: 뇌를 자극하는 알고리즘, 박상현, 한빛미디어

1 | 그래프의 용어

② 경로(Path)

- ◆ 그래프에서 간선을 따라 갈 수 있는 길을 순서대로 나열한 것
- ◆ 그래프 G1에서 정점 A에서 정점 C까지의 경로는 A-B-C , A-D-C, A-E-B-C 등이 있음
- ◆ A-B-C, A-D-C 경로의 길이는 2,
A-E-B-C의 길이는 3임

1 그래프의 용어

③ 차수(Degree)

- ◆ 그래프에서 임의의 정점의 차수는 해당 정점에 연결된 간선의 개수
- ◆ 그래프에서 모든 정점의 차수의 총합은 모든 간선 개수의 2배

1 그래프의 용어

④ 부분 그래프(Subgraph)

- ◆ 어떤 그래프를 구성하는 일부 정점과 간선으로만 구성된 그래프

⑤ 부분 신장 그래프(Spanning Subgraph)

- ◆ 부분 그래프 중에서 그래프의 정점을 모두 포함한 부분 그래프

3

그래프의 표현

그래프의 표현

1 | 그래프의 표현 방법

- ◆ 그래프는 정점의 집합과 간선의 집합의 결합
 - 그래프를 표현하는 문제는 정점의 집합과 간선의 집합의 표현 문제로 생각할 수 있음
 - 간선은 정점과 정점이 인접 관계에 있음을 나타내는 존재
 - 그래프의 표현 문제는 간선, 즉 정점과 정점의 인접 관계를 어떻게 나타내는가의 문제임
- ◆ 행렬을 이용하는 방식은
인접 행렬(Adjacency Matrix)
- ◆ 리스트를 이용하는 방식은
인접 리스트(Adjacency List)

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

- ◆ 그래프의 두 정점을 연결한 간선의 유무를 행렬로 저장
- ◆ 정점끼리의 인접 관계를 나타내는 행렬
- ◆ 각 정점을 행과 열의 원소로 표현
- ◆ 두 정점을 연결하는 간선이 존재하면 행렬의 원소는 1, 존재하지 않으면 0으로 표현
- ◆ 인접 행렬은 이해하기 쉽고 간선의 존재 여부를 즉각 알 수 있음

그래프의 표현

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

- ◆ $n \times n$ 행렬로 표현 (n : 정점의 총 수)
 - 원소 $(i, j) = 1$: 정점 i 와 정점 j 사이에 간선이 있음
 - 원소 $(i, j) = 0$: 정점 i 와 정점 j 사이에 간선이 없음
- ◆ $n \times n$ 행렬이 필요하므로 n^2 에 비례하는 공간이 필요
- ◆ 행렬의 준비과정에서 행렬의 모든 원소를 채우는 데만 n^2 에 비례하는 시간 필요
- ◆ 간선의 밀도가 아주 높은 그래프에서 인접 행렬이 적합 (정점에 비해 간선이 적은 희소 그래프는 희소 행렬이 되어 메모리 낭비 발생)

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

유향 그래프의 경우

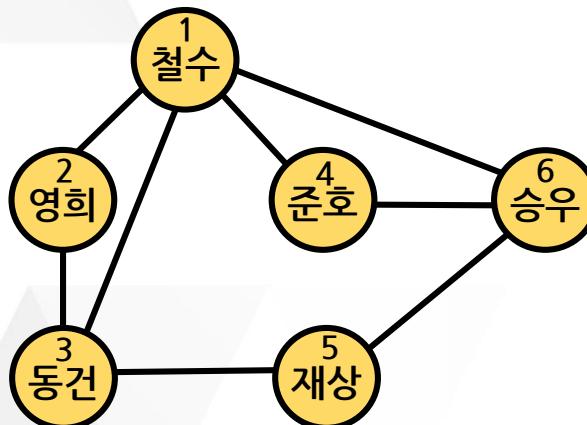
- ◆ 원소 (i, j) 는 정점 i 로부터 정점 j 로 연결되는 간선이 있는지를 나타냄

