

模糊边界提取

通过这个作业你将学习利用模糊方法的边界提取。具体规则如下：

对于图像上 3×3 的邻域，首先计算周围八个像素相对于中心像素的差， $d_i = z_i - z_5$ 。

z_1	z_2	z_3	d_1	d_2	d_3
z_4	z_5	z_6	d_4	0	d_6
z_7	z_8	z_9	d_7	d_8	d_9

像素邻域

灰度邻域

之后套用以下“专家知识”进行边界提取（注意此处“是 0”是一个模糊描述）：

IF d_2 是 0 AND d_6 是 0 THEN z_5 是白色
 IF d_6 是 0 AND d_8 是 0 THEN z_5 是白色
 IF d_8 是 0 AND d_4 是 0 THEN z_5 是白色
 IF d_4 是 0 AND d_2 是 0 THEN z_5 是白色
 ELSE z_5 是黑色

具体步骤如下：

1. 读取 men.txt 文件，这是一幅尺寸为 363×381 的图像（8-bit）。
2. 定义输入的模糊集的隶属度函数 $\mu_{zero}(d)$ ，即怎样的 d 值满足所谓的“ d 是 0”的条件。将此隶属度函数建模为一个截断高斯分布：

$$\mu_{zero}(d) = \begin{cases} 0, & \text{if } |d| > 2\sigma \\ \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2}\right), & \text{if } |d| \leq 2\sigma \end{cases}$$

暂定 $\sigma = 7$ 。以 d 取值范围为 $[-100, 100]$ ，画出 $\mu_{zero}(d)$ 随 d 变化的曲线。

3. 定义输出的模糊集的隶属度函数 $\mu_{black}(z_5)$ 、 $\mu_{white}(z_5)$ ，即怎样的输出值是“黑”或“白”。将 $\mu_{black}(z_5)$ 、 $\mu_{white}(z)$ 建模如下：

$$\mu_{black}(z_5) = \begin{cases} 0, & \text{if } z_5 > 180 \\ \frac{180 - z}{180}, & \text{if } z_5 \leq 180 \end{cases}$$

$$\mu_{white}(z_5) = \begin{cases} 0, & \text{if } z_5 < 75 \\ \frac{z - 75}{180}, & \text{if } z_5 > 75 \end{cases}$$

以 z_5 取值范围为 $[0, 255]$ ，画出 $\mu_{black}(z_5)$ 、 $\mu_{white}(z_5)$ 随 z_5 变化的曲线。

4. 对每个像素，结合建模的模糊集，针对每条规则计算隶属度函数。由于我们考察的是 3×3 的邻域，从第二行、第二列的那个像素开始分析。
 - a) 考察第二行、第二列的那个像素的领域，即第 1-3 列和第 1-3 行的 9 个像素。
 - b) 计算周围八个像素和中心像素值之差，即 $d_i, i = 1, 2, 3, \dots, 9$ 。把计算所得的差写在实验报告中。
 - c) 考察第一条规则：“ d_2 是 0”且“ d_6 是 0”且“输出的 z_5 为白”。目前 d_2 和 d_6 的值已经

确定，计算 $\mu_{zero}(d_2)$ 、 $\mu_{zero}(d_6)$ 。 z_5 的值没有确定，将 z_5 的值设置为 0-255 内的整数，计算不同的 z_5 的值对应的 $\mu_{white}(z_5)$ 。计算在 z_5 的值变化的情况下，隶属于第一条规则的隶属度：

$$\mu_1(z_5; d_2, d_6) = \min(\mu_{zero}(d_2), \mu_{zero}(d_6), \mu_{white}(z_5))$$

把 $\mu_1(z_5; d_2, d_6)$ 随 z_5 值的变化曲线画在实验报告中。

- d) 同理，考察第二至四条规则，得到 $\mu_2(z_5; d_6, d_8), \mu_3(z_5; d_8, d_4), \mu_4(z_5; d_4, d_2)$ 。
e) 第五条规则较简单，不用考虑 d 的值，只考察 z_5 的值：

$$\mu_5(z_5) = \mu_{black}(z_5)$$

- f) 不同规则之间是“或”的关系，所以总的隶属度函数为

$$\mu(z_5) = \max(\mu_1(z_5), \mu_2(z_5), \mu_3(z_5), \mu_4(z_5), \mu_5(z_5))$$

画出 $\mu(z_5)$ 随 z_5 值的变化曲线。

- g) 利用 $\mu(z_5)$ 做推断。此处使用 **centroid of gravity** 方法，即 z_5 关于 $\mu(z_5)$ 的加权平均：

$$z_5 = \frac{\sum_{z_5=0}^{255} z_5 \mu(z_5)}{\sum_{z_5=0}^{255} \mu(z_5)}$$

对此值取整，并填入边界提取后图像的第二行、第二列的像素。

5. 对原图像的所有像素重复步骤 4 中的流程，得到使用模糊方法提取边界的图像。将图像贴在实验报告中。
6. 将 $\mu_{zero}(d)$ 的 σ 改为 10，重复上述实验并观察提取边界后的图像和 $\sigma = 7$ 时图像的对比。简要分析原因。

模糊边界提取

通过这个作业你将学习利用模糊方法的阈值分割，具体步骤如下：

7. 读取 squares.txt 文件，这是一幅尺寸为 267 x 256 的图像（8-bit）。

8. 首先使用 Otsu 法进行阈值分割：

- 对于给定阈值 t ，计算如下参数：
- 图像上所有小于 t 的像素的个数 (N_0)，所有大于等于 t 像素的个数 (N_1)，所有小于 t 像素的平均值 (μ_0)，所有大于等于 t 像素的平均值 (μ_1)，全图平均值 μ 。
- 记 $p_0 = \frac{N_0}{N_0+N_1}$ ， $p_1 = \frac{N_1}{N_0+N_1}$ 。即小于 t 和大于等于 t 像素占的比重。
- 计算 $\sigma^2(t) = p_0(\mu_0 - \mu)^2 + p_1(\mu_1 - \mu)^2$
- 取 t 为 0-255 内的整数，计算 $\sigma^2(t)$ ，画出 $\sigma^2(t)$ 随 t 变化的曲线。选取使得 $\sigma^2(t)$ 最大的 t 作为阈值（可能不只一个，即 $\sigma^2(t)$ 曲线最高处可能是平的；选取一个值即可）。
- 画出图像大于阈值 t 的部分。判断该阈值是否很好地分出了四个矩形。

9. 使用模糊方法进行阈值分割：

- 对于给定阈值 t ，计算如下参数：
- 图像上所有小于 t 像素的平均值 (μ_0)，所有大于等于 t 像素的平均值 (μ_1)。
- 对于每个像素，计算隶属度函数（取 $C = 256$ ）

$$\mu_X(X) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{|X - \mu_0|}{C}}, & X < t \\ \frac{1}{1 + \frac{|X - \mu_1|}{C}}, & X \geq t \end{cases}$$

- 计算每个像素的熵：

$$S(X) = -\mu_X(X) \ln \mu_X(X) - (1 - \mu_X(X)) \ln(1 - \mu_X(X))$$

- 计算所有像素熵值的和

$$S = \sum S(X)$$

- 取 t 为 0-255 内的整数，依据上述流程计算 $S(t)$ ，画出 $S(t)$ 随 t 变化的曲线。选取使得 $S(t)$ 最小的 t 作为阈值（可能不只一个，即 $S(t)$ 曲线最低处可能是平的；选取一个值即可）。
- 画出图像大于阈值 t 的部分。判断该阈值是否很好地分出了四个矩形。