Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики

ОТЧЕТ ПО ПРАКТИКЕ

Учебная практика: ознакомительная практика

(наименование практики в соответствии с учебным планом)

Направление подготовки: <u>01.04.02 Пр</u>	икладная математика и информатика
Профиль: Компьютерное моделирова	ние и наукоемкое программное обеспечение и биоин-
форматика.	
Выполнил:	Проверил:
Студент Янковский Е. В.	Руководитель от НГТУ Вагин Д. В.
Группа ПММ-42	Балл:, ECTS,
Факультет ФПМИ	Оценка
	«отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неуд.», «зачтено», «не зачтено»
подпись	подпись
«30» μεγείδης 2024 Γ	«30» декабря 2024 г.

«30» декабря 2024 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Вве	дение	3
1.	Теоретическая часть	4
1.	1. Векторные дифференциальные уравнения второго порядка с	
ра	азрывными решениями	4
1.	2. Вариационная постановка	E O
1.	3. Конечноэлементная дискретизация	6
1.	4. Построение матриц масс, жёсткости и вектора правой части на	
Ш	естигранниках	7
1.	5. Учёт краевых условий	8
1.	6. Решатель СЛАУ PARDISO	10
2.	Практическая часть	12
2.	1. Генерация трёхмерной сетки с ячейками в виде шестигранников	12
2.	2. Численное интегрирование	16
2.	3. Процесс построения локальных матриц жёсткости и масс	18
2.	4. Использование PARDISO	20
Зак	лючение	24
Спи	сок используемых источников	25
При	иложение 1. Текст программы	26

ВВЕДЕНИЕ

Разработка программного обеспечения для моделирования трехмерного электромагнитного поля представляет собой сложную и актуальную задачу, особенно в контексте современных требований к точности и эффективности расчетов. Одним из перспективных подходов к решению таких задач является использование векторного метода конечных элементов (МКЭ), который обеспечивает высокую точность моделирования.

В данной работе рассматривается разработка программы для моделирования электромагнитного поля на шестигранных элементах, что особенно важно для задач, связанных с анализом поведения электромагнитного поля в электроразведке. Применение шестигранников в качестве базовых элементов сетки позволяет более гибко аппроксимировать сложные трехмерные структуры, что делает данный подход особенно востребованным для решения практических задач.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1. ВЕКТОРНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ РЕШЕНИЯМИ

Математическая модель, служащая для описания электромагнитного поля в средах с изменяющимся коэффициентом магнитной проницаемости и в ситуациях, когда нельзя пренебрегать влиянием токов смещения, выглядит следующим образом:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\overrightarrow{\mathbf{A}}\right) + \sigma\frac{\partial\overrightarrow{\mathbf{A}}}{\partial t} + \epsilon\frac{\partial^{2}\overrightarrow{\mathbf{A}}}{\partial t^{2}} = \overrightarrow{\mathbf{J}}^{\mathbf{c}\mathbf{T}}.$$
(1.1)

Математическая модель электромагнитного поля на основе уравнения (1.1) позволяет решать самые сложные задачи электромагнетизма. Она корректно описывает электромагнитные поля в ситуациях, когда среда содержит любые неоднородности с измененными электрическими и магнитными свойствами.

При решении задач с использованием схемы разделения полей, для описания осесимметричной горизонтально-слоистой среды используется следующее уравнение:

$$-\frac{1}{\mu_0}\Delta A_{\varphi} + \frac{A_{\varphi}}{\mu_0 r^2} + \sigma \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial t} = J_{\varphi}.$$

В свою очередь, учёт от объектов, имеющих неоднородные значения удельной электропроводности, осуществляется за счёт математической модели, описываемой уравнением (1.2)

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu_{0}}\operatorname{rot}\overrightarrow{\mathbf{A}}^{+}\right) + \sigma\frac{\partial\overrightarrow{\mathbf{A}}^{+}}{\partial t} = (\sigma - \sigma_{n})\overrightarrow{\mathbf{E}}_{n}.$$
(1.2)

Для тестирования на правильность решения дифференциального уравнения (1.2) будем использовать уравнение, правая часть которого представляется в виде вектор-функции $\overrightarrow{\mathbf{F}}$, а также будет иметь место быть слагаемое $\gamma \overrightarrow{\mathbf{A}}$ в левой части уравнения:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}\overrightarrow{\mathbf{A}}\right) + \gamma \overrightarrow{\mathbf{A}} + \sigma \frac{\partial \overrightarrow{\mathbf{A}}}{\partial t} = \overrightarrow{\mathbf{F}}.$$
 (1.3)

1.2. ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА

Будем считать, что на границе $S = S_1 \cup S_2$ расчётной области Ω , в которой определено уравнение (1.3), заданы краевые условия двух типов:

