Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Дисциплина «Теория вероятностей»

**Домашнее задание 2**

Вариант 11

Выполнил:

*Митрофанов Е. Ю.*

*P3214*

Санкт-Петербург, 2021 г.

**ИДЗ 19.1**

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда. Требуется:

а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

б) найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти числовые характеристики выборки , DB;

д) приняв в качестве нулевой гипотезу H0: генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости α = 0,025;

е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надежности γ = 0,9.

Заданная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 181 | 141 | 162 | 103 | 136 | 124 | 41 | 117 | 69 | 153 |
| 101 | 24 | 67 | 154 | 172 | 110 | 62 | 59 | 197 | 121 |
| 135 | 58 | 199 | 159 | 81 | 39 | 142 | 87 | 179 | 85 |
| 171 | 107 | 125 | 192 | 163 | 200 | 133 | 150 | 178 | 98 |
| 148 | 56 | 113 | 169 | 73 | 138 | 104 | 31 | 90 | 109 |
| 127 | 116 | 190 | 20 | 111 | 94 | 157 | 119 | 53 | 76 |
| 66 | 132 | 166 | 91 | 44 | 115 | 72 | 26 | 128 | 149 |
| 46 | 75 | 105 | 137 | 82 | 64 | 186 | 96 | 176 | 97 |
| 156 | 33 | 188 | 58 | 112 | 139 | 86 | 174 | 106 | 77 |
| 152 | 130 | 43 | 108 | 119 | 129 | 37 | 71 | 96 | 114 |

а) Записываем вариационный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 20 | 24 | 26 | 31 | 33 | 37 | 39 | 41 | 43 | 44 |
| 46 | 53 | 56 | 58 | 58 | 59 | 62 | 64 | 66 | 67 |
| 69 | 71 | 72 | 73 | 75 | 76 | 77 | 81 | 82 | 85 |
| 86 | 87 | 90 | 91 | 94 | 96 | 96 | 97 | 98 | 101 |
| 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 |
| 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 119 | 119 | 121 | 124 | 125 |
| 127 | 128 | 129 | 130 | 132 | 133 | 135 | 136 | 137 | 138 |
| 139 | 141 | 142 | 148 | 149 | 150 | 152 | 153 | 154 | 156 |
| 157 | 159 | 162 | 163 | 166 | 169 | 171 | 172 | 174 | 176 |
| 178 | 179 | 181 | 186 | 188 | 190 | 192 | 197 | 199 | 200 |

б) Находим: *x\_max = 200, x\_min = 20*

Находим размах варьирования: *ω =* *x\_max – x\_min = 200 – 20 = 180*

Разбиваем размах на 9 интервалов

По формуле  вычисляем длину частотного интервала



В качестве границы первого интервала выбираем значение x\_min = 20

Границы следующих частичных интервалов вычисляем по формуле x\_min + d\*h

Первый интервал [20; 20+20] = [20; 40]

Второй интервал [40; 40+20] = [40; 60]

Третий интервал [60; 60+20] = [60; 80]

….

Находим середины интервалов: 

Находим частоты интервалов fi

Далее вычисляем относительные частоты , n = 100

И их плотности 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер частичного интервала *l*i | Границы интервала | | Середина интервала | Частота интервала  fi | Относительная частота | Плотность относительной частоты | Накопленная частота |
| xi | xi+1 |
| **1** | 20 | 40 | 30 | 7 | 0,07 | 0,0035 | 0,07 |
| **2** | 40 | 60 | 50 | 9 | 0,09 | 0,0045 | 0,16 |
| **3** | 60 | 80 | 70 | 11 | 0,11 | 0,0055 | 0,27 |
| **4** | 80 | 100 | 90 | 12 | 0,12 | 0,006 | 0,39 |
| **5** | 100 | 120 | 110 | 18 | 0,18 | 0,009 | 0,57 |
| **6** | 120 | 140 | 130 | 14 | 0,14 | 0,007 | 0,71 |
| **7** | 140 | 160 | 150 | 11 | 0,11 | 0,0055 | 0,82 |
| **8** | 160 | 180 | 170 | 10 | 0,10 | 0,005 | 0,92 |
| **9** | 180 | 200 | 190 | 8 | 0,08 | 0,004 | 1 |
|  |  |  |  | 100 |  |  |  |

