

1. הביקוש לדיור במשק הישראלי אותו אומד הוא:

$$\text{Log Appt prices}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \text{Log Supply Appt}_t + \alpha_2 \text{Log } r_t + \alpha_3 \text{time}_t + u_t$$

$$P_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_t + \alpha_2 r_t + \alpha_3 \text{time}_t + u_t$$

• החוקר מניח שמתקיימים:

$$\text{cov}(\text{time}_{t+j}, u_t) = 0$$

$$\text{cov}(r_{t+j}, u_t) = 0$$

א. אם החוקר מניח בנוסף:

$$\text{cov}(h_t, u_t) \neq 0$$

# כלומר יש מתאם בתקופה הנוכחית.

$$\text{cov}(h_{t+j}, u_t) = 0$$

# ובנוסף אין מתאם בתקופות הבאות.

• כלומר אקסוגניות חלשה לא מתקיימת האומדים אם כך יהיו **מוטים ואינם עקיבים**.

ב. אם החוקר מניח בנוסף:

$$\text{cov}(h_{t+1}, u_t) \neq 0$$

# כלומר יש מתאם בתקופה ההבאה.

$$\text{cov}(h_{t+j}, u_t) = 0$$

# ובנוסף אין מתאם בתקופות האחרות.

• כלומר קיימת אקסוגניות חלשה האומדים אם כך יהיו **מוטים אך עקיבים**.

ג. אם כעת החוקר מניח כי:

$$\text{cov}(h_t, u_t) = 0$$

# כלומר אין מתאם בתקופה הנוכחית.

$$\text{cov}(h_{t-1}, u_t) = ?$$

# ובנוסף לא ידוע המתאם בתקופה הקודמת.

• כלומר קיימת אקסוגניות חלשה לכל הפחות כך שבמקרה זה **לא ניתן לדעת** אם האומדים מוטים אך הם **ייוותרו עקיבים**.

ד. אם המצב הוא אקסוגניות חלשה וידוע לנו אומד בלתי מוטה ל- $\alpha_1$  שנאמד מחוץ למודל כלומר לוג למלאי הדירות למשק בית, נוכל להסיק כי ניתן לאמוד את המודל כך שננכה את  $\alpha_1$  מלוג מחירי הדיור וניצור משתנה מוסבר חדש:

$$\text{Log Appt prices}_t - \alpha_1 \text{Log Supply Appt}_t = \alpha_0 + \alpha_2 \text{Log } r_t + \alpha_3 \text{time}_t + u_t$$

2. נגביל את התצפיות במדגם ונגדיר משתנים לריבית הריאלית (ע"פ משוואת פישר) וללוג הטבעית של התוצר לנפש:

$$\text{real interest} = i - \pi$$

```
> #transform data to quarters
> ps5$date_q = as.yearqtr(ps5$date_q)
> #restric the data to 2001q1-2018q4
> ps5_new = ps5[ps5$date_q >= 2001.0 & ps5$date_q <= 2018.75,]
> ps5_new$log_gdp_capita=log(ps5_new$gdp_capita)
> #r=i-pi=real interst rate by fisher's eq
> ps5_new$real_interest = (ps5_new$interest_rate-ps5_new$inflation)
```

