Линейная комбинация

Линейной комбинацией (ЛК) строк $s_1, s_2, \ldots, s_m$ матрицы называется выражение $\lambda_1 * s_1 + \lambda_2 * s_2 + \ldots + \lambda_m * s_m$

ЛК называется **тривиальной**, если все коэффициенты λ_i равны нулю одновременно. (Тривиальная ЛК равна нулевой строке.)

ЛК называется **нетривиальной**, если хотя бы один из коэффициентов отличен от нуля.

Линейно зависимые и независимые строки

Система строк называется **линейно зависимой** (ЛЗ), если существует их нетривиальная ЛК, равная нулевой строке.

Система строк называется **линейно независимой** (ЛНЗ), если только тривиальная ЛК равна нулевой строке.

АВТОР

Чалапко Егор Витальевич

РАНГ МАТРИЦЫ

МЕТОД ОКАЙМЛЕНИЯ МИНОРОВ

Суть метода окаймляющих миноров выражается парой пунктов простого алгоритма:
1)Пусть некий минор M k-го порядка не равен нулю.
2) Если окаймляющие миноры для минора M (это уже будут миноры (k+1)-го порядка), составить невозможно (т.е. матрица содержит k строк или k столбцов), то ранг равен k. Если окаймляющие миноры существуют и все равны нулю, то ранг равен k. Если среди окаймляющих миноров есть хотя бы один, отличный от нуля, то повторяем для него пункт №1, приняв k+1 вместо k.

МЕТОД ОКАЙМЛЕНИЯ МИНОРОВ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Найдем определитель данного минора.

$$M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -2$$

Продолжим поиска ранга матрицы. Составим минор **3-го** порядка

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Найдем определитель этого минора.

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = -4$$

МЕТОД ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Произведем последовательные элементарные преобразования строк:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{7\cdot I-III \\ 10\cdot I-IV}]{4\cdot I-II} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 6 & 12 \\ 0 & 9 & 18 \end{pmatrix} \xrightarrow[3\cdot II-IV]{2\cdot II-III} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Следовательно, $rgA = 2$.

РАНГ СИСТЕМЫ СТРОК И СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ

Рангом системы строк называется максимальное количество линейно независимых
строк этой системы.
В каждой матрице можно связать два ранга: строчный ранг (ранг системы строк) и столбцовый ранг
(ранг системы столбцов).
Теорема. Строчный ранг матрицы равен её столбцовому рангу.

РАНГ МАТРИЦЫ

Рангом матрицы называется ранг её системы строк или столбцов.
Обозначается: r(A), rang(A)

МЕТОД ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

для нахождения ранга матрицы используют следующее утверждение: ранг матрицы равен количеству ненулевых строк после приведения матрицы к ступенчатому виду.
Элементарными преобразованиями строк называют:перестановку местами любых двух строк матрицы;умножение любой строки матрицы на константу k,k≠0, при этом определитель матрицы увеличивается в k раз;прибавление к любой строке матрицы другой строки, умноженной на некоторую константу.