기초알고리즘, 분할정복 (divide and conquer)

EUnS

May 3, 2020

```
1   INSERTION-SORT(A)
2   for j = 2 to A.length
3       key = A[j]
4       // Insert A[j] into the sorted sequence A[1 .. j - 1].
5       i = j - 1
6       while i > 0 and A[i] > key
7           A[i + 1] = A[i]
8           i = i - 1
9       A[i + 1] = key
10
```

시간복잡도

- 최악의 경우 시간 복잡도

$$\Theta(n^2)$$

- 최선의 경우 시간 복잡도

$$\Theta(n)$$

- 평균 시간 복잡도

$$\Theta(n^2)$$

시간복잡도

- if에 의해서 정확하게 구하기 어렵다.
- 입력 자료의 상태에 따라 시간 복잡도는 바뀐다.
- 최악은 for문만을 가지고 단순 계산해도 무방.
- ps에선 1초에 10^9(1억번)정도 계산한다고 생각하고 어림잡아 계산.

분할정복

문제를 세가지 단계를 거치면서 재귀적으로 문제를 푼다.

1. 분할 : 현재의 문제와 동일하되 입력의 크기가 더 작은 다수의 부분 문제로 분할한다.
2. 정복 : 부분 문제를 재귀적으로 풀어서 정복. 부분 문제의 크기가 충분히 작으면 직접적인 방법으로 푼다.
3. 결합 : 부분 문제의 해를 결합해 원래 문제의 해가 되도록 만든다.

분할정복 예시

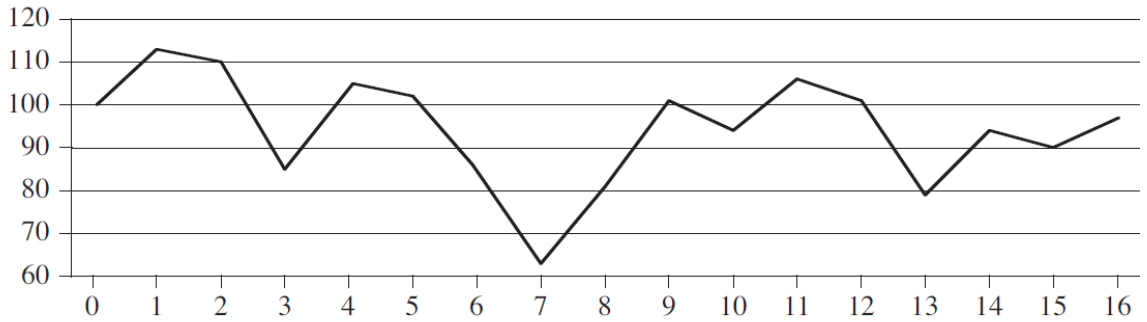
- 머지소트
- 최대부분 배열문제를 해결하는 알고리즘
- 행렬 곱
- 퀵소트
- FFT
- 카라추바 알고리즘

분할정복 예시

- 머지소트
- 최대부분 배열문제를 해결하는 알고리즘
- 행렬 곱
- 퀵소트
- ~~FFT~~
- ~~카라추바 알고리즘~~

최대 부분 배열문제(Maximum subarray problem)

- 배열값중 구간 끝값의 차가 가장 큰 구간 찾기



해

Day	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Price	100	113	110	85	105	102	86	63	81	101	94	106	101	79	94	90	97
Change		13	−3	−25	20	−3	−16	−23	18	20	−7	12	−5	−22	15	−4	7

- 주먹구구 과제로 만들어올것.

분할정복을 이용한 방법

- 인덱스 low... high 사이의 임의의 mid를 잡고 이 중 최대 부분 배열이 어디에 속하는지 생각해보자.
- low ,mid 사이
- mid high 사이
- mid를 걸치는 low high 사이
- 이것이 분할의 세가지 케이스

분할정복을 이용한 방법

- 인덱스 low... high 사이의 임의의 mid를 잡고 이 중 최대 부분 배열이 어디에 속하는지 생각해보자.
- low ,mid 사이
- mid high 사이
- mid를 걸치는 low high 사이

분할정복을 이용한 방법

- 정복 : 상수시간.
- 결합 : 걸쳐있는 경우 좌우 길이를 새로 구하고 각각의 길이를 리턴한뒤 비교한다.

분할정복을 이용한 방법

```
1   FIND-MAXIMUM-SUBARRAY(A, low, high)
2   if high == low
3       return (low, high,A[low]) // base case: only one element
4   else mid = (low + high)/2
5       (left-low, left-high, left-sum)
6           = FIND-MAXIMUM-SUBARRAY(A, low, mid)
7       (right-low, right-high, right-sum)
8           = FIND-MAXIMUM-SUBARRAY(A, mid + 1, high)
9       (cross-low, cross-high, cross-sum)
10          = FIND-MAX-CROSSING-SUBARRAY(A, low, mid, high)
11
12      if left-sum >= right-sum and left-sum >= cross-sum
13          return (left-low, left-high, left-sum)
14      elseif right-sum >= left-sum and right-sum >= cross-sum
15          return (right-low, right-high, right-sum)
16      else return (cross-low, cross-high, cross-sum)
17
```

분할정복을 이용한 방법

```
1   FIND-MAX-CROSSING-SUBARRAY(A, low, mid, high)
2   left-sum = -inf
3   sum = 0
4   for i = mid downto low
5       sum = sum + A[i]
6       if sum > left-sum
7           left-sum = sum
8           max-left = i
9           right-sum = -inf
10  sum = 0
11  for j = mid + 1 to high
12      sum = sum + A[j ]
13      if sum > right-sum
14          right-sum = sum
15          max-right = j
16  return (max-left, max-right, left-sum + right-sum)
17
```