

# Lab 7

Filip Jędrzejewski

April 25, 2023

## Zadanie 1

### Opis problemu

Celem zadania było obliczenie całki:

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx \quad (1)$$

korzystając z kwadratur adaptacyjnych trapezów oraz kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda.

### Całkowanie numeryczne

W celu zastosowania kwadratur adaptacyjnych trapezów użyto następującej funkcji:

```
import scipy.integrate as scint
def trapzAdaptive(f, a, b, eps):
    result = scint.quad_vec(f, a, b, epsrel=eps, quadrature='trapezoid', full_output=True)
    toReturn = (result[0], result[2].neval)
    return toReturn
```

Natomiast dla kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda użyto:

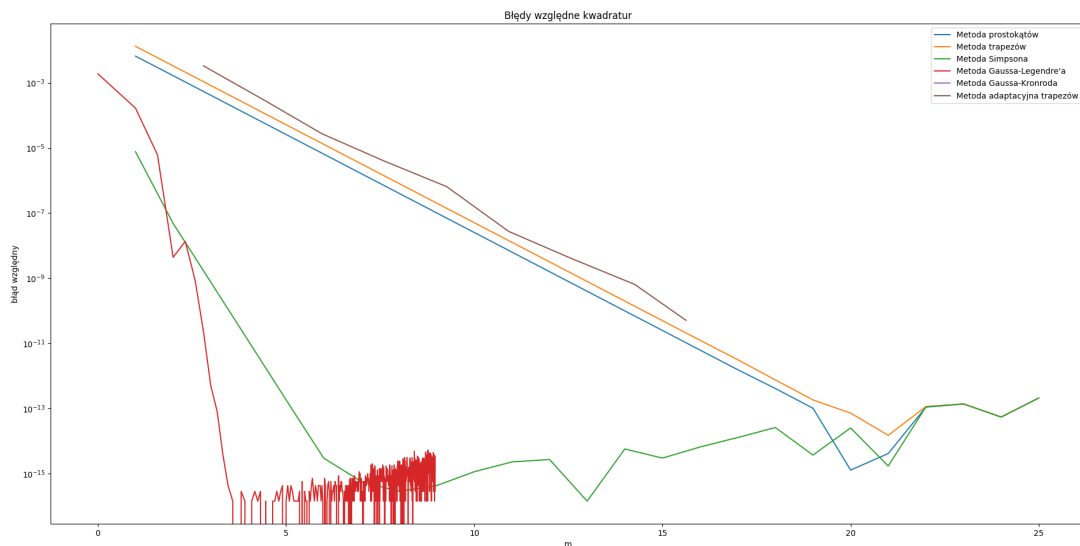
```
def gaussKronrodAdaptive(f, a, b, eps):
    result = scint.quad_vec(f, a, b, epsrel=eps, quadrature='gk21', full_output=True)
    toReturn = (result[0], result[2].neval)
    return toReturn
```

Obie funkcje przyjmują funkcję, która będzie całkowana, granice przedziału całkowania  $[a, b]$  oraz `eps`, czyli dopuszczalny błąd (tolerancję).

Funkcje zwracają krotkę zawierającą wynik całki oraz liczbę ewaluacji funkcji podcałkowej.

## Wykresy

Dla każdej metody stworzono wykres wartości bezwzględnej błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej. Na tę liczbę wpływało poprzez zmienianie parametru **eps** w funkcji liczącej całkę w zakresie od  $10^0$  do  $10^{-14}$ . Wyniki dodano do wykresu z poprzedniego laboratorium (6):



## Zadanie 2

### Opis problemu

Celem zadania było obliczenie wartości następujących całek:

$$\int_0^1 \sqrt{x} \log x \, dx \quad (2)$$

$$\int_0^1 \left( \frac{1}{(x-0,3)^2 + a} + \frac{1}{(x-0,9)^2 + b} - 6 \right) dx \quad (3)$$

We wzorze przyjęto  $a = 0,001$  oraz  $b = 0,004$ .

Wartością dokładną całki ze wzoru (2) są  $-\frac{4}{9}$ .

Aby wyznaczyć wartość dokładną całki ze wzoru (3), skorzystano z faktu, że:

$$\int_0^1 \frac{1}{(x-x_0)+a} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \left( \arctan \frac{1-x_0}{\sqrt{a}} + \arctan \frac{x_0}{\sqrt{a}} \right) \quad (4)$$

## Całkowanie numeryczne

W zadaniu należało powtórzyć obliczenia z poprzedniego i aktualnego laboratorium (6 i 7).

Zatem skorzystano z metod:

- prostokątów
- trapezów
- Simpsona
- Gaussa-Legendre'a
- adaptacyjnych trapezów
- Gaussa-Kronroda

Dla każdej z tych metod obliczono wartość bezwzględną błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji. Na podstawie wyników stworzono wykresy zależności tych błędów od  $m$ :