

Информация

Докладчик

- Смирнов-Мальцев Егор Дмитриевич
- студент группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбу

Цель работы

1. Научиться считать пределы,
2. Научиться работать с последовательностями и рядами,
3. Научиться выполнять численное интегрирование.

Задание

- Оценить предел,
- Найти частичные суммы,
- Найти сумму ряда,
- Вычислить интеграл встроенной функцией,
- Вычислить интеграл по правилу средней точки.

Выполнение лабораторной работы

Оценим предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Для этого определим функцию `f` равную этому выражению. Затем создадим вектор из степеней 10. Оценим `f(n)`.

```
octave:1> f = @(n) (1+1./n).^n;
octave:2> k = [0:1:9]';
k =
     0
     1
     2
     3
     4
     5
     6
     7
     8
     9

octave:3> format long
octave:4> n = 10.^k
n =
      1
     10
    100
   1000
  10000
 100000
1000000
10000000
100000000
1000000000

octave:5> f(n)
ans =
 2.000000000000000
 2.593742460100002
 2.704813829421528
 2.716923932235994
 2.718145526824926
 2.718268237192297
 2.718280469995753
 2.718281694132862
 2.718281793471588
 2.718282052011560
```

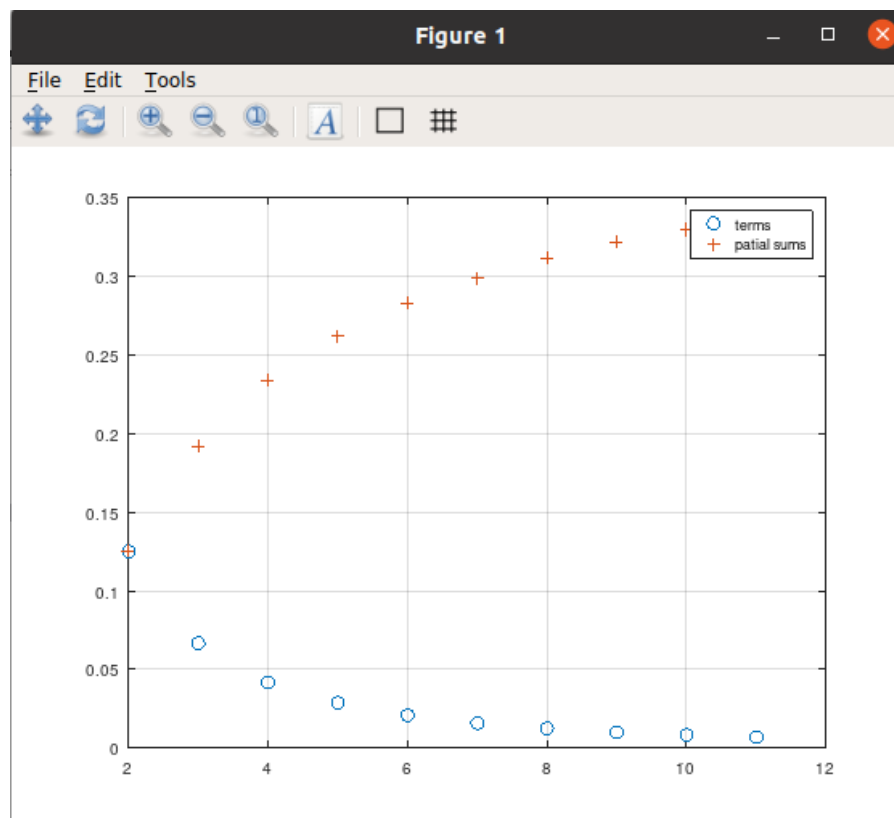
Выполнение лабораторной работы

Найдем частичные суммы ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$. Для получения последовательности частичных сумм используем цикл и функцию `sum()`. Затем отобразим слагаемые и частичные суммы на графике.

```
octave> n = [2:1:11];
octave> a = 1 ./ (n .* (n+2))
a =
    1.250000000000000e-01
    6.666666666666667e-02
    1.666666666666667e-02
    2.857142857142857e-02
    2.003333333333333e-02
    1.587301587301587e-02
    1.250000000000000e-02
    1.010101010101010e-02
    8.333333333333333e-03
    6.993006930069930e-03

octave> for i = 1:10
> s(i) = sum(a(1:i));
> end
octave> s'
ans =
    0.125000000000000
    0.191666666666667
    0.228333333333333
    0.246947619047620
    0.262738095238095
    0.276608111111111
    0.311111111111111
    0.321212121212121
    0.329545454545455
    0.336530612336402

octave> plot(a,'o','n,s','+')
octave> grid on
octave> legend('terms','partial sums')
```



Выполнение лабораторной работы

Найдём сумму первых 1000 членов ряда

$$\sum_{n=1}^{1000} \frac{1}{n}.$$

Для этого сгенерируем члены ряда как вектор и возьмём их сумму.

```
octave:12> legend('terms', 'partial sums')
octave:13> n = [1:1:1000];
octave:14> a = 1 ./ n;
octave:15> sum(a)
ans = 7.485470860550343
octave:16> function y=f(x)
> y = exp(x.^2) .* cos(x);
```

Выполнение лабораторной работы

Вычислим интеграл

$$\int_0^{\pi/2} e^{x^2} \cos(x) dx,$$

с помощью встроенной функции `quad('f', a, b)`.

```
octave:15> sum(a)
ans = 7.485470860550343
octave:16> function y=f(x)
> y = exp(x.^2) .* cos(x);
> end
octave:17> quad('f',0,pi/2)
ans = 1.875665011463391
```

Выполнение лабораторной работы

Напишем функцию, вычисляющую интеграл по правилу средней точки через цикл. Она расположена в файле `programs/midpoint.m`. Применим ее.

```
octave:2> midpoint
a = 0
b = 1.5708
n = 100
dx = 0.015708
approx = 1.8758
octave:3> midpoint_v
```


Выполнение лабораторной работы

Напишем такую же функцию через векторы. Новая функция расположена в файле `programs/midpoint_v.m` . Применим ее.

```
octave:3> midpoint_v
a = 0
b = 1.5708
n = 100
dx = 0.015708
approx = 1.8758
octave:4> tic;midpoint; toc
```

Выполнение лабораторной работы

Сравним время выполнения для каждой функции.

```
octave:4> tic;midpoint; toc  
a = 0  
b = 1.5708  
n = 100  
dx = 0.015708  
approx = 1.8758  
Elapsed time is 0.00577593 seconds.  
octave:5> tic;midpoint_v; toc  
a = 0  
b = 1.5708  
n = 100  
dx = 0.015708  
approx = 1.8758  
Elapsed time is 0.00048399 seconds.  
octave:6> [
```

Выводы

В результате выполнения работы научились работать с пределами, последовательностями, рядами и выполнять численное интегрирование в Octave.

Список литературы

1. Подгонка кривой [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2023.
URL: https://wikipedia.net/ru/Model_fitting#cite_note-3.
2. Умнов А.Е. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. МФТИ, 2011. 544 с