

文章编号: 0254-0096(2008)01-0069-05

# 太阳方位角的公式求解及其应用

贺晓雷, 于贺军, 李建英, 丁 蕾

(中国气象局大气探测技术中心, 北京 100081)

**摘 要:** 基于对通过“天球理论”所推导出的太阳方位角与经纬度、时间等参量关系曲线特征的分析, 提出了太阳方位角的求解条件, 并最终确定了求解公式。经过检验, 证明该公式能够真实反映太阳的运行轨迹。同时介绍了该公式在一项太阳能利用工程设计中的应用方法。

**关键词:** 太阳能; 太阳方位角; 求解公式; 应用

**中图分类号:** TB11 **文献标识码:** B

## 0 引 言

实现对太阳的精确跟踪是获取准确、可靠的太阳直接辐射观测数据的前提。长期以来, 国内气象行业一直采用赤道架类设备实现对太阳的跟踪。其原理是使直接辐射表在一个垂直于赤道平面的旋转轴的驱动下匀速转动, 并在运行前人工对准太阳(使太阳与直接辐射表旋转平面的夹角等于太阳的赤纬)来实现对太阳的跟踪。由于技术上的限制, 这种赤道架仅能达到  $\pm 1^\circ/24h$  的跟踪精度, 成为限制太阳直接辐射观测数据质量提高的重要因素之一。

2003 年, 在科技部的支持下, 中国气象局大气探测技术中心开始研制基于传感器反馈的被动太阳跟踪设备, 实现了  $\pm 0.25^\circ$  的太阳跟踪精度。该设备不同于赤道架通过地理纬度和太阳赤纬跟踪太阳的方式, 而是以地平面为参考平面, 通过太阳的高度角和方位角合成太阳的运动轨迹。

采用传感器反馈对太阳实现被动跟踪, 要求在跟踪的起始时刻太阳必须处于传感器视角之内。而开机时刻传感器轴线与太阳直射光线夹角的随机性以及多云天气下云层的遮挡等都可能造成太阳偏离传感器视场, 形成太阳的“丢失”。为此, 必须采取这样一种附加手段, 即在太阳“丢失”状态下, 通过观测地点的经纬度、当前时间等参量求解太阳的高度角和方位角, 实现对太阳的捕捉。

依据“天球理论”可以快速导出太阳高度角、方

位角与观测地点经度、纬度以及观测时刻的关系, 从而可以方便地求解太阳高度角, 但求解的太阳方位角却与实际状况存在严重偏离。查阅的《建筑日照设计》、《太阳辐射能的测量与标准》和《气象辐射观测方法》等资料也均未给出太阳方位角求解的最终公式。在这种情况下, 作者结合日常的经验, 通过分析最终确定了方位角求解的公式和条件。

## 1 太阳方位角求解中的问题

根据“天球理论”, 可以导出太阳方位角与观测地点经度、纬度以及观测时刻的关系如下:

$$A = a \sin\left(\frac{\cos \delta \times \sin \Omega}{\cosh}\right) \quad (1)$$

式中,  $A$ ——太阳方位角;  $h$ ——太阳高度角;  $\delta$ ——太阳的赤纬;  $\Omega$ ——太阳的时角。式(1)右侧的各参量可通过计算得到(具体可参阅中国气象局《地面气象观测规范》2003 版附录 4。)

依据式(1), 求解北京(东经  $116.3^\circ$ , 北纬  $39.95^\circ$ )2000 年 6 月 21 日和 12 月 21 日的太阳方位角曲线, 分别如图 1 和图 2 所示。

式(1)是以正南方向的方位角等于  $0^\circ$  为基础推出的。即, 在真太阳时 12 点, 太阳方位角为  $0^\circ$ 。由此, 可以推出在真太阳时 0 点(24 点), 太阳方位角应大致处于  $180^\circ$  位置。但是通过对于图 1 和图 2 的观察可以看出, 0 点(24 点)时太阳的方位角处于接近  $0^\circ$  的位置, 这与太阳的运行轨迹存在差别。

