

塞曼效应

Table of Contents

塞曼效应	-----
【仪器】	-----
【原理】	-----
电子磁矩	-----
角动量耦合	-----
电子总磁矩和势能	-----
汞原子能级分裂	-----
塞曼效应	-----
法布里-玻罗标准具	-----
计算荷质比 $f=\frac{e}{m}$	-----
【实验步骤】	-----
【实验记录】	-----
【实验思考题】	-----
【实验结果处理】	-----
【实验思考题】	-----

教师签名 实验人签名

【仪器】

- F-P标准具
- Capstone 软件
- 塞曼效应实验装置
- 546.1nm汞灯

【原理】

电子磁矩

$\gamma \equiv \frac{e}{2m_e}$ 为回旋磁比率。我们可以取轨道角动量的本征值 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$

$$\mu_l = \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}} \cdot \pi r^2 \vec{e}_n = -\gamma \vec{L}$$

轨道角动量的 z 分量 $L_z = m_l l \hbar$. 自旋角动量的 z 分量 $S_z = m_s \hbar, m_s = \pm \frac{1}{2}$

角动量耦合

令两个电子的轨道角量子数和自选角量子数分别为 $(l_1, s_1), (l_2, s_2)$, 则它们有 $C_4^2 = 6$ 种可能的相互作用。其中 (l_1, s_2) 和 (l_2, s_1) 的强度比较弱可忽略。对于其余四种，可以分为 LS 耦合和 JJ 耦合。

本实验考虑更常见的 LS 耦合。其最终的总轨道角量子数和自旋量子数，以及总角量子数分别为：

$$\begin{aligned} L &= l_1 + l_2, \dots, |l_1 - l_2| \\ S &= s_1 + s_2, \dots, |s_1 - s_2| \\ J &= L + S, \dots, |L - S| \\ m_J &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm J \end{aligned}$$

本实验汞为放电管光源，研究汞原子在 546.1nm 普贤在外磁场中的分裂。是汞原子的外层两个电子从 ${}^3S_1(6s7s)$ 到 ${}^3P_2(6s7p)$ 的跃迁而产生的。

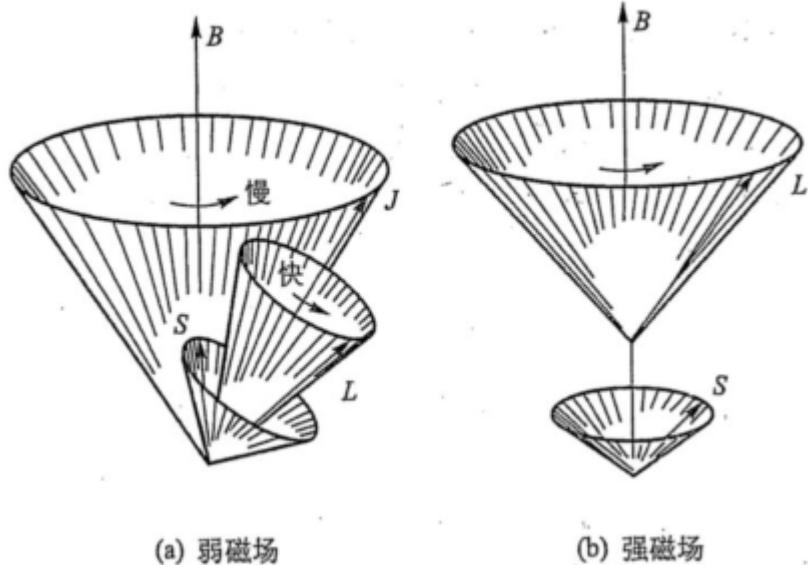
	${}^3S_1(6s7s)$	${}^3P_2(6s7p)$
L	0	1
S	1	1
J	1	2

电子总磁矩和势能

由前面所得。尝试计算汞原子总磁矩 $\vec{\mu}$ 和在外磁场 \vec{B} 中的势能 U 。

我们是在一个弱外场中进行实验， $B_{ext} \ll E_{inn}$, 核外电子自旋磁矩与核内磁场相互作用依然更显著，所以这里我们仍然假设总角动量 LS 耦合。此时 \vec{J} 会绕外磁场慢速进洞。 \vec{S}, \vec{J} 会快速绕

着 \vec{J} 进动。电子总角动量守恒， L, S 分量均不守恒。



通过

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

已知电子或原子系统的总磁矩，就可求得原子在外磁场中的势能。一般考虑电子总磁矩即可，是因为原子核磁矩在不考虑超精细结构时可以忽略。

我们先会要求磁矩，发现朗德因子需被表达：

$$\begin{aligned}\vec{\mu} &= -g_J \gamma \vec{J} \\ \mu_J &= \sqrt{J(J+1)} g_J \mu_B \\ \mu_{J[z]} &= m_J g_J \mu_B, m_J = 0, \pm 1, \dots, \pm J \\ g_J &= \frac{3}{2} - \frac{L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)} \quad \Rightarrow\end{aligned}$$

下面继续考虑磁矩受力矩的拉莫尔进动。由拉莫尔进动我们可以得到若干物理量

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{\mu} = \gamma \vec{B} \times \vec{\mu}$$

电子总磁矩在外磁场中：

$$U = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = m_J g_J \mu_B B$$

汞原子能级分裂

原子在有 B_{ext} 时，能量发生附加的势能产生能级分裂。

$$\begin{aligned}
h\nu &= E_2 - E_1 \\
h\nu' &= (E_2 + \Delta E_2) - (E_1 + \Delta E_1) \\
&= h\nu + (M_2 g_2 - M_1 g_1) \mu_B B
\end{aligned}$$

有频率差和波数差

$$\begin{aligned}
\Delta\nu &= (M_2 g_2 - M_1 g_1) \mu_B, \mu_B = \frac{eB}{4\pi m} \\
\Delta v &= \Delta\left(\frac{\nu}{c}\right) = (M_2 g_2 - M_1 g_1) L
\end{aligned}$$

表 3 汞原子 546.1nm 谱线对应的上下两个能级的量子数及朗德因子

原子态符号	3S_1 (6s7s)	3P_2 (6s7p)
L	0	1
S	1	1
J	1	2
g_J	2	$3/2$
m_J	1、0、-1	2、1、0、-1、-2
$m_J g_J$	2、0、-2	3、 $3/2$ 、0、 $-3/2$ 、-3

