

РАЗДАТОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ
Теория Демпстера-Шейфера
 Основные термины и формулы
 Студент: Плеханов Е.С., группа 5140903/40101

Основные понятия

- **Фрейм discernment:** $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$
- **Базовая вероятность (BPA):** $m : 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$
- **Функция доверия:** $\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$
- **Функция правдоподобия:** $\text{Pl}(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B)$
- **Интервал вероятности:** $[\text{Bel}(A), \text{Pl}(A)]$

Правило комбинирования Демпстера

Algorithm 1 Правило Демпстера

Require: Две ВРА: m_1 и m_2

Ensure: Комбинированная ВРА: m_{12}

```

1:  $K \leftarrow 0$ 
2: for всех  $B$  в фокальных элементах  $m_1$  do
3:   for всех  $C$  в фокальных элементах  $m_2$  do
4:     if  $B \cap C = \emptyset$  then
5:        $K \leftarrow K + m_1(B) \cdot m_2(C)$ 
6:     end if
7:   end for
8: end for
9:  $Z \leftarrow 1 - K$ 
10: for всех непустых  $A \neq \emptyset$  do
11:    $m_{12}(A) \leftarrow 0$ 
12:   for всех пар  $(B, C)$ :  $B \cap C = A$  do
13:      $m_{12}(A) \leftarrow m_{12}(A) + m_1(B) \cdot m_2(C)$ 
14:   end for
15:    $m_{12}(A) \leftarrow m_{12}(A)/Z$ 
16: end for
17: return  $m_{12}$ 
```

Правило Ягера

Algorithm 2 Правило Ягера

Require: Две ВРА: m_1 и m_2

Ensure: Комбинированная ВРА: m_{Yag}

```

1: for всех  $B$  в фокальных элементах  $m_1$  do
2:   for всех  $C$  в фокальных элементах  $m_2$  do
3:      $A \leftarrow B \cap C$ 
4:     if  $A \neq \emptyset$  then
5:        $m_{Yag}(A) \leftarrow m_{Yag}(A) + m_1(B) \cdot m_2(C)$ 
6:     else
7:        $m_{Yag}(\Omega) \leftarrow m_{Yag}(\Omega) + m_1(B) \cdot m_2(C)$ 
8:     end if
9:   end for
10: end for
11: return  $m_{Yag}$ 
```

Пример 2.1: Кандидаты на должность

Данные: $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = 10$ экспертов

Мнение экспертов	Множество	$m(A)$
“Кандидат 1”	{1}	0.5
“Кандидат 1 или 2”	{1, 2}	0.2
“Кандидат 3”	{3}	0.3

Результаты:

- Кандидат 1: $Bel = 0.5$, $Pl = 0.7$, $[0.5, 0.7]$
- Кандидат 2: $Bel = 0.0$, $Pl = 0.2$, $[0.0, 0.2]$
- Кандидат 3: $Bel = 0.3$, $Pl = 0.3$, $[0.3, 0.3]$
- Кандидат 4: $Bel = 0.0$, $Pl = 0.0$, $[0.0, 0.0]$

Пример 2.6: Комбинирование свидетельств

Источник 1: $m_1(\{1\}) = 0.625$, $m_1(\{2, 3\}) = 0.375$

Источник 2: $m_2(\{1, 2\}) = 0.5$, $m_2(\{3\}) = 0.4375$, $m_2(\{4\}) = 0.0625$

Конфликт: $K = 0.336$

Результат Демпстера:

- $m_{12}(\{1\}) = 0.4706$
- $m_{12}(\{2\}) = 0.2824$
- $m_{12}(\{3\}) = 0.2470$

Результат Ягера:

- $m_{Yag}(\{1\}) = 0.3125$
- $m_{Yag}(\{2\}) = 0.1875$
- $m_{Yag}(\{3\}) = 0.1641$
- $m_{Yag}(\Omega) = 0.3360$

Ключевые отличия

- Демпстер: конфликт \rightarrow нормализация (усиление согласия)
- Ягер: конфликт \rightarrow незнание (осторожность)
- $Pl(A) - Bel(A) =$ мера неопределенности
- $Bel(A) = 1 - Pl(A^c)$