

확률적 분석

EUnS

May 3, 2020

평균 수행시간

- 입력 값의 분포에 대한 수행시간의 평균값.
- \Pr : 확률
- $$E[X] = \sum_{x=1}^n x \Pr\{X = x\}$$

고용 문제

- 매일 한명씩 지원자가 와서 면접을 본다.
- 지원자가 현재 고용자보다 뛰어나면 해고하고 지원자를 고용한다.
- 이때 면접 비용 c_i 와 고용 비용 c_h 가 든다.
- 고용 비용이 면접 비용보다 훨씬 비싸다.
- 이때 면접과 고용에 드는 비용을 알고싶다.

```
1  HIRE-ASSISTANT(n)
2      best = 0 // candidate 0 is a least-qualified
    dummy candidate
3      for i = 1 to n
4          interview candidate i
5          if candidate i is better than candidate best
6              best = i
7              hire candidate i
8
```

- 고용된 인원을 m 이라 할때 총 비용은 $O(c_i n + c_h m)$
- 최악의 경우 고용비용

- 고용된 인원을 m 이라 할때 총 비용은 $O(c_i n + c_h m)$
- 최악의 경우 고용비용 $O(c_h n)$
- 평균 고용 비용은?

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (H \text{ 발생}) \\ 0 & (\bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횃수를 셀때 유용

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (H \text{ 발생}) \\ 0 & (\bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횃수를 셀때 유용

$$E[X_A] = E[I\{A\}]$$

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (H \text{ 발생}) \\ 0 & (\bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횃수를 셀때 유용

$$\begin{aligned} E[X_A] &= E[I\{A\}] \\ &= 1 \cdot \Pr\{A\} + 0 \cdot \Pr\{\bar{A}\} \end{aligned}$$

지표확률변수

$$I\{H\} = \begin{cases} 1 & (H \text{ 발생}) \\ 0 & (\bar{H} \text{ 발생}) \end{cases}$$

확률 변수를 0,1로 고정한 특별한 확률변수 횃수를 셀때 유용

$$\begin{aligned} E[X_A] &= E[I\{A\}] \\ &= 1 \cdot \Pr\{A\} + 0 \cdot \Pr\{\bar{A}\} \\ &= \Pr\{A\} \end{aligned}$$

- X : 새로운 직원을 고용한 횟수에 대한 확률 변수.
- X_i : i 번째 지원자가 고용되었는지에 대한 지표 확률 변수.

$$X_i = I\{\text{지원자 } i \text{가 고용됨}\} = \begin{cases} 1 & (\text{지원자 } i \text{ 고용}) \\ 0 & (\text{지원자 } i \text{가 고용 안됨}) \end{cases}$$

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

- $\Pr\{\text{지원자 } i \text{가 고용될 확률}\} ???$

- $\Pr\{\text{지원자 } i \text{가 고용될 확률}\} ???$
- $E[X_i] = \frac{1}{i}$

- $\Pr\{\text{지원자 } i \text{가 고용될 확률}\} ???$
- $E[X_i] = \frac{1}{i}$

$$E[X] = E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right]$$

- $\Pr\{\text{지원자 } i \text{가 고용될 확률}\} ???$
- $E[X_i] = \frac{1}{i}$

$$\begin{aligned} E[X] &= E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^n E[X_i] \end{aligned}$$

- $\Pr\{\text{지원자 } i \text{가 고용될 확률}\} ???$
- $E[X_i] = \frac{1}{i}$

$$\begin{aligned} E[X] &= E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^n E[X_i] \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \end{aligned}$$

- $\Pr\{\text{지원자 } i \text{가 고용될 확률}\} ???$
- $E[X_i] = \frac{1}{i}$

$$\begin{aligned} E[X] &= E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^n E[X_i] \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \\ &= \ln n + O(1) \end{aligned}$$

결론

- 평균 고용 비용 : $O(c_h \ln n)$
- 총 평균 : $O(c_i n + c_n \ln n)$