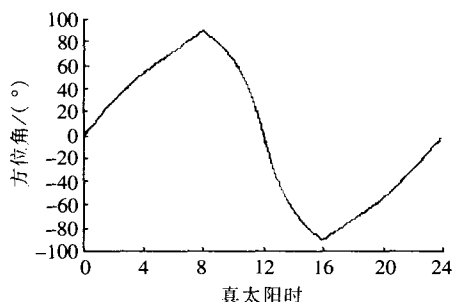


图1 2000年6月21日太阳方位角曲线

Fig.1 2000-6-21 curve of solar azimuth

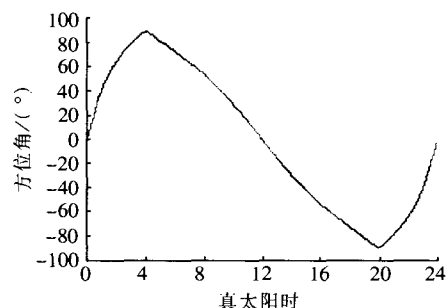


图2 2000年12月21日太阳方位角曲线

Fig.2 2000-12-21 curve of solar azimuth

同时,尽管对于图2中的曲线,在日出时刻(约真太阳时7:03)与日落时刻(约真太阳时16:27)之间方位角以下降的趋势由正角度运行到负角度,对于以正南方向为方位角 $0^\circ$ 的情况是符合太阳运行规律的。但是对于图1中的曲线,在日出时刻(约真太阳时4:20)与日落时刻(约真太阳时19:10)之间方位角的变化则呈现了正负交替的趋势。这与太阳实际的运行轨迹也存在严重差别。

通过对2000年北京地区每一天太阳方位角曲线的求解,发现每一条曲线与以上两图中的曲线均存在相似的曲线特征,即曲线存在非单调性。但所有曲线的两个拐点分别处于真太阳时12时的两侧。由此可以确定,太阳方位角的求解必然存在某种附加条件,只有通过这些条件来确定反三角函数的取值,才能得到正确反映太阳运行轨迹的准确结果。

## 2 方位角求解

考察三角函数,有:

$$\sin(x) = \sin(x \pm 2k\pi) \quad (2)$$

$$\sin(x) = \sin[(2k+1)\pi - x] \quad (3)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

地球的自传以24h为周期。在一个周期内,太

阳运行方位角距离为 $2\pi$ 。因此可以只考察 $k=0$ 的情况。于是式(2)和式(3)简化为:

$$\sin(x) = \sin(x + 2\pi) \quad (4)$$

$$\sin(x) = \sin(\pi - x) \quad (5)$$

因此,式(1)存在3个解,即:

$$A_1 = a \sin\left(\frac{\cos\delta \times \sin\Omega}{\cos h}\right) \quad (6)$$

$$A_2 = a \sin\left(\frac{\cos\delta \times \sin\Omega}{\cos h}\right) + 2\pi \quad (7)$$

$$A_3 = \pi - a \sin\left(\frac{\cos\delta \times \sin\Omega}{\cos h}\right) \quad (8)$$

可见,解决问题的关键在于确定选择 $A_1, A_2, A_3$ 作为 $A$ 的取值区间。可以想到,对于任意时刻的太阳方位角,可以取3个值中的任意一个作为结果,所不同的是所确定的 $0^\circ$ 点存在不同。

为与太阳的实际运行趋势相一致,取值必须满足两个原则,即对应于以24h为周期的时间标尺,太阳运行的方位角必须保持向正向增加或负向减小的变化趋势,为叙述简便,将此原则称为条件(一)。同时,太阳方位角连续变化,不存在跳跃,称为条件(二)。

尽管式(1)中方位角的推导以正南方向为 $0^\circ$ 点,但是,考虑到太阳东升西落的视觉感受,在跟踪系统的实际应用中,以正东方向作为 $0^\circ$ 点更加符合日常的经验。但是,由于作者求解太阳方位角的主要目的是满足太阳跟踪设备研制的需要,考虑到日出时刻太阳位置存在着处于东北方向的可能,为了避免系统在初始位置左右跨越,带来控制上的不便,在实际设计中选取正北方向为方位角的 $0^\circ$ 点。

由此,可以确定,在真太阳时0时, $A_1$ 是 $A$ 的解。以图1为例说明后续的取值方法。图中,在曲线出现第一个拐点以前, $A_1$ 满足条件(一)的要求。因此,在这一段,取 $A_1$ 作为 $A$ 的解。在第一个拐点以后, $A_1$ 不再满足条件(一)的要求,因此,需要在 $A_2$ 和 $A_3$ 中选择合适的结果。如果选择 $A_3$ 作为 $A$ 的解,则曲线将会出现向上的跳跃,与条件(二)冲突,显然与日常经验背离。因此,在两个拐点之间应选取 $A_2$ 作为 $A$ 的解。当曲线到达第二个拐点时, $A_2$ 不再满足条件(一)的要求,需要选择 $A_3$ 作为 $A$ 的解,不能选择 $A_1$ 的原因,也是受到条件(二)的限制。

