$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$ $\rightarrow$ como estamos interesados en cualquier punto de la discretizacion (x') y su vecindad $x'+h$ donde $h << 1$.

La función nos queda: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x')}{n!}(x-x')^n$

y la función para $x'+h$ queda: $f(x'+h) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x')}{n!}(x'+h-x')^n$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x')}{n!}(h)^n$$

Su expansión quedaria: $f(x+h) = f(x) + hf'(x) + O(h^2)$

Sin embargo, para este caso en vez de utilizar h vamos a utilizar $2h$

Derivada progresiva: $f(x+2h) = f(x) + 2hf'(x) + \frac{(2h)^2}{2}f''(x) + \frac{(2h)^3}{3!}f'''(x) + \ldots$

$+$

Derivada regresiva: $f(x-2h) = f(x) - 2hf(x) + \frac{(2h)^2}{2}f''(x) - \frac{(2h)^3}{3!}f'''(x) + \ldots$

Para estimar la Segunda derivada numerica, se suman los dos desarrollos de Taylor

$$f(x+2h) + f(x-2h) = 2f(x) + \frac{\cancel{2}(2h)^2}{\cancel{2}}f''(x) + \ldots$$

$$4h^2 f''(x) = f(x+2h) - 2f(x) + f(x-2h)$$

$$f''(x) = \frac{f(x+2h) - 2f(x) + f(x-2h)}{4h^2} + O(h^2)$$

para algun punto: $f''(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2})}{4h^2}$