Analisi 1A - Lista Teoremi e Definizioni

Numeri Reali

> Numeri Reali
>
> ### Assiomi dei Numeri Reali
>
> - [ ] **D** Definizione di Numeri Reali
> - [ ] **D** C1 - Associatività dell'Addizione
> - [ ] **D** C2 - Commutatività dell'Addizione
> - [ ] **D** C3 - Esistenza elemento neutro
> - [ ] **T** Unicità Elemento Neutro additività
> - [ ] **D** Elemento Neutro Additivo
> - [ ] **D** C4 - Esistenza opposto additivo
> - [ ] **T** Unicità dell'opposto additivo
> - [ ] **D** Opposto di un numero reale
> - [ ] **D** C5 - Associatività della Moltiplicazione
> - [ ] **D** C6 - Commutatività della Moltiplicazione
> - [ ] **D** C7 - Esistenza elemento neutro
> - [ ] **T** Unicità dell'elemento neutro
> - [ ] **D** Elemento Neutro Moltiplicativo
> - [ ] **D** C8 - Esistenza del Reciproco
> - [ ] **T** Unicità dell'inverso moltiplicativo
> - [ ] **D** Reciproco di un numero reale
> - [ ] **D** C9 - Proprietà Distributiva
> - [ ] **D** O1 - Proprietà Riflessiva della Relazione $\leq$
> - [ ] **D** O2 - Proprietà Antisimmetrica della Relazione $\leq$
> - [ ] **D** O3 - Proprietà Transitiva della Relazione $\leq$
> - [ ] **D** O4 - Proprietà di Linearità della Relazione $\leq$
> - [ ] **D** O5 - Proprietà di Compatibilità con la Somma
> - [ ] **D** O6 - Proprietà di Compatibilità con la Moltiplicazione
> - [ ] **D** Assioma di Completezza
>
> ### Conseguenze degli Assiomi
>
> - [ ] **D** Numero non negativo, non positivo, positivo, negativo
> - [ ] **T** Legge di Cancellazione per l'addizione
> - [ ] **T** Legge di Cancellazione per la Moltiplicazione
> - [ ] **T** $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$
> - [ ] **T** $0 \neq 1$
> - [ ] **T** Legge annullamento del Prodotto
> - [ ] **T** $x \cdot y \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \wedge y \neq 0$
> - [ ] **T** Opposto di 0
> - [ ] **T** Reciproco di 1
> - [ ] **T** Opposto dell'Opposto
> - [ ] **T** Reciproco del Reciproco
> - [ ] **T** Opposto della Somma
> - [ ] **T** Reciproco del Prodotto
> - [ ] **T** $(-1) \cdot x = x \cdot (-1) = -x$
> - [ ] **T** $(-x) \cdot y = x \cdot (-y) = -(x \cdot y) \quad / \quad (-x) \cdot (-y) = x \cdot y$

