Theorem 0.1. $f(n) = 1 + 10 + \cdots + 10^n$이라 하자.

$\gcd(f(x), f(y)) = f(\gcd(x, y))$임을 보여라.

Corollary 0.1. $\alpha > \beta$일때, 다음이 성립한다.

$\gcd(\alpha, \beta) = \gcd(\alpha - \beta, \beta)$

Proof. α, β의 최대 공약수를 x라 하자. $\alpha = x \cdot a, \beta = x \cdot b$ (a, b는 $a >$b이며 서로소인 두 정수)이며, $\alpha - \beta = x(a - b)$이다 $a - b$는 b와 서로소이며 두 값의 최대공약수는 여전히 x이다. □

$\gcd(f(x) - f(y), f(y)) = \gcd(f(x), f(y)) = \gcd(f(x - y) \cdot 10^y, f(y))$

이때 10^y와 $f(y)$는 항상 서로소이므로 $\gcd(f(x - y), f(y))$가 성립합니다.

따라서 유클리드 호제법을 전개했을때, $\gcd(f(x), f(y)) = \gcd(f(\gcd(x, y)), 0)$이 되고 이는$f(\gcd(x, y))$과 같습니다.