가중치 있는 그래프의 경우

- ◆ 원소 (i, j) 는 1 대신에 가중치를 가짐

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

◆ 무향 그래프의 예



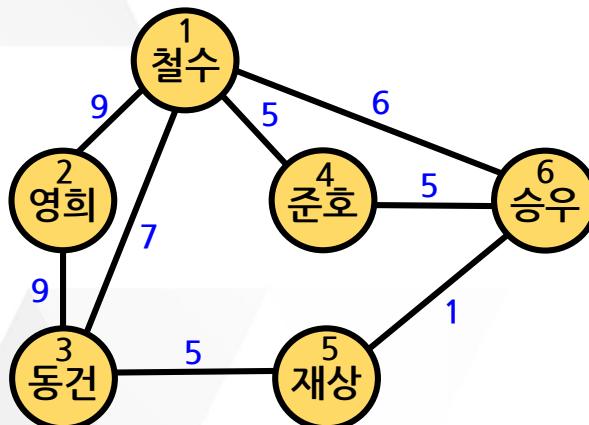
[무향 그래프의 예]

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	1	0	1
2	1	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0
4	1	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	0	1
6	1	0	0	1	1	0

[인접 행렬]

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

◆ 가중치 있는 무향 그래프의 예



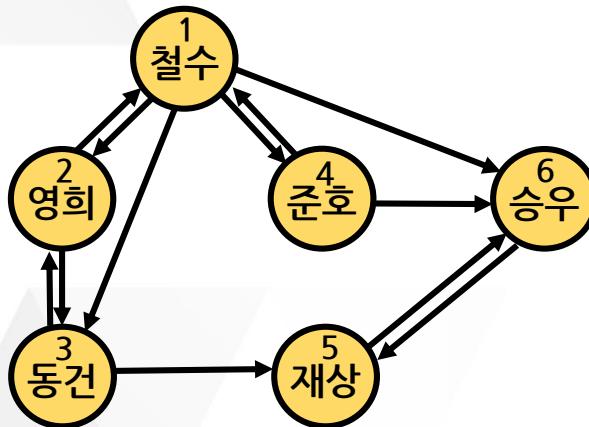
	1	2	3	4	5	6
1	0	9	7	5	0	6
2	9	0	9	0	0	0
3	7	9	0	0	5	0
4	5	0	0	0	0	5
5	0	0	5	0	0	1
6	6	0	0	5	1	0

[가중치 있는 무향 그래프의 예]

[인접 행렬]

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

◆ 유향 그래프의 예



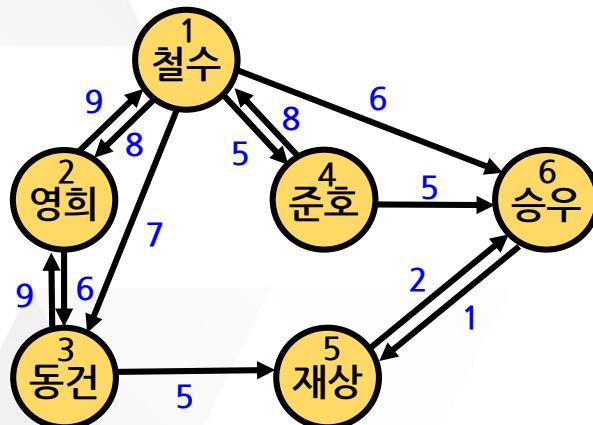
[유향 그래프의 예]

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	1	0	1
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	0	0	1	0
4	1	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	1	0

[인접 행렬]