א. נאמוד את המודל ונקבל:

```
> model1<-lm(log_gdp_capita ~ real_interest, ps5_new)
> summary(model1)

Call:
lm(formula = log_gdp_capita ~ real_interest, data = ps5_new)

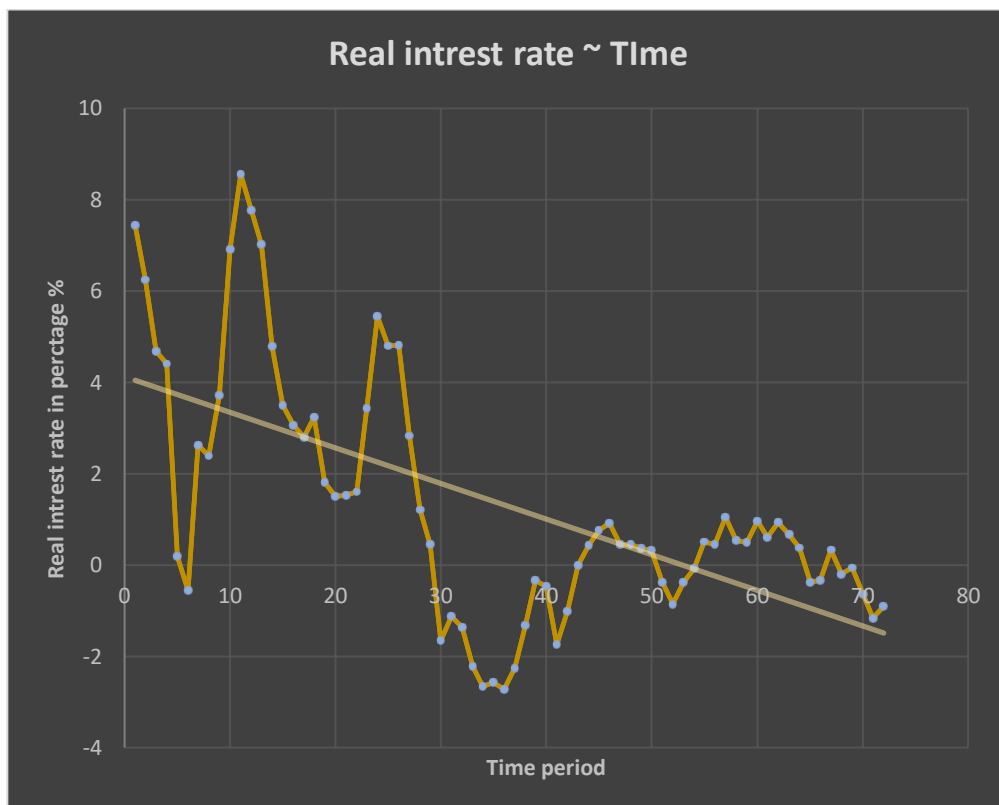
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.192158 -0.071624  0.008346  0.066196  0.117606

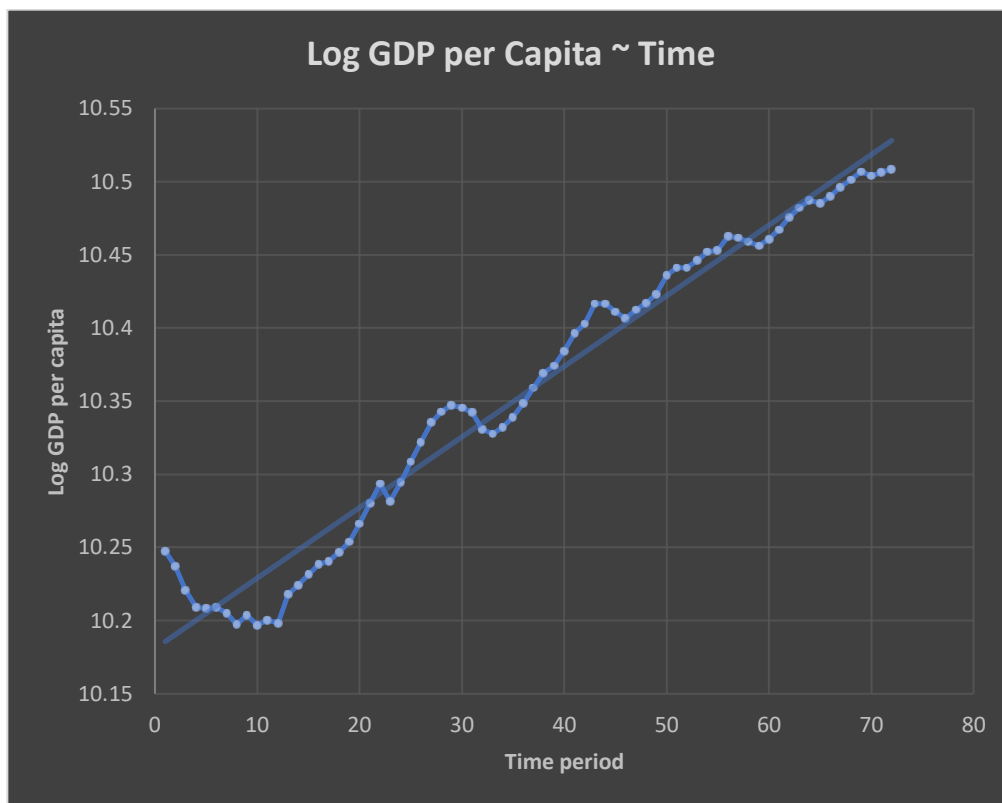
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  10.387863   0.010536  985.960 < 2e-16 ***
real_interest -0.024225   0.003595  -6.738 3.73e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.08046 on 70 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3934,    Adjusted R-squared:  0.3848
F-statistic: 45.41 on 1 and 70 DF,  p-value: 3.733e-09
```

• נוכל לראות כי כפוי לריבית יש השפעה שלילית על התוצר, האומד לריבית הריאלית מובהק מאוד.

