확률적 분석

EUnS

June 4, 2020

평균 수행시간

평균 수행시간

- 입력 값의 분포에 대한 수행시간의 평균값.

평균 수행시간

- 입력 값의 분포에 대한 수행시간의 평균값.
- Pr : 확률

평균 수행시간

- 입력 값의 분포에 대한 수행시간의 평균값.
- Pr : 확률
- x : 특정 입력값에 대해서 걸리는 수행시간

평균 수행시간

- 입력 값의 분포에 대한 수행시간의 평균값.
- Pr : 확률
- x : 특정 입력값에 대해서 걸리는 수행시간
- $E[X] = \sum_{x=1}^{n} x \Pr\{X = x\}$

고용 문제

- 매일 한명씩 지원자가 와서 면접을 본다.

고용 문제

- 매일 한명씩 지원자가 와서 면접을 본다.
- 지원자가 현재 고용자보다 뛰어나면 해고하고 지원자를 고용한다.

고용 문제

- 매일 한명씩 지원자가 와서 면접을 본다.
- 지원자가 현재 고용자보다 뛰어나면 해고하고 지원자를 고용한다.
- 이때 면접 비용 c_i와 고용 비용 c_h가 든다.

고용 문제

- 매일 한명씩 지원자가 와서 면접을 본다.
- 지원자가 현재 고용자보다 뛰어나면 해고하고 지원자를 고용한다.
- 이때 면접 비용 c_i와 고용 비용 c_h가 든다.
- 고용 비용이 면접 비용보다 훨씬 비싸다.

고용 문제

- 매일 한명씩 지원자가 와서 면접을 본다.
- 지원자가 현재 고용자보다 뛰어나면 해고하고 지원자를 고용한다.
- 이때 면접 비용 c_i와 고용 비용 c_h가 든다.
- 고용 비용이 면접 비용보다 훨씬 비싸다.
- 이때 면접과 고용에 드는 비용을 알고싶다.

```
HIRE-ASSISTANT(n)
    best = 0 // candidate 0 is a least-qualified dummy candidate
    for i = 1 to n
        interview candidate i
        if candidate i is better than candidate best
            best = i
            hire candidate i
```

- 고용된 인원을 m이라 할때 총 비용은 $O(c_i n + c_h m)$
- 최악의 경우 고용비용

- 고용된 인원을 m이라 할때 총 비용은 $O(c_i n + c_h m)$
- 최악의 경우 고용비용 $O(c_h n)$
- 평균 고용 비용은?

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (\ H \text{ 발생}) \\ 0 & (\ \bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횟수를 셀때 유용

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (\ H \text{ 발생}) \\ 0 & (\ \bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횟수를 셀때 유용

$$E[X_A] = E[I\{A\}]$$

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (\ H \text{ 발생}) \\ 0 & (\ \bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횟수를 셀때 유용

$$\begin{aligned} E[X_A] &= E[I\{A\}] \\ &= 1 \cdot \Pr\{A\} + 0 \cdot \Pr\{\bar{A}\} \end{aligned}$$

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (\ H\ \text{발생}) \\ 0 & (\ \bar{H}\ \text{발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횟수를 셀때 유용

$$\begin{aligned} E[X_A] &= E[I\{A\}] \\ &= 1 \cdot \Pr\{A\} + 0 \cdot \Pr\{\bar{A}\} \\ &= \Pr\{A\} \end{aligned}$$

- X : 새로운 직원을 고용한 횟수에 대한 확률 변수.

- X : 새로운 직원을 고용한 횟수에 대한 확률 변수.
- X_i : i번째 지원자가 고용되었는지에 대한 지표 확률 변수.

- X : 새로운 직원을 고용한 횟수에 대한 확률 변수.
- X_i : i번째 지원자가 고용되었는지에 대한 지표 확률 변수.

$$X_i = I\{\text{지원자 } i\text{가 고용됨}\} = \begin{cases} 1 & (\text{지원자 } i \text{ 고용}) \\ 0 & (\text{지원자 } i\text{가 고용 안됨}) \end{cases}$$

- X : 새로운 직원을 고용한 횟수에 대한 확률 변수.
- X_i : i번째 지원자가 고용되었는지에 대한 지표 확률 변수.

$$X_i = I\{\text{지원자 } i\text{가 고용됨}\} = \begin{cases} 1 & (\text{지원자 } i \text{ 고용}) \\ 0 & (\text{지원자 } i\text{가 고용 안됨}) \end{cases}$$

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

- Pr{지원자 i가 고용될 확률} ???

- Pr{지원자 i가 고용될 확률} ???
- $E[X_i] = \dfrac{1}{i}$

- Pr{지원자 i가 고용될 확률} ???
- $E[X_i] = \dfrac{1}{i}$

$$E[X] = E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right]$$

- Pr{지원자 i가 고용될 확률} ???
- $E[X_i] = \frac{1}{i}$

$$E[X] = E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i]$$

- Pr{지원자 i가 고용될 확률} ???
- $E[X_i] = \dfrac{1}{i}$

$$
\begin{aligned}
E[X] &= E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \\
&= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}
\end{aligned}
$$

- Pr{지원자 i가 고용될 확률} ???
- $E[X_i] = \dfrac{1}{i}$

$$
\begin{aligned}
E[X] &= E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \\
&= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \\
&= \ln n + O(1)
\end{aligned}
$$

결론

- 평균 고용 비용 : $O(c_h \ln n)$

결론

- 평균 고용 비용 : $O(c_h \ln n)$
- 총 평균 : $O(c_i n + c_h \ln n)$