Reichel Larez
20181110348
27606275

Parcial II

1 * El campo vectorial $\vec{F}(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2} i + \frac{y}{x^2+y^2} j$ es conservativo

Según la definición, como F es conservativo existe una F donde
$F = \nabla F$

Se sabe que $P(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2}$ y $Q(x,y) = \frac{y}{x^2+y^2}$ entonces,

$$P(x,y)i + Q(x,y)j = \frac{dF(x,y)}{dx} i + \frac{dF(x,y)}{dy} j$$

- $\frac{dF(x,y)}{dx} = \frac{x}{x^2+y^2}$ (1) • $\frac{dF(x,y)}{dy} = \frac{y}{x^2+y^2}$ (2)

- Si se integra la ecuación 1 se tiene

$$\int \frac{\partial F(x,y)}{dx} = \int \frac{x \, dx}{x^2+y^2} + g(y) \Rightarrow F(x,y) = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} + g(y)$$

$u = x^2+y^2$
$du = 2x \cdot dx$
$\frac{1}{2} du = x \cdot dx$

$F(x,y) = \frac{1}{2} Ln|u| + g(y)$
$F(x,y) = \frac{1}{2} Ln|x^2+y^2| + g(y)$ (3)

- Ahora derivamos con respecto a "y" la ecuación (3) igualamos a la 2da ecuación

$$\frac{\partial f}{dy} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}y}{x^2+y^2} + g'(x)$$

$u = x^2+y^2$
$u' = 2y \cdot dy$

$$\frac{y}{x^2+y^2} = \frac{y}{x^2+y^2} + g'(y)$$

$g'(y) = 0$
$g(y) = \int 0 \cdot dy$

Reichel Larez
27.606.275

3* Un alambre tiene forma.....

$d(x,y) = -x + |y|$

Si conocemos la densidad entonces la masa

$$m = \int_C d(x,y) \cdot ds$$

Se sabe que una parametrización de la circunferencia es

$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\,\text{sen}\, t \end{cases} \qquad \vec{r}(t) = a\cos t\, i + a\,\text{sen}\, t\, j \qquad t \in [\pi/2, \pi/2]$$

$$m = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -a\cos t + |a\,\text{sen}\, t| = -a\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t\, dt + a\int |\text{sen}\, t| \cdot dt$$

$$m = -a\,(\text{sen}(t))\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \qquad |\text{sen}(t)| = \begin{cases} -\text{sen}(t), & t = -\pi/2 \\ \text{sen}(t) & t = \pi/2 \end{cases}$$

$m =$

5* Al evaluar la integral....

$\oint_C 4x^3y\,dx + (x^4+3\pi)dy$ $\qquad C: y = 1-|x-1| \quad (0,0) \quad (2,0)$

Aplicando el teorema de green se sabe que

$P(x,y) = 4x^3y \;;\; Q(x,y) = x^4+3\pi$

$\frac{dP(x,y)}{dy} = 4x^3 \qquad \frac{dQ}{dx} = 4x^3$

$\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \iint_D \overbrace{\cancel{4x^3-4x^3}}^{0} \cdot dx\cdot dy = 0$

6* Considere el campo vectorial.....

$\vec{F}(x,y) = \frac{-y}{x^2+y^2}\, i + \frac{x}{x^2+y^2}\, j$

Primero debemos evaluar si F es conservativo.

Si $\frac{dP}{dy} = \frac{dQ}{dx}$ entonces F es conservativo

$\frac{dP}{dy} = \frac{-(x^2+y^2)-(-y\cdot 2y)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-x^2-y^2+2y^2}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-x^2+y^2}{(x^2+y^2)^2}$

$\frac{dQ}{dx} = \frac{x^2+y^2-(x\cdot 2x)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-x^2+y^2}{(x^2+y^2)^2} = \frac{dP}{dy}$ es conservativo

$\iint \overbrace{\cancel{\frac{dP}{dy}-\frac{dQ}{dy}}}^{0} \cdot dA = 0$

*Pregunta de desarrollo

$F(x,y) = x + \cos(\pi x) + 3y\, i + y + \text{sen}(3\pi y) + 5x\, j$ Aplicamos green

$P(x,y) = x + \cos(\pi x) + 3y$; $Q(x,y) = y + \text{sen}(3\pi y) + 5x$

$\frac{\partial P}{\partial y} = 3$ $\qquad$ $\frac{\partial Q}{\partial x} = 5$ $\qquad$ $\cdot\, y = 0$

$-3 \leq x \leq 3-3$

$-3 \leq x \leq 0$

$$\int_0^3 \int_{-3}^{0} 3-5 \cdot dx \cdot dy = -\int_0^3 x \Big|_{-3}^{0} \cdot dy$$

$$= -\int_0^3 -(3 \cdot dy) = -3y \Big|_0^3 = -9$$

Sabiendo que $\oint F \cdot dr = \oint F(x,y) \cdot ds = \iint_D \frac{\partial P(x,y)}{\partial y} - \frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} \cdot dA$

$\oint F \cdot dr = -9$

Scanned with CamScanner