

1

오토마타

오토마타

1 오토마타(Automata)

- ◆ 오토마타(Automata)란
‘자동 기계 장치’란 뜻의 이론적 모델
- ◆ 인류는 오래전부터 스스로 움직이는 기계
(Self-operation Machine)에 관심을 가져왔고
컴퓨터까지 만들어 냄
- ◆ 컴퓨터는 여러 오토마타 중에서도 유한 상태 기계라
할 수 있으며 유한 개수의 상태를 가질 수 있는 추상
기계라는 의미임

오토마타

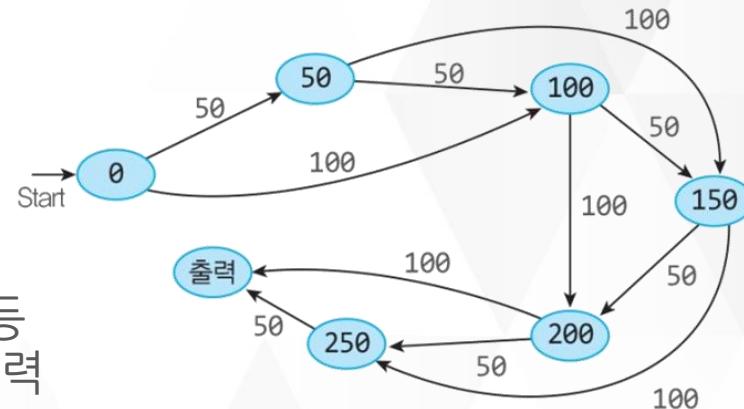
1 오토마타(Automata)

- ◆ 오토마타를 다이어그램으로 그려 모델링 한 후 전자 회로로 구현하여 전자 장치들을 만들게 됨
- ◆ 플립플롭에서부터 컴퓨터까지 여러 분야에서 사용될 뿐만 아니라 형식언어, 컴파일러, 인터프리터 등에서도 활용됨
- ◆ 단순한 형태의 오토마타는 물 시계나 모래 시계, 빼꾸기 시계 등도 해당됨
- ◆ 대부분의 기계 장치, TV 등이 오토마타의 원리에 따라 작동

2 오토마타(Automata)의 예

간단한 자판기 오토마타

- 일상생활에서 흔히 만날 수 있는 이론적인 오토마타 자판기
- 상태 다이어그램에서는 투입되는 액수에 따라 상태가 변함
- 시작 상태에서 액수가 0원 상태, 50원이 투입되면 50원 상태, 100원이 투입되면 100원 상태로 이동 등
- 일정 금액 이상의 상태가 되면 음료수 출력



※출처: 소프트웨어와 컴퓨팅 사고, 김대수, 생능출판사

3 전이 다이어그램을 이용한 문제해결

- ▶ 예) 가족이 강을 건널 때 한번에 100kg 이상을 태울 수가 없으며, 누구나 배를 운행할 수 있다. 아빠(F)의 몸무게는 70kg, 엄마(M)는 50kg, 아들(S)은 40kg이라고 할 때 어떻게 모두 강을 건널 수 있을까?

3 전이 다이어그램을 이용한 문제해결

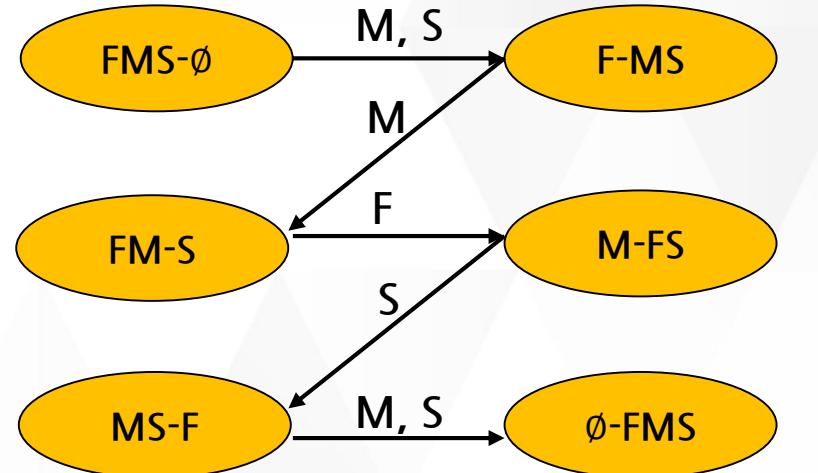
▶ 풀이)

다음 5단계를 통해 모두 강을 건널 수 있음

- ① 먼저 엄마와 아들이 함께 배를 타고 강을 건너기
- ② 엄마나 아들 중 한 사람(엄마)이 도로 강을 건너기
- ③ 아빠가 혼자서 강을 건너기
- ④ 아들이 강을 건너기
- ⑤ 엄마와 아들이 함께 강을 건너기

[전이 다이어그램]

초기상태



강 건너기 완료!