- [ ] **T** $x \leq y \Leftrightarrow 0 \leq y - x$
- [ ] **T** $x \leq y \Leftrightarrow -y \leq -x$
- [ ] **T** $x \leq 0 \Leftrightarrow -x \geq 0$
- [ ] **T** $x \leq y \wedge z \leq w \Rightarrow x + z \leq y + w$
- [ ] **T** $x \geq 0 \wedge y \geq 0 \Rightarrow x + y \geq 0$
- [ ] **T** $x \cdot x \geq 0$
- [ ] **T** $1 > 0$
- [ ] **T** $x > 0 \Leftrightarrow x^{-1} > 0$
- [ ] **T** $x \leq y \wedge z \leq 0 \Rightarrow x \cdot z \geq y \cdot z$
- [ ] **T** $0 < x \leq y \Rightarrow y^{-1} \leq x^{-1}$
- [ ] **T** $0 \leq x \leq y \wedge 0 \leq z \leq w \Rightarrow x \cdot z \leq y \cdot w$
- [ ] **T** $x \leq 0 \wedge y \leq 0 \Rightarrow x \cdot y \geq 0$
- [ ] **T** $x \leq 0 \wedge y \geq 0 \Rightarrow x \cdot y \leq 0$
- [ ] **D** Valore assoluto di un numero reale
- [ ] **T** $\begin{cases} |x| \geq 0 \\ |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ |x|^2 = x^2 \\ -|x| \leq x \leq |x| \end{cases}$
- [ ] **T** $x, y \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 \Leftrightarrow x = y \\ x^2 \leq y^2 \Leftrightarrow x \leq y \\ x^2 < y^2 \Leftrightarrow x < y \end{cases}$
- [ ] **T** $\begin{cases} |x| \leq y \Leftrightarrow -y \leq x \leq y \\ |x| \geq y \Leftrightarrow x \geq y \vee x \leq -y \\ |x \cdot y| = |x| \cdot |y| \\ |x + y| \leq |x| + |y| \\ ||x| - |y|| \leq |x - y| \end{cases}$
- [ ] **D** Massimo e Minimo di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$
- [ ] **T** Unicità del Massimo e Minimo
- [ ] **T** $\min A \leq \max A$
- [ ] **D** Maggiorante e Minorante di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$
- [ ] **D** Insieme Limitato Superiormente, Limitato Inferiormente, Limitato
- [ ] **D** Estremo Superiore e Estremo Inferiore
- [ ] **T** $x = \max A$ se e solo se $x \in A$ e x è maggiorante di A. $x = \min A$ se e solo se $x \in A$ e x è minorante di A
- [ ] **D** Estremo Superiore e Estremo Inferiore di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$
- [ ] **T** Esistenza dell'estremo superiore
- [ ] **T** Esistenza dell'estremo inferiore
- [ ] **T** Caratterizzazione dell'Estremo Superiore
- [ ] **T** Caratterizzazione dell'Estremo Inferiore
- [ ] **T** Se A ha massimo, allora è superiormente limitato e $\sup A = \max A$. Se è superiormente è limitato e $\sup A \in A$, allora ha massimo e $\max A = \sup A$
- [ ] **T** $\inf A \leq \sup A$

Numeri Naturali, Interi e Razionali

- [ ] **D** Insieme Induttivo
- [ ] **D** Insieme dei numeri Naturali $\mathbb{N}$
- [ ] **T** $A \subseteq \mathbb{R}$. Se A è induttivo, allora $\mathbb{N} \subseteq A$
- [ ] **T** $\mathbb{N}$ è induttivo
- [ ] **T** Principio di Induzione
- [ ] **T** $\min \mathbb{N} = 0$
- [ ] **T** $\sup \mathbb{N} = +\infty$
- [ ] **T** $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \Rightarrow n - 1 \in \mathbb{N}$
- [ ] **T** $\min(\mathbb{N} \setminus \{0\}) = 1$
- [ ] **T** $m, n \in \mathbb{N},\ m \leq n \Rightarrow n - m \in \mathbb{N}$
- [ ] **T** $m, n \in \mathbb{N},\ m < n \Rightarrow m + 1 \leq n$
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{N}$, allora A ha minimo e se è superiormente limitato ha massimo

- [ ] **T** $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m + n \in \mathbb{N},\ m \cdot n \in \mathbb{N}$
- [ ] **T** $\mathbb{N}$ con $+$ e $\cdot$ verifica $C1, C2, C3, C5, C6, C7, C9$ ma non $C4, C8$
- [ ] **D** Potenza di un Numero Reale
- [ ] **D** Fattoriale
- [ ] **T** Disuguaglianza di Bernoulli
- [ ] **D** Coefficiente Binomiale
- [ ] **T** Proprietà del Coefficiente Binomiale
- [ ] **D** Numeri Interi
- [ ] **T** $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m + n \in \mathbb{Z},\ m \cdot n \in \mathbb{Z}$
- [ ] **T** $\mathbb{Z}$ con $+$ e $\cdot$ verifica gli tutti gli assiomi di campo tranne $C8$
- [ ] **T** $\inf \mathbb{Z} = -\infty$ e $\sup \mathbb{Z} = +\infty$
- [ ] **T** $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow |n - m| \geq 1$
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{Z}$ allora se è superiormente limitato ha massimo, se è inferiormente limitato ha minimo
- [ ] **D** Numeri Razionali
- [ ] **T** $p, q \in \mathbb{Q} \Rightarrow p + q \in \mathbb{Q},\ p \cdot q \in \mathbb{Q}$
- [ ] **T** $\mathbb{Q}$ con le operazioni $+$ e $\cdot$ verifica tutti gli assiomi di Campo
- [ ] **T** $\inf \mathbb{Q} = -\infty$ e $\sup \mathbb{Q} = +\infty$
- [ ] **T** Non esiste $x \in \mathbb{Q}$ tale che $x^2 = 2$
- [ ] **T** $\mathbb{Q}$ non è completo

