

SUPSI

Algebra di Boole

Loris Grossi, Fabio Landoni, Andrea Baldassari

Contenuto realizzato in collaborazione con: T. Leidi, A.E. Rizzoli, S. Pedrazzini

Fondamenti di Informatica

Bachelor in Ingegneria Informatica

Obiettivo

Essere in grado di utilizzare l'algebra di Boole e i vari teoremi nella risoluzione di problemi.

Obiettivi della lezione:

- Conoscere l'insieme di valori dell'algebra di Boole.
- Conoscere i vari operatori (not, and, or, xor).
- Conoscere le proprietà dell'algebra di Boole.
- Conoscere e saper applicare i teoremi di De Morgan.

Algebra di Boole

Insieme di valori:

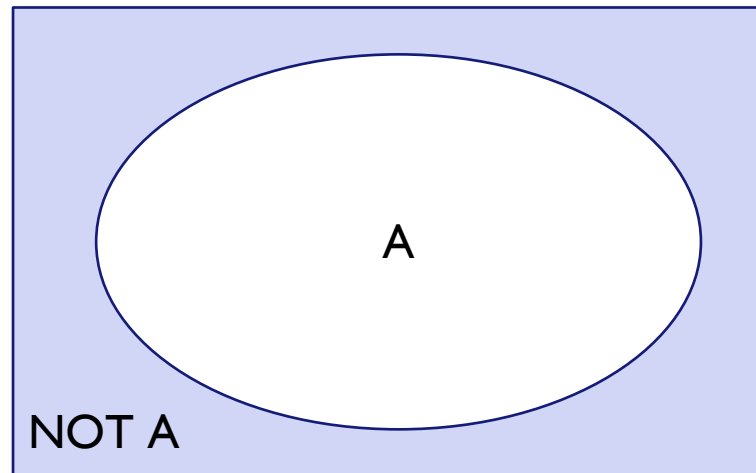
- $\{\text{false}, \text{true}\} - \{0, 1\}$

Operatori:

- **NOT**: negazione logica. In Java: **!**
- **AND**: congiunzione logica. In Java: **&&**
- **OR**: disgiunzione logica. In Java: **||**
- **XOR**: disgiunzione esclusiva logica. In Java: **^**