※출처: 소프트웨어와 컴퓨팅 사고, 김대수, 생능출판사

2

유한 오토마타

유한 오토마타

1 상태(State)

- ▶ 입력에 따라 얻어진 출력과 현재의 상태에서 다음 상태로 전이되도록 만든 하나의 개념적 모델
- ▶ 입력에 따라 출력을 만들어 내는 출력함수와 현재의 상태에서 다음 상태로 전이되는 전이함수가 존재

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ◆ 컴퓨터과학의 많은 영역에서 상당히 유용한 설계모델
- ◆ 특정한 상태를 정의하기 위한 개념적 모델
- ◆ 여러 개의 제한된 상태가 존재하고
특정 조건에 맞게 유한개의 이산적인 입력에 따라
한 상태에서 다른 상태로 전환시키거나 출력이
일어나게 하는 장치나 모델
- ◆ 외부로부터 입력을 받아들이고
특정 규칙에 따라 이산된 시간 단계에
자신의 상태를 변화시킬 수 있어야 함

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ◆ 전자계산기의 부품을 포함하여 여러 종류의 디지털 장치를 모형화하는데 널리 이용
- ◆ 사건(Event)의 발생에 따라 현재 상태는 다른 상태로 전이(Transition) 됨

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

- ▶ 예) 가전제품을 제어하는 방법(전원의 On/Off 상태),
문자열을 입력하여 출력 문자열을 만들어내는
컴퓨터

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

◆ 정의

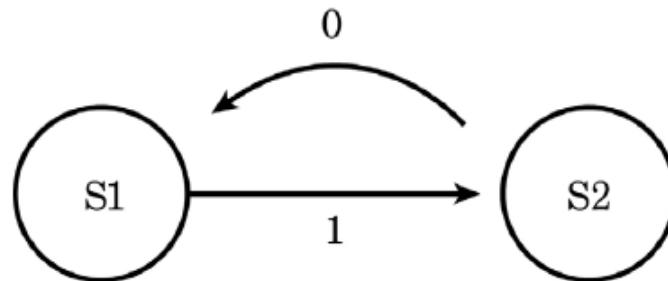
- 유한 오토마타
 $M(I, O, Q, f, g, \sigma)$ 는 6개의 튜플로 구성됨

- ① I : 입력 기호의 유한집합
- ② O : 출력 기호의 유한집합
- ③ Q : 상태의 유한집합
- ④ f : $Q \times I \rightarrow Q$ 의 전이 함수
- ⑤ g : $Q \times I \rightarrow O$ 의 출력 함수
- ⑥ σ : 초기 상태 ($\sigma \in Q$)

2 유한 오토마타(Finite Automata)

◆ 상태도(State Diagram)

- 유한 오토마타를 표현하고 실제적인 유한 오토마타의 디자인과 구현을 위해서 사용
- 동그라미로 표현되는 상태와 상태의 전이를 나타내는 화살표 연결선으로 구성



[상태 도]

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

◆ 예) 다음 기능을 갖는 기계를
유한 오토마타로 표현하시오

- 4개의 채널(7, 9, 11, 13)을 갖는 TV
- 위로 아래로 채널 이동을 하는 리모콘
- TV가 켜짐과 동시에 7번 채널이 방영
- 7번 채널에서 아래로 채널 이동해도 7번 채널
- 13번 채널에서 위로 채널 이동해도 13번 채널

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

◆ 풀이)

유한 오토마타 $M(I, O, Q, f, g, \sigma)$

- 위 채널 버튼을 U,
아래 채널 버튼을 D로 표시하면
입력기호 집합 $I = \{U, D\}$
- 채널 이동 안함을 N, 위 채널로 이동은 U,
아래 채널로 이동은 D로 표시하면

