

Информация

Докладчик

- Смирнов-Мальцев Егор Дмитриевич
- студент группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов

Цель работы

Научиться подгонять полиномиальные кривые и выполнять различные матричные преобразования с помощью системы для математических вычислений Octave.

Задание

- Выполнить подгонку полиномиальной кривой с помощью Octave.
- Представить изображение с помощью матрицы.
- Перевернуть изображение на определённый угол.
- Отразить изображение относительно прямой.
- Выполнить преобразование делитации.

Выполнение лабораторной работы

Пусть нам нужно найти параболу по методу наименьших квадратов для набора точек, заданных матрицей.

В матрице заданы значения x в столбце 1 и значения y в столбце 2.

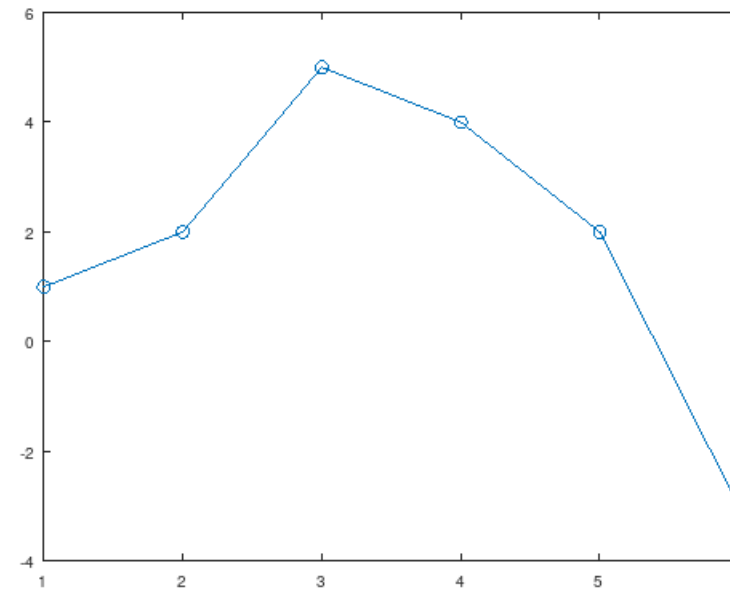
Введём матрицу данных в Octave и извлечём вектора x и y . Нарисуем точки на графике.

```
octave> D = [1 3; 2 2; 3 5; 4 4; 5 2; 6 -3]
D =
     1     3
     2     2
     3     5
     4     4
     5     2
     6    -3

octave> xdata = D(:,1)
xdata =
     1
     2
     3
     4
     5
     6

octave> ydata = D(:,2)
ydata =
     3
     2
     5
     4
     2
    -3

octave> plot(xdata, ydata, 'o-')
octave> A = ones(6,3)
```



Выполнение лабораторной работы

Построим уравнение вида $y = ax^2 + bx + c$

```
octave:5> A = ones(6,3)
A =
    1    1    1
    1    1    1
    1    1    1
    1    1    1
    1    1    1
    1    1    1

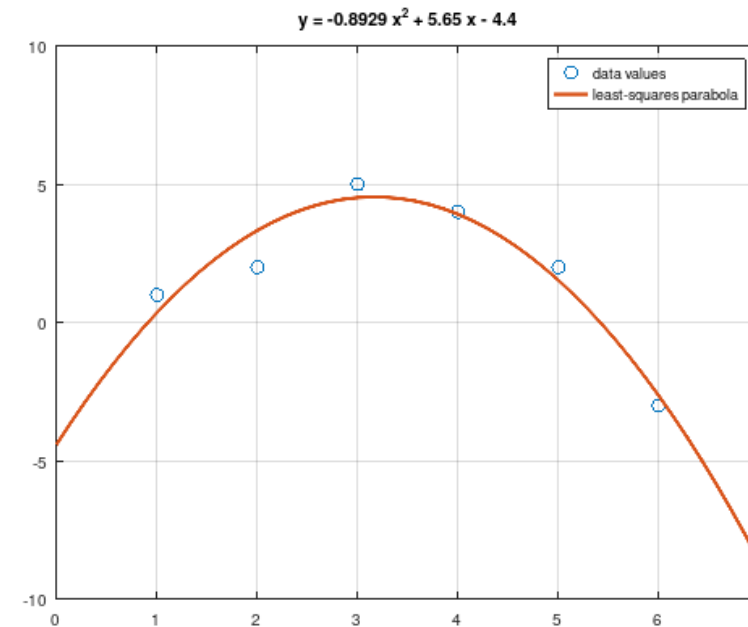
octave:6> A(:,1) = xdata.^2
A =
    1    1    1
    4    1    1
    9    1    1
   16    1    1
   25    1    1
   36    1    1

octave:7> A(:,2) = xdata
A =
    1    1    1
    4    2    1
    9    3    1
   16    4    1
   25    5    1
   36    6    1
```

