Интегралы и дифференциальные уравнения

Отчёт по лекции и домашней работе от 12.10.2020

Автор: Чалапко Егор Витальевич, 2 курс ИВТ, 1 группа/1 подгруппа

0 20

(№3) $\sin(3xy-7y)+\frac{x^2+3xy}{y^2}=2x+xy$

$\left| (\ )'_x = (\ )'_x \right.$

$\left(\sin(3xy-7y)+\frac{x^2+3xy}{y^2}\right)'=(2x+xy)'_x$

$(\sin(3xy-7y))'_x+\left(\frac{x^2+3xy}{y^2}\right)'_x=(2x)'_x+(xy)'_x$

$\cos(3xy-7y)\cdot(3xy-7y)'_x+\frac{(2x+3y)\cdot(y^2)-(x^2+3xy)\cdot y^{2'}}{y^4}=$

$=2\cdot(x)'_x+(x)'_x\cdot y+x\cdot(y)'_x$

$\cos(3xy-7y)\cdot(3y+3xy'-7y')+\frac{(2x+3y+3xy')y^2}{}$

$-\frac{(x^2+3yx)\cdot 2y\cdot y'}{y^4}=2+y+xy'$

$\cos(3xy-7y)\cdot(3y+3xy'-7y')+\frac{3xy^2-2yx^2\cdot y'}{y^2}$

$-xy'=2+y-\cos(3xy-7y)\cdot 3y-\frac{(2x+3y)y^2}{y^4}$

$y'=\frac{2+y-3y\cdot\cos(3xy-7y)-\frac{2x+3y}{y^2}}{(3x-7)\cdot\cos(3xy-7y)-\frac{3xy+2x^2}{y}-x}$

Дифференциал

$dy=f'(x)dx$

$d^2y=f''(x)dx^2$

$d^3y=f'''(x)dx^3=(d^2y)'dx\ //\ dx^2\cdot dx=dx^3$

(4)

$y=\frac{(x^2+x+1)\cdot 7^x}{(x^3-5)\ln x}$

$dy=\frac{((x^2+x+1)\cdot 7^x)'\cdot((x^3-5)\ln x)-((x^2+x+1)7^x)((x^3-5)\ln x)'}{((x^3-5)\ln x)^2}=$

$=\frac{((x^2+x+1)'\cdot 7^x+(7^x)'(x^2+x+1))\cdot((x^3-5)\ln x)-}{}$

$\frac{-((x^2+x+1)\cdot 7^x)((x^3-5)'\cdot\ln x+(\ln x)'\cdot(x^3-5))}{((x^3-5)\ln x)^2}=$

$=((2x+1)\cdot 7^x+7^x\cdot\ln 7\cdot(x^2+x+1))\cdot((x^3-5)\ln x)-$

$-((x^2+x+1)\cdot 7^x)((3x^2\ln x+\frac{x^3-5}{x})))/((x^3-5)\ln x)^2\ dx$

5) $dy,\ d^2y,\ d^3y$

$$y = \sqrt[4]{x} \cdot \ln x$$

$$y' = (\sqrt[4]{x} \cdot \ln x)' = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} \cdot \ln x + \sqrt[4]{x} \cdot \frac{1}{x} =$$

$$= \frac{\ln x}{4\sqrt[4]{x^3}} + \frac{\sqrt[4]{x}}{x} = \frac{\ln x}{4\sqrt[4]{x^3}} + \frac{\sqrt[4]{x}}{x} = \frac{4+\ln x}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$y'' = \left(\frac{4+\ln x}{4\sqrt[4]{x^3}}\right)' = \frac{(4+\ln x)' \cdot 4\sqrt[4]{x^3} - (4\sqrt[4]{x^3})' \cdot (4+\ln x)}{(4\sqrt[4]{x^3})^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{x} \cdot 4\sqrt[4]{x^3} - 3 \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \cdot (4+\ln x)}{16 \cdot x^{3/2}} =$$

$$= \frac{\frac{4}{\sqrt[4]{x}} - \frac{3(4+\ln x)}{\sqrt[4]{x}}}{16 \cdot \sqrt[4]{x^3}} = \frac{-8-3\ln x}{16 \cdot x^{7/4}}$$

$$d^2y = \frac{-8-3\ln x}{16\sqrt[4]{x^7}}\,dx^2$$

$$y''' = \left(\frac{-8-3\ln x}{16\sqrt[4]{x^7}}\right)' = \frac{-3 \cdot \frac{1}{x} \cdot 16x^{\frac{7}{4}} - (-8-3\ln x) \cdot 16 \cdot \frac{7}{4} \cdot x^{\frac{3}{4}}}{256 \cdot (x^{7/4})^2} =$$

$$= \frac{-48 \cdot x^{3/4} + (8+3\ln x) \cdot 4 \cdot 7 \cdot x^{3/4}}{256 \cdot x^{7/2}} =$$

$$= \frac{4x^{3/4}(-12 + (8+3\ln x) \cdot 7)}{256 \cdot x^{7/2}} = \frac{44+21\ln x}{64 \cdot \sqrt[4]{x^{11}}}$$

64

$$d^3y = \frac{44+21\ln x}{64 \cdot \sqrt[4]{x^{11}}}\,dx^3$$

Р/3

5) №2)

$dy,\ d^2y,\ d^3y$

$y = ctg^2(x^5)$

6) Лопиталь

$\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$

1) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\sin(7x))}{\ln 5x}$

2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^5}{x^2 - \sin 4x}$

$[0\cdot\infty \to \frac{\infty}{\infty}$ 3) $\lim\limits_{\substack{x\to 0+0 \\ (\text{справ})}} (x\cdot\ln x) = [0\cdot\infty] =$