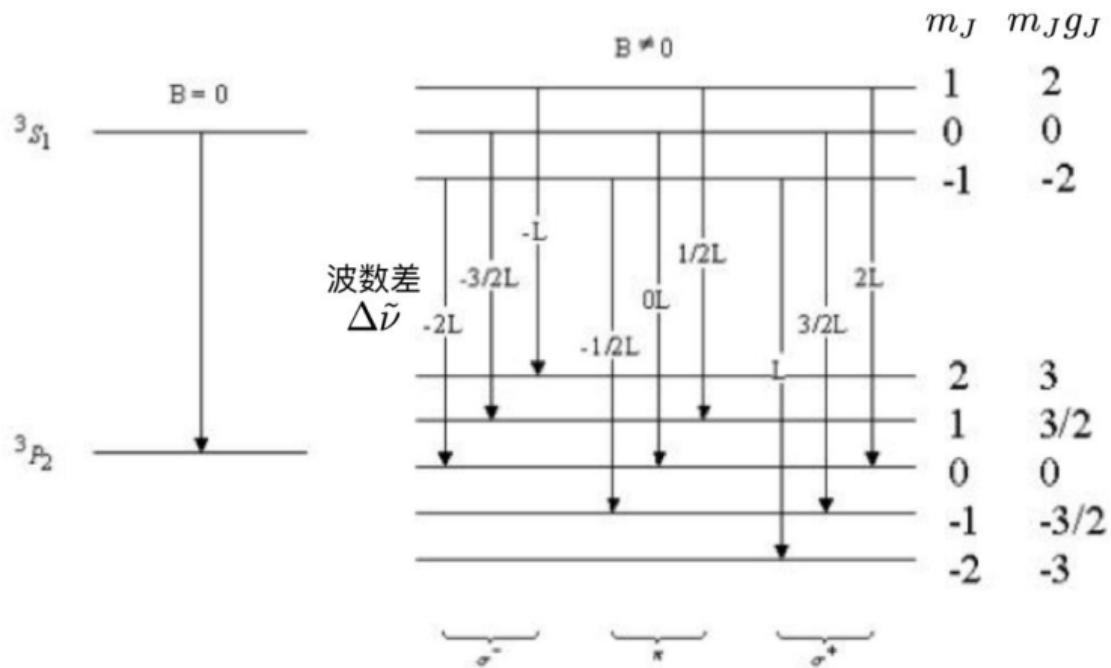


图 9 汞原子 546.1nm 谱线与能级的关系 (带箭头竖线上的数字代表 (39) 式所示的波数差 (39) 式)

由于跃迁的选择性:

$$\Delta L = 0, \pm 1,$$

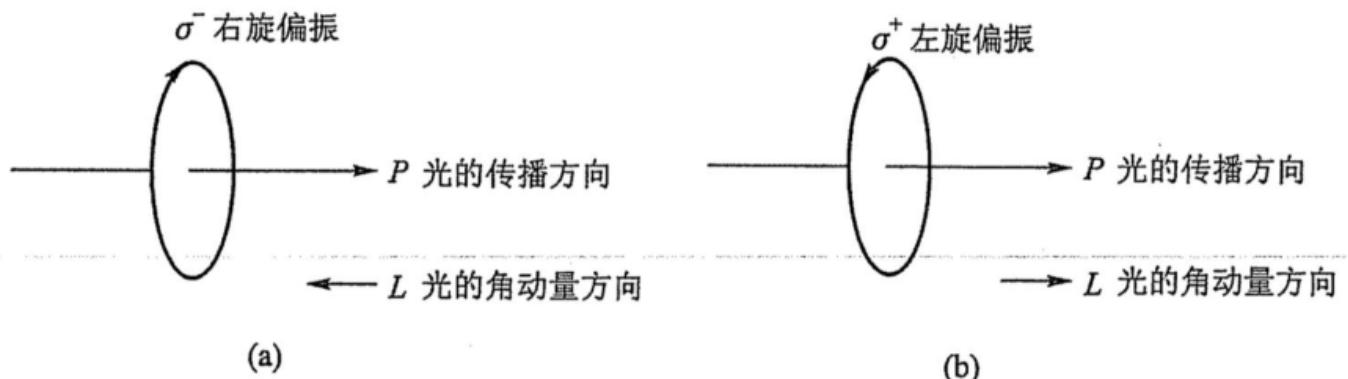
$$\Delta S = 0, \\ \Delta J = 0, \pm 1$$

塞曼效应

对于一个沿 \hat{z} 传播的电磁波，分解其电场矢量：

$$E_x = A \cos \omega t, E_y = B \cos \omega t - \alpha$$

当 $\alpha = 0$.线偏光。 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 且 $A = B$ 时，为圆偏振，其具有角动量，方向与电矢量旋转方向组成右手螺旋定则。



对于 $\Delta m = \pm 1$.考虑角动量守恒，可以得到光的角动量和光传播方向一致与相反的情况：

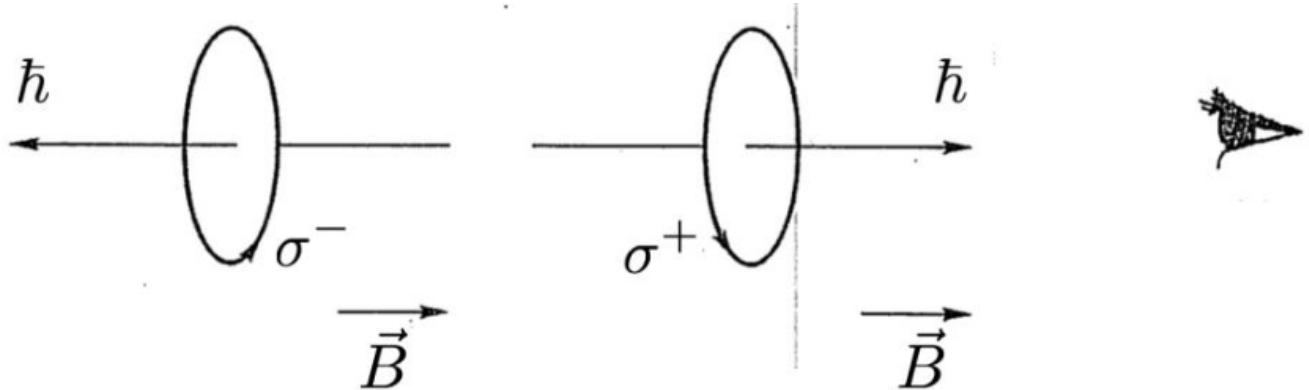
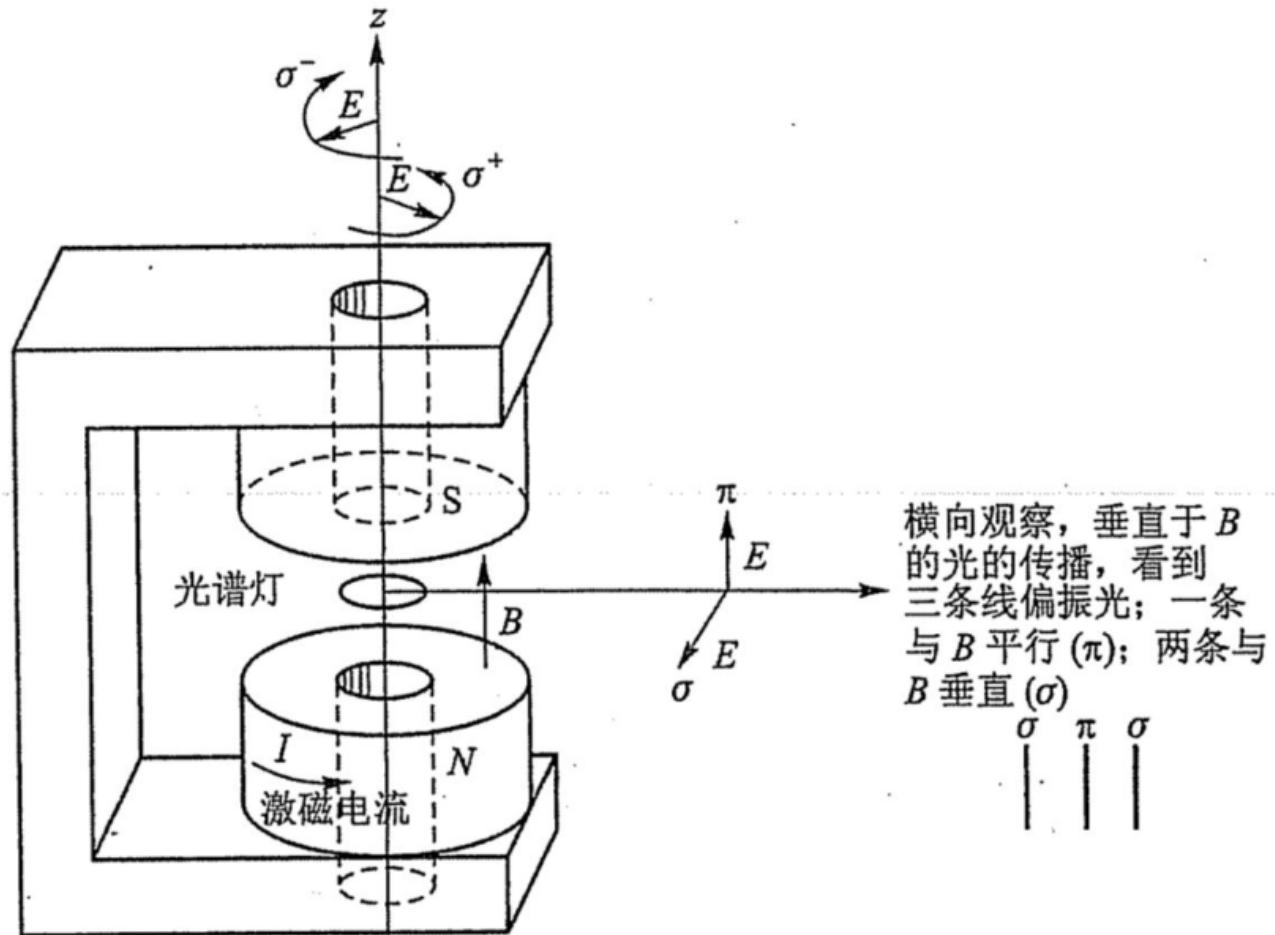
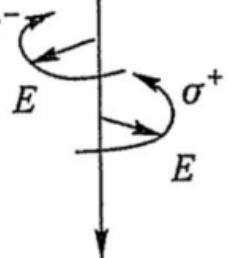