출력 기호 집합 $O = \{N, U, D\}$

상태 집합 $Q = \{7, 9, 11, 13\}$

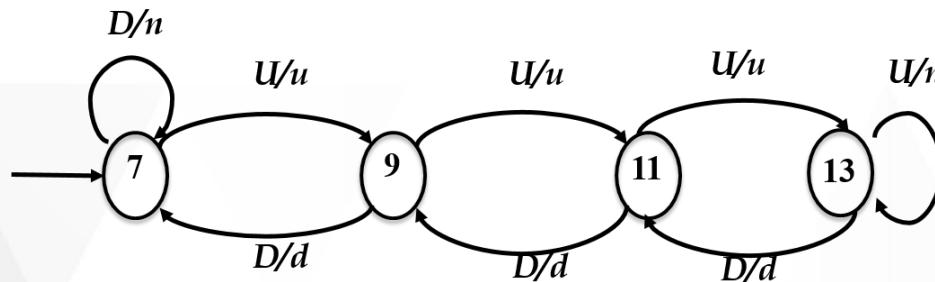
초기 상태 $\sigma = 7$

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

◆ 풀이)
상태도

- 상태 : 원
- 전이 : 화살표
- 입력값과 출력값 : 화살표 위에 표시



[상태도]

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 풀이)

- 상태 전이 함수
 $f : Q \times I \rightarrow Q$
- 출력함수
 $g : Q \times I \rightarrow O$

| $Q \setminus I$ | U | D |
|-----------------|-----|-----|
| 7 | 9 | 7 |
| 9 | 11 | 7 |
| 11 | 13 | 9 |
| 13 | 13 | 11 |

| $Q \setminus I$ | U | D |
|-----------------|-----|-----|
| 7 | U | N |
| 9 | U | D |
| 11 | U | D |
| 13 | N | D |

[상태표]

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 예)

다음과 같이 정의된
유한 오토마타 $M = \{I, O, Q, f, g, \sigma\}$ 를 상태도로 나타
내고, 입력 문자열 **ababaabb**에 대응하는
출력 문자열을 구하시오

$$I = \{a, b\}, O = \{0, 1\}, Q = \{S_0, S_1\}, \sigma = S_0$$

$$f : Q \times I \rightarrow Q$$

| $Q \setminus I$ | a | b |
|-----------------|-------|-------|
| S_0 | S_1 | S_0 |
| S_1 | S_1 | S_0 |

$$g : Q \times I \rightarrow O$$

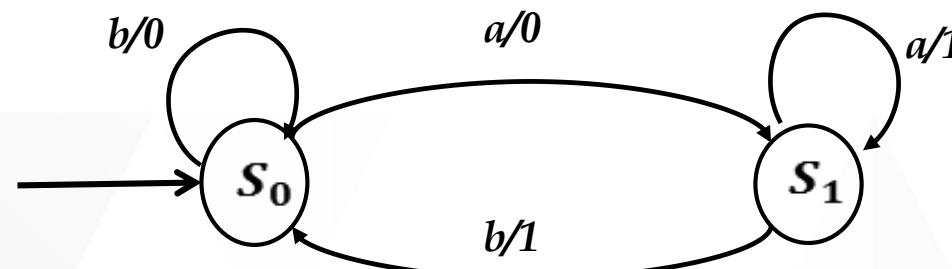
| $Q \setminus I$ | a | b |
|-----------------|---|---|
| S_0 | 0 | 0 |
| S_1 | 1 | 1 |

유한 오토마타

2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 풀이)

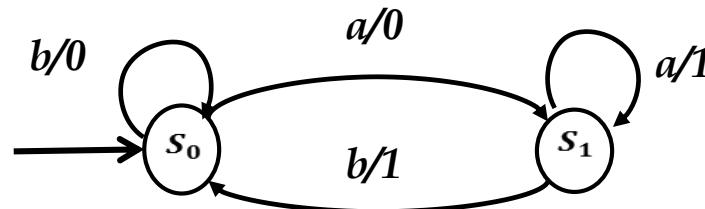
상태는 S_0, S_1 이고 S_0 가 초기 상태임
따라서 원의 개수가 2개인 상태도를 만들 수 있음



2 유한 오토마타(Finite Automata)

