* Demostrar:

Sean $P_1$ y $P_2$ dos medidas de probabilidad. Definamos $P = a_1 P_1 + a_2 P_2$, donde $a_1 + a_2 = 1$ y $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$. ¿Es P una medida de probabilidad?

Axiomas de Kolmogorov:

① $P = a_1 P_1 + a_2 P_2$

$P(P) = P(a_1 P_1) + P(a_2 P_2)$

$P(P) = P(a_1) P(P_1) + P(a_2) P(P_2)$

como ya sabemos que $P_1$ y $P_2$ son medidas de probabilidad estas van a ser $\geq 0$.

Entonces: $P(a_1) P(P_1) \geq 0$

$P(a_2) P(P_2) \geq 0$

Ademas $a_1$ y $a_2 \in \mathbb{R}^+$, son $\geq 0$

$P(P) = P(a_1) P(P_1) + P(a_2) P(P_2) \geq 0$

② Probabilidad del espacio muestral $P(\Omega) = 1$

$P(P) = P(a_1) P(P_1) + P(a_2) P(P_2)$ → Como $P_1$ y $P_2$ son medidas de probabilidad le van a asignar al espacio muestral la probabilidad de 1 entonces

$P(P) = P(a_1) + P(a_2)$

Además, $a_1 + a_2 = 1$

Entonces:

$P(P) = P(a_1) + P(a_2)$

$P(P_1) = 1$ y $P(P_2) = 1$

$P(P) = P(a_1 + a_2) = P(1) = 1$ → Va a ser el valor asignado a $\Omega$

③ $P = a_1 P_1 + a_2 P_2$

$\sum P(A_i) = P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_1)$

$\sum P(A_i) = a_1 \sum P_1(B_i) + a_2 \sum P_2(C_i) = a_1 + a_2 = 1$

y con esto queda confirmado el axioma 3