图 11 面对磁场方向观察到的 σ^\pm 谱线

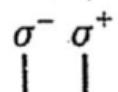
对于 $\Delta m = 0$ ，原子在磁场方向的角动量不变，光子具有固有角动量 \hbar 。实际上范式角动量方向在xy平面上任意光子都满足能级跃迁前后 $\Delta m = 0$ 的条件。所以平均效果时 $E_y = 0$ 。于是在垂直 \hat{x} 的方向观察，只能看到 E_z 分量，观察到线偏振光 pi .



具有钻孔的电磁铁, σ^-
能使光通过



纵向观察, 平行于 B 的光的传播,
看不到 π 谱线, 只看到右旋(圆)偏
振光及左旋(圆)偏振光



法布里-玻罗标准具

谱线分裂的波长差很小。

$$v = \frac{1}{\lambda} \text{(系数 } 2\pi \text{ 可以不用)}$$

$$dv = -\frac{1}{\lambda^2} d\lambda$$

$$d \rightarrow \Delta,$$

可以得到 $\Delta\lambda$ 极小。需要使用F-P标准具等仪器来测量：

由于两镀膜面平行，若使用扩展光源，则产生等倾干涉条纹。具有相同入射角的光线在垂直于观察方向的平面上的轨迹是一组同心圆。若在光路上放置透镜，则在透镜焦平面上得到一组同心圆环图样。在透射光束中，相邻光束的光程差为

$$\begin{aligned}\Delta &= 2nd \cos \phi \\ 2nd \cos \phi &= K\lambda\end{aligned}$$

F-P具的分辨本领

$$\eta = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = KN$$

K为干涉级次，N为精细度。

$$N = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

由F-P标准具，测量近似波长差：

如图 13 所示，出射角为 θ 的圆环直径 D 与透镜焦距 f 间的关系为 $\tan \theta = \frac{D}{2f}$ ，对于

近中心的圆环 θ 很小，可以认为 $\theta \approx \sin \theta \approx \tan \theta$ ，于是有

$$\cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} = 1 - \frac{D^2}{8f^2} \quad (50)$$

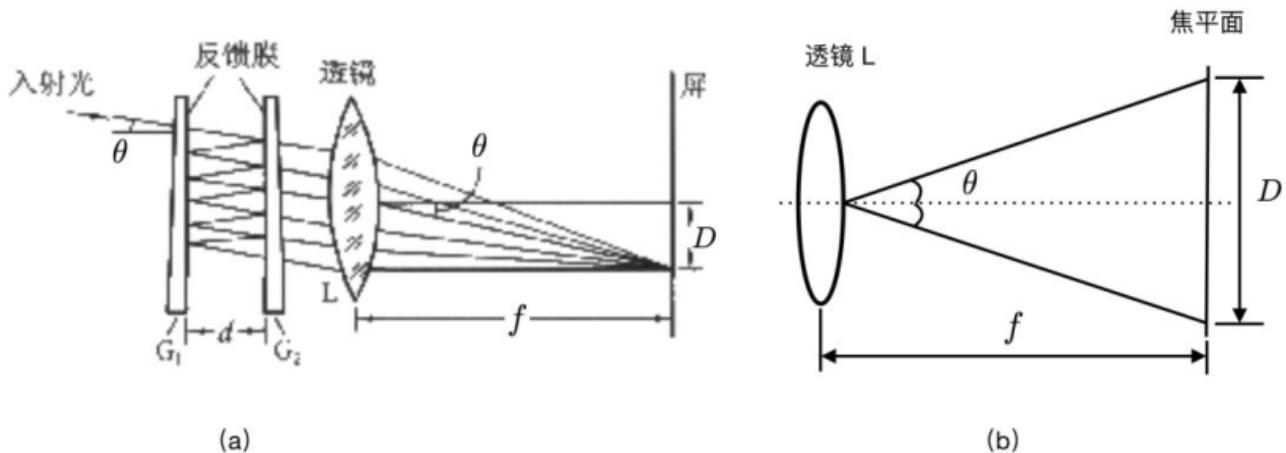


图 13 法布里—珀罗 (F-P) 标准具光路图 (图中的透镜指的是望远镜里的透镜)

计算荷质比 $f = \frac{e}{m}$

$$f = \frac{4\pi c}{ndB} \left(\frac{D_a^2 - D_k^2}{D_{k-1}^2} - D_k^2 \right)$$

<center> 【实验步骤】 </center>

1. 准备工作

1. 正确连线
2. 确保汞灯正常，电流为0
3. 打开Capstone，观察实时采集图像，调整至分辨率最高

2. 光路调整

1. 调整相机模块，使汞灯位于屏幕中心，图像清晰
2. 调整聚光透镜和偏振片
3. 调整F-P和干涉滤光片
4. 获得清晰干涉图像
3. 观察谱线分裂
4. 计算荷质比 $\frac{e}{m}$
5. 平行于磁场方向观察
6. 调整光路
7. 观察到圆偏振

