

#Савончик Егор 153505
#Лабораторная работа 4
#Элементы операционного исчисления
#Вариант 10

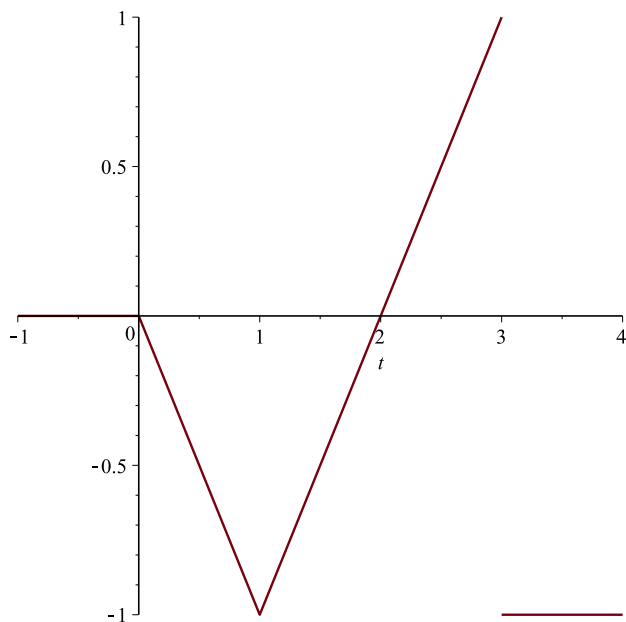
- > **#номер 1 :** По данному графику функции
 - оригинала найти ее изображение Лапласа
 . Получить ответ в системе Maple и сравнить результаты.

>
$$f := \text{Heaviside}\left(\frac{t}{a}\right) \cdot \left(-\frac{t}{a}\right) + \text{Heaviside}\left(\frac{t}{a} - 1\right) \cdot \left(\frac{t}{a} - 2 - \left(-\frac{t}{a}\right)\right) + \text{Heaviside}\left(\frac{t}{a} - 3\right) \cdot \left(-1 - \left(-\frac{t}{a} + \frac{2 \cdot t}{a} - 2\right)\right);$$

$$f := -\frac{\text{Heaviside}\left(\frac{t}{a}\right) t}{a} + \text{Heaviside}\left(\frac{t}{a} - 1\right) \left(\frac{2t}{a} - 2\right) + \text{Heaviside}\left(\frac{t}{a} - 3\right) \left(1 - \frac{t}{a}\right)$$

> $\text{plot}(\text{subs}(a=1, f), t=-1..4, \text{discont}=\text{true})$

(1)



```
> with(inttrans) :
> assume(a, positive)
> simplify(laplace(f, t, p))
```

$$-\frac{2e^{-3pa}ap + e^{-3pa} - 2e^{-pa} + 1}{a^2p^2}$$

(2)

```
> #номер 2 : Найдите оригинал по заданному изображению «вручную» и с помощью Maple.
```

```
> eq := convert( (1 - p) / (p^3 + 3*p^2 + 3*p), parfrac )
```

$$eq := \frac{1}{3} \frac{-6 - p}{p^2 + 3p + 3} + \frac{1}{3p}$$

(3)

```
> with(inttrans) :
> invlaplace(eq, p, t);
```

(4)

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{3} e^{-\frac{3}{2}t} \left(3\sqrt{3} \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}t\right) + \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}t\right) \right) \quad (4)$$

- > **#номер 3 :** Найдите решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее условиям $y(0) = 0$ и $y'(0) = 0$, операторным методом (используя интеграл Дюамеля) и методом Лагранжа. Сравните результаты и проконтролируйте их с помощью системы Maple.

> $ds := \text{diff}(y(t), t, t) + 2 \cdot \text{diff}(y(t), t) + y(t) = \frac{\exp(-t)}{t+1};$

$$ds := \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 2 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) + y(t) = \frac{e^{-t}}{t+1} \quad (5)$$

> $\text{dsolve}(\{ds, y(0) = 0, y'(0) = 0\}, y(t))$

$$y(t) = (\ln(t+1)t + \ln(t+1) - t) e^{-t} \quad (6)$$

- > **#номер 4 :** Операторным методом решите задачу Коши и сравните с решением в Maple.

> $ds := \text{diff}(y(t), t, t) - 3 \cdot \text{diff}(y(t), t) + 2 \cdot y(t) = 2 \cdot \exp(t)$

$$ds := \frac{d^2}{dt^2} y(t) - 3 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) + 2 y(t) = 2 e^t \quad (7)$$

> $\text{dsolve}(\{ds, y(0) = 1, y'(0) = 0\}, y(t))$

$$y(t) = (-2t + e^t) e^t \quad (8)$$

- > **#номер 5 :** Решите систему дифференциальных уравнений операторным методом. Сравните с решением, полученным в Maple.

> $ds := \text{diff}(x(t), t) = 2 \cdot x(t) + 3 \cdot y(t) + 1, \text{diff}(y(t), t) = 4 \cdot x(t) - 2 \cdot y(t)$

$$ds := \frac{d}{dt} x(t) = 2x(t) + 3y(t) + 1, \frac{d}{dt} y(t) = 4x(t) - 2y(t) \quad (9)$$

> $\text{dsolve}(\{ds, y(0) = 0, x(0) = -1\}, \{x(t), y(t)\})$

$$\left\{ x(t) = -\frac{5}{16} e^{-4t} - \frac{9}{16} e^{4t} - \frac{1}{8}, y(t) = \frac{5}{8} e^{-4t} - \frac{3}{8} e^{4t} - \frac{1}{4} \right\} \quad (10)$$