분할정복

EUnS

May 5, 2020

merge sort

참고

- $\Theta(n \lg n)$

merge sort

참고

- $\Theta(n \lg n)$
- 분할 : 정렬할 n개의 원소의 배열을 $n/2$개씩 부분 수열 두 개로 분할한다.

merge sort

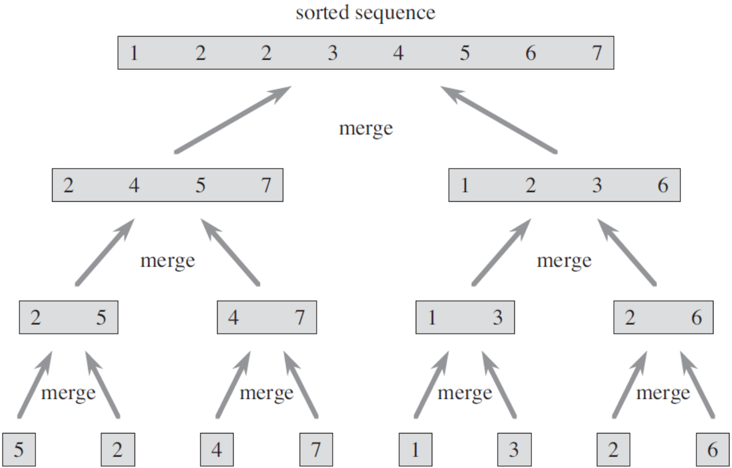
참고

- $\Theta(n \lg n)$
- 분할 : 정렬할 n개의 원소의 배열을 $n/2$개씩 부분 수열 두 개로 분할한다.
- 정복 : 두 부분 배열을 재귀적으로 정렬한다.

merge sort

참고

- $\Theta(n \lg n)$
- 분할 : 정렬할 n개의 원소의 배열을 $n/2$개씩 부분 수열 두 개로 분할한다.
- 정복 : 두 부분 배열을 재귀적으로 정렬한다.
- 결합: 정렬된 두 개의 부분 배열을 병합해 정렬된 배열 하나로 만든다.


sorted sequence
1 2 2 3 4 5 6 7
merge
2 4 5 7
1 2 3 6
merge
merge
2 5
4 7
1 3
2 6
merge
merge
merge
merge
5
2
4
7
1
3
2
6

```
MERGE-SORT(A, p, r)
    if p < r
        q = (p + r)/2
        MERGE-SORT(A, p, q)
        MERGE-SORT(A, q + 1, r)
        MERGE(A, p, q, r)
```

```
MERGE(A, p, q, r)
    n1 = q - p + 1
    n2 = r - q
    let L[1...n1 + ] and R[1..n2 + 1] be new arrays
    for i = 1 to n1
        L[E] = A[p + i - 1]
    for j = 1 to n2
        R[j] = A[q + j]
    L[n1 + 1] = INF
    R[n2 + 1] = INF
    i = 1
    j = 1
    for k = p to r
        if L[i] <= R[j]
            A[k] = L[i]
            i = i + 1
    else
        A[E] = R[j]
        j = j + 1
```

점화식

- 상수 c보다 작은 n에 대해 해를 직접 구하면 상수시간에 풀수있는경우. $\Theta(1)$
- 주어진 문제를 문제의 $1/b$인 a개의 문제로 분할 하는경우 : $aT(n/b)$
- 분할 : $D(n)$
- 결합 : $C(n)$

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1)(\text{if } n \le c) \\ aT(n/b) + D(n) + C(n)(\text{otherwise}) \end{cases}$$

머지소트 점화식

- 분할 : $D(n) = \Theta(1)$

머지소트 점화식

- 분할 : $D(n) = \Theta(1)$
- 정복 : $2T(n/2)$

머지소트 점화식

- 분할 : $D(n) = \Theta(1)$
- 정복 : $2T(n/2)$
- 결합 : $C(n) = \Theta(n)$

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1)(\text{if } n = 1) \\ 2T(n/2) + \Theta(n)(\text{if } n > 1) \end{cases}$$

점화식 풀이법

- 재귀 트리 방법(recursion tree method)

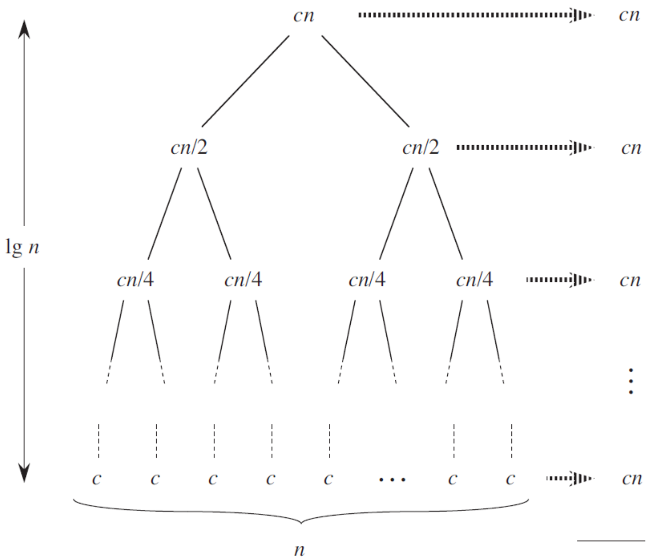
점화식 풀이법

- 재귀 트리 방법(recursion tree method)
- 치환법(substitution method)

점화식 풀이법

- 재귀 트리 방법(recursion tree method)
- 치환법(substitution method)
- 마스터 방법(master method)

재귀 트리 방법

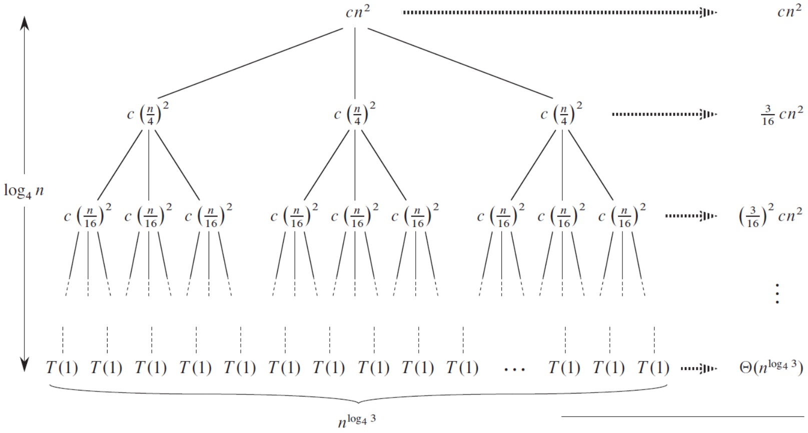


재귀 트리 방법

$$\Theta(n \lg n)$$

ex

$T(n) = 3T(n/4) + \Theta)n^2$



풀이

$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log_4 n - 1} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3})$$

풀이

$$
\begin{aligned}
T(n) &= \sum_{i=0}^{\log_4 n-1} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\
&< \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3})
\end{aligned}
$$

풀이

$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{i=0}^{\log_4 n - 1} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &< \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &= \frac{1}{1-(3/16)} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \end{aligned}$$

풀이

$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{i=0}^{\log_4 n - 1} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &< \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &= \frac{1}{1-(3/16)} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &= O(n^2) \end{aligned}$$