<center> 【实验记录】 </center>

<center> 【实验思考题】 </center>

【实验结果处理】

【实验思考题】

教师签名 实验人签名

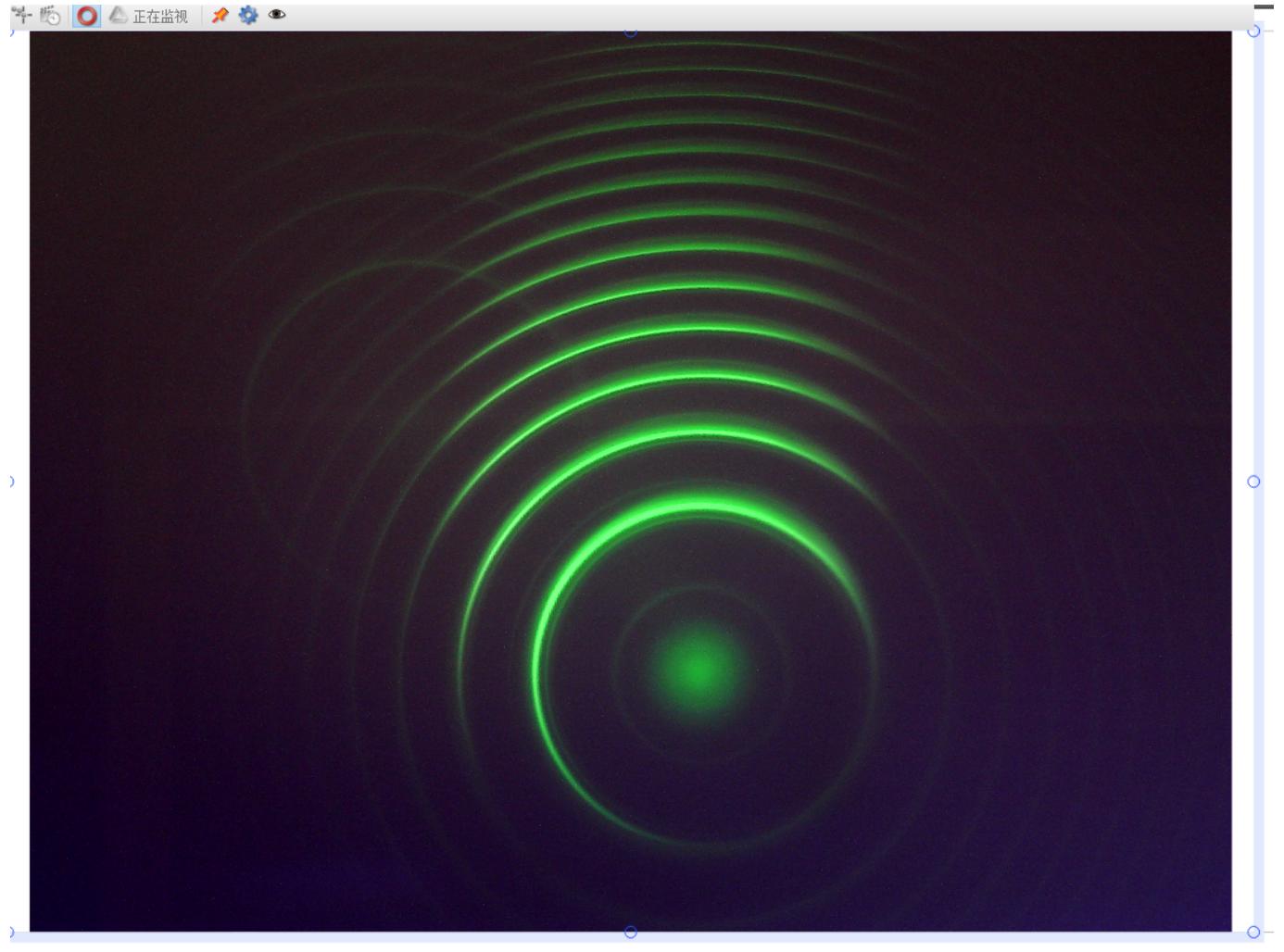
罗金煌

葛俊哲 写样

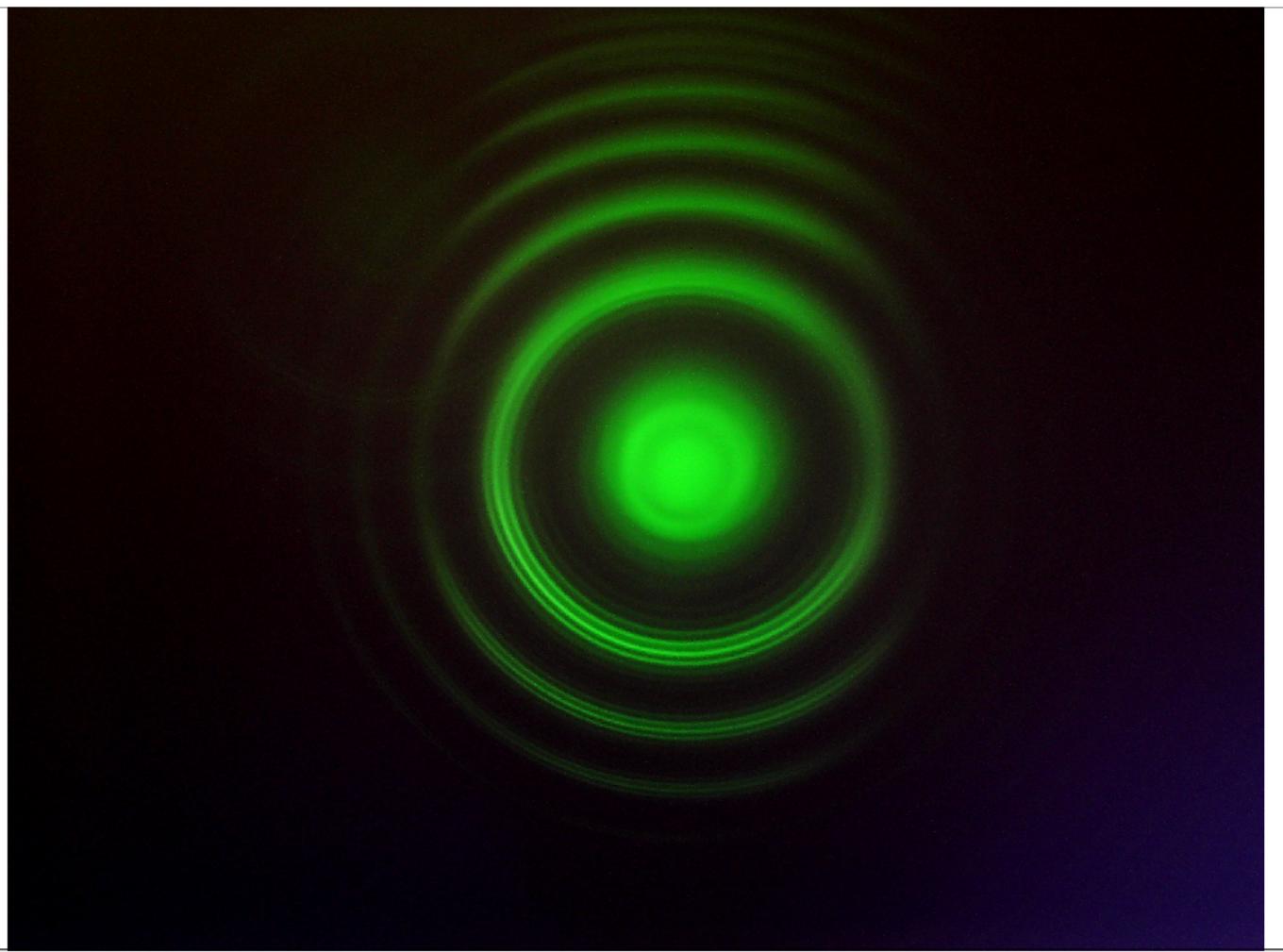
<center> 【仪器】 </center>

- F-P标准具
- Capstone 软件
- 塞曼效应实验装置
- 546.1nm汞灯
-

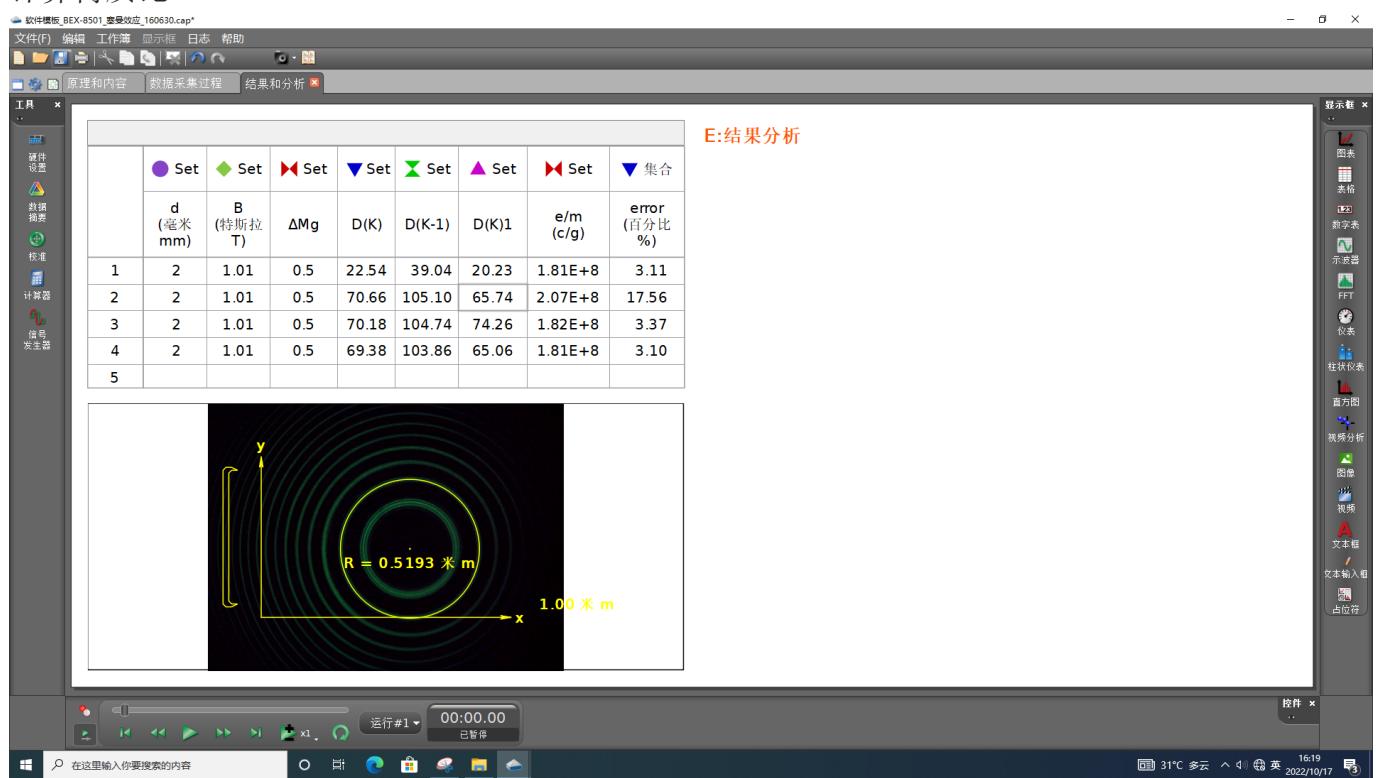
不加磁场的干涉图样：



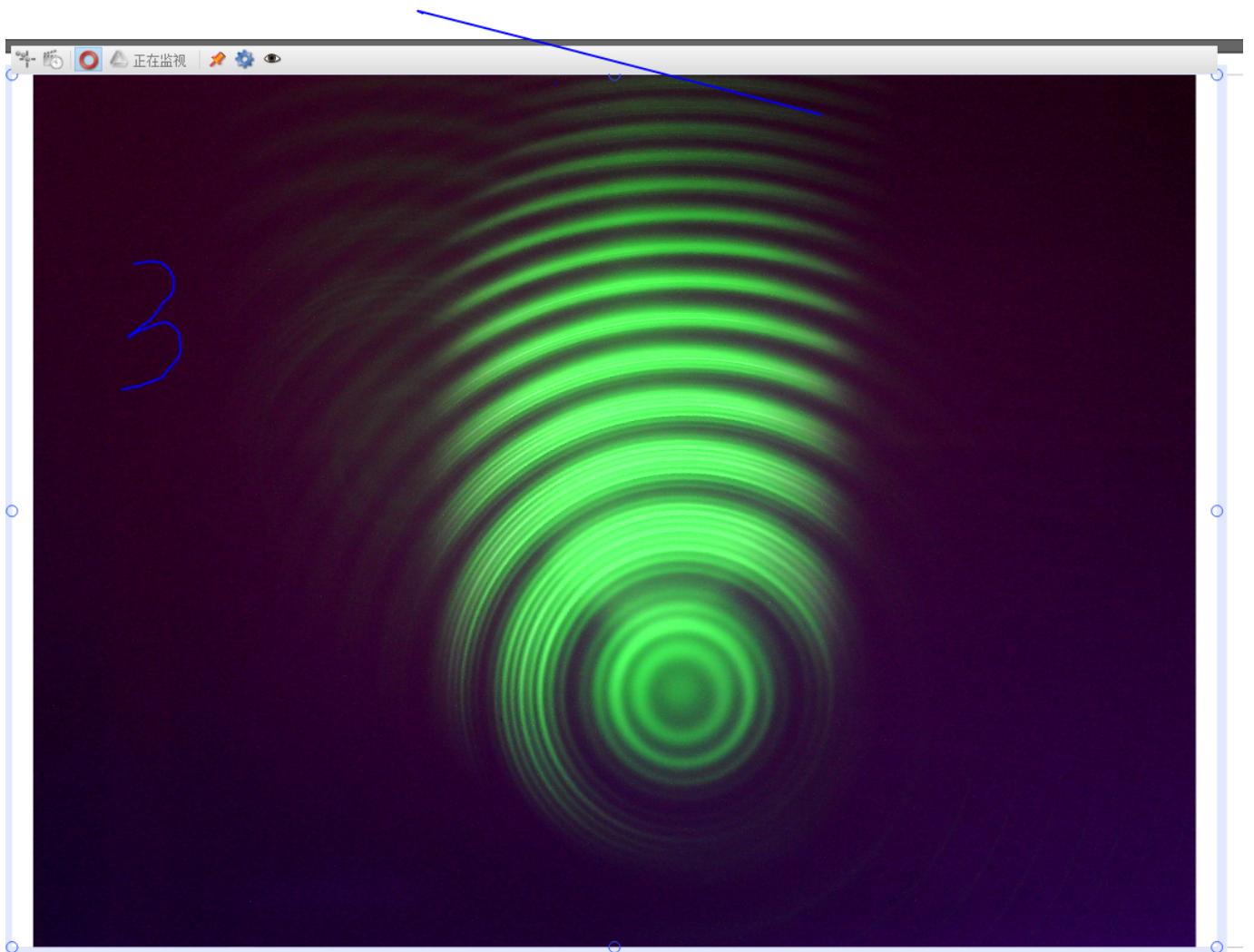
线圈电流为4.99A时的干涉图样，此时偏振片90°刻度线对准白线。



计算荷质比

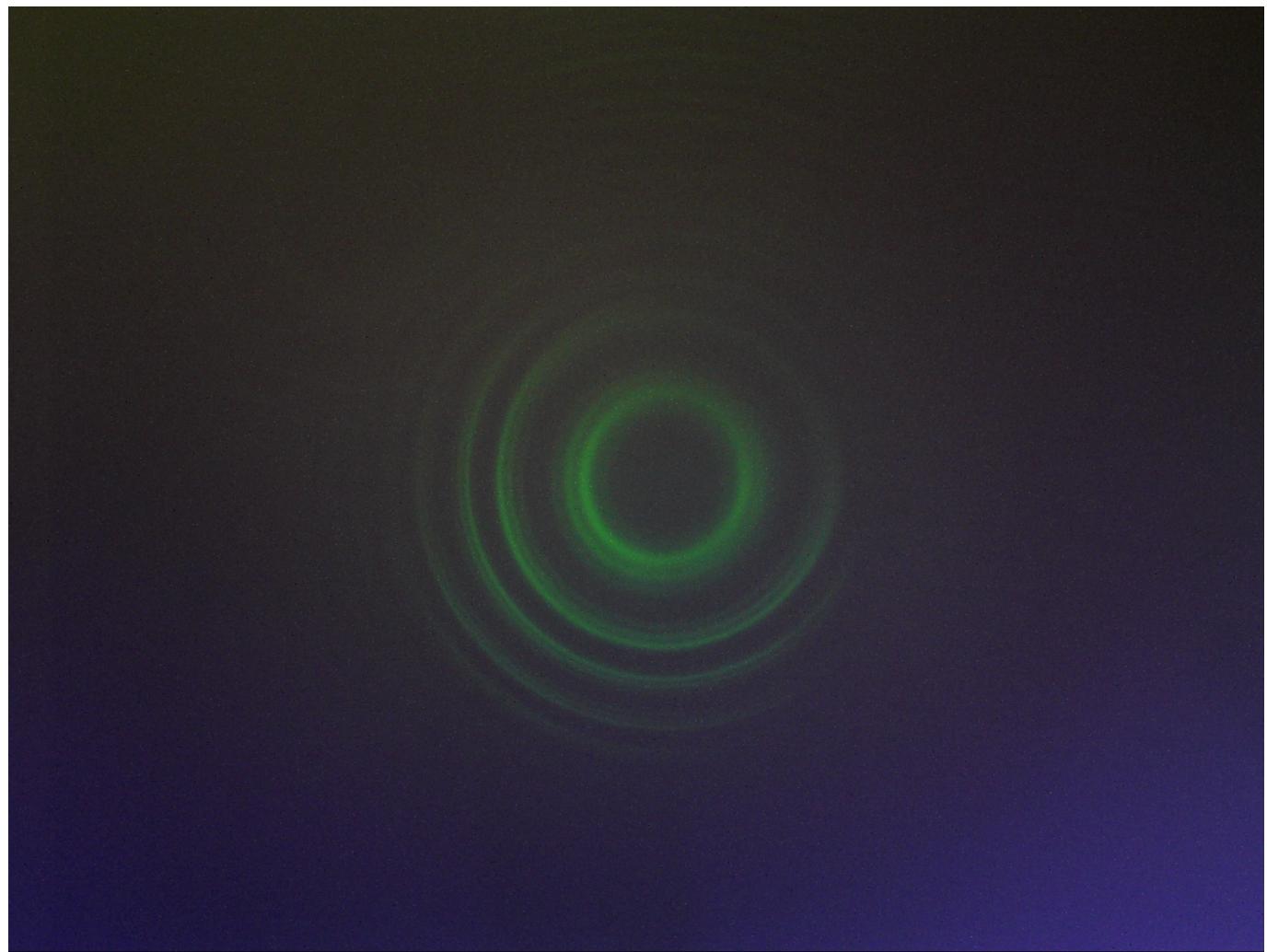


旋转偏振片至45°

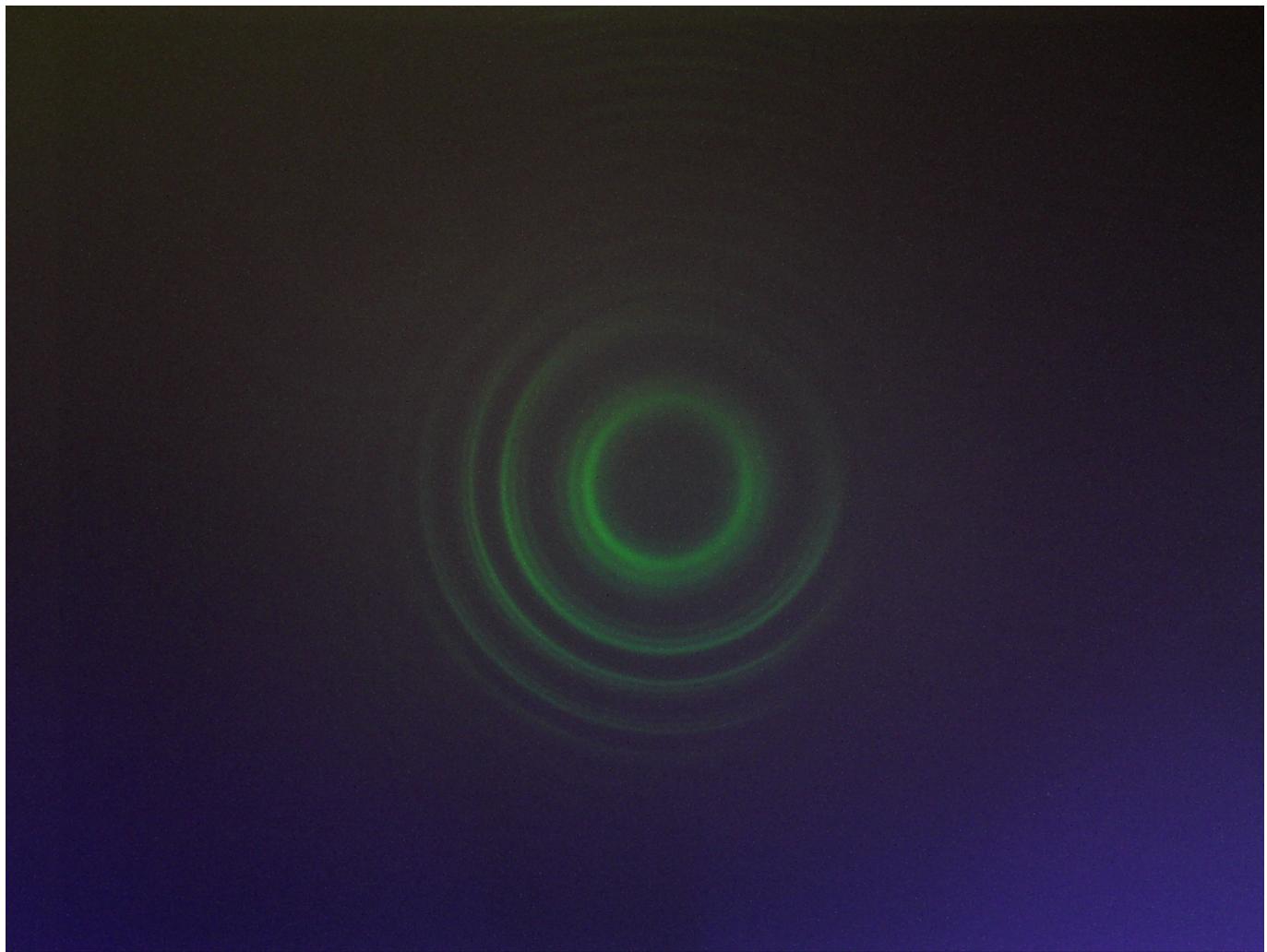


此时可以看到一个能级分裂出的9条谱线

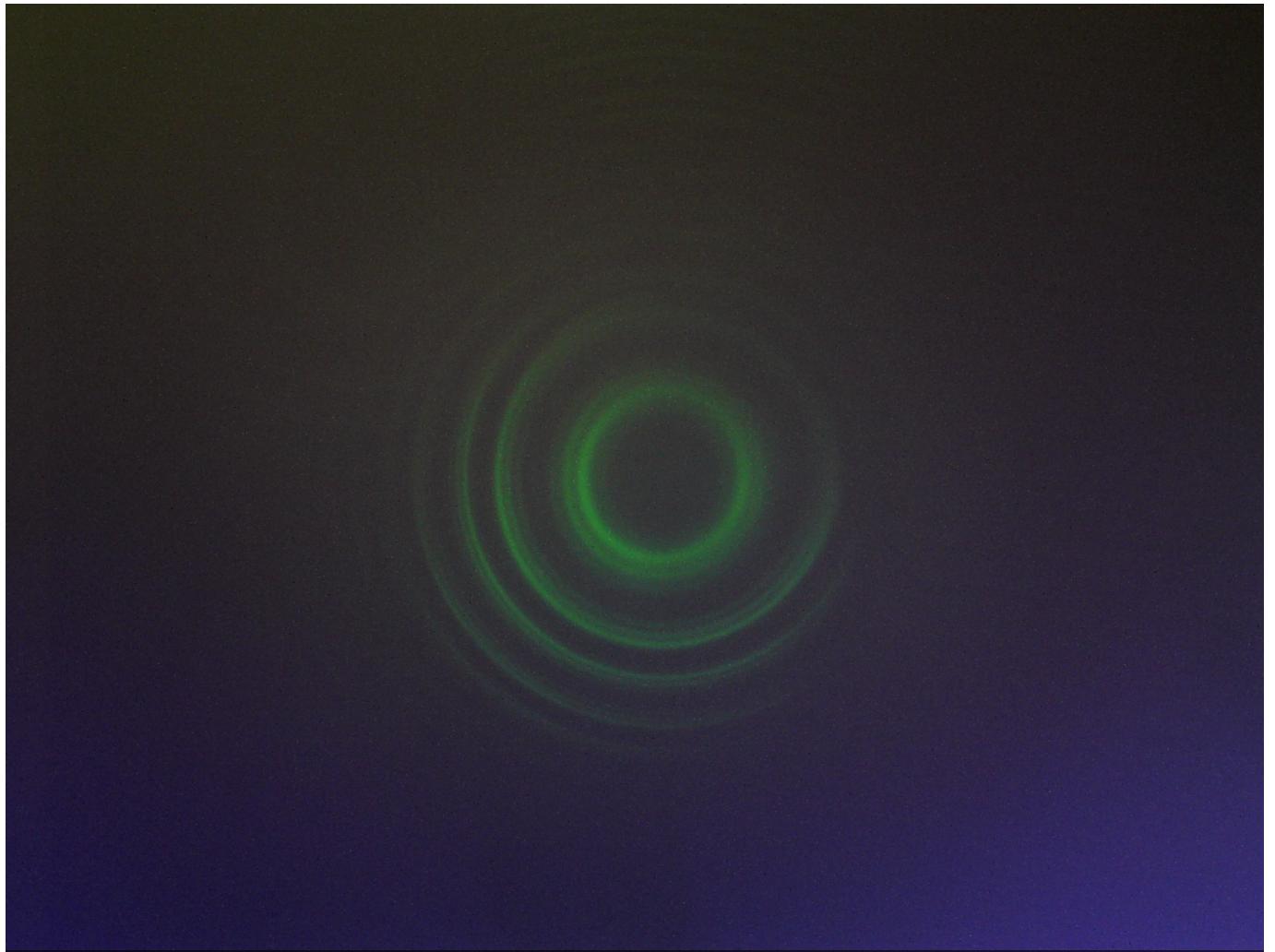
