Механика ЕГЭ

Задача 1. Можно ли принять Землю за материальную точку при расчете:

а) расстояния от Земли до Солнца;

б) пути, пройденного Землей по орбите вокруг Солнца за месяц;

в) длины экватора;

г) скорости движения Земли по орбите вокруг Солнца?

ИНФОРМАЦИЯ

Тело можно принять за материальную точку, если:

1) тело движется поступательно;

2) размеры тела много меньше расстояния, которое оно проходит;

3) размеры тела много меньше расстояния до тела отсчета.

РЕШЕНИЕ

1 условие не выполняется, т. к. о движении Земли ничего не говорится;

2 условие не выполняется, т. к. мы не знаем расстояние, пройденное Землей;

3 условие выполняется, т. к. размеры Земли (радиус 6371 км) во много раз меньше расстояния до Солнца (149,6 млн. км).

ВЫВОД: т. к. выполняется третье условие, то Землю в примере а) можно принять за материальную точку.

Задача 1. Можно ли принять Землю за материальную точку при расчете:

а) расстояния от Земли до Солнца;

б) пути, пройденного Землей по орбите вокруг Солнца за месяц;

в) длины экватора;

г) скорости движения Земли по орбите вокруг Солнца?

ИНФОРМАЦИЯ

Тело можно принять за материальную точку, если:

1) тело движется поступательно;

2) размеры тела много меньше расстояния, которое оно проходит;

3) размеры тела много меньше расстояния до тела отсчета.

РЕШЕНИЕ

б) Землю <u>можно</u> принять за МТ, т. к. ее размеры много меньше расстояния, которое она проходит по орбите за месяц;

в) Землю <u>нельзя</u> считать МТ, т. к. при расчете длины экватора Земли нельзя пренебречь ее размерами;

г) Землю <u>можно</u> считать МТ, т. к. размеры Земли (радиус 6371 км) во много раз меньше расстояния до Солнца (149,6 млн. км).

Задача 2. На рисунке приведены графики движения двух тел. Чему равно отношение скорости первого тела к скорости второго?

РЕШЕНИЕ

Уравнение движения:

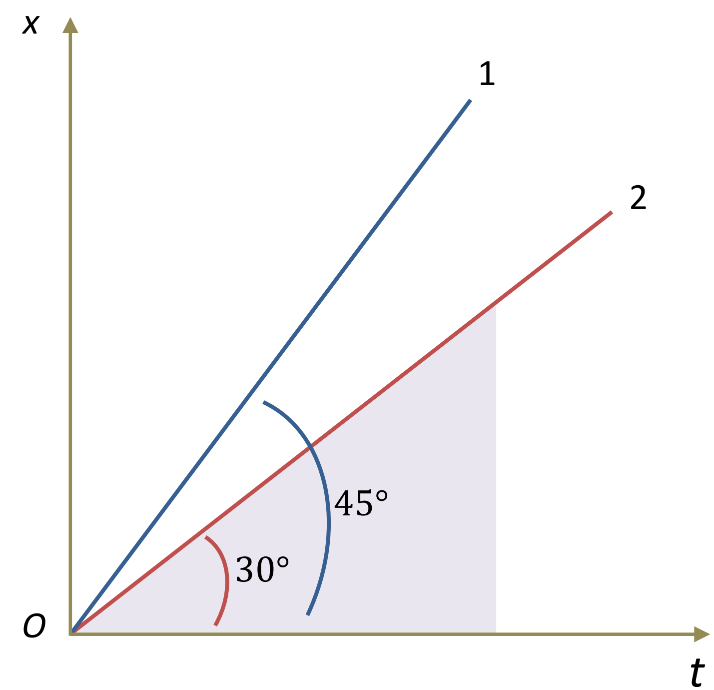
$$x = x_0 + \upsilon_x t.$$

Проекция скорости:

$$\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t} = \operatorname{tg} \alpha .$$

Значит, $\upsilon_{1x} = \operatorname{tg} 45°$, $\upsilon_{2x} = \operatorname{tg} 30°$.

Искомое отношение: $$\frac{\upsilon_{1x}}{\upsilon_{2x}} = \frac{\operatorname{tg} 45°}{\operatorname{tg} 30°} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}.$$



ОТВЕТ: отношение скоростей равно $\sqrt{3}$.

Задача 3. Даны законы движения двух материальных точек: $x_1 = 20 - t$ (м), $x_2 = 5 + 2t$ (м). Определите время и координату места встречи точек. Постройте графики зависимости проекций скоростей точек от времени.

$x_1 = 20 - t$ (м) $x_2 = 5 + 2t$ (м) $t_1 = ?$ $x(t_1) = ?$ $\upsilon_x = f(t)$

ДАНО

$x_1 = 20 - t$ (м)

$x_2 = 5 + 2t$ (м)

$t_1 = ?$

$x(t_1) = ?$

$\upsilon_x = f(t)$

РЕШЕНИЕ

1 способ (аналитический)

В момент встречи $t = t_1$ и $x_1 = x_2$.

$20 - t_1 = 5 + 2t_1;$

$20 - 5 = t_1 + 2t_1;$

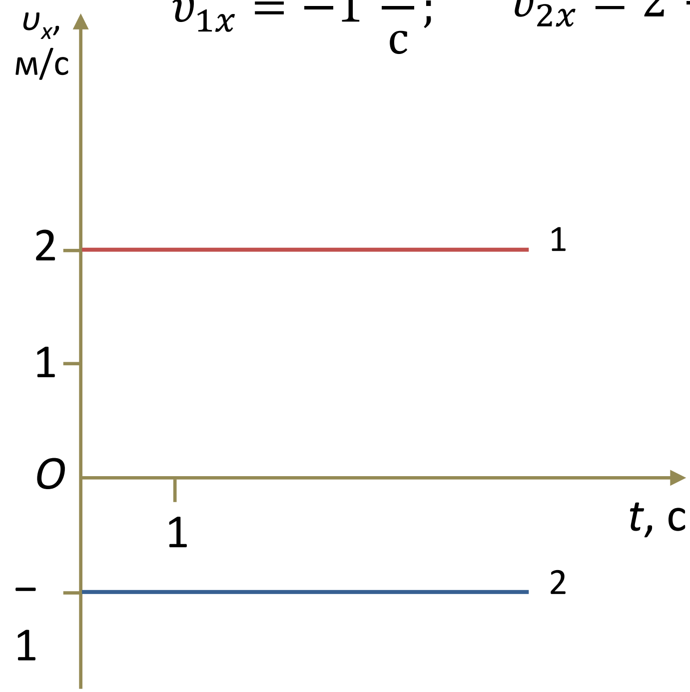
$15 = 3t_1;$

$t_1 = 5$ (с).

Тогда $x_2(t_1) = 5 + 2 \cdot 5 = 15$ м.

$x = x_0 + \upsilon_x t$

$\upsilon_{1x} = -1\ \frac{\text{м}}{\text{с}};\quad \upsilon_{2x} = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$



Задача 3. Даны законы движения двух материальных точек: $x_1 = 20 - t$ (м), $x_2 = 5 + 2t$ (м). Определите время и координату места встречи точек. Постройте графики зависимости проекций скоростей точек от времени.

ДАНО

$x_1 = 20 - t$ (м)

$x_2 = 5 + 2t$ (м)

$t_1 = ?$

$x(t_1) = ?$

$\upsilon_x = f(t)$

РЕШЕНИЕ

1 способ (аналитический)

2 способ (графический)

В момент встречи $t = t_1$ и $x_1 = x_2$.

$x = x_0 + \upsilon_x t$

$20 - t_1 = 5 + 2t_1;$

$x_{01} = 20$ м; $x_{02} = 5$ м.

$20 - 5 = t_1 + 2t_1;$

$x_1(3) = 20 - 1 \cdot 3 = 17$ (м);

$15 = 3t_1;$

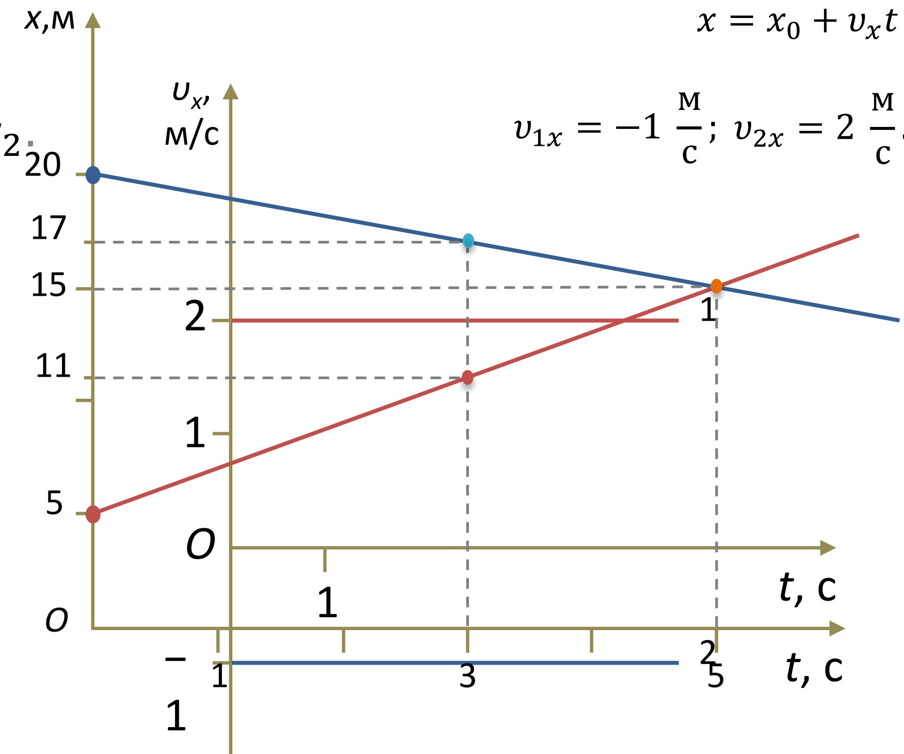
$t_1 = 5$ (с).

$x_2(2) = 5 + 2 \cdot 3 = 11$ (м).

Тогда $x_2(t_1) = 5 + 2 \cdot 5 = 15$ м.

$x = x_0 + \upsilon_x t$

$\upsilon_{1x} = -1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\upsilon_{2x} = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



ОТВЕТ: две МТ встретятся через 5 с в точке с координатой 15 м.

Задача 4. Две материальные точки движутся равномерно вдоль координатных осей x и y так, как это показано на рисунке. Определите расстояние между точками в начале движения, если через 2,5 с они одновременно проходят начало координат. Чему равен модуль скорости второй точки относительно первой, если скорость первой точки равна 1,8 м/с, а второй — 3,2 м/с?

