Divide and Conquer

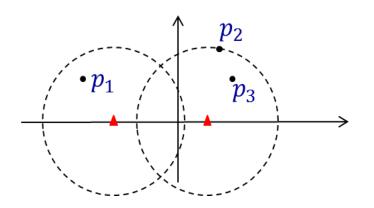
- 设X[0:n-1]和Y[0:n-1]为两个数组,每个数组中含有n个已排好序的数。试设计一个O(logn)时间的分治算法,找出X和Y的2n个数的中位数,并证明算法的时间复杂性为O(logn)
 - 个数为奇数,则处于最中间位置的数
 - 个数为偶数,则中间两个数据的平均数
- 有一实数序列 $a_1, a_2, ..., a_N$,若i < j且 $a_i > a_j$,则 (a_i, a_j) 构成了一个逆序对,请使用分治方法求整个序列中逆序对个数,并分析算法的时间复杂性。
 - 例如: 序列(4,3,2)逆序对有(4,3), (4,2), (3,2)共3个

Dynamic programming

- (1) 给出N个1-9的数字 (v_1 , v_2 ,..., v_N),不改变它们的相对位置,在中间加入K个乘号和N-K-1个加号,(括号随便加)使最终结果尽量大。因为乘号和加号一共就是N-1个了,所以恰好每两个相邻数字之间都有一个符号。并说明其具有优化子结构性质及子问题重叠性质。
 - 例如: N=5, K=2, 5个数字分别为1、2、3、4、5, 可以加成:
 - 1*2*(3+4+5)=24
 - 1*(2+3)*(4+5)=45
 - (1*2+3)*(4+5)=45
- (2) 给定一长度为N的整数序列(a₁,a₂,...,a_N),将其划分成多个子序列 (此问题中子序列是连续的一段整数),满足每个子序列中整数的和 不大于一个数B,设计一种划分方法,最小化所有子序列中最大值的和。 说明其具有优化子结构及子问题重叠性质
 - 例如: 序列长度为8的整数序列(2,2,2,8,1,8,2,1), B=17, 可将其划分成三个子序列(2,2,2), (8,1,8)以及(2,1), 则可满足每个子序列中整数和不大于17, 所有子序列中最大值的和12为最终结果。

Greedy

- (1) 给定n个物品,物品价值分别为 P_1 , P_2 , …, P_n , 物品重量分别 W_1 , W_2 , …, W_n , 背包容量为M。每种物品可部分装入到背包中。输出 X_1 , X_2 , …, X_n , $0 \le X_i \le 1$, 使得 $\sum_{1 \le i \le n} P_i X_i$ 最大,且 $\sum_{1 \le i \le n} W_i X_i \le M$ 。试设计一个算法求解该问题,分析算法的正确性。
- (2)海面上有一些船需要与陆地进行通信,需要在海岸线上布置一些基站。现将问题抽象为,在x轴上方,给出N条船的坐标 $p_1, p_2, ..., p_N$, $p_i = (x_i, y_i)$, $x_i \geq 0, y_i \leq d, 1 \leq i \leq N$,在x轴上安放的基站可以覆盖半径为d的区域内的所有点,问在x轴上至少要安放几个点才可以将x轴上方的点都覆盖起来。试设计一个算法求解该问题,并分析算法的正确性。



组合问题中使用分支限界法

第5章课堂练习用分支限界法完成

- ■设有n件工作分配给n个人。将工作j分配给第i个人所需的费用为 c_{ij} 。试设计一个算法,为每个人都分配1件不同的工作,并使总费用达到最小。
- ■设计一个算法, 计算最佳工作分配方案, 使总费用达到最小。

组合问题中使用分支限界法

第5章课堂练习用分支限界法完成

$$C = \begin{bmatrix} 9 & 2 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 & 7 \\ 5 & 8 & 1 & 8 \\ 7 & 6 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$
 人员 c

如何求得一个分配成本的上、下界呢?

矩阵对角线、贪心算法求近似解?