Altre Proprietà

- [ ] **T** Sia $x \in \mathbb{R}$. Se $\forall y \in \mathbb{R}^+, x \leq y \Rightarrow x \leq 0$
- [ ] **T** Proprietà di Archimede
- [ ] $x \in \mathbb{R} \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N}\colon 1/n < x$
- [ ] **D** Parte intera
- [ ] **D** Radice n-esima di un numero
- [ ] **T** $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} \exists q \in \mathbb{Q} : x < q < y \\ \exists z \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} : x < z < y \end{cases}$
- [ ] **D** Intervallo
- [ ] **D** Intervallo aperto, chiuso, limitato, illimitato

Successioni di Numeri Reali

Successioni di Numeri Reali

Successioni

- [ ] **D** Successione e Successione Reale
- [ ] **D** Termine di una successione
- [ ] **D** Insieme dei termini di una successione
- [ ] **D** Successione superiormente limitata, superiormente illimitata e estremo superiore di una successione
- [ ] **D** Successione inferiormente limitata, inferiormente illimitata e estremo inferiore di una successione
- [ ] **D** Successione limitata e illimitata

Limiti di Successioni

- [ ] **D** Limite reale di una successione
- [ ] **D** Successione Convergente
- [ ] **T** Unicità del Limite
- [ ] **T** Teorema del Confronto
- [ ] **T** Teorema di Permanenza del Segno

- [ ] **D** Proprietà verificata definitivamente
- [ ] **T** Teorema dei due Carabinieri
- [ ] **D** Limite $+\infty$ e $-\infty$ di una successione
- [ ] **D** Successione Divergente
- [ ] **D** Successione Regolare e Oscillante
- [ ] **T** $\forall n \in \mathbb{N}, a_n \leq b_n \Rightarrow \begin{cases} a_n \to +\infty \Rightarrow b_n \to +\infty \\ b_n \to -\infty \Rightarrow a_n \to -\infty \end{cases}$
- [ ] **D** Insieme dei numeri reali esteso
- [ ] **D** Intorno di un elemento $c \in \overline{\mathbb{R}}$
- [ ] **D** Limite con gli intorni
- [ ] **T** Teorema del confronto (con intorni)
- [ ] **T** Teorema della permanenza del segno (con intorni)
- [ ] **T** Teorema sulla limitatezza delle successioni regolari
- [ ] **T** Teorema dell'unicità del limite (esteso)
- [ ] **T** Se $\exists \overline{n} \in \mathbb{N}\colon n > \overline{n} \Rightarrow a_{\overline{n}} = b_{\overline{n}} \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} b_n$
- [ ] **T** Teorema sul limite della somma
- [ ] **T** Teorema sul limite del prodotto
- [ ] **T** Teorema sul limite del rapporto
- [ ] **T** Teorema sul limite del valore assoluto
- [ ] **T** Criterio del Rapporto