в) Строим полигон частот



Строим гистограмму частот



Эмпирическая функция распределения

Построим эмпирическую функцию распределения:



г) Находим числовые характеристики выборки , DB;

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| mi | Границы интервала | | Середина интервала | Частота интервала  fi |  |  |  |
| xi | xi+1 |
| **1** | 20 | 40 | 30 | 7 | 210 | 900 | 6300 |
| **2** | 40 | 60 | 50 | 9 | 450 | 2500 | 22500 |
| **3** | 60 | 80 | 70 | 11 | 770 | 4900 | 53900 |
| **4** | 80 | 100 | 90 | 12 | 1080 | 8100 | 97200 |
| **5** | 100 | 120 | 110 | 18 | 1980 | 12100 | 217800 |
| **6** | 120 | 140 | 130 | 14 | 1820 | 16900 | 236600 |
| **7** | 140 | 160 | 150 | 11 | 1650 | 22500 | 247500 |
| **8** | 160 | 180 | 170 | 10 | 1700 | 28900 | 289000 |
| **9** | 180 | 200 | 190 | 8 | 1520 | 36100 | 288800 |
|  |  |  |  | 100 | 11180 |  | 1459600 |

Найдем выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение.

Выборочная средняя:

Выборочная дисперсия:

Выборочная дисперсия является смещенной оценкой генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия – несмещенной оценкой:

; 

д) Найдем теоретические и эмпирические частоты

Пронумеруем Х и вычислим концы интервалов: , причём наименьшее значение z1 положим стремящимся к −∞, а наибольшее zi+1 - стремящемся к +∞.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i** | Границы интервала | |  |  | Границы интервала  (zi, zi+1) | |
| xi | xi+1 |  |  |
| **1** | 20 | 40 |  | −71,8 | − | −1,56 |
| **2** | 40 | 60 | −71,8 | −51,8 | −1,56 | −1,13 |
| **3** | 60 | 80 | −51,8 | −31,8 | −1,13 | −0,69 |
| **4** | 80 | 100 | −31,8 | −11,8 | −0,69 | −0,26 |
| **5** | 100 | 120 | −11,8 | 8,2 | −0,26 | 0,18 |
| **6** | 120 | 140 | 8,2 | 28,2 | 0,18 | 0,61 |
| **7** | 140 | 160 | 28,2 | 48,2 | 0,61 | 1,05 |
| **8** | 160 | 180 | 48,2 | 68,2 | 1,05 | 1,48 |
| **9** | 180 | 200 | 68,2 |  | 1,48 |  |

Находим теоретические вероятности Pi и теоретические частоты: .

Значения Ф(zi) и Ф(zi+1) находим по таблице Лапласа.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Границы интервала | | Ф(zi) | Ф(zi+1) | Pi = Ф(zi+1)−Ф(zi) | f'i = 100Pi |
| zi | zi+1 |
| 1 | − | −1,56 | −0,5000 | −0,4406 | 0,0594 | 5,94 |
| 2 | −1,56 | −1,13 | −0,4406 | −0,3708 | 0,0698 | 6,98 |
| 3 | −1,13 | −0,69 | −0,3708 | −0,2549 | 0,1159 | 11,59 |
| 4 | −0,69 | −0,26 | −0,2549 | −0,1026 | 0,1523 | 15,23 |
| 5 | −0,26 | 0,18 | −0,1026 | 0,0714 | 0,174 | 17,4 |
| 6 | 0,18 | 0,61 | 0,0714 | 0,2291 | 0,1577 | 15,77 |
| 7 | 0,61 | 1,05 | 0,2291 | 0,3531 | 0,124 | 12,4 |
| 8 | 1,05 | 1,48 | 0,3531 | 0,4306 | 0,0775 | 7,75 |
| 9 | 1,48 | − | 0,4306 | 0,5000 | 0,0694 | 6,94 |
|  | − | − | − | − | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона.

