Цель работы

Определить изменение численнности войск сражающихся сторон в каждый момент времени.

Задание

Рассмотреть три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Для каждого случая построить модель и проанализировать ее.

Теоретическое введение

Модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -a(t)\cdot x(t) - b(t)\cdot y(t) + P(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = -c(t)\cdot x(t) - h(t)\cdot y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $a(t)x(t)$ и $h(t)y(t), члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя.
Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны армий y и x соответственно, $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень
влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам.

Теоретическое введение

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно,
в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t) \cdot x(t) - b(t) \cdot y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t) \cdot x(t) \cdot y(t) - h(t) \cdot y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Теоретическое введение

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанном в предыдущем случаем, имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -a(t) \cdot x(t) - b(t) \cdot x(t) \cdot y(t) + P(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = -c(t) \cdot x(t) \cdot y(t) - h(t) \cdot y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Выполнение лабораторной работы

Модель боевых действий между регулярными войсками. Зададим коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями у первой армии 0,4, у второй 0,64. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,77 и 0,3 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin 2t + 2$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos t + 1$. Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y.

Зададим начальные условия.

Затем запишем систему ОДУ через функцию, зададим соответсвующую задачу Коши с помощью ODEProblem и решим её с помощью solve.

И с помощью библиотеки Plots построим график изменения численности войск армии X и армии Y.

Выполнение лабораторной работы

Построим такую же модель с помощью OpenModelica.

Промежуток времени и численный метод решения задаётся в настройках симуляции. Просимулировав модель получим график, совпадающий с предыдущим(рис. @fig:002):

Разница реализаций визуально не заметна.

Выполнение лабораторной работы

Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов. Зададим коэффициенты смертности, не связанные с боевыми действиями. Коэффициенты эффективности первой и второй армии соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t)$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t)$. Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y.

Затем запишем систему ОДУ через функцию, зададим соответсвующую задачу Коши с помощью ODEProblem и решим её с помощью solve.

На графике плохо видно убывание армии X, так как это происходит очень быстро, поэтому приблизим меньший промежуток.

Построим такую же модель с помощью OpenModelica.

Промежуток времени и численный метод решения задаётся в настройках симуляции. Просимулировав модель также построим два графика.

Выводы

Мы оценили численность войск и поняли при каких условиях одна из сторон может победить.