Curso: Cálculo de probabilidades CM-1H2
Conjuntos. Espacio muestral, eventos. Función de probabilidad. Propiedades

Lista de ejercicios

---

1. Define un espacio muestral para el experimento de elegir un número del intervalo $(0, 20)$. Describe el evento de que dicho número es un entero.

2. Se lanzan dos dados. Sea E el evento en que la suma de las salidad es impar y F el evento de que al menos salga un 1. Interpretar los eventos $E \cap F$, $E^c \cap F$ y $E^c F^c$.

3. Prueba que el evento B es imposible si y sólo si para cada evento A,
$$A = (B \cap A^c) \cup (B^c \cap A).$$

4. Define un espacio muestral para el experimento de poner en orden aleatorio siete libros diferentes en un estante. Si tres de estos siete libros son un diccionario de tres volúmenes, describe el hecho de que estos volúmenes estén en orden ascendente lado a lado (es decir, el volumen I precede al volumen II y el volumen II precede al volumen III).

5. Resuelve
   (a) Sea $\{A_1, A_2, A_3, \ldots\}$ una secuencia de eventos. Encuentra una expresión para el evento que infinitamente muchos de los A_i se producen.
   (b) Sea $\{A_1, A_2, A_3, \ldots\}$ una secuencia de eventos de un espacio muestral S. Encuentra una secuencia $\{B_1, B_2, B_3, \ldots\}$ de eventos mutualmente exclusivos tal que para todo $n \geq 1$, $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$.

6. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), el matemático, filósofo y estadista alemán y uno de los intelectos más importantes del siglo XVII, creía que en un lanzamiento de un par de dados, la probabilidad de obtener la suma 11 es igual a la de obtener la suma 12. ?Estás de acuerdo con Leibniz? Explica tu respuesta.

7. El coeficiente de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ se determina lanzando un dado tres veces (el primer resultado es a, el segundo b y el tercero c). Encuentra la probabilidad de que la ecuación no tenga raíces reales.

8. Se elige aleatoriamente un número del conjunto de enteros $\{1, 2, \ldots, 1000\}$.¿Cuál es la probabilidad de que sea divisible por 3 o 5 (es decir, 3 o 5 o ambos)?.

9. Supongamos que algunos individuos de una población producen descendientes del mismo tipo. Los descendientes de la población inicial son llamados de segunda generación, los descendientes de la segunda generación son llamados de tercera generación y así sucesivamente. Si con probabilidad $\exp[-(2n^2 + 7)/(6n^2)]$ toda la población muere completamente en la n-ésima generación antes de producir cualquier descendencia ¿cuál es la probabilidad de que tal población sobreviva para siempre?.

10. Se selecciona aleatoriamente un punto del intervalo $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que el punto sea racional? ¿ Cuál es la probabilidad de que el punto sea irracional?.

11. Sea $\mathbb{P}$ una probabilidad definida en un espacio muestral S. Para eventos de A de S se define $\mathbb{Q}(A) = [\mathbb{P}(A)]^2$ y $\mathbb{R}(A) = \mathbb{P}(A)/2$. ¿ Es $\mathbb{R}$ una probabilidad en S? ¿ Por qué si o por qué no?.