1. Найти функицю, которая на $+\infty$ растёт как линейная функиция, а на $-\infty$ ведёт себя как константа

Путём долгих изысканий, я нашёл следующую функцию: $f(x) = \frac{x^3}{x^2+e^{-x}}$
Проверим её на соответсвие заданным условиям:

- наклонная асимптота на $+\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x(x^2+e^{-x})} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2+e^{-x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{1+\frac{e^{-x}}{x^2}} = \frac{1}{\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{e^{-x}}{x^2}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{e^{-x}}{x^2}\right)} = \frac{1}{1+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^2\cdot e^{x}}\right)} = \frac{1}{1+\frac{1}{\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1 \in R$$

- поведение константы на $-\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x(x^2+e^{-x})} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2+e^{-x}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{1+\frac{e^{-x}}{x^2}} = \frac{1}{\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{e^{-x}}{x^2}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{e^{-x}}{x^2}\right)} = \frac{1}{1+\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{e^{-x}}{x^2}\right)} = \frac{1}{1+\infty} = \frac{1}{+\infty} = 0 \in R$$

Таким образом, у заданной функции $f(x) = \frac{x^3}{x^2+e^{-x}}$ есть две асимптоты: на $+\infty$ это прямая вида $y = 1\cdot x + b$, на $-\infty$ это горизонтальная прямая $y = 0$.

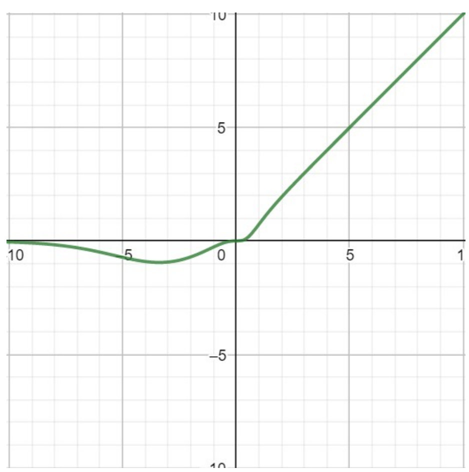

Рис. 1: Диаграмма моментов на участке выбора момента прокатки