Tarea 1 - Optimización Lineal

20 de abril de 2023

Índice general

1. Teoría

1.1.

Defina brevemente qué es una función continúa y dé un ejemplo de una función que cumpla la definición y uno de una función que no la cumpla.

Una función $f : A \to \mathbb{R}, \quad A \subseteq \mathbb{R}$ *es continúa en* c *si* $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$*, por lo que* f *es continúa si cumple lo anterior* $\forall c \in \mathbb{R}$*.*

La función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 8$ *es una función polinómica, la cual es continua en* $\mathbb{R}$*.*

La función $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ *no cumple la definición para valores distintos a* $[-1, 1]$*.*

1.2.

Defina brevemente qué es una función diferenciable y dé un ejemplo de una función que cumpla la definición y uno de una función que no la cumpla.

Una función $f : A \to \mathbb{R}, \quad A \subseteq \mathbb{R}$ *es diferenciable en* c *si es continua en* A *y el limite*

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

existe.

La función $f(x) = 2x^4$ *es diferenciable en* $c = 3$

La función $f(x) = |x|$ *no es diferenciable en* $c = 0$

1.3.

Defina brevemente qué es una función lineal y mencione el tipo de fenómenos que éstas modelan.

La función lineal es un tipo de función polinómica de grado uno la cual comúnmente representamos como

$$f(x) = mx + b$$

donde m es la pendiente siendo $m \neq 0$ y b la ordenada al origen.

Estas funciones generalmente representan modelos de movimiento o fenómenos constantes, es decir que disminuyen o aumentan de manera constante y no variable, un ejemplo puede ser la velocidad de algún objeto en movimiento constante entre otros.

1.4.

Defina brevemente qué es una función no lineal y mencione el tipo de fenómenos que éstas modelan.

Análogo al inciso anterior, una función no lineal son todas aquellas funciones tal que f no es polinómica de primer grado

Estas funciones modelan fenómenos más complejos, aquellos donde no representamos cambios constantes.

1.5.

Dé tres ejemplos de funciones no lineales.

Ejemplos de funciones no lineales:

1. $f(x) = \sin x^2$
2. $g(x) = \sqrt{x^3 + 5}$
3. $h(x) = \frac{1}{x}$

2. Programación

2.1.

Explique brevemente las diferencias, ventajas y desventajas entre un lenguaje de programación compilado y un lenguaje de programación interpretado.

2.1.1. Diferencias

El lenguaje compilado requiere como paso adicional antes de ser ejecutado la compilación, que es en pocas palabras convertir el lenguaje usado a lenguaje maquina y después ejecutarlo, en cambio un lenguaje interpretado se convierte a lenguaje maquina conforme se va ejecutando.

2.1.2. Lenguaje Compilado

Ventajas

1. Se puede compilar una sola vez y ejecutarlo en cualquier momento
2. Son más eficientes pero difíciles de depurar

Desventajas

1. No se puede ejecutar hasta que el programa este libre de errores
2. El programa ocupa más espacio porque todo el código reside en la memoria

2.1.3. Lenguaje Interpretado

Ventajas

1. Es posible informar los errores en cuanto se encuentra el primero, facilita la observación de errores
2. Puede ejecutarse por partes lo cual facilita su manejo y ejecución por partes

Desventajas

1. Son menos eficientes, ocupan más tiempo en ejecutar
2. Es más probable que el código se ejecute con nuevos errores cada vez que se quiera usar si no se verifica por completo

2.2.

Genere con Matlab dos matrices con entradas aleatorias entre cero y 100, 10x10, y súmelas ahí mismo muestre en su reporte tanto las matrices generadas como la salida obtenida por el programa, con una captura de pantalla

Código

```
A = randi([0,100],[10,10]);
fprintf("Matriz A\n");
disp(A);

B = randi([0,100],[10,10]);
fprintf("Matriz B\n");
disp(B);

C = A + B;

fprintf("Matriz C = A + B\n");
disp(C);
```