Для этого составляем расчётную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | fi | f´i | fi − f´i |  |  |  |
| **1** | 7 | 5,94 | 1,06 | 0,1892 | 49 | 8,2492 |
| **2** | 9 | 6,98 | 2,02 | 0,5846 | 81 | 11,6046 |
| **3** | 11 | 11,59 | −0,59 | 0,03 | 121 | 10,44 |
| **4** | 12 | 15,23 | −3,23 | 0,685 | 144 | 9,455 |
| **5** | 18 | 17,4 | 0,6 | 0,0207 | 324 | 18,6207 |
| **6** | 14 | 15,77 | −1,77 | 0,1987 | 196 | 12,4287 |
| **7** | 11 | 12,4 | −1,4 | 0,1581 | 121 | 9,7581 |
| **8** | 10 | 7,75 | 2,25 | 0,6532 | 100 | 12,9032 |
| **9** | 8 | 6,94 | 1,06 | 0,1619 | 64 | 9,2219 |
|  | 100 | 100 |  |  |  | 102,6814 |

Контроль:

По таблице критических значений при уровне значимости α = 0,025 и числе степеней

свободы k = *l* – s – 1 = 9 – 2 – 1 = 6 найдем

Так как

Таким образом , то есть на уровне значимости α = 0,025 принимаем нулевую гипотезу H0 о том, что генеральная совокупность, из которой извлечена выборка имеет нормальное распределение.

е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надежности γ = 0,9.

 = 111,8, n = 100, σВ = 46,02.

Если случайная величина (СВ) X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежностью γ можно утверждать, что математическое ожидание M(X) СВ X покрывается доверительным интервалом

По таблице функции Лапласа находим



Получаем

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения при большом объеме выборки n > 30, определяется выражением

Таким образом, искомый доверительный интервал:

**ИДЗ 19.2**

Дана таблица распределения 100 заводов по производственным средствам X и по суточной выработке Y. Известно, что между X и Y существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

а) найти уравнение прямой регрессии у на х;

б) построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки (X, Y)

Заданная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y**  **X** | **160** | **200** | **240** | **280** | **320** | **360** | **400** | **440** | mx |
| **11,6** | 1 | 4 | 5 |  |  |  |  |  | 10 |
| **16,6** |  | 6 | 7 | 2 |  |  |  |  | 15 |
| **21,6** |  |  | 5 | 8 | 6 |  |  |  | 19 |
| **26,6** |  |  |  | 9 | 13 | 6 |  |  | 28 |
| **31,6** |  |  |  |  | 7 | 8 | 4 |  | 19 |
| **36,6** |  |  |  |  |  |  | 6 | 3 | 9 |
| my | 1 | 10 | 17 | 19 | 26 | 14 | 10 | 3 | 100 |

Составляем таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y**  **X** | **160** | **200** | **240** | **280** | **320** | **360** | **400** | **440** | mxi | mxixi |  |  |  |
| **11,6** | 1 | 4 | 5 |  |  |  |  |  | 10 | 116 | 2160 | 1345,6 | 25056 |
| **16,6** |  | 6 | 7 | 2 |  |  |  |  | 15 | 249 | 3440 | 4133,4 | 57104 |
| **21,6** |  |  | 5 | 8 | 6 |  |  |  | 19 | 410,4 | 5360 | 8864,64 | 115776 |
| **26,6** |  |  |  | 9 | 13 | 6 |  |  | 28 | 744,8 | 8840 | 19811,68 | 235144 |
| **31,6** |  |  |  |  | 7 | 8 | 4 |  | 19 | 600,4 | 6720 | 18972,64 | 212352 |
| **36,6** |  |  |  |  |  |  | 6 | 3 | 9 | 329,4 | 3720 | 12056,04 | 136152 |
| myj | 1 | 10 | 17 | 19 | 26 | 14 | 10 | 3 | 100 | 2450 | 30240 | 65184 | 781584 |
| myjyj | 160 | 2000 | 4080 | 5320 | 8320 | 5040 | 4000 | 1320 | 30240 |  |  |  |  |
|  | 11,6 | 146 | 282,2 | 445,4 | 696,6 | 412,4 | 346 | 109,8 | 2450 |  |  |  |  |
|  | 25600 | 400000 | 979200 | 1489600 | 2662400 | 1814400 | 1600000 | 580800 | 9552000 |  |  |  |  |
|  | 1856 | 29200 | 67728 | 124712 | 222912 | 148464 | 138400 | 48312 | 781584 |  |  |  |  |

Выборочные средние ,

Выборочная дисперсия:

Корреляционный момент:

Оценкой теоретической линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид:

где ;

Линия регрессии:

