Домашняя работа
Ранг матрицы

№ 1 3 17

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -14 & 22 \\ -2 & 1 & 3 & 3 & -9 \\ -4 & -3 & 11 & -19 & 17 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ +2I \\ +4I \end{matrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -14 & 22 \\ 0 & -5 & 5 & -25 & 35 \\ 0 & -15 & 15 & -75 & 105 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -14 & 22 \\ 0 & -5 & 5 & -25 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Bigg\} rang = 2$$

№ 1 3 18

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 8 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -3I \\ -3I \end{matrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -6 & 5 \\ 0 & 2 & -10 & -10 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -2I \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -20 \end{pmatrix} \Bigg\} rang = 3$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 7 & -3 & 2 & 3 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 2 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 9 \\ 7 & -3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -3\,I \\ -5\,I \\ -7\,I \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 0 & 8 & 18 & 2 & 26 \\ 0 & 12 & 28 & 3 & 39 \\ 0 & 18 & 36 & 4 & 70 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 0 & 4 & 18 & 1 & 26 \\ 1 & 12 & -7 & 3 & 39 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \ rang = 4$$

$$\begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -37 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 53 & 18 & 219 & -113 \\ 17 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -2\,I \\ -3\,I \\ -2\,I \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 24 & 13 & 36 & 72 & -38 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & -10 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -1\,II \\ -1\,II \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 24 & 13 & 36 & 72 & -38 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -11 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -24\,II \\ \\ \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 0 & 0 & -11 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Big\} \ rang = 3$$

$\approx 1321$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 0 & 6 & -7 & 4 & 8 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & -11 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -5 \end{pmatrix} \begin{matrix} -IV \\ -3III \\ \overline{II} \\ \\ -2II \end{matrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -6 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & -9 & 0 & 12 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -3III \\ -3IV \\ -2II \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang = 3$$

$\sim 13\ 22$

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -17 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -42 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix} -II =$$

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 1 & 30 & -29 & -31 & -61 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ -II \\ -2I \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 30 & -29 & -31 & -61 \\ 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 7 & 40 & -26 & -54 & -34 \\ 8 & 63 & -61 & -77 & -146 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -II \\ \\ \\ -IV \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 30 & -29 & -31 & -61 \\ 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 7 & -9 & 16 & 2 & 11 \\ 7 & 40 & -26 & -54 & -94 \\ 1 & 29 & -35 & -23 & -52 \end{pmatrix} \begin{matrix} -V \\ \\ \\ -III \\ \end{matrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 & -8 & -9 \\ 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 7 & -9 & 16 & 2 & 11 \\ 0 & 49 & -42 & -56 & -105 \\ 1 & 29 & -35 & -23 & -52 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 29 & -34 & -23 & \\ 7 & -9 & 16 & 2 & 11 \\ 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 0 & 1 & 6 & -8 & \\ 0 & 49 & -42 & -56 & -105 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -52 \\ 2 & & & 2 & 0 \\ 0 & & & & 7 \\ & & & & -3 \\ 0 & -97 & -72 & -55 & -225 \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot 3I \\ \\ \\ -11\,IV \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 23 & +35 & -25 & -52 & \\ 7 & -3 & 16 & 8 & 11 & \\ 0 & -97 & 118 & 76 & 173 & \\ 0 & 1 & 6 & -3 & -3 & \\ 0 & 0 & -336 & +336 & 336 & \end{pmatrix} \begin{matrix} -7I \\ +97\,IV \\ \\ \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -52 & \\ 0 & -212 & 261 & 165 & 375 & \\ 0 & -97 & 118 & 76 & 173 & \\ 0 & 1 & 6 & -8 & -5 & \\ 0 & 0 & -336 & 336 & 336 & \end{pmatrix} \begin{matrix} +212\,IV \\ +97\,IV \\ \\ \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -52 & \\ 0 & 1 & 6 & -8 & -9 & \\ 0 & 0 & 1533 & -1533 & -1533 & \\ 0 & 0 & 700 & -700 & -700 & \\ 0 & 0 & -336 & 336 & 336 & \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -2\,IV \\ +2\,V \\ \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -72 \\ 0 & 1 & 6 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 133 & -133 & -133 \\ 0 & 0 & 28 & -28 & -28 \\ 0 & 0 & -336 & 336 & 336 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -4\,III \\ \\ +12\,III \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -52 \\ 0 & 1 & 6 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 21 & -21 & -21 \\ 0 & 0 & 21 & -21 & -21 \\ 0 & 0 & -70 & 70 & 70 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ -III \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -52 \\ 0 & 1 & 6 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 21 & -21 & -21 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 0 & -70 & 70 & 70 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -3\cdot IV \\ \\ +10\cdot IV \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 23 & -35 & -23 & -52 \\ 0 & 1 & 6 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Big\} \; rang = 3$$

