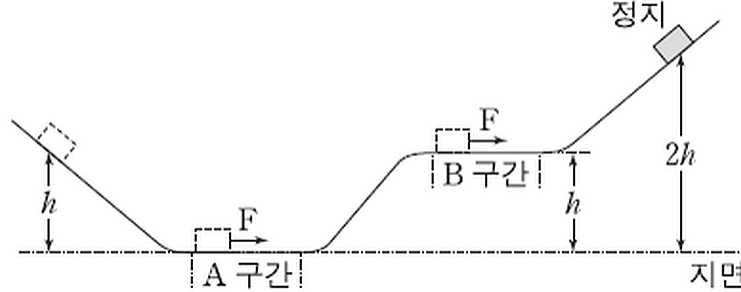


그림과 같이 물체가 높이 h 인 곳에서 가만히 출발하여 마찰이 없는 면의 따라 높이 $2h$ 인 곳에 도달한다. 물체는 수평면 구간 A와 B를 지나는 도중에 각각 운동 방향으로 크기가 같은 힘 F 를 같은 시간 동안 받는다. 높이 $2h$ 인 곳에 도달하였을 때 물체의 속력은 0이다.



A에서 F 가 물체에 한 일을 W_A , B에서 F 가 물체에 한 일을 W_B 라 할 때, $\frac{W_B}{W_A}$ 는? (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ 1 ⑤ $\frac{10}{9}$

1 풀이

물체가 A구간에 진입하기전 바닥에서의 속도를 v 라 합시다. 물체가 B구간을 지난후 h 만큼 올라갔을때 속력이 0이 되었으므로 A구간전의 물체의 높이를 h 만큼 올린것과 같습니다. 다시 말해서 B구간을 지난 직후의 물체의 속력은 v 입니다. A구간과 B구간의 공통점은 충격량이 같다는건데 이는 구간을 지난후의 속도 상승량이 같습니다. 이 속도 상승량을 Δv 라고 합시다. 그러면 A구간을 지난 직후의 물체의 속력은 $v + \Delta v$ 이고 B구간을 지나기 직전의 속력은 $v - \Delta v$ 입니다.

물체의 질량을 m 이라 하면

- $W_A = \frac{1}{2}m((v + \Delta v)^2 - v^2)$
- $W_B = \frac{1}{2}m(v^2 - (v - \Delta v)^2)$
- $W_A + W_B = \frac{1}{2}mv^2$

이를 정리하면 $\Delta v = \frac{1}{4}v$ 가 나옵니다. 이를 이용해서 $\frac{W_B}{W_A}$ 를 계산하는데 어짜피 알아서 소거되기 때문에 v^2 의 계수만 계산을 하면됩니다.

$$\frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1} \text{ 정리하면 2번이 답입니다.}$$

혹시 속력이 아닌 운동량으로 분석했을 경우는 A구간 진입 직전 운동량을 p , 구간을 지났을때의 충격량을 Δp 라고 하면

$$W_A = \frac{((p + \Delta p)^2 - p^2)}{2m}$$

$$W_B = \frac{(p^2 - (p - \Delta p)^2)}{2m}$$

$$W_A + W_B = \frac{p^2}{2m} \text{으로 식을 놓을 수 있습니다. 계산 방향은 같습니다.}$$

2 역학적 에너지 보존 등치식

보지말고 직접한번 해봅시다.

물체질량을 m 이라 하고 구간동안 충격량을 I , 속도 변화량을 Δv 라 합시다.

1. 처음정지구간: mgh

2. A구간 진입 전: 1과 같다. $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

3. A구간 진입 후: $mgh + W_A = \frac{1}{2}mv^2 + W_A = \frac{1}{2}m(v + \Delta v)^2 = \frac{(mv + I)^2}{2m}$

절대로 운동량을 운동에너지 식으로 바꿀때 단순 덧셈으로 $\frac{(mv)^2}{2m} + \frac{I^2}{2m}$ 으로 하지않도록 주의

4. B구간 진입 전: 3과 같다.

$$mgh + W_A = \frac{1}{2}mv^2 + W_A = \frac{1}{2}m(v + \Delta v)^2 = \frac{(mv + I)^2}{2m} = \frac{1}{2}m(v - \Delta v)^2 + mgh = \frac{1}{2}m(v - \Delta v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv - I)^2}{2m} + mgh$$

5. B구간 진입 후: $mgh + W_A + W_B = \frac{1}{2}mv^2 + W_A + W_B = \frac{1}{2}m(v + \Delta v)^2 + W_B = \frac{(mv + I)^2}{2m} + W_B = \frac{1}{2}m(v - \Delta v)^2 + mgh + W_B = \frac{1}{2}m(v - \Delta v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 + W_B = \frac{(mv - I)^2}{2m} + mgh + W_B = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

6. 2h도달: 5와 같다. $mg(2h)$