Лабораторная работа 8

Чалапко Егор, группа 1.1

7 ноября 2021 г.

1 Задание 1

1.1 Пример 1. Умножение матрицы на число

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Матрица
Число $k = 2$
Найти:
Произведение матрицы на число: $A \times k = B$
$B-?$ Решение:
Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число.
Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

2 Задание 2-1

2.1 Пример 2. Умножение матриц

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Матрица
Найти:
Произведение матриц: $A \times B = C$
$C-?$
Решение:
Каждый элемент матрицы $A \times B = C$, расположенный в i-й строке и l-м столбце, равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A на соответсвующие элементы j-го столбца матрицы B. Строки матриц A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-2) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2) \end{pmatrix}$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

3 Пример 3. Транспонирование матрицы

3.1 Транспонирование матрицы

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Матрица
Найти:
Найти матрицу транспонированную данной
$A^T-?$
Решение:
Транспонирование матрицы A заключается в замене строк этой матрицы ее столбцами с сохранением их номеров. Полученная матрица обозначается через A^T

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

4 Пример 4. Обратная матрица

Дано

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица
Найти:
Найти обратную матрицу для матрицы A.
$A^{-1}-?$
Решение:
Находит $detA$ и проверяем $detA \neq 0$:

$$detA = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$$

Составляем вспомогательную маьрицу A^V из алгебраических дополнений:

$$A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Транспонируем матрицу A^V:

$$(A^V)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Каждый элемент, полученной матрицы, делим на $detA$:

$$A^{-1} = \frac{1}{detA}(A^V)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{-3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{-3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$