Condizioni per la Regolarità delle Successioni

- [ ] **D** Successione Crescente, Decrescente, Monotona
- [ ] **T** Limite delle Successioni Monotone
- [ ] **T** Numero di Nepero
- [ ] **D** Sottosuccessione
- [ ] **T** $(k_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sottosuccessione di $\mathbb{N} \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}, k_n \geq n$
- [ ] **T** Limite delle Sottosuccessioni
- [ ] **T** $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ successione in $\mathbb{R}$ e $(a_{k_n})_{n\in\mathbb{N}}$ e $(a_{h_n})_{n\in\mathbb{N}}$ sottosuccessioni di a_n tali che hanno lo stesso limite e $\mathbb{N} = \{k_m \mid m \in \mathbb{N}\} \cup \{h_m \mid m \in \mathbb{N}\}$, allora a_n ha lo stesso limite di a_{k_n} e a_{h_n}
- [ ] **T** $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ successione, allora esiste una sottosuccessione monotona
- [ ] **T** Teorema di Bolzano - Weierstrass
- [ ] **D** Successione di Cauchy
- [ ] **T** Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è convergente, allora è di Cauchy
- [ ] **T** Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è di Cauchy, allora è limitata
- [ ] **T** Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è di Cauchy e ha una sottosuccessione convergente, allora è convergente
- [ ] **T** Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è di Cauchy, allora è convergente
- [ ] **T** Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Se è inferiormente limitata, sia $\alpha_n = \inf\{a_m \mid m \geq n\}$, allora $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è crescente. Se è superiormente limitata, sia $\beta_n = \sup\{a_m \mid m \geq n\}$, allora $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è decrescente
- [ ] **D** Massimo limite e minimo limite
- [ ] **T** Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è superiormente limitata, allora $\max \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \inf\{ \sup\{a_m \mid m \geq n\} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Se è inferiormente limitata, allora $\min \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \inf\{ \sup\{a_m \mid m \geq n\} \mid n \in \mathbb{N}\}$
- [ ] **T** $\min \lim\limits_{n\to+\infty} a_n \leq \max \lim\limits_{n\to+\infty} a_n$
- [ ] **T** Sia $(a_{k_n})_{n\in\mathbb{N}}$ una sottosuccesione regolare di $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, allora $\min \lim\limits_{n\to+\infty} a_n \leq \lim\limits_{n\to+\infty} a_{k_n} \leq \max \lim\limits_{n\to+\infty} a_n$
- [ ] **T** Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ successione, allora esistono due sottosuccessioni tali che $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{k_n} = \max \lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ e $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{h_n} = \min \lim\limits_{n\to+\infty} a_n$
- [ ] **T** Sono equivalenti $\begin{cases} (a_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ regolare} \\ \min \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \max \lim\limits_{n\to+\infty} a_n \end{cases}$ e in tal caso $\min \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \max \lim\limits_{n\to+\infty} a_n$

Limiti di Funzioni

Limiti di Funzioni

Topologia dell'insieme dei numeri reali

- [ ] **D** Punto Esterno, Punto Interno e Punto di Frontiera
- [ ] **D** Interno, Frontiera e Chiusura di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$
- [ ] **T** $c \in \partial A \Leftrightarrow \forall U \in \mathcal{I}_c, (U \cap A \neq \varnothing) \wedge (U \cap \complement A)$
- [ ] **T** $\text{int}A \subseteq A \subseteq \overline{A}$ e $\overline{A} = \text{int}A \cup \partial A$
- [ ] **T** Siano $A, B \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \Rightarrow \text{int}A \subseteq \text{int}B \\ A \subseteq B \Rightarrow \text{I punti esterni di } B \text{ sono esterni anche ad } A \\ \text{int}(A \cap B) = \text{int}A \cap \text{int}B \end{cases}$
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ e $c \in \mathbb{R}$
    1. $c \in \overline{A} \Leftrightarrow$ esiste una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in A che converge a c
    2. c è interno ad $A \Leftrightarrow$ qualunque sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ convergente a c, $a_n \in A$ definitivamente
    3. c è esterno ad $A \Leftrightarrow$ qualunque sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ convergente a c, $a_n \notin A$ definitivamente
    4. c è di frontiera per $A \Leftrightarrow$ esistono $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in A e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\complement A$ convergenti in c
- [ ] **D** Insieme Aperto e Chiuso
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} A \text{ aperto} \Leftrightarrow A \cap \partial A = \varnothing \\ A \text{ chiuso} \Leftrightarrow \partial A \subseteq A \end{cases}$
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} A \text{ aperto} \Leftrightarrow \complement A \text{ chiuso} \\ A \text{ chiuso} \Leftrightarrow \complement A \text{ aperto} \end{cases}$
- [ ] **T** Sia $\{A_i \mid i \in I\}$ una famiglia di insiemi, allora $\begin{cases} \forall i \in I, A_i \text{ aperto} \Rightarrow \bigcup_{i\in I} A_i \text{ aperto} \\ \forall i \in I, A_i \text{ chiuso} \Rightarrow \bigcap_{i\in I} A_i \text{ chiuso} \end{cases}$
- [ ] **T** Siano $A, B \subseteq \mathbb{R}$ allora $\begin{cases} A, B \text{ aperti} \Rightarrow A \cap B \text{ aperto} \\ A, B \text{ chiusi} \Rightarrow A \cup B \text{ chiuso} \end{cases}$
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} \text{int}A \text{ aperto} \\ \overline{A} \text{ chiuso} \end{cases}$
- [ ] **D** Insieme Compatto
- [ ] **T** Caratterizzazione degli Insiemi Compatti
- [ ] **D** Punto limite, punto di accumulazione, punto isolato, insieme derivato di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$
- [ ] **T** Sia $A \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} \text{int}A \subseteq D(A) \subseteq \overline{A} \\ \partial A \setminus A \subseteq D(A) \end{cases}$
- [ ] **T** Siano $A \subseteq \mathbb{R}$ e $c \in \overline{\mathbb{R}}$, allora $c \in PL(A)$ se e solo se esiste $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $A \setminus \{c\}$ che tende a c

