

Лабораторная работа №7

Собственные значения матриц

Информация

Докладчик

- Смирнов-Мальцев Егор Дмитриевич
- студент группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбу

Цель работы

Решить задачи, связанные с собственными значениями матриц.

Задание

- Найти собственные значения и собственные векторы матрицы
- Решить задачу о случайном блуждании
- Найти равновесное состояние цепи Маркова

Выполнение лабораторной работы

Зададим матрицу A и найдём ее собственные значения и векторы командой `eig`.

```
octave:2> A = [1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =
    1    2   -3
    2    4    0
    1    1    1

octave:3> [v lamda] = eig(A)
v =
  -0.23995 + 0.00000i  -0.79195 + 0.00000i  -0.79195 - 0.00000i
  -0.91393 + 0.00000i   0.45225 + 0.12259i   0.45225 - 0.12259i
  -0.32733 + 0.00000i   0.23219 + 0.31519i   0.23219 - 0.31519i

lamda =
Diagonal Matrix
  4.52510 + 0.00000i      0      0
      0  0.73745 + 0.88437i      0
      0      0  0.73745 - 0.88437i
```

Выполнение лабораторной работы

Умножением A на свою транспонированную матрицу, чтобы получить матрицу с вещественными собственными значениями.

```
octave:6> B = A * A'
B =

    14    10     0
    10    20     6
     0     6     3

octave:7> [v lambda] = eig(B)
v =

    0.29593    0.77340   -0.56060
   -0.40987   -0.42730   -0.80587
    0.86280   -0.46826   -0.19055

lambda =

Diagonal Matrix

    0.14970     0         0
     0    8.47515     0
     0         0   28.37516
```

Выполнение лабораторной работы

Решим задачу случайного блуждания. Зададим начальные векторы вероятности, сформируем матрицу переходов и найдём вектор вероятности после 5 шагов.

```
octave:8> T = [1 .5 0 0 0; 0 0 .5 0 0; 0 .5 0 .5 0; 0 0 .5 0 0; 0 0 0 .5 1]
T =

    1.0000    0.5000    0.0000    0.0000    0.0000
    0.0000    0.0000    0.5000    0.0000    0.0000
    0.0000    0.5000    0.0000    0.5000    0.0000
    0.0000    0.0000    0.5000    0.0000    0.0000
    0.0000    0.0000    0.0000    0.5000    1.0000

octave:9> a = [.2; .2; .2; .2; .2];
octave:10> b = [.5; 0; 0; 0; .5];
octave:11> c = [ 0; 1; 0; 0; 0];
octave:12> d = [0; 0; 1; 0; 0];
octave:13> T^5 * a
ans =

    0.450000
    0.025000
    0.050000
    0.025000
    0.450000

octave:14> T^5 * b
ans =

    2.50000
    0.00000
    0.00000
    0.00000
    2.50000

octave:15> T^5 * c
ans =

    0.68750
    0.00000
    0.12500
    0.00000
    0.18750

octave:16> T^5 * d
ans =

    0.37500
    0.12500
    0.00000
    0.12500
    0.37500
```

Выполнение лабораторной работы

Найдём равновесное состояние. Для этого найдем собственные векторы матрицы перехода. Вектор равновесного состояния можно найти, разделив собственный вектор на сумму элементов этого вектора.

```
octave:18> T = [.48 .51 .14; .29 .04 .52; .23 .45 .34]
```

```
T =
```

```
    0.480000    0.510000    0.140000
    0.290000    0.040000    0.520000
    0.230000    0.450000    0.340000
```

```
octave:19> [v lambda] = eig(T)
```

```
v =
```

```
 -0.64840  -0.80111   0.43249
 -0.50463   0.26394  -0.81601
 -0.57002   0.53717   0.38351
```

```
lambda =
```

```
Diagonal Matrix
```

```
    1.00000         0         0
         0    0.21810         0
         0         0   -0.35810
```

```
octave:20> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
```

```
x =
```

```
    0.37631
    0.29287
    0.33082
```

```
octave:21> T^10*x
```

```
ans =
```

```
    0.37631
    0.29287
    0.33082
```

```
octave:22> T^50*x - T^10*x
```

```
ans =
```

```
    4.4409e-16
    2.7756e-16
    3.8858e-16
```


Выводы

1. Найти собственные значения и вектора матрицы можно с помощью функции `eig`.
2. Найти равновесное состояние Марковских цепей можно с помощью собственных векторов матрицы перехода.

Список литературы

1. Умнов А.Е. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. МФТИ, 2011. 544 с