▶ 풀이)

입력 문자열 **ababaabb**에 대응하는
출력 문자열은 **01010110** 임



| 상태 전이 | s_0 | s_1 | s_0 | s_1 | s_1 | s_1 | s_0 | s_0 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 입력 | a | b | a | b | a | a | b | b |
| 출력 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

3

결정적 유한 오토마타

결정적 유한 오토마타

1 결정적 유한 오토마타와 비결정적 유한 오토마타

- ◆ 유한 오토마타의 특수한 경우로 결정적 유한 오토마타와 비결정적 유한 오토마타가 있음
- ◆ 결정적 유한 오토마타는 각각의 상태에서 주어진 입력값에 대해 정확히 하나의 변환된 상태를 가짐
- ◆ 비결정적 유한 오토마타는 주어진 입력값에 따라서 한가지 또는 여러 가지로 변환된 상태를 가짐
- ◆ 비결정적 오토마타가 결정적 유한 오토마타보다 더 자유롭고 복잡해 보이지만 이들은 서로간에 변환 가능

결정적 유한 오토마타

2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

- ◆ 유한 오토마타와 비교했을 때
출력이 없어졌고 **수락 상태** 집합이 추가됨
- ◆ 모든 입력값에 대해서 전이를 마쳤을 때
기계의 현재 상태가 수락 상태일 경우
해당 입력값을 기계가 수락했다고 함
- ◆ 즉, 수락 상태는 {reject, accept}의 값을 가지는
출력이라고 볼 수 있음

결정적 유한 오토마타

2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

- ◆ {reject, accept} 대신 {0, 1}
또는 {no, yes}를 사용해도 같은 의미임
- ◆ 상태도로 표현될 수 있으며 출력값이 없어지는 대신
수락 상태를 나타내는 이중 원이 추가됨

결정적 유한 오토마타

2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

◆ 정의

- 결정적 유한 오토마타
 $M(I, Q, f, F, \sigma)$ 는 5개의 튜플로 구성됨

- ① I : 입력 기호의 유한집합
- ② Q : 상태의 유한집합
- ③ f : $Q \times I \rightarrow Q$ 의 전이 함수
- ④ F : 수락 상태 집합 ($F \subseteq Q$) (\Rightarrow 이중 원으로 표시)
- ⑤ σ : 초기 상태 ($\sigma \in Q$)

※ “해당 입력을 기계가 수락한다”

→ 입력에 대해 모든 전이를 마쳤을 때
현재 상태가 수락 상태일 경우

결정적 유한 오토마타

2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

- ▶ 예) 다음과 같이 정의된 결정적 유한 오토마타
 $M = \{I, Q, f, F, \sigma\}$ 를 상태 그래프로 나타내시오

$$I = \{0, 1\}, Q = \{S_0, S_1, S_2\}, F = \{S_2\}, \sigma = S_0$$

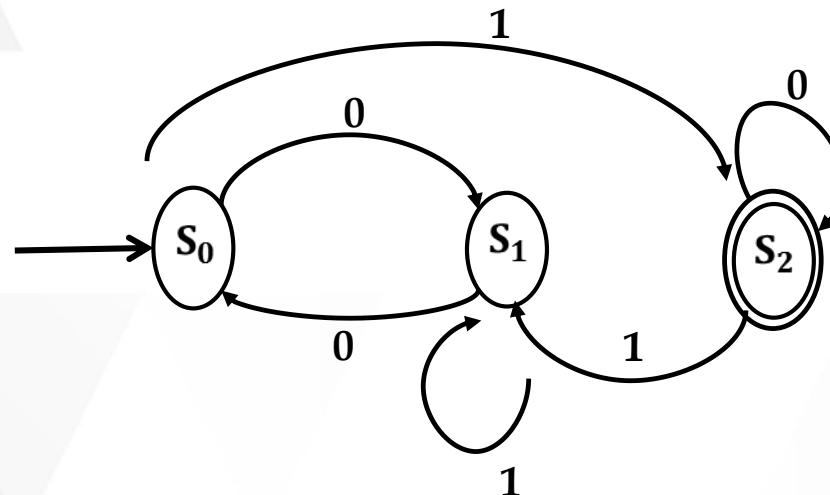
$$f : Q \times I \rightarrow Q$$

| $Q \setminus I$ | 0 | 1 |
|-----------------|-------|-------|
| S_0 | S_1 | S_2 |
| S_1 | S_0 | S_1 |
| S_2 | S_2 | S_1 |