Estremi e Limitatezza Delle funzioni

- [ ] **D** Funzione superiormente limitata, superiormente illimitata e estremo superiore
- [ ] **D** Funzione inferiormente limitata, inferiormente illimitata e estremo inferiore
- [ ] **D** Funzione limitata

Limiti di Funzioni

- [ ] **D** Limite di una funzione
- [ ] **D** Funzione Convergente, Divergente, Regolare, Oscillante
- [ ] **T** Relazione tra limite di funzione e limite di successione
- [ ] **T** Unicità del Limite
- [ ] **T** Siano $A, B \subseteq \mathbb{R}, f : A \to \mathbb{R}, g : B \to \mathbb{R}, c \in PL(A) \cap PL(B)$ e sia $W \in \mathcal{I}_c$ tale che $\begin{cases} A \cap W \setminus \{c\} = B \cap W \setminus \{c\} \\ \forall x \in A \cap W \setminus \{c\}, f(x) = g(x) \end{cases}$, allora se f è regolare, anche g lo è e $\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} g(x)$
- [ ] **T** Limitatezza delle funzioni regolari
- [ ] **T** Limite della Restrizione
- [ ] **T** Limite della Composizione
- [ ] **D** Limite Destro e Sinistro
- [ ] **T** Relazione tra limiti Unilateri e Bilatero

- [ ] **D** Funzione Asintotica
- [ ] **T** Relazione di Equivalenza tra Asintotici
- [ ] **T** Proprietà degli Asintotici
- [ ] **D** Funzione Trascurabile
- [ ] **T** Teorema Ausiliario tra Asintotici e Trascurabili
- [ ] **T** Regole di Calcolo dei Trascurabili
- [ ] **D** Funzione Controllata
- [ ] **T** Teorema di collegamento tra Controllate, Asintotici e Trascurabili
- [ ] **D** Funzione Crescente, Decrescente, Monotona
- [ ] **T** $A \subseteq \mathbb{R}, f : A \to \mathbb{R}$ strettamente monotona, allora è iniettiva e f^{-1} è strettamente monotona
- [ ] **T** Limite delle Funzioni Monotone
- [ ] **D** Condizione di Cauchy
- [ ] **T** $f : A \to \mathbb{R}$ è convergente per $x \to c$ se e solo se verifica la condizione di Cauchy per $x \to c$
- [ ] **D** Massimo Limite e Minimo Limite per le Funzioni

Funzioni Continue

- [ ] **D** Funzione Continua
- [ ] **D** Funzione Continua in un insieme
- [ ] **T** Siano $A \subseteq \mathbb{R}, f : A \to \mathbb{R}, c \in A$ allora
    1. Se c è un punto isolato per A, f è continua in c
    2. Se $c \in D(A)$, f è continua in c se e solo se $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$
- [ ] **T** Caratterizzazione della Continuità
- [ ] **T** Siano f, g funzioni continue, allora $f + g, fg$ sono continue e se $\forall x, g(x) \neq 0$ $\frac{f}{g}$ è continua
- [ ] **T** Continuità della Composizione
- [ ] **T** Teorema di Weierstrass
- [ ] **T** Teorema di Bolzano o degli zeri
- [ ] **T** Teorema dei Valori Intermedi
- [ ] **T** f monotona e $f(A)$ intervallo, allora f è continua
- [ ] **T** Siano $a, b, c \in I \begin{cases} a < b, a < c, f(a) < f(b) \Rightarrow f(a) < f(c) \\ a < b, c < b, f(a) < f(b) \Rightarrow f(c) < f(b) \end{cases}$
- [ ] **T** Siano I intervallo e f continua e iniettiva, allora f è strettamente monotona
- [ ] **T** Teorema sulla continuità dell'inversa
- [ ] **D** Funzione uniformemente continua
- [ ] **T** Se f è continua è uniformemente continua
- [ ] **T** f uniformemente continua $\Leftrightarrow$ qualunque siano $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tali che $a_n - b_n \to 0$ risulta $f(a_n) - f(b_n) \to 0$
- [ ] **T** f uniformemente continua e $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ convergente, allora $f(a_n)$ è convergente
- [ ] **T** Teorema di Heine - Cantor
- [ ] **T** Teorema sulla prolungabilità delle funzioni