$l_0 = ?$ $t_1 = 2{,}5$ с $v_{21} = ?$ $v_1 = 1{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $v_2 = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ДАНО

$$v_1 = 1{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t_1 = 2{,}5\ \text{с}$$

$$l_0 = ?$$

$$v_{21} = ?$$

РЕШЕНИЕ

Расстояние между МТ в начале движения:

$$l_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{(-4{,}5)^2 + 8^2} = \sqrt{84{,}25} \approx 9{,}2\ \text{м}.$$

Уравнение движения МТ: $x = x_0 + v_x t.$

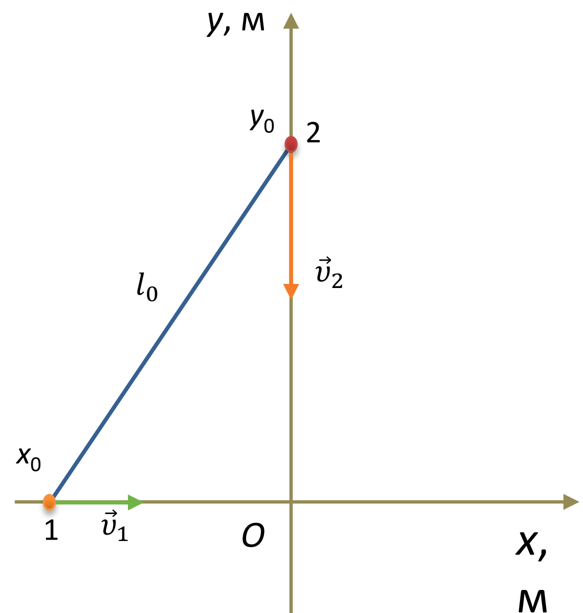
$x = x_0 + 1{,}8t$ (м);

$y = y_0 - 3{,}2t$ (м).

При $t = t_1$, $x_1 = 0$ и $y_1 = 0$.

$x_0 + 1{,}8 \cdot 2{,}5 = 0 \Longrightarrow x_0 = -4{,}5$ м;

$y_0 - 3{,}2 \cdot 2{,}5 = 0 \Longrightarrow y_0 = 8{,}0$ м.



Задача 4. Две материальные точки движутся равномерно вдоль координатных осей *x* и *y* так, как это показано на рисунке. Определите расстояние между точками в начале движения, если через 2,5 с они одновременно проходят начало координат. Чему равен модуль скорости второй точки относительно первой, если скорость первой точки равна 1,8 м/с, а второй — 3,2 м/с?

ДАНО

$v_1 = 1{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_1 = 2{,}5$ с

$l_0 = ?$

$v_{21} = ?$

РЕШЕНИЕ

Закон сложения скоростей:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_1 \Longrightarrow \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

Расстояние между МТ в начале движения:

$$l_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{(-4{,}5)^2 + 8^2} = \sqrt{84{,}25} \approx 9{,}2 \text{ м}.$$

Уравнение движения МТ: $x = x_0 + v_x t.$

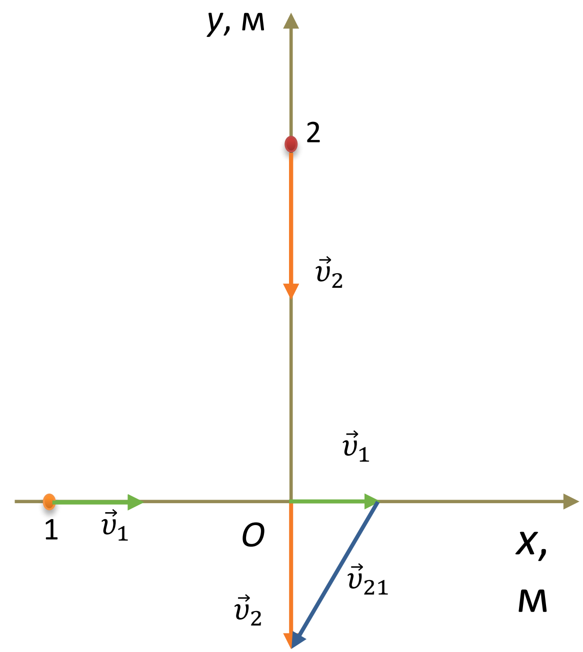
$x = x_0 + 1{,}8t$ (м);

$y = y_0 - 3{,}2t$ (м).

При $t = t_1$, $x_1 = 0$ и $y_1 = 0$:

$x_0 + 1{,}8 \cdot 2{,}5 = 0 \Longrightarrow x_0 = -4{,}5$ м;

$y_0 - 3{,}2 \cdot 2{,}5 = 0 \Longrightarrow y_0 = 8{,}0$ м.



Задача 4. Две материальные точки движутся равномерно вдоль координатных осей *x* и *y* так, как это показано на рисунке. Определите расстояние между точками в начале движения, если через 2,5 с они одновременно проходят начало координат. Чему равен модуль скорости второй точки относительно первой, если скорость первой точки равна 1,8 м/с, а второй — 3,2 м/с?

ДАНО

$v_1 = 1{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_1 = 2{,}5\ \text{с}$

$l_0 = ?$

$v_{21} = ?$

РЕШЕНИЕ

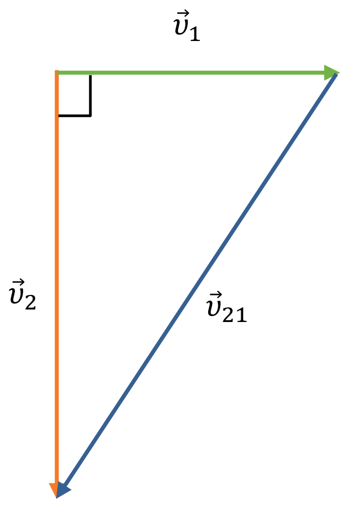
Закон сложения скоростей:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_1 \Longrightarrow \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

По теореме Пифагора

$$v_{21} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}.$$

$$v_{21} = \sqrt{1{,}8^2 + 3{,}2^2} = \sqrt{13{,}48} \approx 3{,}7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



ОТВЕТ: расстояние между МТ в начале движения равно 9,2 м; скорость второй МТ относительно первой равна 3,7 м/с.

Задача 5. На рисунке представлен график зависимости проекции скорости прямолинейного движения точки от времени. Чему равна средняя путевая скорость точки за промежуток времени от 0 до 20 с?

РЕШЕНИЕ

Средняя путевая скорость:

$$v_{ср} = \frac{s}{t} = \frac{|v_{1x}|t_1 + |v_{2x}|t_2 + |v_{3x}|t_3}{t}.$$

Пройденный путь:

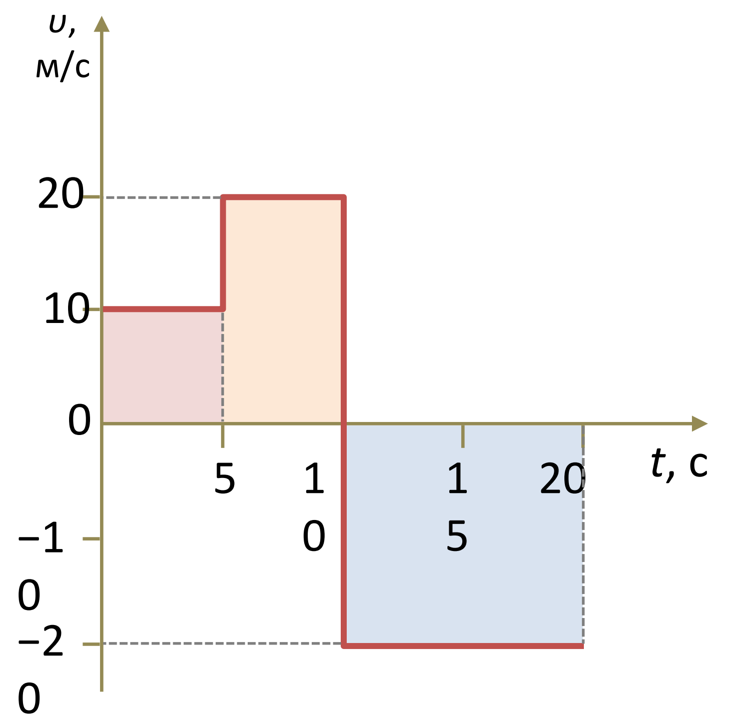
$$s = s_1 + s_2 + s_3 = |v_{1x}|t_1 + |v_{2x}|t_2 + |v_{3x}|t_3.$$

Из графика находим, что

$$v_{1x} = 10 \text{ м/с};\ v_{2x} = 20 \text{ м/с};\ v_{3x} = -20 \text{м/с}.$$

$$t_1 = 5 \text{ с};\ t_2 = 10 - 5 = 5 \text{ с};\ t_3 = 20 - 10 = 10 \text{ с}.$$

$$v_{ср} = \frac{10 \cdot 5 + 20 \cdot 5 + 20 \cdot 10}{20} = \frac{350}{20} = 17{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



ОТВЕТ: средняя скорость точки равна 17,5 м/с.

Задача 6. На рисунке представлен график зависимости проекции вектора скорости МТ от времени. Постройте график зависимости проекции ускорения от времени.

РЕШЕНИЕ

Уравнение скорости для РУД:

$$v_x = v_{0x} + a_x \Delta t.$$

Проекция ускорения:

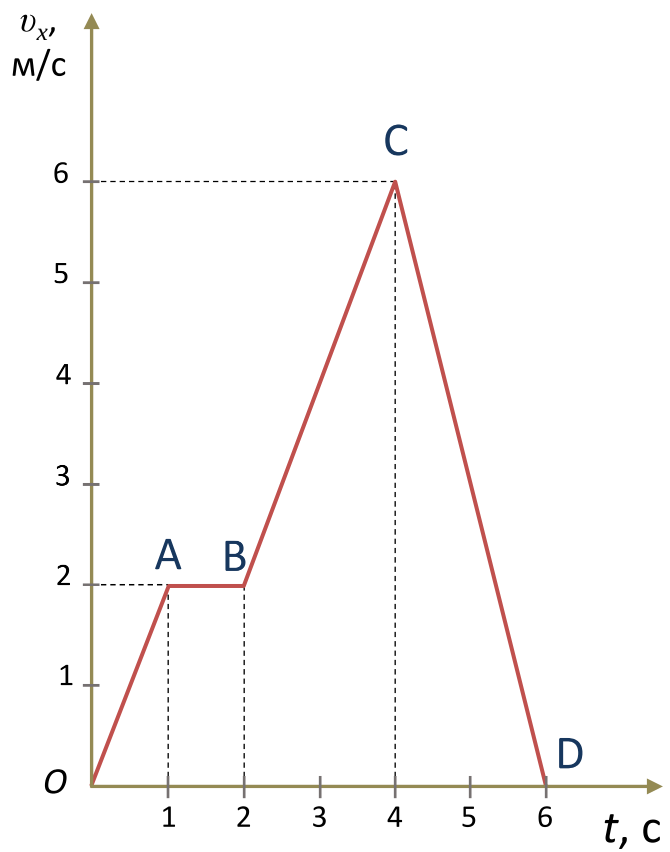
$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{\Delta t}.$$

Тогда $a_{1x} = \dfrac{2-0}{1-0} = 2\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2};$

$$a_{2x} = \frac{2-2}{2-1} = 0;$$

$$a_{3x} = \frac{6-2}{4-2} = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a_{4x} = \frac{0-6}{6-4} = -3\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$



Задача 6. На рисунке представлен график зависимости проекции вектора скорости МТ от времени. Постройте график зависимости проекции ускорения от времени.

РЕШЕНИЕ

Уравнение скорости для РУД:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x \Delta t.$$

Проекция ускорения:

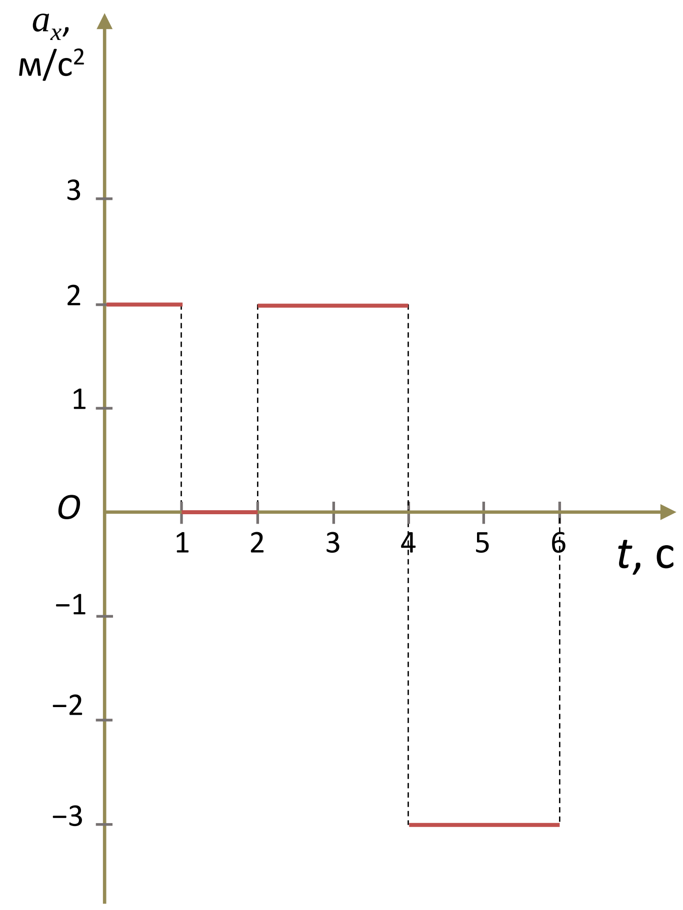
$$a_x = \frac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{\Delta t}.$$

Тогда $a_{1x} = \dfrac{2-0}{1-0} = 2\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2};$

$$a_{2x} = \frac{2-2}{2-1} = 0;$$

$$a_{3x} = \frac{6-2}{4-2} = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a_{4x} = \frac{0-6}{6-4} = -3\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$



Задача 7. Локомотив, уравнение движения которого имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = -500$ м, $B = 15$ м/с, $C = -0{,}1$ м/с², начинает тормозить перед светофором. Определите: а) положение локомотива через 60 с; б) время торможения и положение локомотива при остановке; в) положение локомотива через 300 с после начала торможения.

$x = A + Bt + Ct^2$, $A = -500$ м, $B = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $C = -0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $x(t_1) = ?$, $t_1 = 60$ с, $t_2 = ?$, $x(t_2) = ?$, $x(t_3) = ?$, $t_3 = 300$ с

ДАНО

$x = A + Bt + Ct^2$

$A = -500$ м

$B = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$C = -0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$t_1 = 60$ с

$t_3 = 300$ с

$x(t_1) = ?$

$t_2 = ?$

$x(t_2) = ?$

$x(t_3) = ?$

РЕШЕНИЕ

Уравнение движения: $x(t) = -500 + 15t - 0{,}1t^2$ (м).

Начальные условия: $x(t) = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2.$

$$x_0 = -500 \text{ м};\ \upsilon_{0x} = 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}};\ \frac{a_x}{2} = -0{,}1 \implies a_x = -0{,}2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

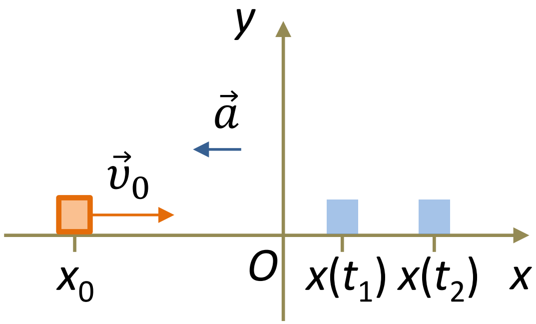
Положение локомотива в момент времени t_1:

$$x(t_1) = -500 \text{ м} + 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 60 \text{ с} - 0{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (60 \text{ с})^2 = 40 \text{ м}.$$

Момент торможения ($t = t_2$): $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t_2 = 0.$

$$t_2 = \frac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{a_x} = \frac{0 - 15\text{м/с}}{-0{,}2 \text{ м/с}^2} = 75 \text{ с}.$$

$$x(t_2) = -500 \text{ м} + 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 75 \text{ с} - 0{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (75 \text{ с})^2 = 62{,}5 \text{ м}.$$



Задача 7. Локомотив, уравнение движения которого имеет вид *x* = *A* + *Bt* + *Ct*², где *A* = -500 м, *B* = 15 м/с, *C* = −0,1 м/с², начинает тормозить перед светофором. Определите: а) положение локомотива через 60 с; б) время торможения и положение локомотива при остановке; в) положение локомотива через 300 с после начала торможения.

ДАНО

$x = A + Bt + Ct^2$

$A = -500$ м

$B = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$C = -0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$t_1 = 60$ с

$t_3 = 300$ с

$x(t_1) = ?$

$t_2 = ?$

$x(t_2) = ?$

$x(t_3) = ?$

РЕШЕНИЕ

Уравнение движения: $x(t) = -500 + 15t - 0{,}1t^2$ (м).

Начальные условия: $x_0 = -500$ м; $\upsilon_{0x} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a_x = -0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

$x(t) = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$

$x_0 = -500$ м; $\upsilon_{0x} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\frac{a_x}{2} = -0{,}1 \Rightarrow a_x = -0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Положение локомотива в момент времени t_1: $x(t_1) = 40$ м.

Момент торможения: $t_2 = 75$ с, $x(t_2) = 62{,}5$ м.

Положение локомотива в момент времени t_1:

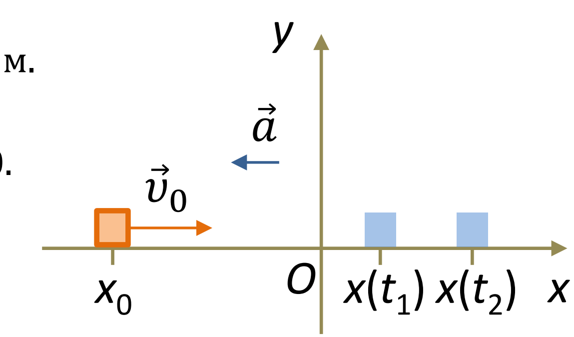
$x(t_1) = -500\ \text{м} + 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 60\ \text{с} - 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (60\ \text{с})^2 = 40\ \text{м}.$

Положение локомотива в момент времени t_3:

Момент торможения $(t = t_2)$: $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t_2 = 0.$

$t_2 = \frac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{a_x} = \frac{0 - 15\text{м/с}}{-0{,}2\ \text{м/с}^2} = 75\ \text{с}.$

$x(t_2) = -500\ \text{м} + 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 75\ \text{с} - 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (75\ \text{с})^2 = 62{,}5\ \text{м}.$



Задача 7. Локомотив, уравнение движения которого имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где A = -500 м, B = 15 м/с, C = −0,1 м/с^2, начинает тормозить перед светофором. Определите: а) положение локомотива через 60 с; б) время торможения и положение локомотива при остановке; в) положение локомотива через 300 с после начала торможения.

ДАНО

$x = A + Bt + Ct^2$

$A = -500$ м

$B = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$C = -0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$t_1 = 60$ с

$t_3 = 300$ с

$x(t_1) = ?$

$t_2 = ?$

$x(t_2) = ?$

$x(t_3) = ?$

РЕШЕНИЕ

Уравнение движения: $x(t) = -500 + 15t - 0{,}1t^2$ (м).

Начальные условия: $x_0 = -500$ м; $\upsilon_{0x} = 15\frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a_x = -0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Положение локомотива в момент времени t_1: $x(t_1) = 40$ м.

Момент торможения: $t_2 = 75$ с, $x(t_2) = 62{,}5$ м.

Положение локомотива в момент времени t_3:

Логичное предположение: так как $t_3 > t_2$, то $x(t_3) = x(t_2) = 62{,}5$ м.

На основании уравнения движения:

$$x(t_3) = -500\ \text{м} + 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 300\ \text{с} - 0{,}1\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (300\ \text{с})^2 = -5000\ \text{м}.$$

ОТВЕТ: а) 40 м; б) 75 с, 62,5 м; в) ответ не однозначный.

Задача 8. Кабина лифта поднимается в течение первых 4 секунд равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина лифта движется 8 с, а последние 4 с происходит торможение с таким же по величине ускорением, как в начале движения. Определите модуль перемещение кабины лифта за все время движения.

t_1 $v_2 = 4\,\frac{м}{с}$ $t_2 = 8$ с $t_3 = 4$ с $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

$\Delta r = ?$

ДАНО

$t_1 = 4$ с

$v_2 = 4\,\frac{м}{с}$

$t_2 = 8$ с

$t_3 = 4$ с

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

$\Delta r = ?$

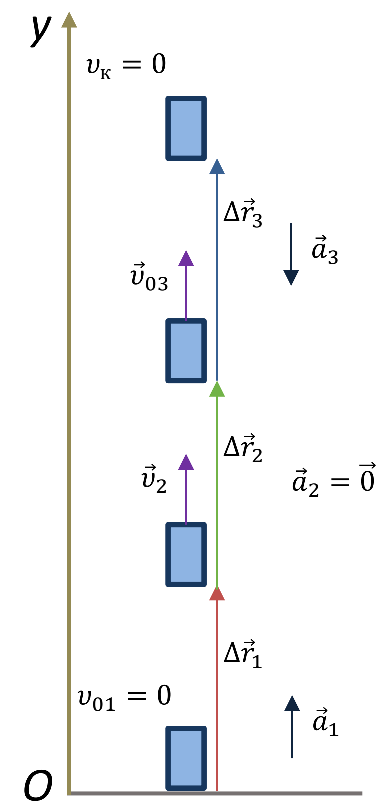
РЕШЕНИЕ

Способ 1 (аналитический)

Кинематические ур-ния движения:

$$\left[\begin{array}{l} \Delta\vec{r}_1 = \vec{v}_{01}t_1 + \dfrac{\vec{a}_1 t_1^2}{2}; \\ \vec{v}_2 = \vec{v}_{01} + \vec{a}_1 t_1; \\ \Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_2 t_2; \\ \Delta\vec{r}_3 = \vec{v}_{03}t_3 + \dfrac{\vec{a}_3 t_3^2}{2}; \\ \vec{v}_3 = \vec{v}_{03} + \vec{a}_3 t_3; \\ \Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta r_1 = \dfrac{a_1 t_1^2}{2}; \\ v_2 = a_1 t_1; \\ \Delta r_2 = v_2 t_2; \\ \Delta r_3 = v_2 t_3 - \dfrac{a_1 t_3^2}{2}; \\ 0 = v_2 - a_1 t_3; \\ \Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3. \end{array}\right.$$



Задача 8. Кабина лифта поднимается в течение первых 4 секунд равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина лифта движется 8 с, а последние 4 с происходит торможение с таким же по величине ускорением, как в начале движения. Определите модуль перемещение кабины лифта за все время движения.

ДАНО

$t_1 = 4$ с

$\upsilon_2 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_2 = 8$ с

$t_3 = 4$ с

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

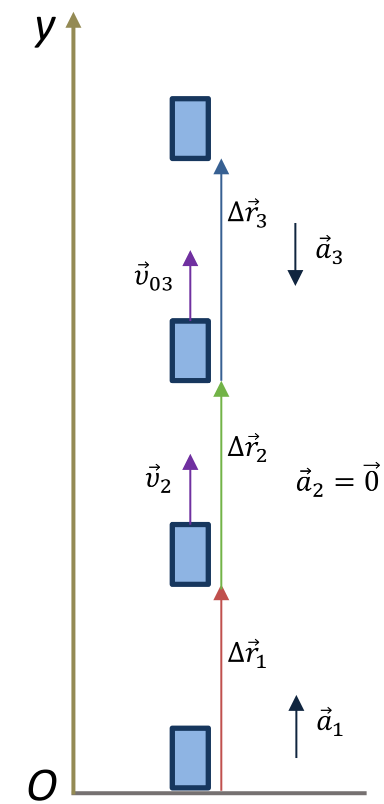
$\Delta r = ?$

РЕШЕНИЕ

Способ 1 (аналитический)

Кинематические ур-ния движения:

$$\left[\begin{cases} \Delta\vec{r}_1 = \vec{\upsilon}_{01} t_1 + \dfrac{\vec{a}_1 t_1^2}{2}; \\ \vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_{01} + \vec{a}_1 t_1; \\ \Delta\vec{r}_2 = \vec{\upsilon}_2 t_2; \\ \Delta\vec{r}_3 = \vec{\upsilon}_{03} t_3 + \dfrac{\vec{a}_3 t_3^2}{2}; \\ \vec{\upsilon}_3 = \vec{\upsilon}_{03} + \vec{a}_3 t_3; \\ \Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3. \end{cases}\right. \qquad \begin{cases} \Delta r_1 = \dfrac{a_1 t_1^2}{2}; \\ \upsilon_2 = a_1 t_1; \\ \Delta r_2 = \upsilon_2 t_2; \\ \Delta r_3 = \upsilon_2 t_3 - \dfrac{a_1 t_3^2}{2}; \\ 0 = \upsilon_2 - a_1 t_3; \\ \Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3. \end{cases}$$



Задача 8. Кабина лифта поднимается в течение первых 4 секунд равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина лифта движется 8 с, а последние 4 с происходит торможение с таким же по величине ускорением, как в начале движения. Определите модуль перемещение кабины лифта за все время движения.

ДАНО

$t_1 = 4$ с

$v_2 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_2 = 8$ с

$t_3 = 4$ с

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

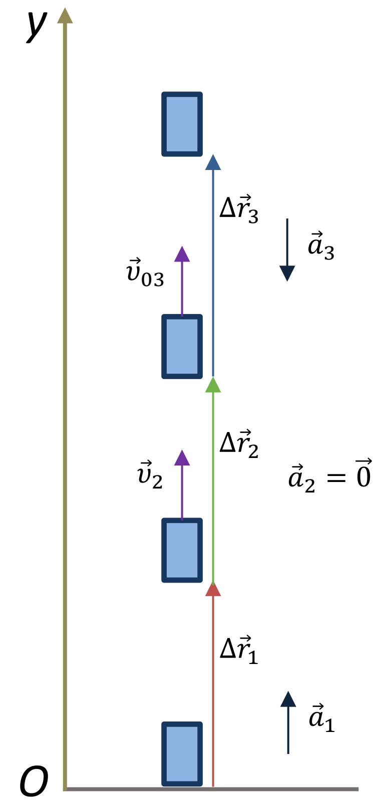
$\Delta r = ?$

РЕШЕНИЕ

Способ 1 (аналитический)

Кинематические ур-ния движения:

$$\begin{cases} \Delta r_1 = \dfrac{a_1 t_1^2}{2}; \\ v_2 = a_1 t_1; \\ \Delta r_2 = v_2 t_2; \\ \Delta r_3 = v_2 t_3 - \dfrac{a_1 t_3^2}{2}; \\ 0 = v_2 - a_1 t_3; \\ \Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3. \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta r_1 = \dfrac{v_2 t_1^2}{2t_1} = \dfrac{v_2 t_1}{2}; \\ a_1 = v_2/t_1; \\ \Delta r_2 = v_2 t_2; \\ \Delta r_3 = v_2 t_3 - \dfrac{v_2 t_3^2}{2t_1} = v_2 t_1 - \dfrac{v_2 t_1}{2} = \dfrac{v_2 t_1}{2}; \\ \Delta r = \dfrac{v_2 t_1}{2} + v_2 t_2 + \dfrac{v_2 t_1}{2} = v_2(t_1 + t_2) \end{cases}$$



Задача 8. Кабина лифта поднимается в течение первых 4 секунд равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина лифта движется 8 с, а последние 4 с происходит торможение с таким же по величине ускорением, как в начале движения. Определите модуль перемещение кабины лифта за все время движения.

ДАНО

$t_1 = 4$ с

$\upsilon_2 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_2 = 8$ с

$t_3 = 4$ с

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

$\Delta r = ?$

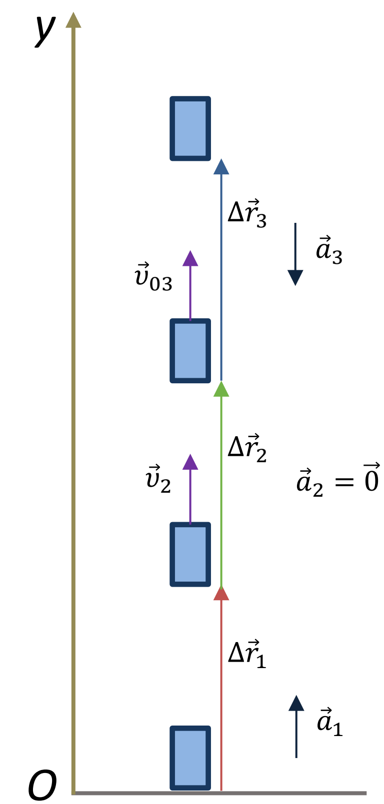
РЕШЕНИЕ

Способ 1 (аналитический)

Кинематические ур-ния движения:

$$\begin{cases} \Delta r_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{\upsilon_2 t_1}{2}; \\ a_1 = \upsilon_2/t_1; \\ \Delta r_2 = \upsilon_2 t_2; \\ \Delta r_3 = \upsilon_2 t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} = \upsilon_2 t_1 - \frac{\upsilon_2 t_1}{2} = \frac{\upsilon_2 t_1}{2}; \\ 0 = \upsilon_2 - a_1 t_3; \\ \Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3. \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta r_1 = \frac{\upsilon_2 t_1^2}{2t_1} = \frac{\upsilon_2 t_1}{2}; \\ a_1 = \upsilon_2/t_1; \\ \Delta r_2 = \upsilon_2 t_2; \\ \Delta r_3 = \upsilon_2 t_3 - \frac{\upsilon_2 t_3^2}{2t_1} = \upsilon_2 t_1 - \frac{\upsilon_2 t_1}{2} = \frac{\upsilon_2 t_1}{2}; \\ \Delta r = \frac{\upsilon_2 t_1}{2} + \upsilon_2 t_2 + \frac{\upsilon_2 t_1}{2} = \upsilon_2(t_1 + t_2) \end{cases}$$

$$\Delta r = \frac{\upsilon_2 t_1}{2} + \upsilon_2 t_2 + \frac{\upsilon_2 t_1}{2} = \upsilon_2(t_1 + t_2) = 4(4+8) = 48 \text{ м.}$$



Задача 8. Кабина лифта поднимается в течение первых 4 секунд равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина лифта движется 8 с, а последние 4 с происходит торможение с таким же по величине ускорением, как в начале движения. Определите модуль перемещение кабины лифта за все время движения.