ב. נציג את הגרפים באמצעות אקסל, נוכל לראות שאכן קיימת מגמה לכן נוסיף קווי מגמה ונקבל:

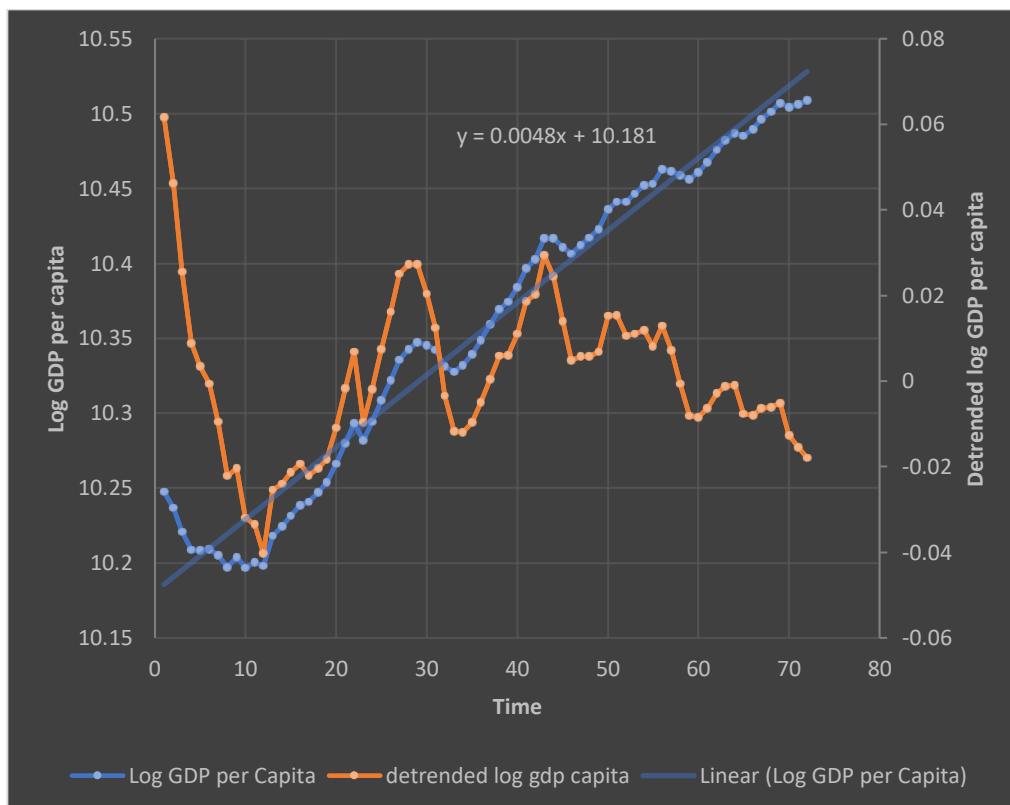




- אכן ניתן לראות כי קיימת מגמה לכן אם כך נסיק שהשטנו משתנה רלבנטי לכן האומדים שהתקבלו במודל בסעיף א' הם למעשה **מוטים ואינם עקיבים** ולכן **אינם יעילים**.

ג. נציג את הגרף ואת המשוואה המתקבלת מקו המגמה של לוג התוצר כפונקציה של הזמן:

$$\text{Log GDP}_{\text{capita}} = 0.0048 \text{ time} + 10.181$$



ד. נגדיר את משתנה הזמן (Time) ונציג את טבלת המתאמים בין המשתנים הנדרשים:

```
> # Q4
> #adding a trend with time var
> ps5_new$time <- c(1:nrow(ps5_new))
> #correlation matrix for
> cor(subset(ps5_new, select = c(log_gdp_capita, real_interest, time)))
```

	log_gdp_capita	real_interest	time
log_gdp_capita	1.0000000	-0.6272484	0.9842370
real_interest	-0.6272484	1.0000000	-0.6143877
time	0.9842370	-0.6143877	1.0000000

- נוכל לראות כי קיים מתאם ביניהם כלומר קיימת מולטיקולינאריות חלקית במודל בסעיף א', כך ששונויות האומדים גבוהות ולא ניתן לבצע מבחני השערות לגביהם, כמו כן קיים קשר שהוא אכן שלילי בין לוג התוצר לנפש לבין הריבית הריאלית, הזמן בנוסף משפיע חזק יותר על התוצר לנפש.