综合上述分析和前述曲线的两个拐点分别处于真太阳时12时左右两侧的客观事实,并通过求导确

定曲线的拐点位置,可以得到下面的太阳方位角求解公式,公式所解出的  $0^\circ$  方位角为正北方向。

$$A = \begin{cases} f & t < 12, d(f)/dt \geq 0 \\ \pi - f & d(f)/dt < 0 \\ 2\pi + f & t \geq 12, d(f)/dt \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中:

$$f = a \sin\left(\frac{\cos \delta \times \sin \Omega}{\cosh}\right)$$

式中,  $t$ ——真太阳时。

依据式(9),重新求解 2000 年 6 月 21 日和 12 月 21 日的太阳方位角曲线如图 3 和图 4 所示。

由图 3 和图 4 可见,重解后的曲线能够同时满足式(1)和条件(一)、条件(二)的要求。

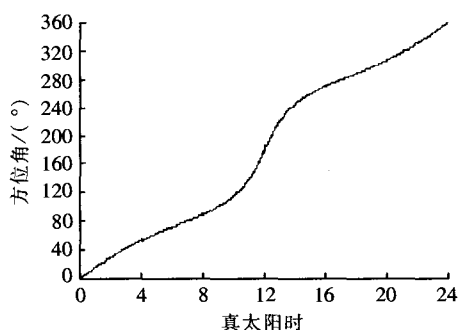


图 3 重解后的 2000 年 6 月 21 日方位角曲线

Fig.3 2000-06-21 recalculation curve of solar azimuth

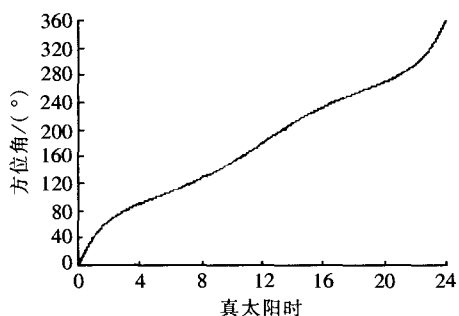


图 4 重解后的 2000 年 12 月 21 日方位角曲线

Fig.4 2002-12-21 recalculation curve of solar azimuth

经过重新对 2000 年北京地区每一天太阳方位角曲线的重新计算,并在实际的太阳跟踪过程中的检验,证明式(9)可以真正的反映太阳方位角的变化。

### 3 工程求解方案

尽管式(9)经过了计算验证,但是在应用中对  $f$  的求导计算量非常大,精确的求导结果可以长达上万个字符。这对于使用低速处理器的设备是难以实

现的。因此,必须根据实际要求对式(9)设计工程上可行的求解方法。

正如前面所述,作者推导式(9)的目的是解决以传感器反馈技术为核心的被动跟踪设备实现太阳捕捉的问题,跟踪设备最终的跟踪准确度主要依赖于传感器的性能,因此对于方位角的计算结果的准确度要求不高,能达到  $\pm 0.5^\circ$  即可满足应用要求。

在实际的应用中曾考虑采取最为简单的求解方法,即以减法运算代替式(9)中对  $f$  的求导,求解方法如式(10)所示。

$$A = \begin{cases} f(t) & t < 12, f(t + \Delta t) - f(t) \geq 0 \\ \pi - f(t) & f(t + \Delta t) - f(t) < 0 \\ 2\pi + f(t) & t \geq 12, f(t + \Delta t) - f(t) \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

采用式(10)进行求解可使预算大幅度简化,使用类似于 MCS8031 这样的低速处理器即能解出。但是由于  $\Delta t$  的取值方法难以确定,致使在理论上难以证明其计算结果的准确度,在实施中最终放弃了这种方法。

$\Delta t$  的取值困难源于以下两个问题:

1)复杂的“足够小”问题

从数学上讲,当  $\Delta t$  足够小时,可以获得具有足够准确度的近似解。如果  $\Delta t$  取值不能做到“足够小”,则会引入误差。

如图 5 所示,在第一拐点左侧,  $\Delta t$  如过大,则会使  $f(t + \Delta t)$  跨越到拐点的右侧。当出现图 5 所示的情况时,造成所解出  $A$  值错误。在第二拐点左侧也存在同样的问题。

