

# Combinaciones con Repetición

Una combinación con repetición de orden  $r$  de los  $n$  elementos de  $A$  es una selección no ordenada de  $r$  elementos de  $A$  que pueden repetirse.

El número de tales combinaciones se denota  $CR(n, r)$ .

\* El número de combinaciones con repetición de orden  $r$  de  $n$  elementos es:  $CR(n, r) = \binom{n+r-1}{r} = \binom{n+r-1}{n-1}$

\* Demostración: Cada combinación con repetición de orden  $r$  de los elementos de  $A$  se corresponde con una solución de

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$$

Siendo  $x_i$  el número de veces que elegimos el elemento  $i$ -ésimo.

Así pues, estamos considerando únicamente soluciones  $(x_1, \dots, x_n)$  positivas ( $x_i \geq 0$  para cada  $i$ ). Por otro lado, cada solución positiva  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  de la ecuación anterior se corresponde con una cadena de  $r$  1's y  $n-1$  barras distribuidas como:

$$\overbrace{1 \dots 1}^{x_1} | \overbrace{1 \dots 1}^{x_2} | \dots | \overbrace{1 \dots 1}^{x_n}$$

Por lo tanto, buscamos el número de formas de colocar  $n-1$  barras en  $n+r-1$  posiciones. Ese número es claramente

$$\binom{n+r-1}{n-1} = \binom{n+r-1}{r}$$