

## Lista de ejercicios

---

1. En una cierta región de Rusia, la probabilidad de que una persona viva por lo menos 80 años es de 0.75 y la probabilidad de que el o ella viva por lo menos 90 años es de 0.63. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar de 80 años de edad de esta región sobreviva hasta tener 90 años?.
2. En un pequeño lago, se estima que hay aproximadamente 105 peces, de los cuales 40 son truchas y 65 son salmones. Un pescador cogió ocho peces. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellos sean truchas si sabemos que al menos tres de ellos no lo son?.
3. Prueba que si  $\mathbb{P}(A) = a$  y  $\mathbb{P}(B) = b$  entonces  $\mathbb{P}(A|B) \geq (a + b - 1)/b$ .
4. Se selecciona aleatoriamente un número del conjunto  $\{1, 2, \dots, 10.000\}$  y se observa que es impar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea divisible por 3 y que no sea divisible por 3 y 5?.
5. En una escuela internacional, 60 estudiantes, de los cuales 15 son coreanos, 20 son franceses, 8 son griegos y el resto son chinos, se dividen al azar en cuatro clases de 15 estudiantes cada una. Si hay un total de ocho estudiantes franceses y seis coreanos en las clases  $A$  y  $B$ . ¿Cuál es la probabilidad de que la clase  $C$  tenga 4 de los 12 restantes estudiantes franceses y 3 de los restantes 9 estudiantes coreanos?.
6. Supongamos que se han mezclado cinco fusibles buenos y dos defectuosos. Para encontrar los defectuosos, los probamos uno por uno al azar y sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que encontremos ambos fusibles defectuosos en exactamente tres pruebas?.
7. En un juicio, el juez está 65% seguro de que Susana ha cometido un crimen. Roberto es un testigo que sabe si Susan es inocente o culpable. Sin embargo, Robert es el amigo de Susan y mentiría con una probabilidad de 0.25 si Susan es culpable. El dirá la verdad si ella es inocente. ¿Cuál es la probabilidad de que Roberto cometa perjurio?.
8. Hay 14 empresas de mercadotecnia que contratan a nuevos graduados. Jessica encontró al azar los anuncios de reclutamiento de seis de estas empresas y les envió su curriculum vitae. Si tres de estas empresas de mercadotecnia están en Lima. ¿Cuál es la probabilidad de que Jessica no se aplicará a una empresa de mercadotecnia en Lima?.
9. Supongamos que el 75% de todas las personas con un historial de crédito mejoraran sus calificaciones de crédito dentro de los tres años. Supongamos que el 18% de la población en general tiene registros de crédito deficientes y de ellos sólo el 30% mejorará su calificación crediticia dentro de tres años.
10. En una serie de juegos, el número ganador del  $n$ -ésimo juego  $n = 1, 2, 3, \dots$  es un número seleccionado al azar del conjunto de enteros  $\{1, 2, \dots, n + 2\}$ . Clau apuesta en 1 en cada juego y dice que el dejará de jugar tan pronto como gane. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que jugar indefinidamente? Dos jugadores juegan cara o sello en el cual cada vez que una moneda es lanzada y cae cara, el jugador A gana 1 sol de B y cada vez que cae sello, el jugador B gana 1 sol de A. Supongamos que el jugador A tiene inicialmente un sol y el jugador B tiene  $b$  soleses. Si continúan jugando este juego sucesivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que A se arruine y que el juego va para siempre con nadie ganando?.
11. Supongamos que el 80% de las estudiantes de último año, el 70% son jóvenes, el 50% de los estudiantes de segundo año y el 30% de los estudiantes de primer año de una universidad usan frecuentemente la biblioteca de su campus. Si el 30% de todos los estudiantes son estudiantes de primer año, el 25% son estudiantes de segundo año, el 25% son jóvenes y el 20% son estudiantes de último año, ¿qué porcentaje de todos los estudiantes usan la biblioteca con frecuentemente?.

12. Una urna contiene 10 chips blancos y 12 chips rojas. Dos chips se sacan al azar y sin mirar sus colores, se descartan. ¿Cuál es la probabilidad de que un tercer chip sacado sea rojo?
13. Si el 5% de los hombres y el 0,25% de las mujeres son daltónicos. ¿Cuál es la probabilidad que una persona seleccionada aleatoriamente sea daltónico?
14. Supongamos que el 40% de los estudiantes de un campus universitario son mujeres. Si el 20% de las mujeres y el 16% de los hombres de este campus son estudiantes A, ¿qué porcentaje de todos ellos son estudiantes A?
15. Jessica tiene tres coches de diferentes modelos: A, B y C. Las probabilidades de que los modelos A, B y C usen más de 3 galones de gasolina de la casa de Jessica a su trabajo son 0.25, 0.32 y 0.53, respectivamente. En un cierto día, los tres coches de Jessica tienen 3 galones de gasolina cada uno. Jessica elige uno de sus carros al azar y sin prestar atención a la cantidad de gasolina en el coche lo conduce hacia su oficina. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a la oficina?
16. Supongamos que existen  $N$  familias en la tierra y que el número máximo de hijos de una familia es  $c$ . Sea  $\alpha_j (0 \leq j \leq c, \sum_{j=0}^c \alpha_j = 1)$  la fracción de familias con  $j$  niños. Encuentra la fracción de todos los niños en el mundo que son los  $k$ -nacidos de sus familias ( $k = 1, 2, \dots, c$ ).
17. Sea  $B$  un evento del espacio muestral  $S$  con  $\mathbb{P}(B) > 0$ . Para un subconjunto  $A$  de  $S$ , definimos  $Q(A) = \mathbb{P}(A|B)$ . Prueba que  $Q$  es una función de probabilidad. Para eventos  $E$  y  $F$  de  $S$  con  $\mathbb{P}(F \cap B) > 0$  prueba que  $Q(E|F) = \mathbb{P}(E|F \cap B)$ .
18. Supongamos que el 40% de los estudiantes de un campus, que están casados con estudiantes del mismo campus, son mujeres. Además, supongamos que el 30% de los que están casados, pero no con estudiantes de este campus, también son mujeres. Si un tercio de los estudiantes casados en este campus están casados con otros estudiantes en este campus. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante casado seleccionado aleatoriamente de esta escuela sea una mujer?