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

◆ 가중치 있는 유향 그래프의 예



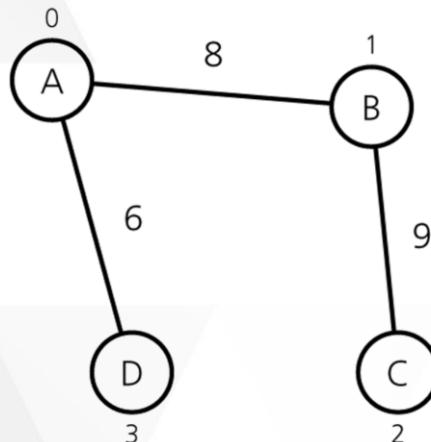
	1	2	3	4	5	6
1	0	8	7	5	0	6
2	9	0	6	0	0	0
3	0	9	0	0	5	0
4	8	0	0	0	0	5
5	0	0	0	0	0	2
6	0	0	0	0	1	0

[가중치 있는 유향 그래프의 예]

[인접 행렬]

2 인접 행렬(Adjacency Matrix)

◆ 가중치 있는 그래프의 다른 예



		0	1	2	3
		A	B	C	D
0	A	∞	8	∞	6
1	B	8	∞	9	∞
2	C	∞	9	∞	∞
3	D	6	∞	∞	∞

[가중치 있는 그래프의 다른 예]

[인접 행렬]

그래프의 표현

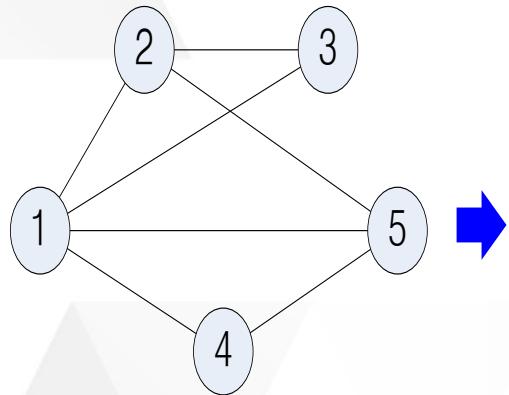
3 인접 리스트(Adjacency List)

- ◆ 각 정점에 인접한 정점들을 순서에 상관없이 연결 리스트로 표현
- ◆ 인접 리스트에서는 인접 행렬과는 달리 존재하지 않는 간선은 표현상 나타나지 않음
- ◆ 그래프 내의 각 정점의 인접 관계를 표현하는 리스트
- ◆ 각 정점의 차수만큼 노드를 연결

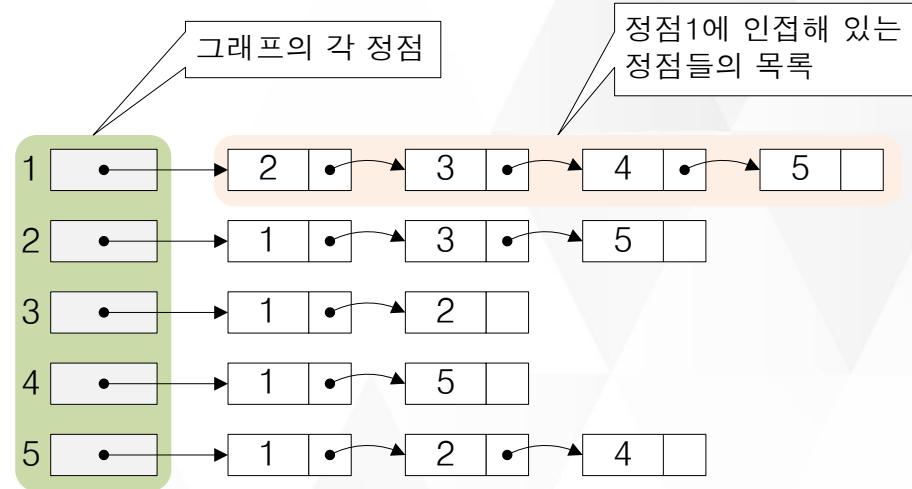
3 인접 리스트(Adjacency List)

- ◆ 인접 리스트의 각 노드는 정점을 저장하는 필드와 다음 인접 정점을 연결하는 링크 필드로 구성
- ◆ 정점의 헤드 노드는 정점에 대한 리스트의 시작을 표현
- ◆ 가중치가 있는 그래프의 경우
리스트에 가중치도 보관함

