Lab 7

Filip Jędrzejewski

April 25, 2023

Zadanie 1

Opis problemu

Celem zadania było obliczenie całki:

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2}\,dx \tag{1}$$

korzystając z kwadratur adaptacyjnych trapezów oraz kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda.

Całkowanie numeryczne

W celu zastosowania kwadratur adaptacyjnych trapezów użyto następującej funkcji:

```
import scipy.integrate as scint
def trapzAdaptive(f, a, b, eps):
    result = scint.quad_vec(f, a, b, epsrel=eps, quadrature='trapezoid', full_output=True)
    toReturn = (result[0], result[2].neval)
    return toReturn
```

Natomiast dla kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda użyto:

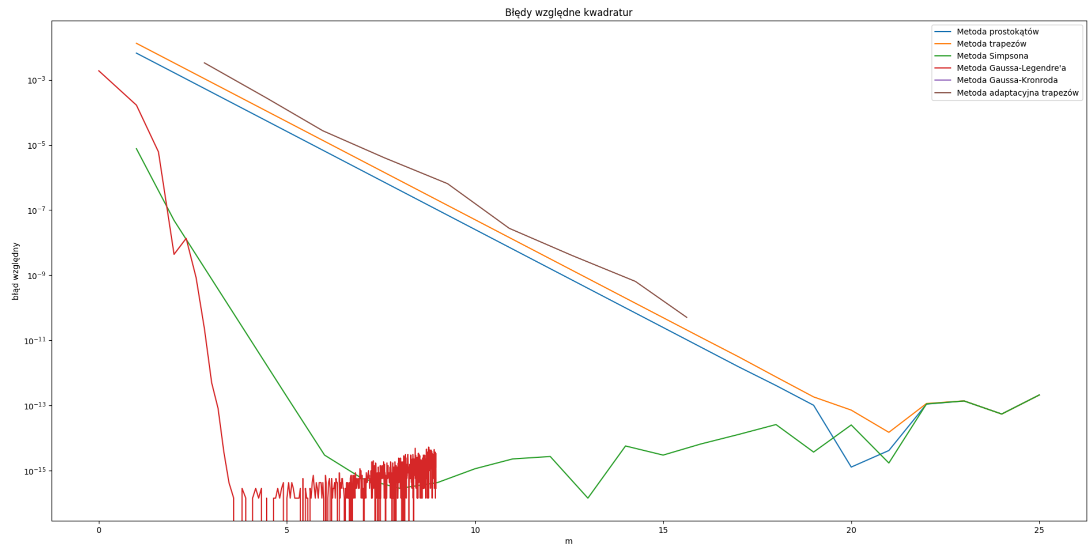
```
def gaussKronrodAdaptive(f, a, b, eps):
    result = scint.quad_vec(f, a, b, epsrel=eps, quadrature='gk21', full_output=True)
    toReturn = (result[0], result[2].neval)
    return toReturn
```

Obie funkcje przyjmują funkcję, która będzie całkowana, granice przedziału całkowania $[a, b]$ oraz `eps`, czyli dopuszczalny błąd (tolerancję).

Funkcje zwracają krotkę zawierającą wynik całki oraz liczbę ewaluacji funkcji podcałkowej.

Wykresy

Dla każdej metody stworzono wykres wartości bezwzględnej błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej. Na tę liczbę wpływano poprzez zmienianie parametru `eps` w funkcji liczącej całkę w zakresie od 10^0 do 10^{-14}. Wyniki dodano do wykresu z poprzedniego laboratorium (6):



Zadanie 2

Opis problemu

Celem zadania było obliczenie wartości następujących całek:

$$\int_0^1 \sqrt{x} \log x \, dx \tag{2}$$

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{(x-0,3)^2 + a} + \frac{1}{(x-0,9)^2 + b} - 6 \right) dx \tag{3}$$

We wzorze przyjęto $a = 0,001$ oraz $b = 0,004$.

Wartością dokładną całki ze wzoru (2) są $-\frac{4}{9}$.

Aby wyznaczyć wartość dokładną całki ze wzoru (3), skorzystano z faktu, że:

$$\int_0^1 \frac{1}{(x-x_0) + a} \, dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \left(\arctan \frac{1-x_0}{\sqrt{a}} + \arctan \frac{x_0}{\sqrt{a}} \right) \tag{4}$$

Całkowanie numeryczne

W zadaniu należało powtórzyć obliczenia z poprzedniego i aktualnego laboratorium (6 i 7).

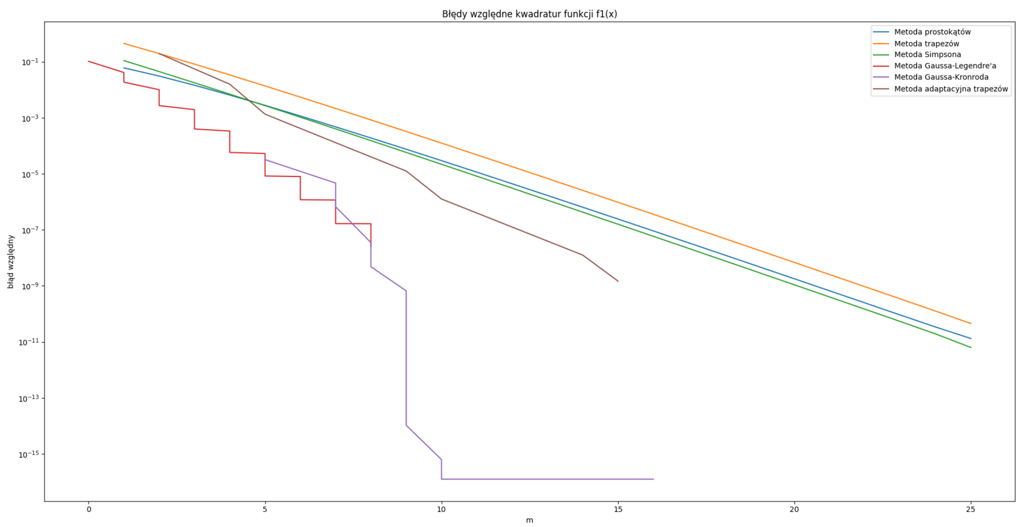
Zatem skorzystano z metod:

- prostokątów
- trapezów
- Simpsona
- Gaussa-Legendre'a
- adaptacyjnych trapezów
- Gaussa-Kronroda

Wykresy

Dla każdej z metod obliczono wartość bezwzględną błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji. Na podstawie wyników stworzono wykresy zależności tych błędów od m:

Dla całki (2):



Dla całki (3):