$= \lim\limits_{x\to 0+0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}$

4) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x^3} - \frac{1}{1-x^2}\right) = [0-0] =$

$=$ [общ. знамен]

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

(7) Повт. разлож по формулам Тейлора

Д/з в целом

- Решить

PDF

(конспект + решение)

- Читать Т. (4, 5, 6)

Домашняя работа
от
12.10

1) $y = tg^2(x^5)$

$$dy = 2tg(x^5)\cdot(tg(x^5))' = 2tg(x^5)\cdot 5x^4\cdot\frac{1}{\cos^2 x^5} =$$

$$= \frac{10tg(x^5)\cdot x^4}{\cos^2 x^5}dx$$

$$d^2y = \frac{(10\cdot tg(x^5)\cdot x^4)'\cdot\cos^2 x - (10\cdot tg(x^5)\cdot x^4)\cdot(\cos^2 x^5)'}{(\cos^4 x^5)} =$$

$$= \frac{\left(10\cdot 4x^3\cdot 5x^4\cdot\frac{1}{\cos^2 x^5}\right)\cdot\cos^2 x^5 + 10tg(x^5)\cdot x^4\cdot 4x^4\cdot 2\cos x^5 \sin x^5}{\cos^4 x^5} =$$

$$= \frac{\frac{200\cdot x^7}{\cos^2 x^5}\cdot\cos^2 x^5 + 80tg(x^5)\cdot x^8\cdot\cos x^5\cdot\sin x^5}{\cos^4 x^5} =$$

$$= \frac{200\cdot x^7 + 80\sin^2 x^5\cdot x^8}{\cos^4 x^5}dx^2$$

$$d^3y = \frac{(200x^7 + 80\sin^2 x^5\cdot x^8)'\cdot\cos^4 x^5 - (200x^7 + 80\sin^2 x^5\cdot x^8)(\cos^4 x^5)'}{\cos^8 x^5} =$$

$$= \frac{(200\cdot 7\cdot x^6 + 80\cdot 2\cdot\sin x^5\cdot\cos x^5\cdot 5\cdot x^4\cdot 8x^7)\cdot\cos^4 x^5 + 4\cdot\cos^3 x^5\cdot 5x^4\cdot\sin x^5\cdot}{\cos^8 x^5}$$

$$\cdot(200x^7 + 80\sin^2 x^5\cdot x^8) =$$

$$= \frac{(1400x^6 + 6400 \cdot x^{11} \cdot \sin x^5 \cdot \cos x^5) \cdot \cos^4 x^5 + 20 \cdot x^4 \cdot \cos^3 x^5 \cdot \sin x^5}{\cos^8 x^5} \cdot$$

$$\cdot \frac{(200x^7 + 80 \sin^2 x^5 \cdot x^8)}{} = \frac{200 \cdot x^6 \cdot (7 + 32x^5 \cdot \sin x^5 \cdot \cos x^5) \cdot \cos^4 x^5}{\cos^8 x^5} \cdot$$

$$+ \frac{800 \cdot x^{11} \cdot \cos^3 x^5 \cdot \sin x^5 \cdot (5 + 2\sin^2 x^5 \cdot x)}{} \cdot dx^3$$

2) $$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\sin(7x))}{\ln 5x} = \frac{\ln(\sin 0)}{\ln 0} = \frac{\infty}{\infty}$$

по 2-ому правилу Лопиталя

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\sin 7x)}{\ln 5x} = \lim_{x \to 0} \frac{(\ln(\sin 7x))'}{(\ln 5x)'}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(7x)' \cdot (\sin 7x)' \cdot \ln'(\sin 7x)) \cdot \ln 5x - \ln' 5x \cdot (5x)'}{} \cdot$$

$$\cdot (\ln(\sin 7x))$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{7x' \cdot \sin' 7x \cdot \ln'(\sin 7x)}{\ln' 5x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{7 \cdot \cos 7x \cdot \frac{1}{\sin 7x}}{5 \cdot \frac{1}{5x}} = \lim_{x \to 0} \frac{7 \cdot \cos 7x \cdot 1x}{\sin 7x} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

по 1-ому правилу Лопиталя

$$\lim_{x \to 0} \frac{7 \cdot \cos 7x \cdot 1x}{\sin 7x} = \lim_{x \to 0} \frac{(7 \cdot \cos 7x \cdot 1x)'}{(\sin 7x)'} = \lim_{x \to 0} \frac{7 \cdot ((7 \cdot \sin 7x)x + \cos 7x)}{7 \cdot \cos 7x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-49x \cdot \sin 7x + 7\cos(7x)}{7 \cdot \cos 7x} = \frac{0 + 7}{7} = 1$$

3) $$\lim_{x \to 0} \frac{x^5}{x^2 - \sin x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to 0} \frac{5x^4}{2x - \cos x} = \frac{5 \cdot 0^4}{2 \cdot 0 - \cos 0} =$$

$$= \frac{0}{-1} = 0$$

4) $$\lim_{x \to 0+0} (x \cdot \ln x) = [0 \cdot \infty]$$

$$\lim_{x \to 0+0} \left(\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}\right) = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x \to 0+0} \left(\frac{1}{x} / \left(\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}\right)\right) =$$

$$= \lim_{x \to 0+0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \to 0+0} \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2}{-1} = \lim_{x \to 0+0} \frac{x}{-1} = \frac{0}{-1} = 0$$

5) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x^3}-\frac{1}{1-x^2}\right)=[0-0]=$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)}-\frac{1}{(1-x)(1+x)}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1+x-(1+x+x^2)}{(1+x)(1-x)(1+x+x^2)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2}{(1+x)(1-x)(1+x+x^2)}\right)=\frac{1}{2\cdot 0\cdot 3}=\frac{1}{0}=\infty$$