3 인접 리스트(Adjacency List)



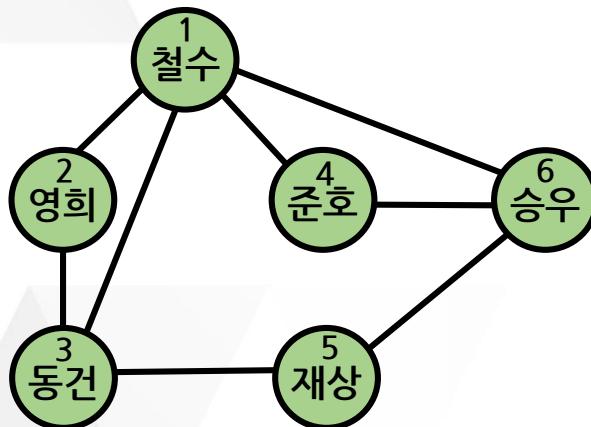
정점	인접 정점
1	2, 3, 4, 5
2	1, 3, 5
3	1, 2
4	1, 5
5	1, 2, 4



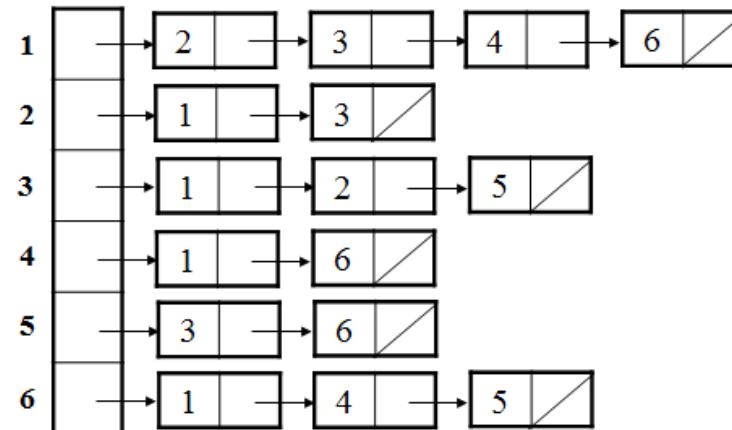
※출처: 뇌를 자극하는 알고리즘, 박상현, 한빛미디어

3 인접 리스트(Adjacency List)

◆ 무향 그래프의 예



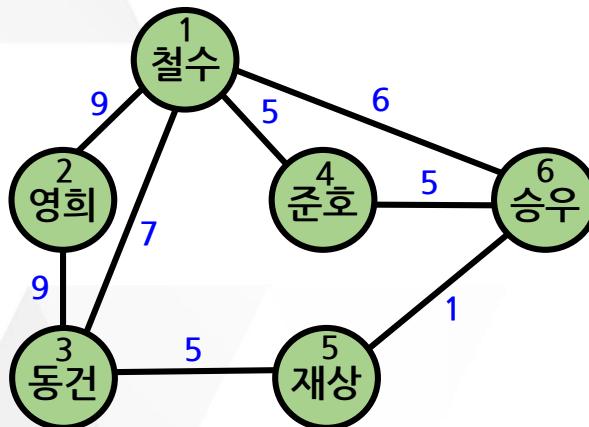
[무향 그래프의 예]