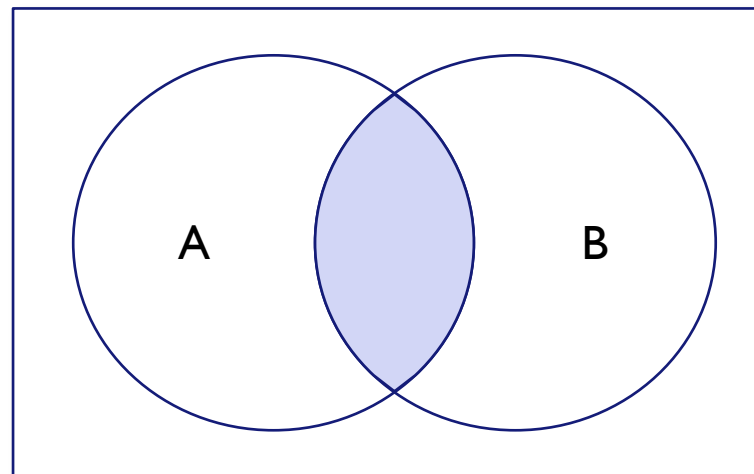
Operatore NOT

| A | $NOT A$ |
|-------|---------|
| false | true |
| true | false |



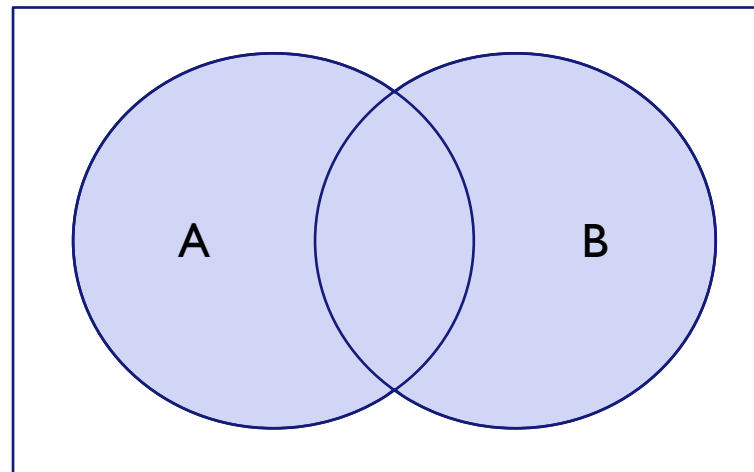
Operatore AND

| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>A && B</i> |
|----------|----------|-----------------------|
| false | false | false |
| false | true | false |
| true | false | false |
| true | true | true |



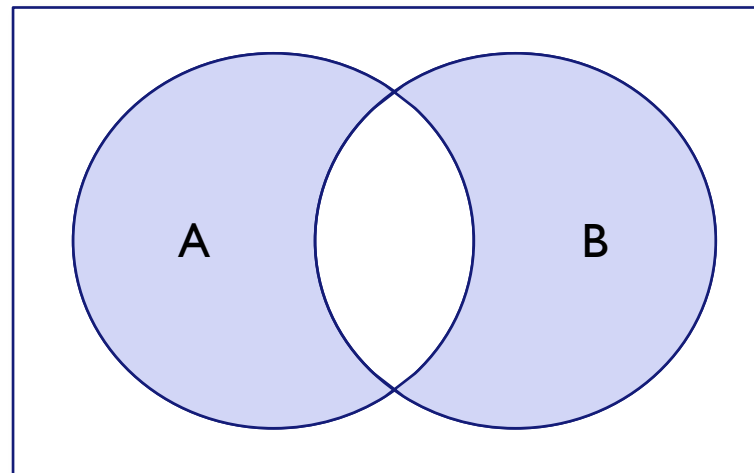
Operatore OR

| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>A</i> <i>B</i> |
|----------|----------|----------------------|
| false | false | false |
| false | true | true |
| true | false | true |
| true | true | true |



Operatore XOR

| A | B | $A \wedge B$ |
|-------|-------|--------------|
| false | false | false |
| false | true | true |
| true | false | true |
| true | true | false |



Proprietà dell'algebra

Commutativa:

$$A \ \&\& \ B = B \ \&\& \ A$$

$$A \ \|\ B = B \ \|\ A$$

Associativa:

$$(A \ \&\& \ B) \ \&\& \ C = A \ \&\& \ (B \ \&\& \ C)$$

$$(A \ \|\ B) \ \|\ C = A \ \|\ (B \ \|\ C)$$

Idempotenza:

$$A \ \&\& \ A = A$$

$$A \ \|\ A = A$$

Assorbimento:

$$A \ \&\& \ (A \ \|\ B) = A$$

$$A \ \|\ (A \ \&\& \ B) = A$$

Proprietà dell'algebra

Distributiva:

$$A \ \&\& \ (B \ || \ C) = (A \ \&\& \ B) \ || \ (A \ \&\& \ C)$$

$$A \ || \ (B \ \&\& \ C) = (A \ || \ B) \ \&\& \ (A \ || \ C)$$

Esistenza di minimo e massimo:

$$A \ \&\& \ \text{false} = \text{false}$$

$$A \ || \ \text{true} = \text{true}$$

Esistenza del complemento:

$$A \ \&\& \ (!A) = \text{false}$$

$$A \ || \ (!A) = \text{true}$$

Teoremi di De Morgan

Stabiliscono **relazioni di equivalenza** tra gli operatori di congiunzione logica AND e OR.

$$\neg(A \ \&\& \ B) = (\neg A) \ || \ (\neg B)$$

$$\neg(A \ || \ B) = (\neg A) \ \&\& \ (\neg B)$$

Riepilogo

- Algebra di Boole
- Not
- And
- Or
- Xor
- Proprietà dell'algebra di Boole
- Teoremi di De Morgan