Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática — Ciclo 2018 - II

Práctica dirigida de Cálculo de Probabilidades
CM- 1H2

Probabilidades

1. Define un espacio muestral para el experimento de elegir un número del intervalo $(0, 20)$. Describe el evento de que dicho número es un entero.

2. Se lanzan dos dados. Sea E el evento en que la suma de las salidad es impar y F el evento de que al menos salga un 1. Interpretar los eventos $E \cap F, E^c \cap F$ y $E^c F^c$.

3. Prueba que el evento B es imposible si y sólo si para cada evento A,
$$A = (B \cap A^c) \cup (B^c \cap A).$$

4. Define un espacio muestral para el experimento de poner en orden aleatorio siete libros diferentes en un estante. Si tres de estos siete libros son un diccionario de tres volúmenes, describe el hecho de que estos volúmenes estén en orden ascendente lado a lado (es decir, el volumen I precede al volumen II y el volumen II precede al volumen III).

5. En un lote de producción que consta de 20 computadoras personales de cierta marca, se ha detectado que 4 tienen defectos de tipo operacional. 1. Si se selecciona al azar una computadora, a. Determina la probabilidad de que la computadora seleccionada tenga defectos de tipo operacional, b. ¿cuál es la probabilidad de que no tenga defectos de tipo operacional?. 2. Si se seleccionan al azar 4 computadoras de este lote, determina la probabilidad de que: a. Solo tres tengan defectos de tipo operacional, b. Por lo menos dos tengan defectos de tipo operacional, c. Como máximo una tenga defectos de tipo operacional.

6. Se seleccionan dos números al azar de entre los dígitos del 1 al 9, a. Determina la probabilidad de que ambos números seleccionados sean pares, b. Determina la probabilidad de que ambos números sean impares.

7. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), el matemático, filósofo y estadista alemán y uno de los intelectos más importantes del siglo XVII, creía que en un lanzamiento de un par de dados, la probabilidad de obtener la suma 11 es igual a la de obtener la suma 12. ?Estás de acuerdo con Leibniz? Explica tu respuesta.

8. Dada la tabla referente a la producción de flechas para camión de carga pesada. Se inspeccionaron 200 flechas del tipo A y B, 300 del tipo C y 400 del tipo D. Luego, se selecciona una flecha al azar de las inspeccionadas, determina la probabilidad de que: a. La flecha seleccionada sea del tipo B, b. La flecha seleccionada no tenga defectos, c. La flecha seleccionada tenga defectos del tipo II, d. La flecha seleccionada tenga cualquier tipo de defecto.

9. El coeficiente de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ se determina lanzando un dado tres veces (el primer resultado es a, el segundo b y el tercero c). Encuentra la probabilidad de que la ecuación no tenga raíces reales.

	Tipo de flecha				
Defecto	A	B	C	D	Total
I	54	23	40	15	132
II	28	12	14	5	59
Sin Defecto	118	165	246	380	909
Total	200	200	300	400	1100

10. Sea $\mathbb{P}$ una probabilidad definida en un espacio muestral S. Para eventos de A de S se define $\mathbb{Q}(A) = [\mathbb{P}(A)]^2$ y $\mathbb{R}(A) = \mathbb{P}(A)/2$. ¿ Es $\mathbb{R}$ una probabilidad en S? ¿ Por qué si o por qué no?.

11. Se lanza al aire un dado normal dos veces, a. ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números que aparecen sea de por lo menos siete?, b. ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números que aparecen sea mayor de siete?, c. ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números que aparecen sea de cómo máximo cinco?, d. ¿cuál es la probabilidad de que en el primer lanzamiento aparezca el número tres?.

12. Sea $A_n = [0, \frac{n-1}{n}\rangle = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < \frac{n-1}{n}\}$ para todo $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Se define

$$A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \cdots$$

Halla A.

13. Sea $A_n = [0, \frac{1}{n}\rangle = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < \frac{1}{n}\}$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Se define

$$A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \cdots$$

Halla A.

14. Lanzo un dado justo dos veces y obtengo dos números: X_1 =resultado del primer lanzamiento, $X_2 =$ resultado del segundo lanzamiento. Calcula la probabilidad de que a. $X_2 = 4$, b. $X_1 + X_2 = 7$ y c. $X_1 \neq 2$ y $X_2 \geq 4$.

15. Se selecciona aleatoriamente un punto del intervalo $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que el punto sea racional? ¿ Cuál es la probabilidad de que el punto sea irracional?.

16. Supongamos que algunos individuos de una población producen descendientes del mismo tipo. Los descendientes de la población inicial son llamados de segunda generación, los descendientes de la segunda generación son llamados de tercera generación y así sucesivamente. Si con probabilidad $\exp[-(2n^2 + 7)/(6n^2)]$ toda la población muere completamente en la n-ésima generación antes de producir cualquier descendencia ¿cuál es la probabilidad de que tal población sobreviva para siempre?.

Métodos de enumeración

1. Se selecciona aleatoriamente un entero del conjunto $\{1, 2, \ldots, 1,000,000\}$. ¿ Cuál es la probabilidad de que contenga el dígito 5?.

