Домашняя работа

№ 6.4.6.

Дано: A и B – незав

Д-ть: $\bar{A}$ и B – незав

$$P(A|B) = P(A).$$ А так как $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$, то $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - P(A) = P(\bar{A})$ $\Rightarrow$ $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) \rightarrow \bar{A}$ и B незав.

ч.т.д.

Более-менее понятно

№ 6.4.7

Дано: 4 шара: К, С, Ч и З

Найти: Независимость события; К или С или Ч.

Решения

Ω {К; С; Ч; КСЧ)

$$P(K) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$P(K \cdot C) = \frac{1}{4} = P(K) \cdot P(C)$,

$P(K \cdot Ч) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(K) \cdot P(Ч)$

$P(C \cdot Ч) = \frac{1}{4} = P(C) \cdot P(Ч)$

$\Downarrow$

События К и С, К и Ч, С и Ч - независ.
Тем не менее события К, С и Ч
не являются незав. в совокупн, т.к.
$P(C \cdot K \cdot Ч) = \frac{1}{4}$, а $P(C) \cdot P(K) \cdot P(Ч) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Понятно

№ 6.4.12

Дано: 4 белых и 3 чёрн. шара

Вытаск. 2 шара

A (оба белые)

A_1 (1-ый белый)

A_2 (2-ой белый)

Решение

№1) без возвращ.

A_1 и A_2 - зависимы

$P(A) = P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

№2) с возвращ.

A_1 и A_2 - не завис.

$P(A) = P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

Понятно

№6.4.13

Дано:

A_1 (первая буква - А)

A_2 (вторая Н)

A_3 (3 - А)

A_4 (4 - Н)

A_5 (5 - А)

A_6 (6 - С)

А - слово Ананас)

Решение

$P(A) = P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 \cdot A_6) = P(A_1) \cdot$
$\cdot P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | A_1 A_2) \cdot P(A_4 | A_1 A_2 A_3) \cdot$
$\cdot P(A_5 | A_1 A_2 A_3 A_4) \cdot P(A_6 | A_1 A_2 A_3 A_4 A_5) =$
$= \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{60}$

Понятно

№ 6.4.18

В ящике содержатся 9 белых, 6 чёрных и 5 зел. шаров.

Наудачу вынимается 1 шар.

$P(\text{ч или з})$?

Решение:

$P(\text{ч или з}) = P(\text{ч} + \text{з}) = P(\text{ч}) + P(\text{з}) =$
$= \frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{11}{20} = 0{,}55$

Понятно

№ 6.4.19

Дано:

A_i – попадание в мишень 1-ым стрелком при i-м выстреле

B_i – попадание в мишень 2-ым

$i = 1, 2$;

C – мишень поражена

1) Способ 1

$P(A_1) = P(A_2) = 0{,}7$

$P(B_1) = P(B_2) = 0{,}8$

A_1 и B_1 – совместны

$$P(C) = P(A_1 + B_1) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \cdot B_1)$$

A_1 и B_1 – независимы $\Rightarrow P(A_1 \cdot B_1) = P(A_1) \cdot P(B_1)$

$$\Downarrow$$

$$P(C) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1) \cdot P(B_1) = 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}94$$

2) Способ 2

$$C = A_1 + B_1 = A_1\overline{B_1} + \overline{A_1}B_1 + A_1B_1$$

$$P(C) = P(A_1\overline{B_1}) + P(\overline{A_1}B_1) + P(A_1B_1) =$$

$$= 0{,}7\cdot 0{,}2 + 0{,}3\cdot 0{,}8 + 0{,}7\cdot 0{,}8 = 0{,}94$$

3) Способ 3

$$\overline{C} = \overline{A_1+B_1} = \overline{A_1}\cdot\overline{B_1}$$

т.к. $\overline{A_1}$ и $\overline{B_1}$ – независимы

$\Downarrow$

$$P(\overline{A_1}\,\overline{B_1}) = P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{B_1}) = 0{,}3\cdot 0{,}2 = 0{,}06$$

$\Downarrow$

$$P(C) = 1 - 0{,}06 = 0{,}94$$

4) $i=2$

Если стрелки совершают по 2 выстрела → C благоприятствуют 15 из 16 событий, поэтому проще найти $\overline{C}$ – все промахи

$P(\overline{C}) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_2}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{B_1}) \cdot P(\overline{B_2}) =$

$= 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,0036$

$\Downarrow$

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 0,9964$

Понятно

№ 6.420

Дано:

A_0 = нет брака

A_1 = 1 брак из 7

A_2 = 2 брака из 7

A = партия принята

94

Решение

$A = A_0 + A_1 + A_2$, и т.к. события A_0, A_1 и A_2 – несовместны, то:

$P(A) = P(A_0 + A_1 + A_2) = P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) =$

3 16

$P(A_0) \rightarrow \quad m = C_{100}^{7}$

$n = C_{90}^{7} \cdot C_{10}^{0} = C_{90}^{7}$

$$P(A_0)=\frac{C_{90}^{7}}{C_{100}^{7}}$$

$$P(A_1)=\frac{C_{10}^{1}\cdot C_{90}^{6}}{C_{100}^{7}}\;;\quad P(A_2)=\frac{C_{10}^{2}\cdot C_{90}^{5}}{C_{100}^{7}}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A)=\frac{C_{10}^{0}\cdot C_{90}^{7}}{C_{100}^{7}}+\frac{C_{10}^{1}\cdot C_{90}^{6}}{C_{100}^{7}}+\frac{C_{10}^{2}\cdot C_{90}^{5}}{C_{100}^{7}}\approx 0{,}98$$

$$\Downarrow$$

$$P(\bar{A})=1-P(A)=0{,}02$$