ДАНО

$t_1 = 4$ с

$v_2 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_2 = 8$ с

$t_3 = 4$ с

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

$\Delta r = ?$

РЕШЕНИЕ

Способ 2 (аналитический)

Перемещения кабины лифта:

$\Delta r_1 = v_{1\text{ср}} t_1 = 0{,}5 v_2 t_1;$

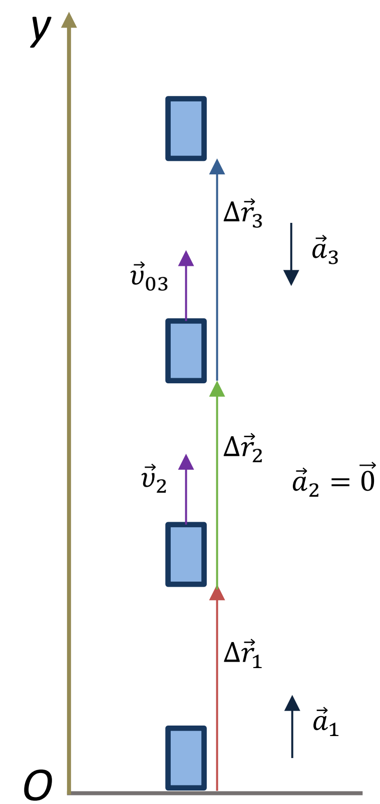
$\Delta r_2 = v_{2\text{ср}} t_2 = v_2 t_2;$

$\Delta r_3 = v_{3\text{ср}} t_3 = 0{,}5 v_2 t_3.$

Средняя скорость при РУД: $v_{\text{ср}} = \frac{v + v_0}{2} \Longrightarrow v_{\text{ср}1} = v_{\text{ср}3} = \frac{v_2}{2}.$

Тогда $\Delta r = 0{,}5 v_2 t_1 + v_2 t_2 + 0{,}5 v_2 t_3 = v_2 (t_1 + t_2).$

$\Delta r = 4 \cdot (4 + 8) = 48$ м.



Задача 8. Кабина лифта поднимается в течение первых 4 секунд равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина лифта движется 8 с, а последние 4 с происходит торможение с таким же по величине ускорением, как в начале движения. Определите модуль перемещение кабины лифта за все время движения.

ДАНО

$t_1 = 4$ с

$v_2 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_2 = 8$ с

$t_3 = 4$ с

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$

$\Delta r = ?$

РЕШЕНИЕ

Способ 3 (графический)

Перемещения кабины лифта:

$$\Delta r = \frac{AB + OC}{2} \cdot AK.$$

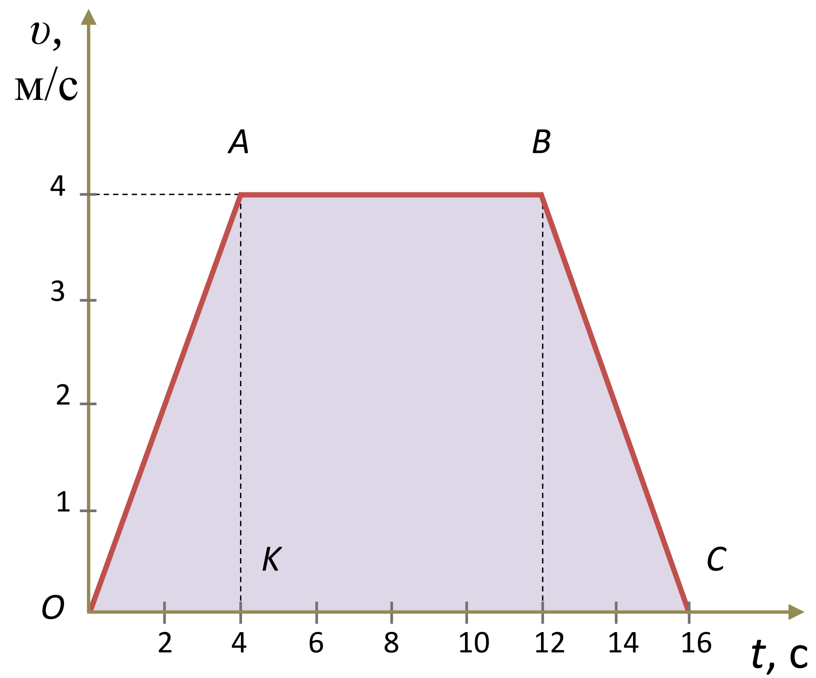
Из графика находим, что

$$AB = t_2,\ OC = t_1 + t_2 + t_3,\ AK = v_2.$$

Тогда $\Delta r = \frac{v_2}{2}(t_1 + 2t_2 + t_3) = v_2(t_1 + t_2)$.

$$\Delta r = 4 \cdot (4 + 8) = 48 \text{ м}.$$

ОТВЕТ: $\Delta r = 48$ м.



Задача 9. С высоты 17 м без начальной скорости падает камень. Одновременно с ним с некоторой высоты начинает падать второй камень с начальной скоростью 11 м/с. Первый камень достигает поверхности Земли на 2 с раньше, чем второй. Определите, с какой высоты падал второй камень, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

$h_2 = ?$

ДАНО

$h_1 = 17$ м

$v_{01} = 0$

$v_{02} = 11\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\Delta t = 2$ с

$h_2 = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематическое уравнение РУД для второго мяча:

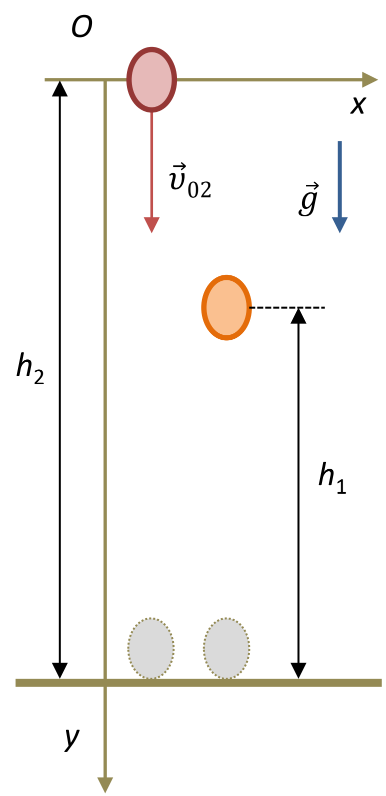
$$y_2 = y_{02} + v_{02y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

В начальный момент времени: $y_0 = 0;\ v_{02y} = v_0;\ a_y = g.$

Тогда $y_2 = v_{02}t + \frac{gt^2}{2}.$

В момент падения второго камня на Землю: $t = t_{\text{пад}2};\ y_2 = h_2.$

Высота, с которой упал второй камень: $h_2 = v_{02}t_{\text{пад}2} + \frac{gt_{\text{пад}2}^2}{2}.$



Задача 9. С высоты 17 м без начальной скорости падает камень. Одновременно с ним с некоторой высоты начинает падать второй камень с начальной скоростью 11 м/с. Первый камень достигает поверхности Земли на 2 с раньше, чем второй. Определите, с какой высоты падал второй камень, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

ДАНО

$h_1 = 17$ м

$v_{01} = 0$

$v_{02} = 11\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\Delta t = 2$ с

$h_2 = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематическое уравнение РУД для второго мяча:

Высота, с которой упал второй камень: $h_2 = v_{02}t_{\text{пад}2} + \frac{gt_{\text{пад}2}^2}{2}$.

$$y_2 = y_{02} + v_{02y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

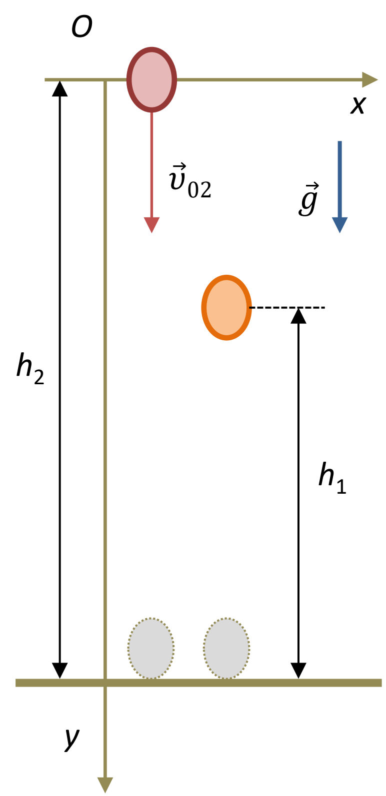
Время падения первого камня:

В начальный момент времени: $y_0 = 0;\ v_{02y} = v_0;\ a_y = g.$

Тогда $y_2 = v_{02}t + \frac{gt^2}{2}.$

В момент падения второго камня на Землю: $t = t_{\text{пад}2};\ y_2 = h_2.$

Высота, с которой упал второй камень: $h_2 = v_{02}t_{\text{пад}2} + \frac{gt_{\text{пад}2}^2}{2}$.



Задача 9. С высоты 17 м без начальной скорости падает камень. Одновременно с ним с некоторой высоты начинает падать второй камень с начальной скоростью 11 м/с. Первый камень достигает поверхности Земли на 2 с раньше, чем второй. Определите, с какой высоты падал второй камень, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

ДАНО

$h_1 = 17$ м

$\upsilon_{01} = 0$

$\upsilon_{02} = 11\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\Delta t = 2$ с

$h_2 = ?$

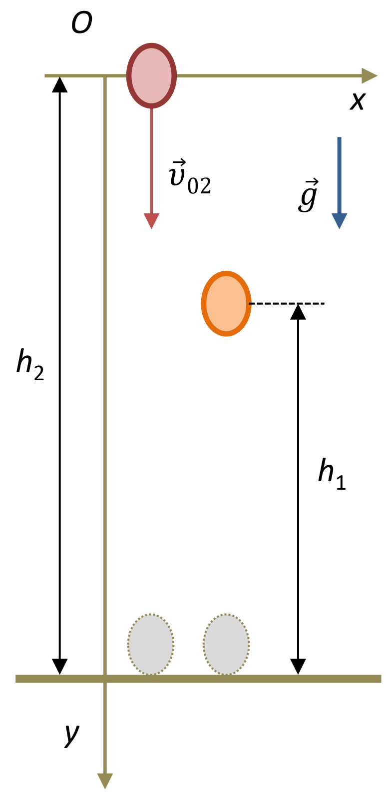
РЕШЕНИЕ

Высота, с которой упал второй камень: $h_2 = \upsilon_{02} t_{\text{пад2}} + \dfrac{g t_{\text{пад2}}^2}{2}$.

Время падения первого камня: $t_{\text{пад1}} = \sqrt{\dfrac{2h_1}{g}} = t_{\text{пад2}} - \Delta t$.

Время падения второго камня: $t_{\text{пад2}} = \sqrt{\dfrac{2h_1}{g}} + \Delta t$.