Домашняя работа
Ранг матрицы
2часть

№ 1.3.23

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 24 - 3 + 6 + 0 - 9 = 18$

Базисный минор

rang $\geq 3$

rang $= 3$

№ 1.3.24

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

1) $\Delta \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -18 - 3 + 24 + 6 + 12 - 9 = 8$

Базисный минор

rang $= 3$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

1) $\Delta$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 3 - 25 + -5 + 1 + 30 =$

$= 0$

2) $\Delta$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 1 & -5 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 5 - 30 - 6 + 50 - 3$

3) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -18 + 25 + 6 - 18 + 15 - 10 = 0$

4) $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ -5 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 9 - 125 + 6 + 90 + 5 + 15 = 0$

⇓

rang < 3

5) $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 1 = 3 \Rightarrow$ rang ≥ 2

⇓

rang = 2

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

↓

1) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & -7 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ -7 & 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 1 \\ -7 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$

$= 0 - 21 + 9 - 0 + 9 + 3 + 2 - 21 - 12 + 28 + 6 - 3 =$

$= 0$

2) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & 1 \\ -7 & 3 & -3 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -3 \\ -7 & 3 & -3 \end{vmatrix} =$

$= 0 - 27 + 7 - 0 - 9 + 3 + (-6) + 63 + 12 + 28 + 9 - 12 =$

$= 6 \Rightarrow$ rang ≥ 4

⇓

rang = 4

№ 13 27

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \times$$

1)
$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 1 \\ 2 & -5 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & -5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & -5 & -2 \end{vmatrix}$$

$$- 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -5 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= -8 + 2 - 30 + 8 + 6 + 10 + 4 - 4 + 15 - 4 -$$

$$-12 + 5 - (-2 - 2 + 10 + 2 - 8 + 10) -$$

$$- (1 - 12 + 2 + 3 + 4 + 2) = -12 \neq$$

$$\boxed{rang = 4}$$

№ 1328

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & -3 & -3 & 4 \\ 4 & 5 & -5 & -5 & 7 \end{pmatrix}$$

1)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & -3 & -3 \\ 4 & 5 & -5 & -5 \end{vmatrix} \leftarrow = -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & -3 & -3 \\ 5 & -5 & -5 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -3 & -3 \\ 4 & -5 & -5 \end{vmatrix} -$$

$$- 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & -5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= -(15 + 15 + 15 - 15 - 15 - 15) - (30 + 12 + 15 - 12 - 15 - 30)$$

$$-(30 - 15 - 12 + 12 + 15 + 30) + (-30 - 12 - 15 + 12 + 15 + 30)$$

$$= 0$$

2)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & -3 & 4 \\ 4 & 5 & -5 & 7 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 4 \\ 5 & -5 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 4 \\ 4 & -5 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

→ базисн. минор

$$-1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & -5 \end{vmatrix} = 2(-21 + 20 + 30 - 30 - 21 - 20) -$$

$$- (-21 + 16 + 30 - 24 - 21 + 26) - (21 - 16 - 30 + 24 - 21 - 20) -$$

$= ( -15 + 12 + 15 - 12 + 15 - 15 ) = 42$

rang = 4

№ 1.3.24

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & 3 \\ 3 & -6 & -1 & \lambda \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} -IV \\ -2IV \\ -3IV \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda-3 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} {}_{+ \cdot II} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda-3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} {}_{+III} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda-3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{pmatrix}$$

1) Если $\lambda - 3 = 0$, то $r = 3$

$\qquad \lambda = 3 \ - \ r = 3$

2) Если $\lambda - 3 \neq 0$, то $r = 4$

$\qquad \lambda \neq 3 \ - \ r = 4$

№ 1.330

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} -3\text{III} \\ -\lambda\text{III} \\ \\ -2\text{III} \end{matrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 17 & 3 \\ 0 & -12 & -30 & -3 \\ 0 & -20 & -50 & -5 \\ 0 & 4-7\lambda & 10-17\lambda & 1-3\lambda \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ 5\cdot\text{II} \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 7 & 17 & 3 \\ 0 & -12 & -30 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4-7\lambda & 10-17\lambda & 1-3\lambda \end{pmatrix}$$

$4-7\lambda$, $10-17\lambda$ и $1-3\lambda$ — не могут

одновременно $= 0 \Rightarrow$ $\boxed{r = 3}$

№ 1.331

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ \lambda & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -\text{I} \\ -\text{I}\cdot\lambda \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & 1-\lambda^2 \\ 0 & (1-\lambda) & (1-\lambda^2) & (1-\lambda^3) \end{pmatrix}$$

$r = 1$ при $\begin{cases} \lambda-1 = 0 \to \lambda = 1 \\ 1-\lambda = 0 \to \lambda = 1 \\ \lambda-\lambda^2 = 0 \to \lambda = 0; \lambda = 1 \\ 1-\lambda^2 = 0 \to \lambda = 1; \lambda = -1 \\ 1-\lambda^3 = 0 \to \lambda = 1 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\lambda = 1 \to r = 1$

$r = 3$ при $\lambda \neq 1$