旋转线圈使得磁场方向平行光路，此时不论偏振片旋转何种角度，看到的图像均一样



偏振角度 0°



偏振角度 45°



偏振角度 90°

【实验思考题】

1. 光子是否具有角动量？试描述光子角动量方向与光的偏振方向之间的关系。

光子具有角动量 \hbar ，圆偏振光的角动量方向平行于传播方向，线偏振光的角动量垂直于传播方向与E方向

2. 用同一级条纹的内外圈分别计算电子的荷质比，结果一样吗？试简述原因。

一样的，同级别的内外圈是不同波长的干涉圆环，一样可以计算 $\Delta\lambda$ ，可以推导出电子的荷质比，计算出来的应该也是一样的

3. 请利用(20)至(23)式，计算汞原子 $^3S_1(6s7s)$ 和 $^3P_2(6s7p)$ 能级所对应的量子数（见表1），并给出详细的计算过程。

$$\begin{aligned}L_1 &= 0 + 0 = 0, & L_2 &= 1 + 0 = 1 \\S_1 &= 0, 1, & S_2 &= 0, 1\end{aligned}$$

$J_1 = 0, 1, \quad J_2 = 0, 1, 2^3S_1$ 对应 $L = 0, S = 1, J = 1, ^3P_2$ 对应 $L = 1, S = 1, J = 2$