Salida

```
Matriz A
    63    18    22    63    27    99    13    95    41    35
    35    73    37     2    25     6    21    68    60    98
   100    37     8    91    45    94    18    99    75    34
    22    84    64    80    22     1     4    77    58    89
    65    74    18    75    81    69    10    34    55    45
    61    57     4    82    99    79    62    66    58    41
    39    17    73    38     3    53    94    24    51    21
    14    96    35    62    54    89    35    29     8    12
     2    26    66    58     8    90    41    68    72    31
    42    93    38    53    81    63    99    53   100    73

Matriz B
    79    22    10    31    50    72    84    49    28    72
    70    27    18    18    43    62    32    70    23    86
     0    67    10    34   100    34    55    98    71    28
    85    48    49    21    81    94    98    33    63    73
    93    62    19    51    49    12    55    84    59    13
    77    23    90    91    90    73    33    74    66    84
     4    17    10    63    13    65    62    96     4    13
    38    83     4    10    39    84    36     3    35    59
    71    77    56    39    93    40    76    36    45    36
    73    94    78     5    92    75    41    66    24    81
```

```
Matriz C = A + B
   142    40    32    94    77   171    97   144    69   107
   105   100    55    20    68    68    53   138    83   184
   100   104    18   125   145   128    73   197   146    62
   107   132   113   101   103    95   102   110   121   162
   158   136    37   126   130    81    65   118   114    58
   138    80    94   173   189   152    95   140   124   125
    43    34    83   101    16   118   156   120    55    34
    52   179    39    72    93   173    71    32    43    71
    73   103   122    97   101   130   117   104   117    67
   115   187   116    58   173   138   140   119   124   154
```

2.3.

Escriba código en Matlab para aproximar numéricamente (mediante diferencias finitas) la derivada y la segunda derivada de la función

$$f(x) = 3^3 + 4x^2 + 2x, \quad \text{Evaluada en el punto} \quad x_0 = 7.$$

Código

```
x0 = 7;
h = 0.01;

f = @(x) 3*(x^3)+4*(x^2)+2*x;

d1 = (f(x0+h)-f(x0-h))/(2*h);
fprintf("Valor de primer derivada: ")
disp(d1)


d2 = (f(x0+2*h)-2*f(x0)+f(x0-2*h))/(4*(h^2));
fprintf("Valor de segunda derivada: ")
disp(d2)
```

Salida

```
Valor de primer derivada:   499.0003

Valor de segunda derivada:   134.0000
```

3. Investigación

3.1.

Lea y Conteste detalladamente, y con sus propias palabras, a las siguientes preguntas. Puede ayudarle leer el capítulo 1 de [Nocedal and Wright, 1999], o la introducción de algún otro libro de Optimización.

3.1.1. Describa de manera clara cuál es la importancia de la optimización en ingeniería.

Hacer y mejorar la eficiencia de los procesos necesarios así como minimizar los gastos y uso de material manteniendo el mismo resultado.

3.1.2. ¿Qué elementos definen un problema de optimización?

Aquellos aspectos que se quieran mejorar o usar de forma más eficiente como los recursos disponibles, los gastos, la mano de obra, etc.

3.1.3. ¿Cómo se clasifica un problema de optimización?

Este puede ser lineal o no lineal, puede contar o no con restricciones, ser continuo o discreto, y estar sujeto a un rango o ser global.

3.2.

Describa brevemente dos aplicaciones de la vida real, donde se requiera resolver un problema de optimización no lineal. Discuta la naturaleza no lineal de estos problemas.

- Un ejemplo sería calcular el volumen máximo de un paquete de correo con base cuadrada y la anchura mas la altura es fija. No es lineal ya que tendremos funciones de mayor grado gracias a que es volumen.
- Otro ejemplo es encontrar las dimensiones de un cartel que minimizan en el área del mismo para que cierto texto de área especifica con márgenes definidos entre como debería sin gastar más área de la necesaria.

3.3.

Liste aquí las fuentes bibliográficas, al menos una, a la que tendrá acceso durante el curso. Indicar si cuenta con el libro por préstamo de alguna biblioteca, si lo tiene en formato electrónico, etc.

- Nocedal and Wright, 1999. Numerical optimization. Springer verlag. *Libro en PDF*
- Hillier F. and Lieberman G. 1989. introducción a la Investigación de operaciones. MacGraw-Hill. *Libro en PDF*

4. Referencias

- EcuRed. (n.d.). Funciones Continuas. EcuRed. Retrieved August 18, 2022, from https://www.ecured.cu/Funciones_continuas.
- Omniascience scholar. Catalog — OmniaScience Scholar. (n.d.). Retrieved August 19, 2022, from https://www.omniascience.com/books/index.php/scholar/catalog/download/40/182/198-1?inline=1