Выполнение лабораторной работы

Решение по методу наименьших квадратов получается из решения уравнения $A^T A b = A^T y$, где b – вектор коэффициентов полинома. Решим его с помощью Octave. Построим график полученной параболы.

```
octave> B = A'*A;
octave> B(1,4) = A' * ydata;
B =
    2275    441    91    68
    441    91    21    28
    91    21    6    11
octave> B_res = rref(B)
B_res =
    1.0000    0    0    -0.8929
    0    1.0000    0    5.6500
    0    0    1.0000    -4.4000
octave> x = linspace(0,7,50);
octave> y = B_res(1,4) * x.^2 + B_res(2,4) * x + B_res(3,4);
octave> plot(xdata, ydata, 'o', x, y, 'linewidth', 2)
```



Выполнение лабораторной работы

Для подгонки можно использовать встроенную функцию `polyfit`. Значения полинома P в точках, задаваемых вектором-строкой x можно получить с помощью функции `polyval`.

```
octave:18> P = polyfit(xdata, ydata, 2)
P =
   -0.8929    5.6500   -4.4000

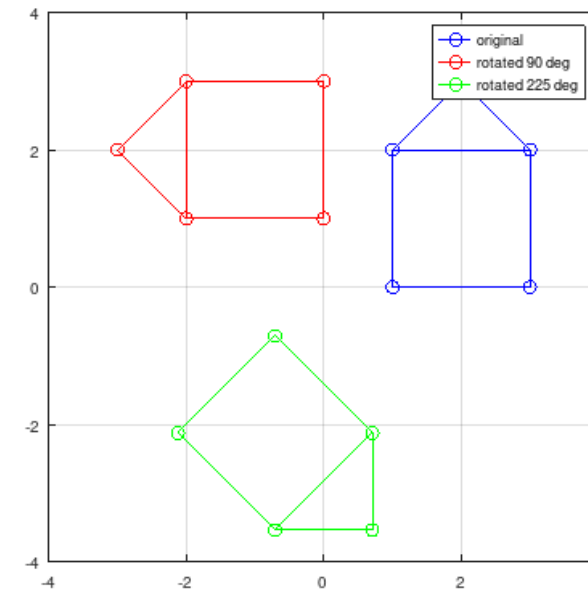
octave:19> y = polyval(P,xdata)
y =
    0.3571
    3.3286
    4.5143
    3.9143
    1.5286
   -2.6429

octave:20> plot(xdata,ydata,'o-',xdata,y,'+-')
octave:21> grid on
octave:22> legend('original data', 'polyfit data' );
octave:23>
```

Выполнение лабораторной работы

Закодируем граф-домик. Выберем путь, который проходит по каждому ребру ровно один раз. Повернем граф на 90 и 225 градусов с помощью матрицы поворота.

```
0 =  
1 1 3 3 2 1 3  
2 0 0 2 3 2 2  
  
octave:24> x = D(:,1)  
x =  
1  
2  
  
octave:25> x = D(1,:)  
x =  
1 1 3 3 2 1 3  
  
octave:26> y = D(2,:)  
y =  
2 0 0 2 3 2 2  
  
octave:27> plot(x,y)  
octave:28> theta1 = deg * pi / 180  
theta1 = 1.5708  
octave:29> R1 = [cos(theta1) -sin(theta1); sin(theta1) cos(theta1)]  
R1 =  
0.1232e-17 -1.0000e+00  
1.0000e+00 0.1232e-17
```



Выполнение лабораторной работы

Отразим граф дома относительно прямой $y = x$. Зададим матрицу отражения, подставив угол 45 градусов, так как именно под таким углом относительно оси абсцисс проходит прямая $y = x$.