4. 请利用 (2)、(8) 和 (20) 式，并结合 $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ 和 $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$ （注意此时的 $\vec{\mu}_J$ 是图5中的 $\vec{\mu}_J$ ，详细见脚注22），导出朗德因子的一般表达式 (28) 式，并给出详细的推导过程。

$$\begin{aligned}\mu_j &= \mu_l \cos \langle l, j \rangle + \mu_s \cos \langle s, j \rangle \\ &= (-g_l \sqrt{l(l+1)} \mu_B) \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)l(l+1)}} \\ &\quad + (-g_s \sqrt{s(s+1)} \mu_B) \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2\sqrt{j(j+1)s(s+1)}} \\ \text{又 } \mu_j &= -\sqrt{j(j+1)} g_j \mu_B, g_l = 1, g_s = 2 \\ \text{可得 } g_j &= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{l(l+1) - s(s+1)}{j(j+1)}\end{aligned}$$

5. 请利用单电子情况下的 (36) 式，并结合钠双黄线的平均波长及其波长差 ($\lambda 1 = 589.0 \text{ nm}$, $\lambda 2 = 589.6 \text{ nm}$)，估算一下钠原子内部的磁感应强度 B_{int} 的值（提示：单电子情况下，两谱线的能级差为势能的两倍，即有 $\Delta E = \Delta U = 2\mu_B B$ ；另需要利用到光子波长和频率之间的关系式。答案：钠原子内部的磁感应强度 B_{int} 的值为 **18.5T**）。

$$B = \frac{\Delta E}{2\mu_B} = \frac{hc(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2})}{2\mu_B} = 18.5T$$