결정적 유한 오토마타

2 결정적 유한 오토마타(Deterministic Finite Automata)

◆ 풀이)



4 비결정적 유한 오토마타

비결정적 유한 오토마타

1 비결정적 유한 오토마타(Nondeterministic Finite Automata)

- ▶ 대부분 DFA와 동일하고
유일하게 전이 함수 부분만 다름
- ▶ 전이 함수에서 입력값으로 주어진 입력
기호뿐만 아니라 ϵ 도 입력값으로 사용할 수 있음
- ▶ ϵ 은 빈 문자열을 나타내는 입력기호로서
입력값을 받아들이지 않고도 상태를 전이할 수 있는
여지를 제공함

비결정적 유한 오토마타

1 비결정적 유한 오토마타(Nondeterministic Finite Automata)

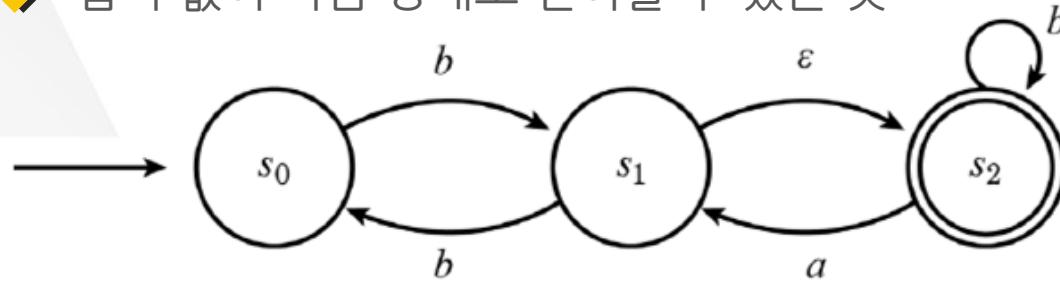
◆ 정의

- 비결정적 유한 오토마타
 $M = (I, Q, f, F, \sigma)$ 는 5개의 튜플로 구성

- ① I : 입력 기호의 유한집합
- ② Q : 상태의 유한집합
- ③ $f : Q \times (I \cup \epsilon) \rightarrow P(Q)$ 의 전이 함수
- ④ F : 수락 상태 집합 ($F \subseteq Q$)
- ⑤ σ : 초기 상태 ($\sigma \in Q$)

2 ε-전이

- ▶ 입력 없이 다음 상태로 전이할 수 있는 것



- ▶ 초기상태 : s_0 , 수락상태 : s_2
- ▶ 문자 b가 입력되면 s_1 상태로 전이

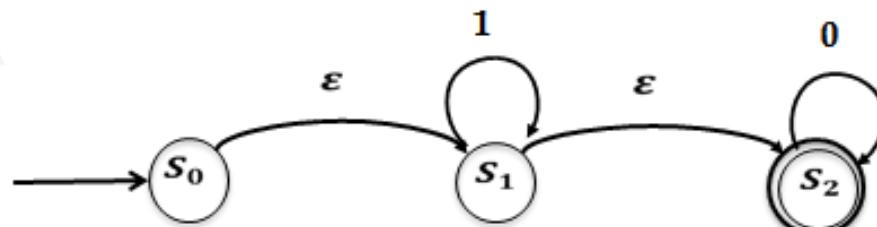
2 ϵ -전이

- ◆ s_1 상태에서 ϵ -전이가 발생 가능하므로 문자가 입력이 되지 않아도 s_2 상태로 전이될 수 있음
- ◆ 문자열이 수락되려면 s_2 상태로 종료되어야 함
- ◆ 수락되는 문자열 : b, bb, bbb, bbbb, ba, bab, baa 등

비결정적 유한 오토마타

2 ϵ -전이

- ◆ 예) 다음 그림의 NFA가 수락하는 문자열의 집합을 구하시오



풀이)

아무런 입력이 들어오지 않더라도
 ϵ 에 의해 NFA는 수락함

→ 수락하는 문자열 집합은
 $\{ 1^n 0^m \mid n, m \text{은 } 0 \text{ 이상의 정수} \}$ 임