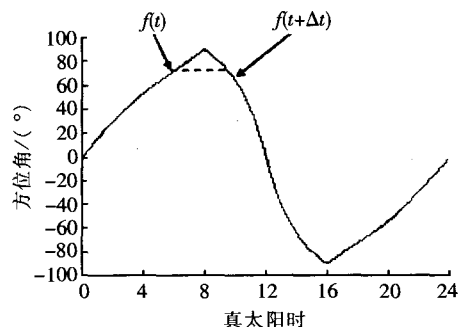


图 5  $\Delta t$  不够小时的误差分析

Fig.5 Error analysis when  $\Delta t$  not small enough

由于方位角求解公式中参量的多样性和计算的复杂性,使得  $\Delta t$  不可能采用一个固定值,其求解本身就是一个复杂的数学过程,因此带来工程应用上

的困难。

表 1  $\Delta t$  不够小可能造成的误差

Table 1 The possible error caused by  $\Delta t$  not small enough

位置	A 误差绝对值
第一拐点左侧	$\pi - 2f(t)$
第二拐点左侧	$\pi + 2f(t)$

2)可能与“足够小”冲突的“足够大”问题

从数学上讲,在式(10)中,当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,有:

$$d(f) = f(t + \Delta t) - f(t) \quad (11)$$

此时,式(10)的解即是式(9)的精确解。但是在式(10)的实际应用中,却并非如此。原因在于当  $\Delta t$  取值过小时,会造成式(10)中判断条件的值过小,有可能超出处理器的计算精度,造成判断错误,给 A 的求解带来很大误差。这就使得  $\Delta t$  的取值又存在一个“足够大”的问题。这个问题,单独解决起来非常容易,但与“足够小”协同解决,对于工程人员来讲过于复杂。

表 2  $\Delta t$  过小可能造成的误差

Table 2 The possible error caused by  $\Delta t$  too small

t 值区间	A 误差绝对值
$t < 12$	$\pi - 2f(t)$
$t \geq 12$	$\pi + 2f(t)$

在实际跟踪设备的设计中,通过观察解出的太阳方位角曲线的特征,并结合从“天球理论”推导方位角与经纬度、时间等参量关系式的过程,可以获得如下认识:

通过式(1)获取的方位角曲线,在同一天中存在两个固定拐点,其位置与时间具有固定关系。这两个拐点就是曲线的两个极值,分别为  $+90^\circ$  和  $-90^\circ$ 。

由此,可以在跟踪设备开机,经纬度改变、日期调整或自然跨越后,计算出当天两个拐点分别所对应的时刻,在当天的跟踪时,使用式(11)求解当时的太阳方位角。

$$A = \begin{cases} f(t') & t' \leq t_1 \\ \pi - f(t') & t_1 < t' \leq t_2 \\ 2\pi + f(t') & t' > t_2 \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $t'$ ——当前时刻;  $t_1$ ——第一个拐点所对应的时刻;  $t_2$ ——第二个拐点所对应的时刻。

$t_1$ 、 $t_2$  的值采用牛顿迭代法即可方便求得,迭代停止的条件分别为:

$$|f(t_1) - 90| < 0.5 \quad (13)$$

$$|f(t_2) + 90| < 0.5 \quad (14)$$

## 4 结束语

随着对太阳能利用意识的不断增强,对跟踪设备的要求也越来越高。在此领域的研究中,太阳方位角的求解是一个难以回避的问题。

太阳方位角的求解对于工程技术人员来讲,是一个相对复杂的数学问题。作者由于研究工作的需要,通过观察和分析提出了可以直接应用的太阳方位角的求解公式,但是在第 3 节中所介绍的对其的应用,尚是一种满足于具体研究工作需要的简单方案。在更为广泛和更为深入的应用中,具有明确、可靠的准确度和方便、简单的工程可行性的数值解析方法,相信是包括作者在内的工程技术人员的热切需要。

## [参考文献]

- [1] 中国气象局、地面气象观测规范[Z]、北京:气象出版社,2003年11月。
- [2] 王炳忠. 太阳辐射能的测量与标准[M]、北京:科学出版社,1988.
- [3] 贺晓雷. 全自动太阳跟踪系统设计[D]. 北京邮电大学, 2006.
- [3] He Xiaolei. The design of full auto solar tracking system[D]. Beijing University of Posts and Telecommunications, 2006.

## AN ENGINEERING FORMULA SOLUTION FOR THE SOLAR AZIMUTH AND ITS APPLICATION

He Xiaolei, Yu Hejun, Li Jianying, Ding Lei

(*Atmospheric Observation Technology Centre, CMA, Beijing 100081, China*)

**Abstract:** A relationship between the solar azimuth and other parameters such as longitude, latitude and time was derived by Celestial theory. The author raises the solving conditions of solar azimuth and the solution formula were given using the characteristic analysis of the relationship curve. The formula can reflect the orbit of sun moving by the experiments. An application of the formula in the engineering design of solar energy was introduced.

**Keywords:** solar energy; solar azimuth; formula solution; application