当 $B_{ext} \ll B_{int}$ 时， $B_{ext} < 0.925T$ ，本实验所用外磁场大小为 $1.105T$ ，可认为符合弱外磁场条件

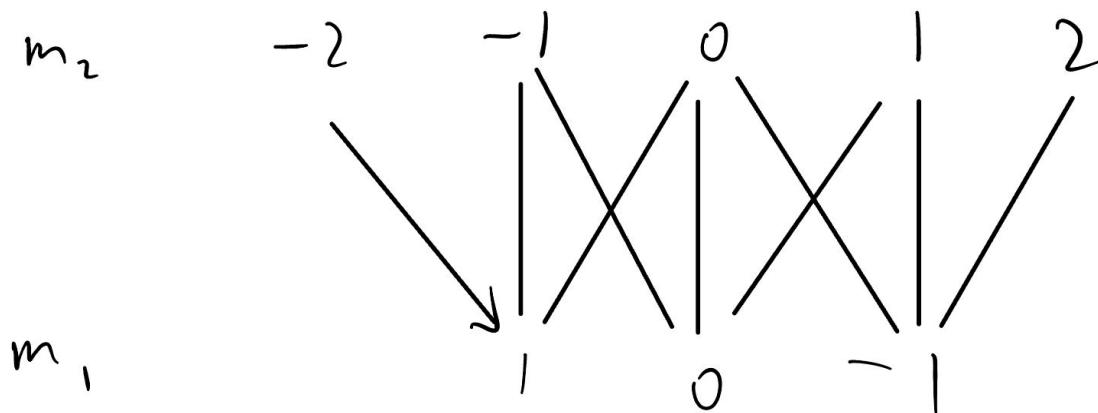
6. 请结合第5题的计算结果，说明弱外磁场 $B_{ext} \ll B_{int}$ 成立时弱外磁场 B_{ext} 的取值范围，并确认本实验中电磁体的磁感应强度符合弱外磁场 $B_{ext} \ll B_{int}$ 条件。

7. 请结合力与势能的关系式并利用 (11) 式，试推导磁矩在非均匀外磁场中的受力大小为 $\vec{F} = -\nabla U$ （设外磁场方向在 \mathbf{z} 轴方向， F_z 为力在 \mathbf{z} 方向上分量的大小 $F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} (B_x = B_y = 0)$ ）（提示：请利用郭硕鸿《电动力学》（第二版）一书附录中的矢量运算公式）。

$$F_i = \mu_i \frac{\partial B_i}{\partial x_i} \text{ 则 } \mathbf{F} = \mu \cdot \nabla B = -\nabla U$$

8. 请结合朗德因子的一般表达式 (28) 式，以及两个角动量耦合的一般规则 (20) 至 (23) 式，计算表3中汞原子 **546.1nm** 谱线对应的上下两个能级的各量子数及不同谱线（能级跃迁）的朗德因子（见图9）。用“格罗春图”（Grotrain图）来表示汞原子 **546.1nm** 谱线不同能级之间可能的跃迁。

原子态符号	3S_1 (6s7s)	3P_2 (6s7p)
L	0	1
S	1	1
J	1	2
g_J	2	3/2
m_J	1、0、-1	2、1、0、-1、-2
$m_J g_J$	2、0、-2	3、3/2、0、-3/2、-3



9. 请回答什么是“反常塞曼效应”和“正常塞曼效应”，两者之间的区别是什么。请思考什么是“帕邢—巴克效应”及其形成的原因。

当电子的总自旋为0时，一条谱线在外磁场下分为三，这被称为正常塞曼效应，电子的总自旋不为0时，一条谱线分裂的数目不为三个，间隔也不尽相同，这被称为反常塞曼效应。帕邢—巴克效应：外加磁场强度足够大时，自旋、轨道角动量分别绕外场旋转，不再合成J，反常塞曼效应趋向于正常塞曼效应。

10. 请回答电子的“自旋—轨道耦合”的本质是什么？它与电子之间的“LS耦合”的区别是什么？

电子的自旋-轨道耦合笼统得指电子的轨道运动造成的磁场作用于电子自旋的磁矩。实际要分LS耦合和jj耦合.LS耦合指电子自旋之间的作用和电子轨道运动之间作用很强，轨道角动量和自旋角动量先各自耦合再合成总角动量

11. 请结合多电子原子及电子组态的相关知识，思考为什么像汞原子一样有两个价电子的元素（氦He和镁Mg等第二族（碱土族）元素），会有两套不同的谱线（一套是单线结构，一套是双线结构）。

激发态电子的自旋方向不同。

12. 设F-P标准具两反射面之间的距离为d=2 mm, 请根据(47)式估计汞原子546.1nm谱线的自由光谱范围。

$$n \approx 1, \lambda = 546.1\text{nm}, d = 2\text{mm}$$

根据自由光谱范围公式

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nd} = 0.074\text{nm}$$

入射光波长在546.1 ± 0.074nm间变化是产生的干涉圆环不发生重叠

13. 请根据(38)式, 估计在外磁场为B=1T时观察汞原子546.1nm谱线分离所要求的仪器分辨率的 $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, 并讨论用F-P标准具观测的必要性(一般棱镜摄谱仪的理论分辨率为103104, F-P标准具的理论分辨率为105107, 实际分辨率比理论值要略低一些)。

根据8.中的格罗春图, 由 $E = E_0 + m_j g_j \mu_B B$, 可用 hv_0 以及 μ_B, B 表示出各个跃迁的光子能量:

$$hv' = hv_0 + (-2, -3/2, -1, -1/2, 0, 1/2, 1, 3/2, 2)\mu_B B$$

则分辨率应该达到:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0.9274 \times 10^{-23} \text{J} \cdot \text{T}^{-1}, h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}, \lambda = 546.1\text{nm}$$

$$\Delta v_{require} = \frac{\frac{1}{2}\mu_B B}{h} = 6.959 \cdot 10^9 \text{Hz},$$

$$\Delta\lambda_{require} = \frac{c}{\nu^2} \cdot \Delta v_{require} = 0.00692\text{nm}$$

对于F-P标准具分辨率

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda_{FP}} = 10^5 \sim 10^7$$

可以达到要求, 对于普通棱镜摄谱仪, 不能分辨清楚。

14. 仔细观察垂直磁场方向观察, 旋转偏振片至45°角的纪录, 会发现同一级条纹在磁场中分离成不只三条, 请解释出现这一现象的原因。电子跃迁形成了三条π线, 六条σ线且都为线偏振。在90度时, 六条线与偏振片垂直, 所以只显示π线; 在0度时, 三条π线与偏振片垂直, 所以只显示σ线。而当45度时, 三条π线, 六条σ线, 都可以透过偏振片, 所以分离成九条条纹。

15. 本实验要求精度为实验测量误差小于等于5%, 请分析本实验误差的主要来源, 并提出相应的修正方法。

误差的主要来源为用三点定圆法计算圆环半径时偏差，这个偏差在荷质比计算公式被四次方放大。可以尝试增大线圈电流使谱线分离更明显，暗室操作减小散光进入等操作来减小误差。

16. 请尝试计算钠双黄线（又称“钠D线”，是由钠原子从 $^2P_{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ 到 $^2S_{\frac{1}{2}}$ 态的跃迁所产生的）谱线的塞曼分裂（如图21），可能的话，设计具体实验步骤并进行观察验证。跃迁：
 $^2P_{1/2,3/2} --> ^2S_{1/2}$

$$g_j = \frac{3}{2} - \frac{l(l+1) - s(s+1)}{2j(j+1)}$$

$$E = E_0 + m_j g_j \mu_B B$$

则塞曼分裂导致的塞曼效应为

$$\hbar\nu = h(\nu_{2,3} - \mu_0) + (m_{j_{2,3}} g_{j_{2,3}} \mu_B B - m_{j_1} g_{j_1} \mu_B B)$$

实验分工 马烨：数据分析，思考题 肖俊哲：数据分析，校对