Тогда $$h_2 = \upsilon_{02}\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t\right) + \frac{g\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t\right)^2}{2}.$$



Задача 9. С высоты 17 м без начальной скорости падает камень. Одновременно с ним с некоторой высоты начинает падать второй камень с начальной скоростью 11 м/с. Первый камень достигает поверхности Земли на 2 с раньше, чем второй. Определите, с какой высоты падал второй камень, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

ДАНО

$h_1 = 17$ м

$\upsilon_{01} = 0$

$\upsilon_{02} = 11\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\Delta t = 2$ с

$h_2 = ?$

РЕШЕНИЕ

Высота, с которой упал второй камень: $h_2 = \upsilon_{02} t_{пад2} + \frac{g t_{пад2}^2}{2}.$

Время падения первого камня: $t_{пад1} = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = t_{пад2} - \Delta t.$

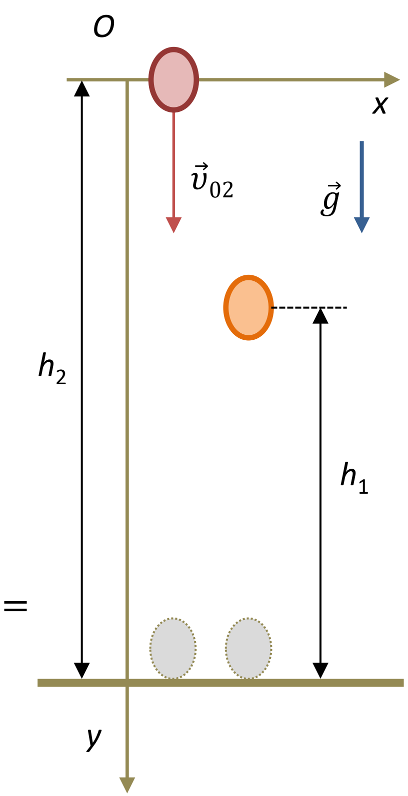
Время падения второго камня: $t_{пад2} = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t.$

Тогда $$h_2 = \upsilon_{02}\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t\right) + \frac{g\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t\right)^2}{2}.$$

$$h_2 = \upsilon_{02}\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t\right) + \frac{g\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \Delta t\right)^2}{2}.$$

$$h_2 = 11 \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 17}{10}} + 2\right) + \frac{10 \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 17}{10}} + 2\right)^2}{2} = 11 \cdot 3{,}8 + \frac{10 \cdot (3{,}8)^2}{2} =$$

$= 11 \cdot 3{,}8 + 5 \cdot (3{,}8)^2 = 114$ м.



ОТВЕТ: $h_2 = 114$ м.

Задача 10. Пикирующий бомбардировщик Пе-2 заходит на цель под углом 65° к горизонту на скорости 95 м/с и сбрасывает бомбу на высоте 350 м. На каком расстоянии от цели в горизонтальном направлении летчик должен освободить бомбу, чтобы она поразила цель, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$\alpha = 65°$

$v_0 = 95\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h = 350$ м

$L = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2};\ x = x_0 + v_{0x}t.$$

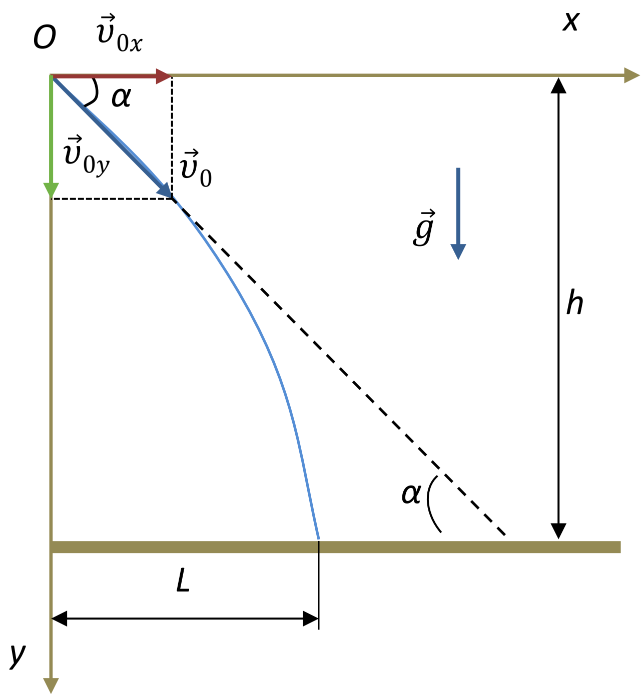
При $t = 0$ $\quad x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha;\ a_x = 0;$

$y_0 = 0;\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha;\ a_y = g.$

Тогда $\quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}.$

При $t = t_1$ $\quad x = L;\ \ y = h.$

Тогда $\quad h = v_0 \sin\alpha \cdot t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$



Задача 10. Пикирующий бомбардировщик Пе-2 заходит на цель под углом 65° к горизонту на скорости 95 м/с и сбрасывает бомбу на высоте 350 м. На каком расстоянии от цели в горизонтальном направлении летчик должен освободить бомбу, чтобы она поразила цель, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$\alpha = 65°$

$v_0 = 95\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h = 350$ м

$L = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2};\ x = x_0 + v_{0x}t.$$

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}.$$

При $t = 0$ $\quad x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha;\ a_x = 0;$

$y_0 = 0;\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha;\ a_y = g.$

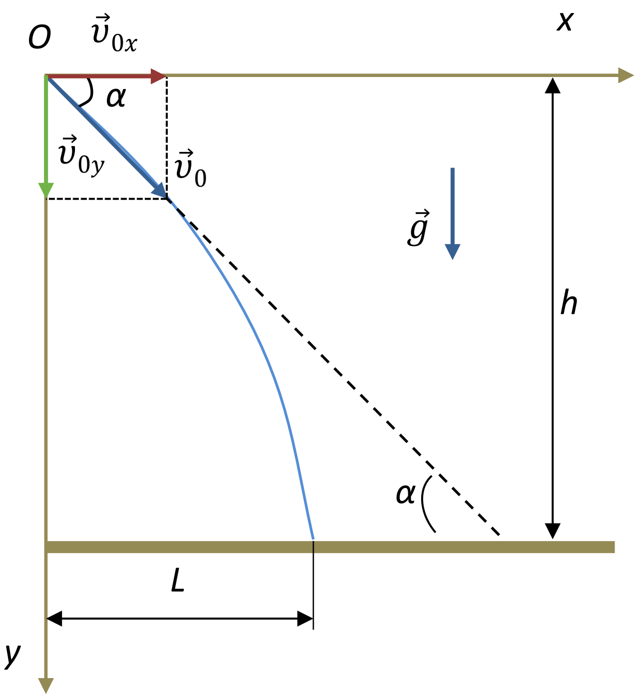
Тогда $\quad h = v_0 \sin\alpha \cdot t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$

$$gt_1^2 + 2v_0 \sin\alpha \cdot t_1 - 2h = 0;$$

Тогда $\quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}.$

При $t = t_1$ $\quad x = L;\ y = h.$

Тогда $\quad h = v_0 \sin\alpha \cdot t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$



Задача 10. Пикирующий бомбардировщик Пе-2 заходит на цель под углом 65° к горизонту на скорости 95 м/с и сбрасывает бомбу на высоте 350 м. На каком расстоянии от цели в горизонтальном направлении летчик должен освободить бомбу, чтобы она поразила цель, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$\alpha = 65°$

$v_0 = 95\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h = 350$ м

$L = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

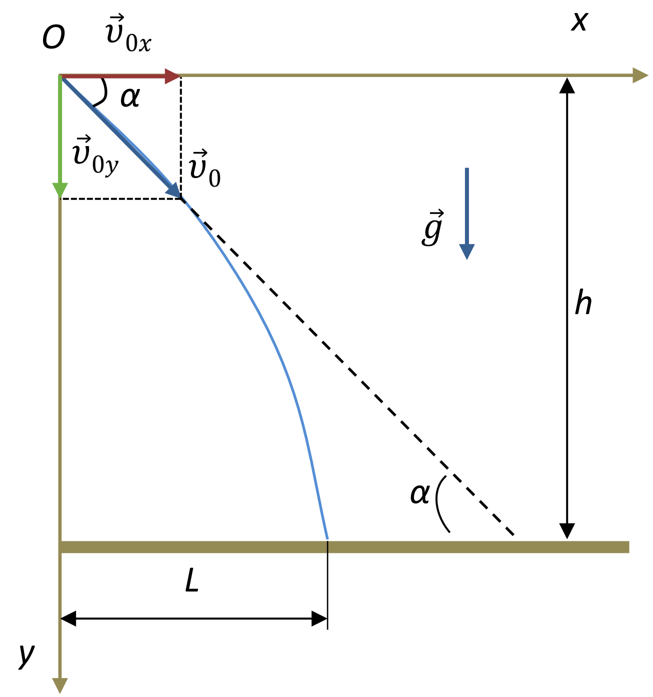
$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t; \ \ y = v_0 \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}.$$

Тогда $$h = v_0 \sin\alpha \cdot t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$$

$$gt_1^2 + 2v_0 \sin\alpha \cdot t_1 - 2h = 0;$$

$$D = (2v_0 \sin\alpha)^2 - 4g(-2h) = (2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh.$$

$$t_1 = \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g}.$$



Задача 10. Пикирующий бомбардировщик Пе-2 заходит на цель под углом 65° к горизонту на скорости 95 м/с и сбрасывает бомбу на высоте 350 м. На каком расстоянии от цели в горизонтальном направлении летчик должен освободить бомбу, чтобы она поразила цель, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$\alpha = 65°$

$v_0 = 95\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h = 350$ м

$L = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ \ y = v_0 \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}.$$

$$h = v_0 \sin\alpha \cdot t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$$

$$gt_1^2 + 2v_0 \sin\alpha \cdot t_1 - 2h = 0;$$

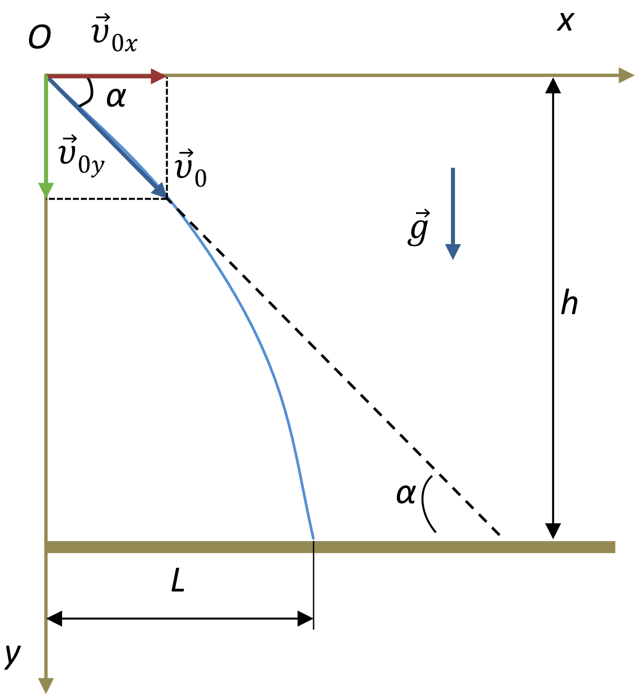
$$D = (2v_0 \sin\alpha)^2 - 4g(-2h) = (2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh.$$

$$t_1 = \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g}.$$

Тогда $t_1 = \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g}.$

Расстояние до цели:

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g}.$$



Задача 10. Пикирующий бомбардировщик Пе-2 заходит на цель под углом 65° к горизонту на скорости 95 м/с и сбрасывает бомбу на высоте 350 м. На каком расстоянии от цели в горизонтальном направлении летчик должен освободить бомбу, чтобы она поразила цель, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$\alpha = 65°$

$v_0 = 95\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h = 350$ м

$L = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}.$$

$$t_1 = \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g}.$$

Расстояние до цели:

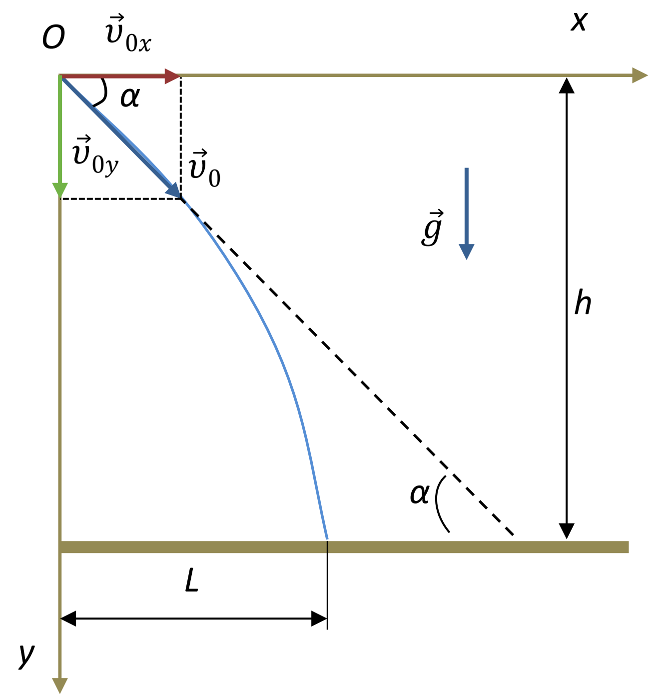
$$L = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g} =$$

$$= v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-2v_0 \sin\alpha + 2 \cdot \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{2g} =$$

Расстояние до цели:

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g}$$

$$= v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}.$$



Задача 10. Пикирующий бомбардировщик Пе-2 заходит на цель под углом 65° к горизонту на скорости 95 м/с и сбрасывает бомбу на высоте 350 м. На каком расстоянии от цели в горизонтальном направлении летчик должен освободить бомбу, чтобы она поразила цель, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$\alpha = 65°$

$v_0 = 95\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h = 350$ м

$L = ?$

РЕШЕНИЕ

Расстояние до цели:

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}.$$

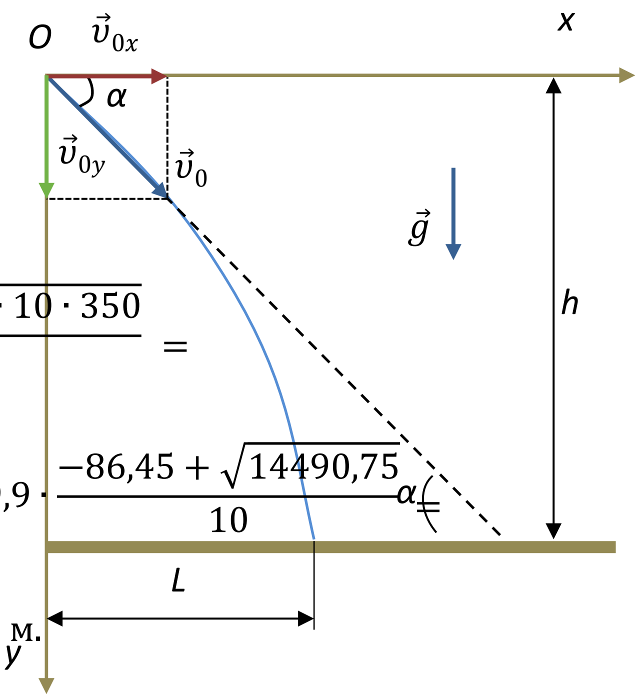
$$L = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-2v_0 \sin\alpha + \sqrt{(2v_0 \sin\alpha)^2 + 8gh}}{2g} =$$

$$= v_0 \cos\alpha \cdot \frac{-2v_0 \sin\alpha + 2\cdot\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{2g} =$$

$$L = 95 \cdot \cos 65° \cdot \frac{-95 \cdot \sin 65° + \sqrt{95^2 \cdot \sin^2 65° + 2 \cdot 10 \cdot 350}}{10} =$$

$$= 95 \cdot 0{,}42 \cdot \frac{-95 \cdot 0{,}91 + \sqrt{9025 \cdot 0{,}83 + 7000}}{10} = 39{,}9 \cdot \frac{-86{,}45 + \sqrt{14490{,}75}}{10} =$$

$$= 3{,}99 \cdot (-86{,}45 + 120{,}38) = 3{,}99 \cdot 33{,}93 \approx 135{,}38 \text{ м}.$$



ОТВЕТ: $L = 135$ м.

Задача 11. Стоя на расстоянии 20 м от обрыва высотой 90 м, мальчик бросает камень так, как это показано на рисунке. Как близко к основанию обрыва может упасть камень, если его начальная скорость равна 25 м/с, а сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

$L = 20$ м $\quad h = 90$ м $\quad s = ?$ $\quad v_0 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ДАНО

$L = 20$ м

$h = 90$ м

$v_0 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2};\ x = x_0 + v_{0x}t;\ v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$y = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2};\ x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

При $t = 0$ $\quad x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha;\ a_x = 0;$

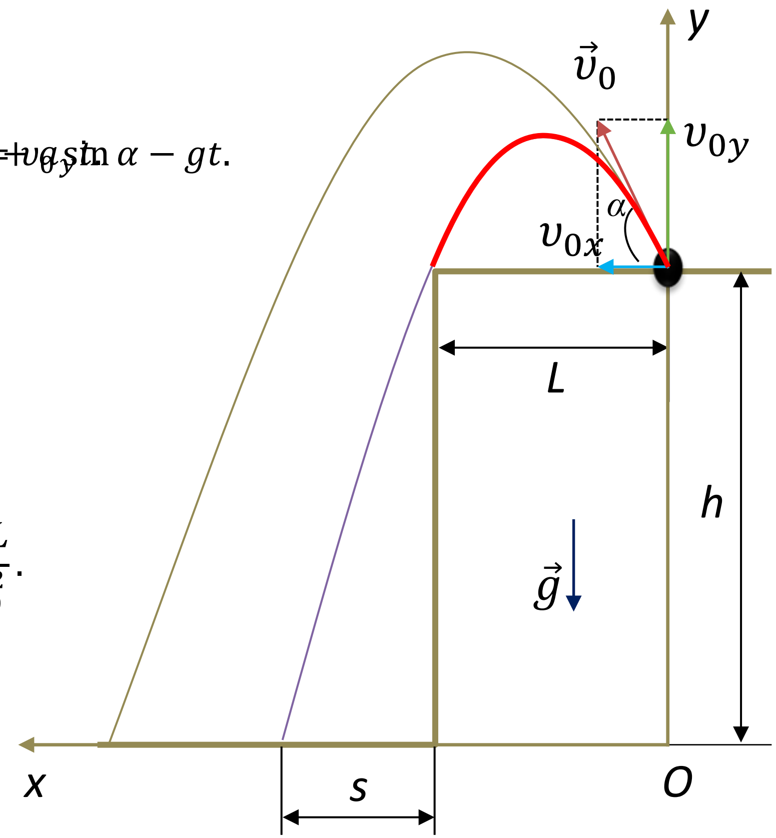
$$y_0 = h;\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha;\ a_y = -g.$$

В момент пролета камня над обрывом:

$$L = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha \Longrightarrow \sin 2\alpha = \frac{gL}{v_0^2} \Longrightarrow 2\alpha = \arcsin\frac{gL}{v_0^2}.$$

Угол, под которым брошен камень:

$$\alpha = 0{,}5 \arcsin(gL/v_0^2)$$



Задача 11. Стоя на расстоянии 20 м от обрыва высотой 90 м, мальчик бросает камень так, как это показано на рисунке. Как близко к основанию обрыва может упасть камень, если его начальная скорость равна 25 м/с, а сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$L = 20$ м

$h = 90$ м

$v_0 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2};\ \ x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\ \ v_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

Угол, под которым брошен камень:

$$\alpha = 0{,}5 \arcsin(gL/v_0^2) = 0{,}5 \arcsin(10 \cdot 20/25^2) \approx 9{,}3°.$$

При $t = 0$: $x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha;\ a_x = 0;$

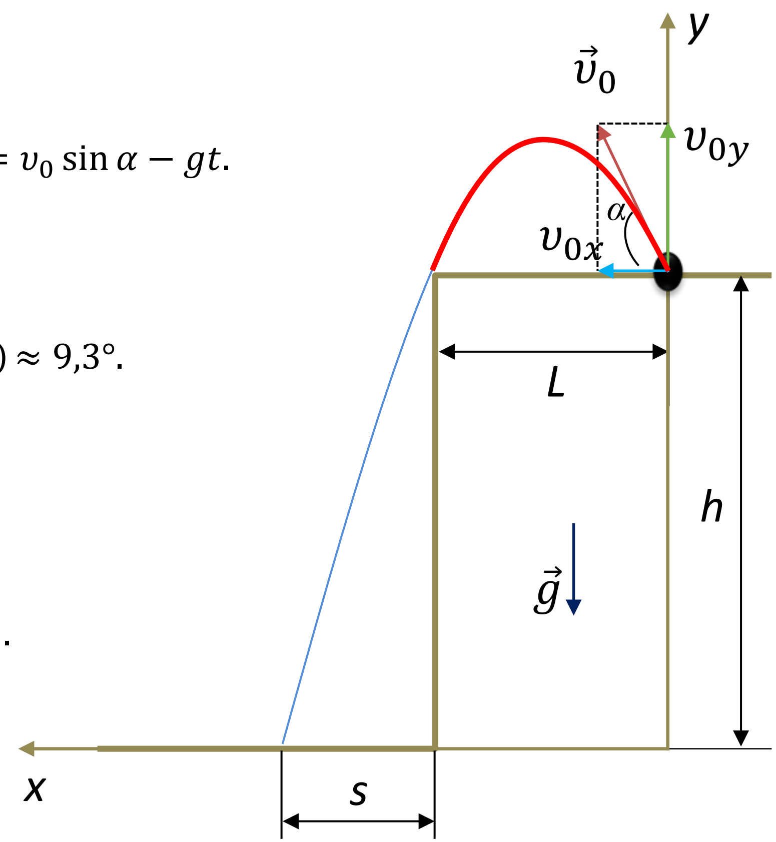
$$y_0 = h;\ \ v_{0y} = v_0 \sin\alpha;\ \ a_y = -g.$$

