



ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

---

## Tarea 4 - Optimización No Lineal

---

CAMARA MEDINA CYNTHIA LILIAN  
REYES ZAMORA OLLIN  
ALANIS GONZÁLEZ EDZON OMAR  
MENDOZA URRUSQUIETA JAIR NATAEL

20 de abril de 2023

# Preguntas

## 1. ¿Cuál es la importancia de la condición de Armijo vista en clase?

Que es una técnica unidireccional muy efectiva, puesto que imponemos una condición que disminuye a la función objetivo, cumpliendo la condición de suficiencia.

En este caso el decremento es definido a través de una desigualdad muy sencilla:

$$f(x_k + \alpha v_k) \leq f(x_k) + C_1 \alpha \nabla f_k^T v_k$$

## 2. ¿Por qué es importante la condición de curvatura de Wolfe? ¿es necesaria siempre? Explique.

La condición de curvatura de Wolfe no siempre es necesaria, y ¿por qué no siempre es necesaria? Como sabemos la condición de Armijo impone cotas a cuan grande puede ser el paso en la dirección " $v_k$ ". Sin embargo, puede ocurrir que el paso sea tan pequeño que  $x_k$  no converja a un mínimo local.

Ahí es donde entra una segunda condición la cual llamamos Condición de Curvatura de Wolfe", la cual consiste prácticamente en acotar inferiormente a  $x$ .

La podemos expresar de la siguiente manera:

$$\nabla f(x_k + \alpha_k V_k)^T \geq C_2 \nabla f_k^T V_k$$

En conclusión, es de suma importancia en los casos donde la primera condición (Armijo) de pasos muy cortos y no converge, si converge con la primera condición, entonces no es necesaria la Condición de Curvatura de Wolfe.

## 3. Enumere las posibles desventajas del método de Newton para resolver problemas de optimización con varias variables.

- Resolver el sistema de ecuaciones igualados a cero.
- Calcular las derivadas de las funciones objetivos una vez ya derivada.
- El número de llamados y evaluaciones a la función.

## 4. Explique cuál es la razón de que existan modificaciones al método de Newton para optimización.

Los métodos usando la dirección de Newton son muy rápidos pero costosos puesto que hay que calcular y almacenar el hessiano. En ocasiones no es adecuado elegir un valor cercano al óptimo, pues la búsqueda lineal que nos brinda el método de Newton es muy larga y realmente sólo estamos interesados en reducir el valor de la función. Además, es bien conocido que este método, en general diverge violentamente. Es por ello que surgieron variantes como los métodos globalmente convergentes que tienen las propiedades del método de Newton en un entorno del punto.

5. Dada una matriz simétrica, explique cómo se puede determinar si esta es o no definida positiva.

Diremos que una matriz es definida positiva si y sólo si, todos los valores propios de la matriz  $Q(z)$  son positivos y la definimos como negativa si y sólo si, todos los valores propios de la matriz  $Q(z)$  son negativos.

Todo esto solo para matrices cuadráticas o simétricas.

Es decir la matriz cuadrática está definida de la forma:  $Q(z) = z^t \cdot Q \cdot z$

## Búsqueda unidireccional inexacta

1. Minimizar

$$f(x_1, x_2) = 8x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2$$

con  $x^0 = [10, 10]^T$ .

```

1  A = randi([0,100],[10,10]);
2  fprintf("Matriz A\n");
3  disp(A);
4
5  B = randi([0,100],[10,10]);
6  fprintf("Matriz B\n");
7  disp(B);
8
9  C = A + B;
10
11 fprintf("Matriz C = A + B\n");
12 disp(C);

```

2. Minimizar

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^3 + 4x_1x_2^3 - 10x_1x_2 + x_2^2$$

con  $x^0 = [5, 2]^T$ .

Matriz A		Matriz C = A + B
63 18 22 63 27 99 13 95 41 35		142 40 32 94 77 171 97 144 69 107
35 73 37 2 25 6 21 68 60 98		105 100 55 20 68 68 53 138 83 184
100 37 8 91 45 94 18 99 75 34		100 104 18 125 145 128 73 197 146 62
22 84 64 80 22 1 4 77 58 89		107 132 113 101 103 95 102 110 121 162
65 74 18 75 81 69 10 34 55 45		158 136 37 126 130 81 65 118 114 58
61 57 4 82 99 79 62 66 58 41		138 80 94 173 189 152 95 140 124 125
39 17 73 38 3 53 94 24 51 21		43 34 83 101 16 118 156 120 55 34
14 96 35 62 54 89 35 29 8 12		52 179 39 72 93 173 71 32 43 71
2 26 66 58 8 90 41 68 72 31		73 103 122 97 101 130 117 104 117 67
42 93 38 53 81 63 99 53 100 73		115 187 116 58 173 138 140 119 124 154
Matriz B		
79 22 10 31 50 72 84 49 28 72		
70 27 18 18 43 62 32 70 23 86		
0 67 10 34 100 34 55 98 71 28		
85 48 49 21 81 94 98 33 63 73		
93 62 19 51 49 12 55 84 59 13		
77 23 90 91 90 73 33 74 66 84		
4 17 10 63 13 65 62 96 4 13		
38 83 4 10 39 84 36 3 35 59		
71 77 56 39 93 40 76 36 45 36		
73 94 78 5 92 75 41 66 24 81		

### 3. Minimizar

$$f(x, y) = 2x^2 - 1.05x^4 + \frac{x^6}{6} + xy + y^2$$

elija el punto inicial.

```
1 x0 = 7;
2 h = 0.01;
3
4 f = @(x) 3*(x^3)+4*(x^2)+2*x;
5
6 d1 = (f(x0+h)-f(x0-h))/(2*h);
7 fprintf("Valor de primer derivada: ")
8 disp(d1)
9
10
11 d2 = (f(x0+2*h)-2*f(x0)+f(x0-2*h))/(4*(h^2));
12 fprintf("Valor de segunda derivada: ")
13 disp(d2)
```

### 4. Minimizar

$$f(x, y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$$

elija el punto inicial.

Valor de primer derivada: 499.

Valor de segunda derivada: 134

## Notas

Nota 1: Para el método de Newton en la 2° función a minimizar se propuso un intervalo adicional dado que con el intervalo dado se llegaba a un punto silla.

Nota 2: Para la condición de Armijo empleamos el método de Newton para obtener el primer valor de  $\alpha$ .

## Conclusiones

Observamos que este método realiza muchas más iteraciones para hallar el valor de  $\alpha$  que los otros dos métodos lo que hace que emplee más tiempo para llegar a una buena aproximación a pesar de disminuir la precisión (a comparación de los otros dos métodos). La condición de Armijo es más eficiente mientras más cerca esté el punto inicial del valor óptimo.

Desde nuestro punto de vista, el método más eficiente es el método de Newton.

## Bibliografía

- D.G. LUENBERGER : Programación lineal y no lineal. AddisonWesley Iberoamericana, 1989.
- F. BONNANS - J. Ch. GILBERT - C. LEMARECHAL - C. SAGASTIZABAL : Optimisation Numérique: aspects théoriques et pratiques. SMAI-Springer Verlag, 1997.
- R. FLETCHER : Practical Methods of Optimization. Wiley, 1987.
- "Programación lineal y métodos de optimización", Eduardo Ramos Méndez, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid. 1997.