2. Si una prueba se compone de 12 preguntas de verdadero-falso, a. ¿de cuantas maneras diferentes un estudiante puede dar una respuesta para cada pregunta?, b. Sí de antemano el maestro le dice que la primera pregunta es verdadera, ¿cuántas maneras tiene de contestar esta prueba?.

3. En el popular programa de televisión `Who Wants to Be a Millionaire` se pide a los concursantes que clasifiquen cuatro elementos de acuerdo con alguna norma: por ejemplo, puntos de referencia en orden geográfico, películas en el orden de la fecha de lanzamiento, cantantes en el orden de fecha de nacimiento . ¿ Cuál es la probabilidad de que un concursante pueda obtener la respuesta correcta sólo con adivinar?.

4. Si los cinco finalistas de un torneo internacional de golf son España, Estados Unidos, Portugal, Uruguay y Japón, a. Diga de cuantas maneras es posible que se otorgue un primero, segundo lugar y tercer lugar, b. Considerando que el primer lugar lo gana Portugal y el segundo lo gana Estados Unidos, ¿cuántas maneras hay de que se otorguen los lugares antes mencionados?.

5. Una computadora de propósito especial contiene tres conmutadores, cada uno de los cuáles puede instalarse de tres maneras diferentes. ¿De cuántas maneras diferentes puede instalarse el banco de conmutadores de la computadora?.

6. Un testigo de un accidente de tránsito en el que el causante huyó, le indica al policía que el número de matrícula del automóvil tenía las letras DUH seguidas por tres dígitos, el primero de los cuales era un cinco. Sí el testigo no puede recordar los otros dos dígitos, pero está seguro de que los tres eran diferentes, encuentra el número máximo de registros de automóvil que debe verificar la policía.

7. En una fiesta, 15 parejas casadas están sentadas al azar en una mesa redonda. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los hombres estén sentados junto a sus esposas? Supongamos que de estas parejas casadas, cinco esposos y sus esposas tienen más de 50 años y los restantes maridos y esposas son todos menores de 50 años. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los hombres mayores de 50 años estén sentados junto a sus esposas? Tenga en cuenta que cuando la gente está sentada alrededor de una mesa redonda, sólo sus asientos en relativos entre si importan. La posición exacta de una persona no es importante.

8. Una caja contiene cinco azules y ocho bolas rojas. Jim y Jack comienzan a sacar bolas de la caja, respectivamente, una a la vez, al azar y sin reemplazo hasta que se saque una bola azul. ¿Cuál es la probabilidad de que Jack saque la pelota azul?.

9. ¿De cuántas maneras pueden formarse 6 personas para subir a un autobús?, b.si tres de ellas insisten en seguirse una a la otra, ¿en cuántas formas es esto posible?,c.Si dos personas se rehúsan a seguirse una a la otra?

10. ¿Cuántos números de tres dígitos pueden formarse con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, y 6, si cada uno solo puede usarse solo una vez?, b) ¿cuántos de estos números son no válidos?, c) ¿cuántos son mayores que 330?.

11. En un estudio que realizaron en California, el decano Lester Breslow y el doctor James Enstrom de la School of Public Health de la University of California en los Angeles, se concluyó que al seguir 7 sencillas reglas de salud, la vida de un hombre puede alargarse, en promedio 11 años, y la de las mujeres siete. Estas 7 reglas son: no fumar, hacer ejercicio regularmente, tomar alcohol solo en forma moderada, dormir siete u ocho horas, conservar un peso apropiado, desayunar y no comer entre alimentos. ¿En cuántas formas puede una persona adoptar cinco de estas reglas, a. Sí actualmente sino cumple todas?, b. Si nunca toma bebidas alcohólicas y siempre desayuna?.

12. Sea x un número positivo y sea $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$ una ecuación. Un vector $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ satisfaciendo $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$ se dice que es `una solución entera no negativa` de la ecuación si para cada $i, 1 \leq i \leq k$, x_i es un entero no negativo. Se dice que es una `solución entera positiva` de la ecuación si para cada $i, 1 \leq i \leq k$, x_i es un entero positivo.

13. Una muestra aleatoria de n elementos se toma de una población de tamaño N sin reemplazo. ¿ Cuál es la probabilidad de que se incluya un elemento fijo de la población? Simplifique tu respuesta.

14. Frente a la oficina de Jeff hay un estacionamiento con 13 plazas de aparcamiento en una fila. Cuando los coches llegan a este aparcamiento, se estacionan aleatoriamente en uno de los lugares vacíos. Jeff estaciona su coche en el único lugar vacío que queda, luego se va a su oficina. A su regreso encuentra que hay siete plazas vacías. Si no ha estacionado su coche en un extremo del estacionamiento, ¿ cuál es la probabilidad de que ambos espacios de estacionamiento que están al lado del auto de Jeff estén vacíos?.

15. Lili tiene 20 amigos. Entre ellos están Karen y Claude , que son marido y mujer. Lili quiere invitar a seis de sus amigos a su fiesta de cumpleaños. Si ni Karen ni Claude iran a la fiesta si es que no van con su pareja. ¿ cuántas opciones tiene Lili?.

Los profesores.