ה. נוסיף את משתנה המגמה למודל ונאמוד מחדש ונקבל:

```
> #Q5
> #adding time var
> model2 = lm(log_gdp_capita ~ real_interest + time, ps5_new)
> summary(model2)
```

Call:  
lm(formula = log\_gdp\_capita ~ real\_interest + time, data = ps5\_new)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.033960	-0.012894	-0.001091	0.009966	0.066532

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	10.1866031	0.0060576	1681.62	<2e-16 ***
real_interest	-0.0013987	0.0010285	-1.36	0.178
time	0.0047151	0.0001305	36.12	<2e-16 ***

---  
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01816 on 69 degrees of freedom  
Multiple R-squared: 0.9695, Adjusted R-squared: 0.9687  
F-statistic: 1098 on 2 and 69 DF, p-value: < 2.2e-16

- המובהקות של ההשפעה של הריבית הריאלית כעת ירדה, וההשפעה פחותה ביחס לקודם כלומר האומד במודל היה מוטא מעלה קודם.
- ניתן להסביר את ההבדל בין המודלים ע"י השמטת משתנה רלבנטי שגרמה להטייה של המודל.

ו. נאמוד את מודל ה-S/ בעזרת פער התוצר (במקום לוג התוצר לנפש) כפונקציה של הריבית הריאלית:

```
> #Q5
> #
> trendmodel = lm(log_gdp_capita ~ time, ps5_new)
> #calculating the gap of y
> ps5_new$outputgap = trendmodel$residuals
> model3 = lm(outputgap ~ real_interest, ps5_new)
> summary(model3)
```

Call:  
lm(formula = outputgap ~ real\_interest, data = ps5\_new)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.034717	-0.011763	-0.002350	0.009875	0.067149

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	0.0011123	0.0023730	0.469	0.641
real_interest	-0.0008707	0.0008097	-1.075	0.286

Residual standard error: 0.01812 on 70 degrees of freedom  
Multiple R-squared: 0.01625, Adjusted R-squared: 0.002197  
F-statistic: 1.156 on 1 and 70 DF, p-value: 0.2859

- שלב 1: נאמוד מודל של לוג התוצר לנפש כפונקציה של הזמן.
- שלב 2: נבנה משתנה של השאריות שהן למעשה פער התוצר- התוצר בניכוי השפעת הזמן המעריכית.
- שלב 3: ולבסוף נאמוד את המודל של פער התוצר כמשתנה מוסבר ע"י הריבית הריאלית ונקבל את הפלט:

- אם נביט על מקדם הריבית נוכל לראות כי כעת הריבית משפיעה הרבה פחות לעומת המודל שנאמד בסעיף א', אך בנוסף היא גם איננה מובהקת כלל.

3. חוקר אמד את משוואת עקומת פיליפס PC-ב-OLS:

$$inflation = \alpha + \alpha output\_gap + \alpha US\_inflation + \alpha time + u$$

$$cov(time_{t+j}, u_t) = 0$$

$$cov(output\_gdp_{t+j}, u_t) = 0$$

א. טענה זו נכונה - מתקיימת אקסוגניות **חלשה** כך שהאומדים נותרים מוטים אך עקיבים.

ב. טענה זו לא נכונה - אקסוגניות **חלשה** לא מתקיימת כך שבהכרח האומדים מוטים ואינם עקיבים.

ג. טענה זו לא נכונה - מתקיימת אקסוגניות **חזקה**, כך שברגע שנוסף משתנה חדש שאנו יודעים כיצד מתואם האומדים יהיו בלתי מוטים ועקיבים.

4. בהמשך למודל שנאמד קודם:

א. הטענה **נכונה** - כאשר מוסיפים משתנים השונות גדלה, וניתן לראות שקיימת מולטיקולינאריות חלקית ע"פ טבלת המתאמים אך הדבר לא גורם להטייה של האומד של  $\alpha_2$ .

ב. הטענה **נכונה** - השמטת משתנה רלבנטי תגרום להטיית המודל, ומשתנה הזמן (המגמה) הוא אכן משתנה רלבנטי במקרה זה שכן זו הנחה סבירה שלאינפלציה יש מגמתיות, זהו למעשה ה-*trade off* הקלאסי בבניית מודל אקונומטרי של הגדלת השונות מול הסתכנות בהטיית המודל.