

분할정복

EUnS

May 3, 2020

merge sort

참고

- $\Theta(n \lg n)$
- 분할 : 정렬할 n 개의 원소의 배열을 $n/2$ 개씩 부분 수열 두 개로 분할한다.
- 정복 : 두 부분 배열을 재귀적으로 정렬한다.
- 결합: 정렬된 두 개의 부분 배열을 병합해 정렬된 배열 하나로 만든다.


```

1 MERGE(A, p, q, r)
2     n1 = q - p + 1
3     n2 = r - q
4     let L[1..n1 + 1] and R[1..n2 + 1] be new arrays
5     for i = 1 to n1
6         L[i] = A[p + i - 1]
7     for j = 1 to n2
8         R[j] = A[q + j]
9     L[n1 + 1] = INF
10    R[n2 + 1] = INF
11    i = 1
12    j = 1
13    for k = p to r
14        if L[i] <= R[j]
15            A[k] = L[i]
16            i = i + 1
17        else
18            A[k] = R[j]
19            j = j + 1
20

```

```
1 MERGE-SORT(A, p, r)
2   if p < r
3     q = (p + r)/2
4     MERGE-SORT(A, p, q)
5     MERGE-SORT(A, q + 1, r)
6     MERGE(A, p, q, r)
7
```

점화식

- 상수 c 보다 작은 n 에 대해 해를 직접 구하면 상수시간에 풀수있는경우. $\Theta(1)$
- 주어진 문제를 문제의 $1/b$ 인 a 개의 문제로 분할 하는경우 : $aT(n/b)$
- 분할 : $D(n)$
- 결합 : $C(n)$

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & (\text{if } n \leq c) \\ aT(n/b) + D(n) + C(n) & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

머지소트 점화식

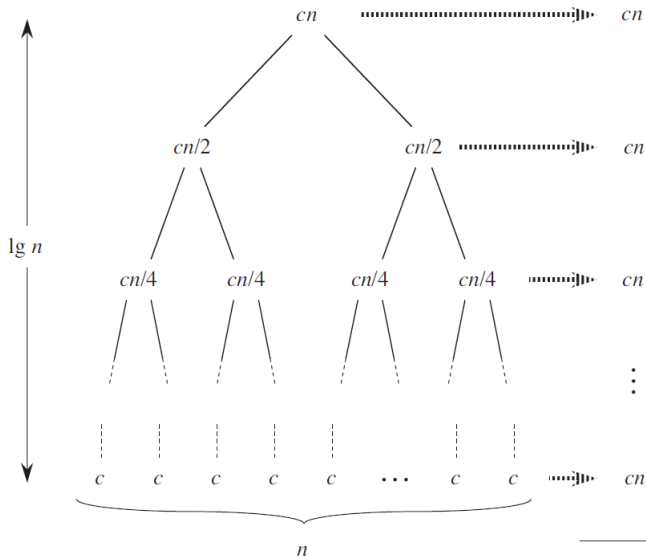
- 분할 : $D(n) = \Theta(1)$
- 정복 : $2T(n/2)$
- 결합 : $C(n) = \Theta(n)$

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & (\text{if } n = 1) \\ 2T(n/2) + \Theta(n) & (\text{if } n > 1) \end{cases}$$

점화식 풀이법

- 재귀 트리 방법(recursion tree method)
- 치환법(substitution method)
- 마스터 방법(master method)

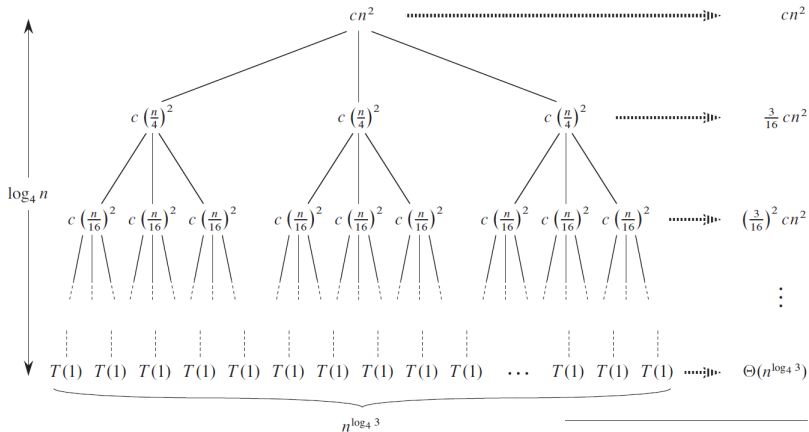
재귀 트리 방법



재귀 트리 방법

$$\Theta(n \lg n)$$

$$T(n) = 3T(n/4) + \Theta(n^2)$$



$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{i=0}^{\log_4 n - 1} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &< \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &= \frac{1}{1 - (3/16)} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &= O(n^2) \end{aligned}$$