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)\Big|_{S_1} = \overrightarrow{\mathbf{A}}^g \times \overrightarrow{\mathbf{n}},$$
 (1.4)

$$\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) \Big|_{S_1} = \overrightarrow{\mathbf{H}}^{\Theta} \times \overrightarrow{\mathbf{n}}. \tag{1.5}$$

Тогда эквивалентная вариационная формулировка в форме Галёркина для уравнения (1.3) без производной по времени, и с учётом краевых условий (1.4) - (1.5) имеет вид:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \overrightarrow{\mathbf{A}} \cdot \operatorname{rot} \overrightarrow{\Psi} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma \overrightarrow{\mathbf{A}} \cdot \overrightarrow{\Psi} d\Omega = \int_{\Omega} \overrightarrow{\mathbf{F}} \cdot \overrightarrow{\Psi} d\Omega +
+ \int_{S_0} \left(\overrightarrow{\mathbf{H}}^{\Theta} \times \overrightarrow{\mathbf{n}} \right) \cdot \overrightarrow{\Psi} dS \qquad \forall \overrightarrow{\Psi} \in H_0^{rot}.$$
(1.6)

1.3. КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

На шестиграннике базисные вектор-функции удобней строить с помощью шаблонного элемента. Обычно в качестве такого берут кубик $\Omega^E \in [-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$ при использовании базиса лагранжева или иерархического типа.

Пусть у нас имеется произвольный шестигранник Ω_m с вершинами $(\hat{x}_i,\hat{y}_i,\hat{z}_i)$, i=1...8. Тогда отображение шаблонного кубика Ω^E в шестигранник Ω_m будет задаваться соотношениями:

$$x = \sum_{i=1}^{8} \hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta) \hat{x}_i, \qquad y = \sum_{i=1}^{8} \hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta) \hat{y}_i, \qquad z = \sum_{i=1}^{8} \hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta) \hat{z}_i, \quad (1.7)$$

где $\hat{\varphi}_i(\xi,\eta,\zeta)$ - стандартные скалярные трилинейные базисные функции, определённые на шаблонном элементе Ω^E .

Отображение базисных вектор-функций $\hat{\varphi}_i(\xi,\eta,\zeta)$ шаблонного элемента Ω^E на шестигранник Ω_m можно определить следующим образом:

$$\hat{\psi}_i(x, y, z) = \mathbf{J}^{-1}\hat{\varphi}_i(\xi(x, y, z), \eta(x, y, z), \zeta(x, y, z)),$$
(1.8)

где

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix}$$
(1.9)

– функциональная матрица преобразования координат, переводящего кубик Ω^E в шестигранник Ω_m .

1.4. ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦ МАСС, ЖЁСТКОСТИ И ВЕКТОРА ПРАВОЙ ЧАСТИ НА ШЕСТИГРАННИКАХ

В силу сложной геометрии выпуклых шестигранников, расчёт локальных матриц удобнее проводить на отображении конечного элемента Ω_m в мастер-элемент Ω_E , представляющий из себя куб размером $\Omega^E = [-1,1]_x \times [-1,1]_y \times [-1,1]_z$. Тогда матрица жёсткости будет рассчитываться по формуле:

$$\hat{\mathbf{G}}_{ij} = \int_{\Omega_e} \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \hat{\psi}_i \cdot \operatorname{rot} \hat{\psi}_j d\Omega =$$

$$= \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{|J|} \left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}} \operatorname{rot} \hat{\varphi}_i \right) \cdot \left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}} \operatorname{rot} \hat{\varphi}_j \right) d\xi d\eta d\zeta$$
(1.10)

а матрица масс, в свою очередь, по формуле:

$$\hat{\mathbf{M}}_{ij} = \int_{\Omega_e} \gamma \hat{\psi}_i \cdot \hat{\psi}_j d\Omega = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma \left(\mathbf{J}^{-1} \hat{\varphi}_i \right) \cdot \left(\mathbf{J}^{-1} \hat{\varphi}_j \right) |J| \, d\xi d\eta d\zeta. \tag{1.11}$$

При расчёте локального вектора правой части будем использовать формулу:

$$\hat{\mathbf{b}}^{\mathbf{J^{CT}}} = \hat{\mathbf{M}}\,\hat{\mathbf{f}}.\tag{1.12}$$

она универсальна и применима для любой геометрии конечного элемента и любыми базисными функциями любого порядка на нём.