В момент пролета камня над обрывом:

$$L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \Longrightarrow \sin 2\alpha = \frac{gL}{v_0^2} \Longrightarrow 2\alpha = \arcsin\frac{gL}{v_0^2}.$$

Угол, под которым брошен камень:

$$\alpha = 0{,}5 \arcsin(gL/v_0^2)$$



Задача 11. Стоя на расстоянии 20 м от обрыва высотой 90 м, мальчик бросает камень так, как это показано на рисунке. Как близко к основанию обрыва может упасть камень, если его начальная скорость равна 25 м/с, а сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$L = 20$ м

$h = 90$ м

$v_0 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}; \ x = v_0 \cos\alpha \cdot t; \ v_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

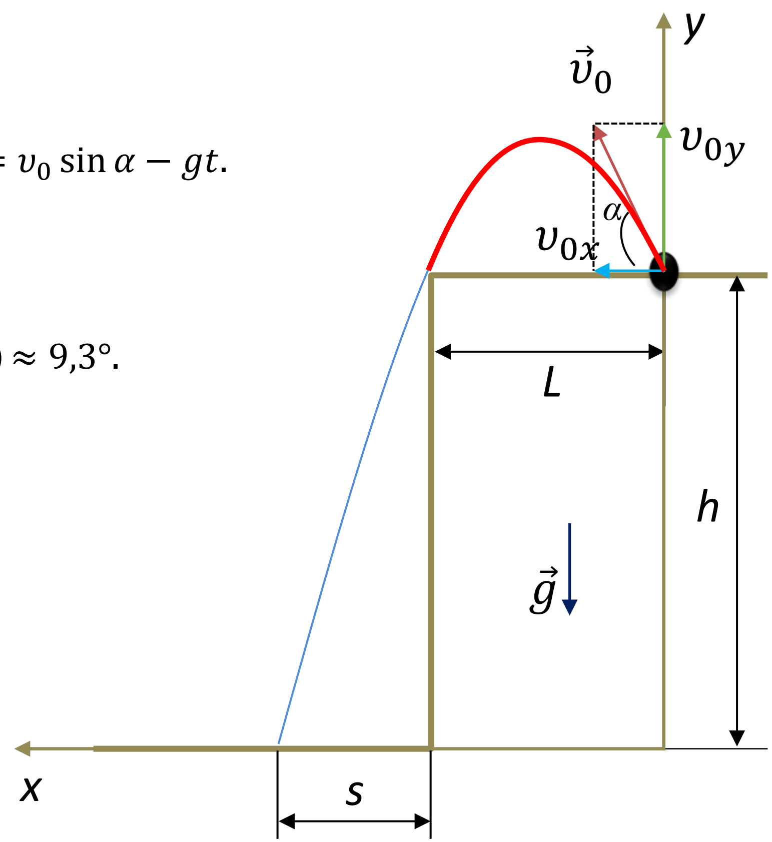
Угол, под которым брошен камень:

$$\alpha = 0{,}5 \arcsin(gL/v_0^2) = 0{,}5 \arcsin(10 \cdot 20/25^2) \approx 9{,}3°.$$

При $t = t_{\text{пол}}$ $x = L + s$; $y = 0$.

Тогда $0 = h + v_0 \sin\alpha \cdot t_{\text{пол}} - \dfrac{gt_{\text{пол}}^2}{2}$;

$$t_{\text{пол}} = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}.$$



Задача 11. Стоя на расстоянии 20 м от обрыва высотой 90 м, мальчик бросает камень так, как это показано на рисунке. Как близко к основанию обрыва может упасть камень, если его начальная скорость равна 25 м/с, а сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$L = 20$ м

$h = 90$ м

$v_0 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2};\quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\quad v_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

Угол, под которым брошен камень: $\alpha \approx 9{,}3°$.

$$\alpha = 0{,}5\arcsin(gL/v_0^2) = 0{,}5\arcsin(10 \cdot 20/25^2) \approx 9{,}3°.$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}.$$

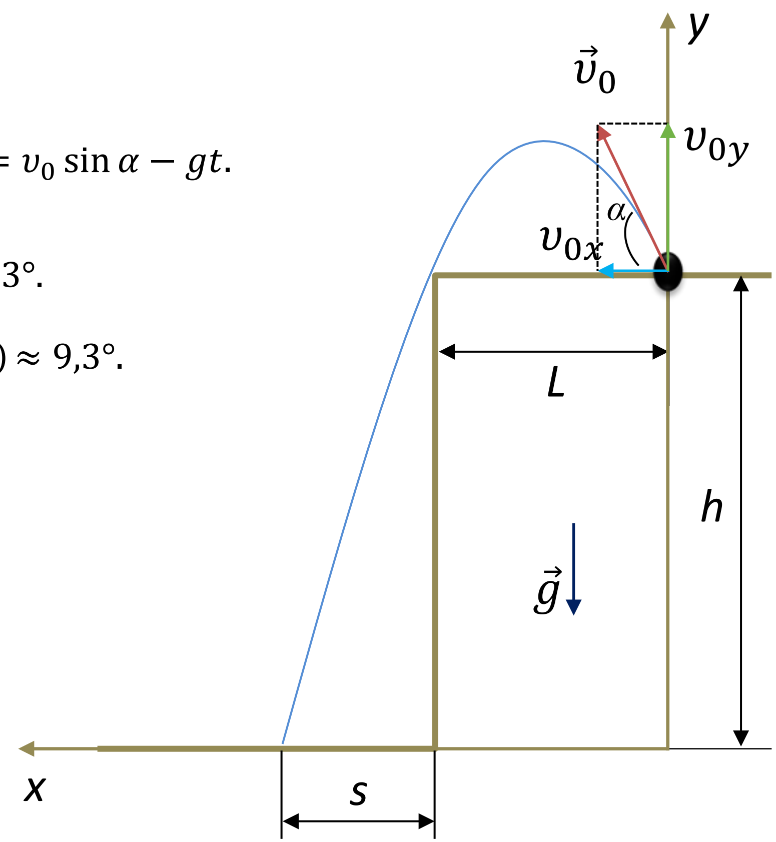
При $t = t_{\text{пол}}$ $x = L + s;\ y = 0.$

При $t = t_{\text{пол}}$ $x = L + s;\ y = 0.$

Тогда $0 = h + v_0 \sin\alpha \cdot t_{\text{пол}} - \frac{g t_{\text{пол}}^2}{2};$

$$L + s = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}.$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}.$$



Задача 11. Стоя на расстоянии 20 м от обрыва высотой 90 м, мальчик бросает камень так, как это показано на рисунке. Как близко к основанию обрыва может упасть камень, если его начальная скорость равна 25 м/с, а сопротивление воздуха пренебрежимо мало?

ДАНО

$L = 20$ м

$h = 90$ м

$v_0 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = ?$

РЕШЕНИЕ

Кинематические уравнения движения:

$$y = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2};\quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t;\quad v_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

При $t = t_{пол}$ $x = L + s$; $y = 0$.

$$t_{пол} = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}$$

$$L + s = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g};$$

$$L + s = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g};$$

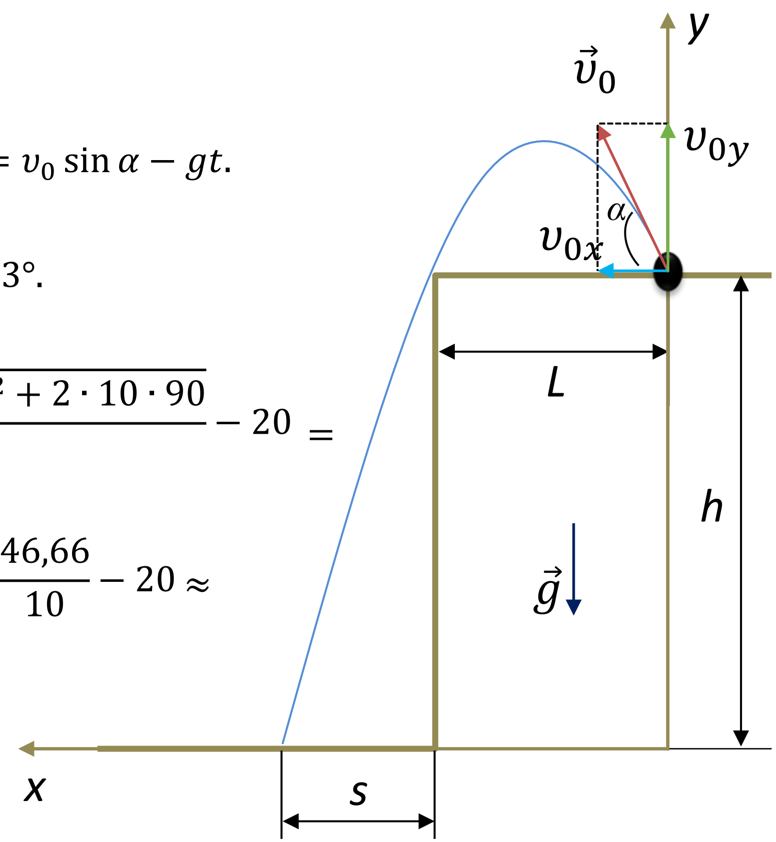
$$s = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g} - L.$$

Угол, под которым брошен камень: $\alpha \approx 9{,}3°$.

$$s = 25 \cdot \cos 9{,}3° \cdot \frac{25 \cdot \sin 9{,}3° + \sqrt{(25 \cdot \sin 9{,}3°)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 90}}{10} - 20 =$$

$$= 24{,}67 \cdot \frac{4{,}04 + \sqrt{16{,}32 + 1800}}{10} - 20 = 24{,}67 \cdot \frac{46{,}66}{10} - 20 \approx$$

≈ 95 м.



ОТВЕТ: $s = 95$ м.