# Вариант 25

№1.

$f(x) = -x^2 + 7x - 2$

1) $D(f) = R$, т.к. функция существует при любом значении аргумента

2) Функция имеет вид $y = ax^2 + bx + c \Rightarrow$ $\Rightarrow$ график функции - парабола

3) Найдём производную

$f'(x) = -2x + 7$

4) Найдём критические точки

$f'(x) = 0$

$-2x + 7 = 0$

$x = 3,5$

5) Подставим в функцию и найдём её экстремум

$f(3,5) = -(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 - 2 = -12,25 + 24,5 - 2 =$
$= 10.25$

б) Определим, является ли экстремум максимумом или минимумом.

Для этого возьмём значения $x=3<3,5$ и $x=4>3,5$ и подставим их в $f'(x)$:

$$f'(3) = -6+7 = 1 > 0$$

$$f'(4) = -8+7 = -1 < 0$$

т.к. производная „сменила" знак с „+" ($f'(x)>0$) на „−" ($f'(x)<0$) то точка $(3,5; 10,25)$ является максимумом.

$\Downarrow$

Ответ: Функция принимает значения $(-\infty; 10,25]$

№2

$$x_n = \frac{n^2-10\cdot n+13}{(-1)^n} - n^2$$

1-ый член $x_1 = \frac{1-10+13}{-1} - 1 = -4-1 = -5$

2-ой член $x_2 = \frac{4-20+13}{1} - 4 = -3-4 = -7$

3-ий член $x_3 = \frac{9-30+13}{-1} - 9 = 8-9 = -1$

4-ый член $x_4 = \frac{16-40+13}{1} - 16 = -27$

5-ый член $x_5 = \frac{25-50+13}{-1} - 25 = \frac{-25+13}{-1} - 25 =$

$= 12 - 25 = -13$

Ответ: $\{x_n\} = (-5; -7; -1; -27; -13 \ldots)$

№3

1) $\lim\limits_{x \to -2} \frac{3x^3+9x^2+9x+6}{7x^3+56} = \left[\frac{0}{0}\right] =$ [по пр-лу Лопиталя] $=$

$= \lim\limits_{x \to -2} \frac{(3x^3+9x^2+9x+6)'}{(7x^3+56)'} = \lim\limits_{x \to -2} \frac{9x^2+18x+9}{21x^2} = \frac{36-36+9}{84} =$

$= \frac{9}{84} = \frac{3}{28}$

2) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{1-\sqrt{4-x}} = \left[\frac{0}{0}\right] =$ [по правилу Лопиталя] $=$

$= \lim\limits_{x \to 3} \frac{(\sqrt{x+6}-3)'}{(1-\sqrt{4-x})'} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x+6}}\right)}{\left(\frac{1}{2\sqrt{4-x}}\right)} = \frac{1}{2\sqrt{3+6}} : \frac{1}{2\sqrt{4-3}} =$

$= \frac{1}{6} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{1}}{1} = \frac{1}{3}$

3) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^3 \cdot \sin x}{tgx \cdot \sin x - \sin^2 x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x^3}{tgx - \sin x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$

$=$ [по правилу Лопиталя] $= \lim\limits_{x\to 0} \frac{(x^3)'}{(tgx - \sin x)'} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{3x^2}{\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \cos x\right)} = \left[\frac{0}{1-1} = \frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \frac{(3x^2)'}{\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \cos x\right)'} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{6x}{\left(-\frac{-2\sin x \cos x}{\cos^4 x} + \sin x\right)} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{6x}{\left(\frac{2\sin x}{\cos^3 x} + \sin x\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{(6x)'}{\left(\frac{2\sin x}{\cos^3 x} + \sin x\right)'} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{6}{\left(\frac{2\cos^4 x - (-3\sin x \cos^2 x)}{\cos^6 x}\right) + \cos x} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{6}{\left(\frac{2\cos^2 x + 3\sin x}{\cos^4 x} + \cos x\right)} = \frac{6}{\frac{2\cdot 1^2 + 3\cdot 0}{1^4} + 1} = \frac{6}{2+1} =$

$= 2$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-8}{x+3}\right)^{4x}$ — по св-ву 2-го замечательного предела: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{9x}=e^{k9}$

$\Downarrow$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3-11}{x+3}\right)^{4x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-11}{x+3}\right)^{4x}=e^{-11\cdot 6}=e^{-66}$$

№4

1) ~~$y = \arcsin^2 \ln$~~

$$y=\arcsin^2\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)$$

$$y'=2\arcsin\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)\cdot\left(1-\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot$$

$$\cdot\frac{x+2}{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}\cdot\left(\frac{\left(\sqrt{x\cdot 8^x+3}\right)'\cdot(x+2)-\sqrt{x\cdot 8^x+3}\cdot x}{(x+2)^2}\right)=$$

$$=2\arcsin\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)^2}}\right)$$

$$\cdot\frac{x+2}{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}\cdot\frac{\frac{1}{2}\cdot(x\cdot 8^x+3)^{-\frac{1}{2}}\cdot(8^x+x\cdot 8^x\cdot\ln 8)\cdot(x+2)-\sqrt{x\cdot 8^x+3}\cdot x}{(x+2)^2}=$$

$$= 2\arcsin\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\ln\frac{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}{x+2}\right)^2}}\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{x+2}{\sqrt{x\cdot 8^x+3}}\cdot\frac{\frac{1}{2}\cdot(x\cdot 8^x+3)^{-\frac{1}{2}}\cdot(8^x+x\cdot 8^x\cdot\ln 8)\cdot(x+2)-\sqrt{x\cdot 8^x+3}\cdot x}{(x+2)^2}$$

3) $\cos(2x^2+3y)+\frac{11+x^3}{5y-5}=12x$

$$\cos(2x^2+3y)+\frac{11+x^3}{5y-5}-12x=0$$

— Изменим производную —

$$-\sin(2x^2+3y)\cdot(4x+3)+\frac{(11+x^3)'\cdot(5y-5)-5(11+x^3)}{(5y-5)^2}-12=0$$

$$(4x+3)\cdot(-\sin(2x^2+3y))+\frac{3x^2\cdot(5y-5)-5(11+x^3)}{(5y-5)^2}-12=0$$