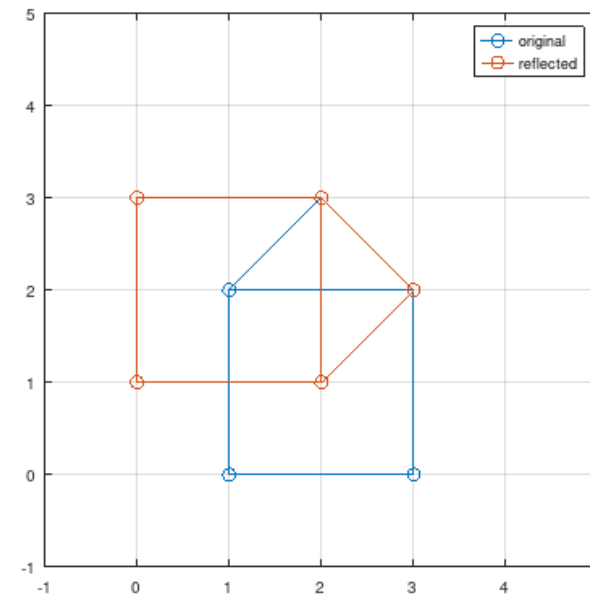
```
octave> R = [0 1; 1 0]
R =
   0   1
   1   0

octave> RD = R^D
RD =
   2   0   0   2   3   2   2
   1   1   3   3   2   1   3

octave> x1 = RD(1,:)
x1 =
   2   0   0   2   3   2   2

octave> y1 = RD(2,:)
y1 =
   1   1   3   3   2   1   3

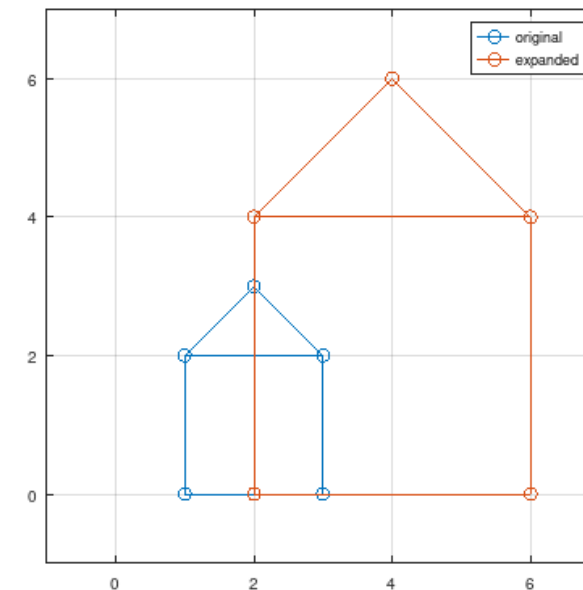
octave> plot(x,y,'o','x1,y1','o-')
octave> axis([-1 4], 'equal')
octave> axis([-1 5], 'equal')
octave> grid on
octave> legend('original', 'reflected')
```



Выполнение лабораторной работы

Увеличим граф дома в 2 раза, используя матрицу для делитации.

```
octave:151> T = [2 0; 0 2];  
T =  
 2 0  
 0 2  
  
octave:152> TD = TD;  
octave:153> x1 = TD(1,:); y1 = TD(2,:);  
octave:154> plot(x, y, 'o', x1, y1, 'o-');  
octave:155> axis([1.2 7.2 0 6]); equal;  
octave:156> grid on;  
octave:157> legend('original', 'expanded');
```



Выводы

В результате выполнения работы научились подгонять полиномы и выполнять аффинные преобразования графиком с помощью системы для математических вычислений Octave.

Список литературы

1. Подгонка кривой [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2023.
URL: https://wikipedia.net/ru/Model_fitting#cite_note-3.
2. Умнов А.Е. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. МФТИ, 2011. 544 с