

Вариант 25

N1.

$$f(x) = -x^2 + 7x - 2$$

1) $D(f) = \mathbb{R}$, т.к. функция существует при любых значениях аргумента

2) Функция имеет вид $y = ax^2 + bx + c \Rightarrow$

\Rightarrow график функции - парабола

3) Найдём производную

$$f'(x) = -2x + 7$$

4) Найдём критические точки

$$f'(x) = 0$$

$$-2x + 7 = 0$$

$$x = 3,5$$

5) Подставим в функцию и найдём её экстремум

$$f(3,5) = -(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 - 2 = -12,25 + 24,5 - 2 =$$

$$= 10,25$$

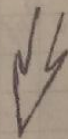
б) Определим, является ли экстремум максимумом или минимумом.

Для этого возьмём значения $x = 3 < 3,5$
и $x = 4 > 3,5$ и подставим их в $f'(x)$:

$$f'(3) = -6 + 7 = 1 > 0$$

$$f'(4) = -8 + 7 = -1 < 0$$

т.к. производная "сменила" знак с "+" ($f'(x) > 0$) на "-" ($f'(x) < 0$) то точка $(3,5; 10,25)$ является максимумом.



Ответ: Функция принимает значения $(-\infty; 10,25]$

N2

$$x_n = \frac{n^2 - 10n + 13}{(-1)^n} - n^2$$

$$\text{1-й член } x_1 = \frac{1 - 10 + 13}{-1} - 1 = -4 - 1 = -5$$

$$\text{2-ой член } x_2 = \frac{4 - 20 + 13}{1} - 4 = -3 - 4 = -7$$

$$\text{3-ий член } x_3 = \frac{9 - 30 + 13}{-1} - 9 = 8 - 9 = -1$$

$$\begin{aligned}
 4\text{-й член} \quad x_4 &= \frac{16 - 40 + 13}{1} - 16 = -27 \\
 5\text{-й член} \quad x_5 &= \frac{25 - 50 + 13}{-1} - 25 = \frac{-25 + 13}{-1} - 25 = \\
 &= 12 - 25 = -13
 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \{x_n\} = (-5; -7; -1; -27; -13; \dots)$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3} \\
 1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3 + 9x^2 + 9x + 6}{7x^3 + 56} &= \left[\frac{0}{0} \right] = [\text{no прав. подстановка}] = \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(3x^3 + 9x^2 + 9x + 6)'}{(7x^3 + 56)'} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 18x + 9}{21x^2} = \frac{36 - 36 + 9}{84} = \\
 &= \frac{9}{84} = \frac{3}{28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{1 - \sqrt{4-x}} &= \left[\frac{0}{0} \right] = [\text{no прав. подстановка}] = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6} - 3)'}{(1 - \sqrt{4-x})'} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x+6}} \right)}{\left(\frac{1}{2\sqrt{4-x}} \right)} = \frac{1}{2\sqrt{3+6}} : \frac{1}{2\sqrt{4-3}} = \\
 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{1}}{1} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \sin x}{\lg x \cdot \sin x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\lg x - \sin x} = \left[\frac{0}{0} \right] =$$

$$= \left[\text{по правилу Лопиталя} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3)'}{(\lg x - \sin x)'} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\left(\frac{1}{\cos x} - \cos x\right)'} = \left[\frac{0}{1-1} = \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x^2)'}{\left(\frac{1}{\cos x} - \cos x\right)'} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\left(-\frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x} + \sin x\right)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\left(\frac{2\sin x}{\cos^3 x} + \sin x\right)} = \left[\frac{0}{0} \right] =$$

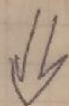
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(6x)'}{\left(\frac{2\sin x}{\cos^3 x} + \sin x\right)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\left(\frac{2\cos^3 x - (-3\sin x \cos^2 x)}{\cos^6 x}\right) + \cos x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\left(\frac{2\cos^3 x + 3\sin x}{\cos^3 x} + \cos x\right)} = \frac{6}{\frac{2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 0}{1^3} + 1} = \frac{6}{2+1} =$$

$$= 2$$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-8}{x+3} \right)^{4x}$ — по св-ву 2-го замечательного

предела: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x} \right)^{9x} = e^{k9}$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3-11}{x+3} \right)^{4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-11}{x+3} \right)^{4x} = e^{-11 \cdot 6} = e^{-66}$$

н 4

1) ~~$y = \arcsin^2 \ln$~~

$$y = \arcsin^2 \left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2} \right)$$

$$y' = 2 \arcsin \left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2} \right) \cdot \left(1 - \left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{x+2}{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3} \cdot (x+2) - \sqrt{x \cdot 8^x + 3} \cdot x}{(x+2)^2} \right) =$$

$$= 2 \arcsin \left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2} \right) \cdot \left(\frac{1}{1 - \left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2} \right)^2} \right) \cdot \frac{x+2}{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot (x \cdot 8^x + 3)^{-\frac{1}{2}} \cdot (8^x + x \cdot 8^x \cdot \ln 8) \cdot (x+2) - \sqrt{x \cdot 8^x + 3} \cdot x}{(x+2)^2} =$$

$$= 2 \arcsin\left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\ln \frac{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}}{x+2}\right)^2}}\right) \cdot$$

$$\frac{x+2}{\sqrt{x \cdot 8^x + 3}} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot (x \cdot 8^x + 3)^{-\frac{1}{2}} \cdot (8^x + x \cdot 8^x \cdot \ln 8) \cdot (x+2) - \sqrt{x \cdot 8^x + 3} \cdot x}{(x+2)^2}$$

$$3) \cos(2x^2 + 3y) + \frac{11 + x^3}{5y - 5} = 12x$$

$$\cos(2x^2 + 3y) + \frac{11 + x^3}{5y - 5} - 12x = 0$$

- Уравнение провозглашено -

$$-\sin(2x^2 + 3y) \cdot (4x + 3) + \frac{(11 + x^3)' \cdot (5y - 5) - 5(11 + x^3)}{(5y - 5)^2} - 12 = 0$$

$$(4x + 3) \cdot (-\sin(2x^2 + 3y)) + \frac{3x^2 \cdot (5y - 5) - 5(11 + x^3)}{(5y - 5)^2} - 12 = 0$$