Calcolo Differenziale per Funzioni Reali

Calcolo Differenziale per Funzioni Reali

Derivate

- [ ] **D** Rapporto Incrementale
- [ ] **D** Funzione Derivabile in un punto e di Derivata
- [ ] **D** Funzione Derivabile in un insieme
- [ ] **T** Caratterizzazione della Derivabilità
- [ ] **T** Continuità delle Funzioni Derivabili
- [ ] **T** Algebra delle Derivate

- [ ] **T** Derivata della Composizione
- [ ] **T** Derivata della Funzione Inversa
- [ ] **D** Funzione Derivabile due volte e Derivata Seconda
- [ ] **D** Funzione Derivabile n volte e Derivata n-esima
- [ ] **D** Funzione Indefinitamente Derivabile

Funzioni Derivabili in un Intervallo

- [ ] **T** Teorema di Rolle
- [ ] **T** Teorema di Cauchy
- [ ] **T** Teorema di Lagrange o del Valor Medio
- [ ] **T** Teorema sulle Funzioni a Derivata Nulla
- [ ] **T** Teorema sul Limite della Derivata

Applicazioni del Calcolo Differenziale

- [ ] **T** Teorema di de l'Hopital $0/0, x \to a$
- [ ] **T** Teorema di de l'Hopital $0/0, x \to +\infty$
- [ ] **E** Teorema di de l'Hopital $\ell/+\infty, x \to a$
- [ ] **E** Teorema di de l'Hopital $\ell/+\infty, x \to +\infty$
- [ ] **D** Polinomio di Taylor
- [ ] **T** Se f è derivabile n volte in c, allora per $j = 0, 1, \ldots, n$ si ha $T_{c,n}^{(j)}(c) = f^{(j)}(c)$
- [ ] **T** Se $f(c) = 0$ e $f'(x) = o(|x-c|^{\alpha})$ per $x \to c$ allora $f(x) = o(|x-c|^{\alpha+1})$ per $x \to c$
- [ ] **T** Se $f^{(j)}(c) = 0$ per $j = 0, 1, \ldots, n$ allora $f(x) = o((x-c)^n)$ per $x \to c$
- [ ] **T** Formula di Taylor con resto nella forma di Peano
- [ ] **T** Sia f derivabile n volte in $[a, b]$ e $n+1$ in $]a, b[$ e sia g continua in $[a, b]$ e derivabile in $]a, b[$, allora esiste $c \in]a, b[$ tale che $(f(b) - T_{a,n}(b))g'(c) = (g(b) - g(a))f^{(n+1)}(c)\frac{(b-c)^n}{n!}$
- [ ] **T** Formula di Taylor con resto nella forma di Lagrange

---

Parte di Cupini

Parte di Cupini

Generalità

- [ ] **D** Funzioni Pari e Dispari
- [ ] **D** Funzioni Periodiche
- [ ] **D** Trasformazioni elementari
- [ ] **D** Grafici di Funzioni Elementari

Limiti

- [ ] **T** Numero di Nepero
- [ ] **T** Criterio del Rapporto
- [ ] **T** Criterio della Radice
- [ ] **T** Limiti Notevoli $(1+\frac{1}{x})^x$, $(1+\frac{\alpha}{x})^x$, $(1+\alpha x)^{\frac{1}{x}}$, $\sqrt[n]{\frac{n^n}{n!}}$, $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{\tan x}{x}$, $\frac{1-\cos x}{x^2}$, $\frac{\arcsin x}{x}$

Asintotici e Trascurabili

- [ ] **D** Asintotici
- [ ] **D** Trascurabili
- [ ] **T** Eliminazione dei Trascurabili nella Somma

▢ **T** Sostituzione degli Asintotici nel Prodotto