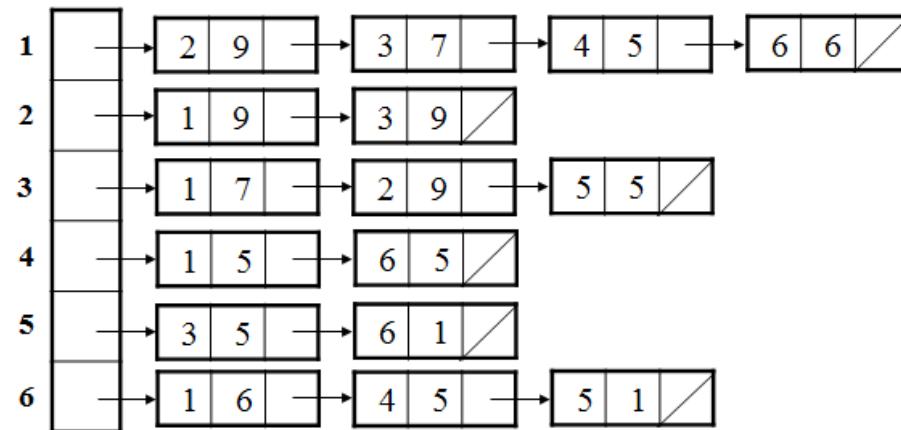
[인접 리스트]

3 인접 리스트(Adjacency List)

◆ 가중치 있는 그래프의 예



[가중치 있는 그래프의 예]



[인접 리스트]

3 인접 리스트(Adjacency List)

- ◆ 인접 리스트는 공간이 간선의 총수에 비례하므로 인접 행렬에 비해 공간의 낭비가 없음
- ◆ 모든 가능한 정점 쌍에 비해 간선의 수가 적을 때 유용함
- ◆ 거의 모든 정점 쌍에 간선이 존재하는 경우 리스트를 만드는데 필요한 오버헤드가 더 많이 들
- ◆ 인접 리스트는 간선의 밀도가 아주 높은 경우에는 적합하지 않음

그래프의 표현

4 인접 배열(Adjacency Array)

- ◆ 인접 행렬과 인접 리스트는 장단점이 있음
 - ◆ 연결이 촘촘하지 않아도 크기가 크면
인접 리스트를 사용하기가 어려움
 - ◆ 두 정점간의 간선 존재 여부를 체크하는 일이 잦으면
수행 시간에 큰 부담을 줌
- 인접 리스트처럼 간선의 수에 비례하는
공간을 쓰면서 간선의 존재 여부를 훨씬
빨리 체크할 수 있는 방법이 있음(인접 배열)

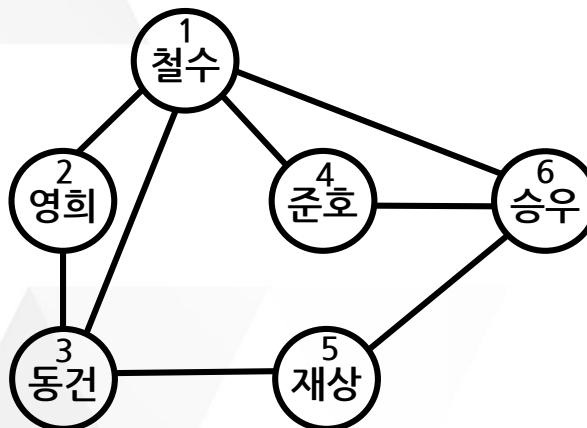
그래프의 표현

인접 배열(Adjacency Array)

- ◆ 각 정점에 연결된 정점들을 연결 리스트로 저장하는 대신 **배열**로 저장하면 연결 리스트의 포인터를 관리하는 번거로움이 없어지고 두 정점의 인접 여부를 체크하는 시간도 줄일 수 있음
- ◆ n 개의 연결 배열로 표현
 - i 번째 배열은 정점 i 에 인접한 정점들의 집합
 - 가중치 있는 그래프의 경우
 - ✓ 리스트에 가중치도 보관함

4 인접 배열(Adjacency Array)

◆ 무향 그래프의 예



[무향 그래프의 예]

각 정점에 인접한 정점 수

1	4	→	2	3	4	6
2	2	→	1	3		
3	3	→	1	2	5	6
4	2	→	1	6		
5	2	→	3	6		
6	3	→	1	4	5	

[인접 배열]

각 정점의 인접 배열 헤더에
인접 정점이 몇 개인지
표시해 두면 탐색이 쉬움