Для произвольных шестигранников интегралы в соотношениях (1.10) - (1.11) берутся численно. Соответствующая схема вычисления значения инте-

грала от функции $f(\xi, \eta, \zeta)$ по единичной области Ω_E выглядит следующим образом:

$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \approx \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sum_{r=1}^{n} f(t_k, t_l, t_r).$$
 (1.13)

1.5. УЧЁТ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

При решении уравнения (1.2) с использованием векторного МКЭ базисные вектор-функции $\overrightarrow{\psi}_i$ строятся так, что все базисные функции конечномерного пространства $\mathbf{V}^{\mathrm{rot}}$ с индексами $i \in N_0$ имеют нулевые касательные к S_1 составляющие (они образуют базис подпространства $\mathbf{V}_0^{\mathrm{rot}}$). Поэтому для выполнения однородных главных краевых условий достаточно к n_0 уравнениям системы (1.6) добавить $n-n_0$ уравнений вида:

$$q_i = 0, \qquad i \in N \backslash N_0.$$

Для учёта неоднородного краевого условия (1.4), как и в случае однородного, к n_0 уравнениям добавляется ещё $n-n_0$ линейных (относительно весов q_i) уравнений, которые и должны обеспечить необходимую близость на S_1 касательных составляющих приближённого решения $\overrightarrow{\mathbf{A}}^h = \sum_{j \in N} q_j^n \overrightarrow{\psi}_j$ к касательным составляющим вектора $\overrightarrow{\mathbf{A}}^g$.

Однако для учёта неоднородных краевых условий в векторном МКЭ можно использовать гораздо более простую и удобную для реализации процедуру. Основная её идея заключается в том, что вектор-функция $\overrightarrow{\mathbf{A}}^g$ из правой части краевых условий (1.4) заменяется некоторым интерполянтом $\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g,h}$, представленными в виде линейной комбинации базисных вектор-функций:

$$\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g,h} = \sum_{j} q_j^g \overrightarrow{\psi_j}. \tag{1.14}$$

Веса q_j^g в разложении (1.14) можно найти следующим образом. Поскольку в векторном МКЭ базисные функции $\overrightarrow{\psi}_i$ строятся так, что на поверхности S_1 ненулевые касательные имеют только $n-n_0$ базисных вектор-функций с номерами $i \in N \backslash N_0$, при этом для каждой из таких вектор-функций на поверхность S_1 существует точка (x_i, y_i, z_i) и проходящий через эту точку касательный к поверхности S_1 вектор $\overrightarrow{\tau}_i$ такой, что

$$\overrightarrow{\psi}_{i}(x_{i}, y_{i}, z_{i}) \cdot \overrightarrow{\tau}_{i} \neq 0, \qquad \overrightarrow{\psi}_{j}(x_{i}, y_{i}, z_{i}) \cdot \overrightarrow{\tau}_{i} = 0, \qquad \forall j \neq i.$$
 (1.15)

Домножим левую и правую части уравнения (1.14) скалярно на вектор $\overrightarrow{\tau}_i$ в точке (x_i,y_i,z_i) с учётном (1.15) получим

$$\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g,h}(x_i, y_i, z_i) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\tau}}_i = q_i^g \overrightarrow{\psi}_i(x_i, y_i, z_i) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\tau}}_i.$$

Полагая, что в точках (x_i, y_i, z_i) значения проекции на $\overrightarrow{\tau}_i$ интерполянта $\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g,h}$ должны совпадать со значениями проекций на $\overrightarrow{\tau}_i$ вектор-функции $\overrightarrow{\mathbf{A}}^g$, а также потребовав равенства касательных составляющих $\overrightarrow{\mathbf{A}}^h \times \overrightarrow{\mathbf{n}}$ искомой вектор-функции $\overrightarrow{\mathbf{A}}^h$ к касательным составляющим $\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g,h} \times \overrightarrow{\mathbf{n}}$ вектор-функции

$$\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g,h} = \sum_{i \in N \setminus N_0} q_j^g \overrightarrow{\psi}_j,$$

получим следующее выражение для учёта неоднородного главного краевого условия:

$$q_{i} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{A}}^{g}(x_{i}, y_{i}, z_{i}) \cdot \overrightarrow{\tau}_{i}}{\overrightarrow{\psi}_{i}(x_{i}, y_{i}, z_{i}) \cdot \overrightarrow{\tau}_{i}}, \qquad i \in N \backslash N_{0}.$$

1.6. РЕШАТЕЛЬ СЛАУ PARDISO

PARDISO (Parallel Direct Sparse Solver) — это высокопроизводительная библиотека для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с разреженными матрицами. Хотя PARDISO изначально разработан как прямой решатель (direct solver), он также поддерживает итерационные методы (iterative methods) для решения задач, где прямое решение может быть неэффективным или требовать слишком много ресурсов.

