

Lab 9

Filip Jędrzejewski

May 28, 2023

Zadanie 1

Opis problemu

Celem zadania było przedstawienie każdego z poniższych równań różniczkowych zwyczajnych jako równoważny układ równań pierwszego rzędu.

Równanie Van der Pol'a

$$y'' = y'(1 - y^2) - y \quad (1)$$

Zapiszmy:

$$y_1 = y \quad (2)$$

$$y_2 = y' \quad (3)$$

Zatem:

$$\begin{cases} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= y_2(1 - y_1^2) - y_1 \end{cases} \quad (4)$$

Równanie Blasiusa

$$y''' = -yy'' \quad (5)$$

Zapiszmy:

$$y_1 = y \quad (6)$$

$$y_2 = y' \quad (7)$$

$$y_3 = y'' \quad (8)$$

Zatem:

$$\begin{cases} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= y_3 \\ y_3' &= -y_1 y_3 \end{cases} \quad (9)$$

Prawo powszechnego ciążenia dla problemu dwóch ciał

$$\begin{cases} y_1'' &= -GM \frac{y_1}{(y_1^2 + y_2^2)^{\frac{3}{2}}} \\ y_2'' &= -GM \frac{y_2}{(y_1^2 + y_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{cases} \quad (10)$$

Zapiszmy:

$$x_1 = y_1 \quad (11)$$

$$x_2 = y_1' \quad (12)$$

$$x_I = y_2 \quad (13)$$

$$x_{II} = y_2' \quad (14)$$

$$R = (y_1^2 + y_2^2)^{\frac{1}{2}} = (x_1^2 + x_I^2)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Zatem:

$$\begin{cases} x_1' &= x_2 \\ x_I' &= x_{II} \\ x_2' &= -GM \cdot x_1 R^{-3} \\ x_{II}' &= -GM \cdot x_I R^{-3} \end{cases} \quad (16)$$

Zadanie 2

Opis problemu

Dane jest równanie różniczkowe zwyczajne:

$$y' = -5y \tag{17}$$

z warunkiem początkowym $y(0) = 1$. Równanie rozwiązujemy numerycznie z krokiem $h = 0,5$.

Czy rozwiązania powyższego równania są stabilne?