Интегралы и дифференциальные уравнения.

Отчёт по лекции от 09.11.2020

Автор: Чалапко Егор Витальевич

09.11.20 09.11

$2x^2 - 3y^2 + 5xy - y^3x + x^5 = 37$

$(x_0; y_0) = (2; -3)$

1) $y = y(x)$ – ф. в окрест. (.) $x = 2$; неявн., заданная уравн.?

2) если 1) – да, то $y'(x)$, $y'(x_0 = 2)$ – ?

Решение:

1) $F(x;y) = 2x^2 - 3y^2 + 5xy - y^3x + x^5 - 37$

$F(x_0;y_0) = 2\cdot 2^2 - 3(-3)^2 + 5\cdot 2(-3) - (-3)^3\cdot 2 + 2^5 - 37 =$

$= 8 - 27 - 30 + 54 + 32 - 37 = 0$

$F'_x = (2x^2 - 3y^2 + 5xy - y^3x + x^5 - 37)'_x =$

$= 4x - 0 + 5y - y^3 + 5x^4 - 0 =$

$F'_x(x_0;y_0) = 8 - 15 + 27 + 80 = 100$

$F'_y = 0 - 6y + 5x - 3y^2x + 0 - 0$

$F'_y(x_0; y_0) = 18 + 10 - 54 = -26$

т.к. $F'_y(x_0; y_0) = -26 \neq 0 \Rightarrow$ сущ. неявная ф. $y = y(x)$, дифференцируемая в некой окрестности (·) $x_0 = 2$

$$y'(x) = -\frac{F'_x(x; y)}{F'_y(x; y)} = -\frac{4x + 5y - y^3 + 5x^4}{-6y + 5x - 3y^2x} =$$

$$= \frac{4x + 5y - y^3 + 5x^4}{6y - 5x + 3y^2x}$$

$$y'(x_0) = y'(2) = -\frac{-100}{-26} = \frac{100}{26} = \frac{50}{13}$$

$\frac{x}{8} \cdot x \geq 1$

$\ell: -8x^2 + xy^2 + 2x^3y - 7 = 0$ в П. $x = 1$, в нескольких точках

1) $F(x;y) = -8x^2 + xy^2 + 2x^3y - 7$

дано $x = 1$, подст. в $F(x;y)$

$F(1;y) = -8 + y^2 + 2y - 7 = y^2 + 2y - 15$

Ко есть

$y^2 + 2y - 15 = 0$

$y_1 + y_2 = -2$

$y_1 \cdot y_2 = -15$

$y_1 = -5$

$y_2 = 3$

Тогда $F(x;y) = 0$ опред. в окрестности

$x = 1$ 2 функции.

$\frac{\partial F}{\partial y} = (-8x^2 + xy^2 + 2x^3y - 7)'_y = x2y + 2x^3 = 2xy + 2x^3$

Найти 2(?) $(1;3)$ и $(1;-5) \to \frac{\partial F}{\partial y}$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(1;3) = 6 + 2 = 8$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(1;-5) = 2xy + 2x^3 = -10 + 2 = -8$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(1;3) \neq \frac{\partial F}{\partial y}(1;-5)$$

$\Downarrow$

по $F(x,y)$ определим 2 функции $y = y_1(x)$ $\quad y = y_2(x)$

$y_1(1) = 3 \quad y_2(1) = -5$

2) $$\frac{\partial F}{\partial x} = F'_x(x;y) = -16x + y^2 + 6x^2 y - 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}(1;3) = -16 + 9 + 18 = 11$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}(1;-5) = -16 + 25 - 30 = -21$$

$\Downarrow$

$$y'_1(1) = -\frac{F'_x(1;3)}{F'_y(1;3)} = -\frac{11}{8}$$

$$y'_2(1) = -\frac{F'_x(1;-5)}{F'_y(1;-5)} = -\frac{21}{8}$$

3) касательная t_1 к $y_1(x)$ в т $(1;3)$

$$y_1'(x) = y_1'(1) = -\frac{11}{8} = \operatorname{tg}\varphi$$

$$\varphi = \angle\, y_1$$

t_1: $y - y_0 = k(x - x_0)$, где $k = \operatorname{tg}\varphi$

т.е.

t_1: $y - 3 = -\frac{11}{8}(x-1)$

$8y - 24 = -11x + 11$

$8y + 11x - 35 = 0$

$11x + 8y - 35 = 0$

Касат t_2 к $y_2(x)$ в (·) $(1; -5)$

$y_2'(1) = -\frac{21}{8} = tg\,\alpha$, где $\alpha = \widehat{t_2,\ Ox}$

t_2: $y - y_0 = k_2(x - x_0)$, где $k = tg\,\alpha$

t_2: $y + 5 = -\frac{21}{8}\cdot(x-1)$

$8y + 40 = -21x + 21$

$8y + 21x + 19 = 0$

$21x + 8y + 19 = 0$

Ответ: 1) $F(x;y)$ определяет 2 однозначн. функции $y = y_1(x)$ и $y = y_2(x)$: $y_1(1) = 3$

$y_2(1) = -5$

2) касат. y_1, t_1: $4x + 8y - 35 = 0$

y_2, t_2: $21x + 8y + 19 = 0$

№ 11.4 33

$z = z(x;y)$: $z^3 + 3x^2y + xz + y^2z^2 + y - 2x = 0$

$\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$; dz = ?

1сп.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x'}{F_z'} \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y'}{F_z'}$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$$

$F_x' = 0 + 6xy + z + 0 + 0 - 2$

$F_y' = 3x^2 + 2yz^2 + 1$

$F_z' = 3z^2 + 0 + x + 2zy^2 + 0 - 0 = 3z^2 + x + 2zy^2$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x'}{F_z'} = -\frac{6xy + z - 2}{3z^2 + x + 2y^2z}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y'}{F_z'} = -\frac{3x^2 + 2yz^2 + 1}{3z^2 + x + 2y^2z}$$

$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy = \frac{2-6xy-z}{3z^2+x+2y^2z} dx + \frac{-1-3x^2-2yz^2}{3z^2+x+2y^2z} dy$

2 сп

$x^3 + 3x^2y + xz + y^2z^2 + y - 2x = 0 \quad \Big| \quad (\;)'_x$

$y(x)$

$(x^3)'_x + (3x^2y)'_x + (xz)'_x + (y^2z^2)'_x + (y)'_x - (2x)'_x = 0$

$z(x, y)$

$3x^2 + 3 \cdot 2xy + (x'_x \cdot z + x \cdot z'_x) + y^2 \cdot 2z \cdot z'_x + 0 - 2 = 0$

~~[illegible]~~ z

$3z^2 \cdot z'_x + 3x^2 + 6xy + z + x \cdot z'_x + 2y^2z \cdot z'_x - 2 = 0$

$\cancel{x \cdot z'_x + 2y^2 z \cdot z'_x = 2 - 3x^2 - 6xy}$

$3z^2 z'_x + x z'_x + 2y^2 z \cdot z'_x = 2 - 6xy - z$

$z'_x (3z^2 + x + 2y^2 z) = 2 - 6xy - z$

$z'_x = \frac{2-6xy-z}{3z^2+x+2y^2z}$

$z^3 + 3x^2y + xz + y^2z^2 + y - 2x = 0 \quad \Big| \quad (\;)'_y$

$z = z(x; y)$

$(z^3)'_y + (3x^2y)'_y + (xz)'_y + (y^2z^2)'_y + y'_y - (2x)'_y = 0$

$3z^2 \cdot z'_y + 3x^2 \cdot 1 + x \cdot z'_y + y^2 \cdot 2z \cdot z'_y + 2yz^2 + 1 - 0 = 0$

$3z^2 \cdot z'_y + 3x^2 + x z'_y + 2yz^2 + 2y^2 z z'_y + 1 = 0$

$z'_y (3z^2 + x + 2y^2 z) = -1 - 3x^2 - 2yz^2$

$z'_y = \frac{-1-3x^2-2y^2z}{3z^2+x+2y^2z}$

Д/З

— Отчёт

— № 11 и 34 → 5

проработ → 6

практич

разбор примеров

↓

Вывод 2 формул