К основным особенностям PARDISO можно отнести несколько пунктов. Во-первых решатель оптимизирован для работы с разреженными матрицами, которые часто возникают в задачах математического моделирования, физики, инженерии и других областях. Разреженные матрицы содержат большое количество нулевых элементов, и PARDISO эффективно использует эту структуру для уменьшения вычислительных затрат.

Во-вторых это гибкость в выборе методов. PARDISO поддерживает как прямые методы (например, LU- или Cholesky-разложение), так и итерационные методы (например, метод сопряжённых градиентов, GMRES). Это позволяет выбирать наиболее подходящий метод в зависимости от задачи.

В-третьих имеется поддержка параллельных вычислений. PARDISO разработан для эффективного использования многопроцессорных систем и графических ускорителей (GPU). Это делает его одним из самых быстрых решателей для задач с большими разреженными матрицами.

Также при использовании решателя имеется поддержка различных типов матриц. PARDISO работает с симметричными, несимметричными, положительно определёнными и неопределёнными матрицами. Это делает его универсальным инструментом для широкого круга задач.

И наконец имеется возможность интеграции с популярными платформами. PARDISO легко интегрируется с такими языками программирования, как C, C++, Fortran, а также с математическими пакетами, например, MATLAB.

Хотя PARDISO изначально ориентирован на прямые методы, он также поддерживает итерационные методы для решения СЛАУ. Это особенно полезно для задач с очень большими разреженными матрицами, где прямое решение может быть слишком затратным по памяти или времени. Например, метод сопряжённых градиентов, который эффективен для симметричных положительно определённых матриц и если матрица хорошо обусловлена, то сходится за небольшое количество итераций. Также можно использовать метод обобщённый минимальных невязок (GMRES). Он подходит для несимметричных матриц. Использует процесс Арнольди для построения ортогонального базиса. Метод бисопряжённых градиентов подходит для несимметричных матриц, более устойчив, чем классический метод ВіСС. Также имеется метод минимальных невязок (MINRES) в котором используется для симметричных неопределённых матриц.

К преимуществам использования PARDISO можно отнести высокую производительность (PARDISO использует современные алгоритмы и оптимизации для достижения максимальной скорости решения), экономию памяти (благодаря работе с разреженными матрицами PARDISO минимизирует использование памяти), гибкость (поддержка как прямых, так и итерационных методов позволяет адаптировать решение под конкретную задачу) и масштабируемость (PARDISO эффективно использует многопроцессорные системы, что делает его пригодным для решения задач высокой размерности).

2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1. ГЕНЕРАЦИЯ ТРЁХМЕРНОЙ СЕТКИ С ЯЧЕЙКАМИ В ВИДЕ ШЕСТИГРАННИКОВ

При написании программы был использован следующий подход к построению сетки на шестигранных элементах.

- 1. [lines amount x] 2 [lines amount y] 2 [lines amount z] 2
- 2. [field description of points]
- 3. 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0
- 4. 0.0 1.0 0.0 1.0 1.0 0.0
- 5. 0.0 0.0 1.0 1.0 0.0 1.0
- 6. 0.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0
- 7. [unique areas amount] 1
- 8. [unique areas description]
- 9.1010101
- 10. [unique areas coefficients description]
- 11. 1 1.0 1.0
- 12. [delimiters above X description] 1 1.0
- 13. [delimiters above Y description] 3 1.1
- 14. [delimiters above Z description] 4 0.8
- 15. [borders amount] 6
- 16. [borders description]
- 17. 1 1 0 1 0 0 0 1
- 18. 1 1 0 1 1 1 0 1
- 19. 1 1 0 0 0 1 0 1
- 20.11110101

- 21. 1 1 0 1 0 1 0 0
- 22. 1 1 0 1 0 1 1 1

В первой строке заданы количество опорных узлов N_x^W , N_y^W , N_z^W , базовой плоскости по осям X, Y, Z соответственно. С третьей по шестую строки перечисленны тройки чисел (x_i, y_i, z_i) - как раз и определяющие эти опорные узлы.

В седьмой строке указано количество уникальных областей в расчётной области, которые имеют определённые уникальные значения физических параметров μ и σ . Начиная с девятой строки (в общем случае должен быть построчный перечень каждой области) описывается геометрическое расположение i - ой области. В одиннадцатой строке указаны уникальные значения параметров μ и σ для i - ой области.

В строках с двенадцатой по четырнадцатую описывается количество и характер необходимых разбиений для осей $X,\,Y,\,Z$ соответственно.

В пятнадцатой строке целочисленным значением задаётся количество границ. Далее с семнадцатой по двадцать вторую строки описывается расположение и характер этих границ. Первым числом задаётся тип краевого условия (т.е. принимает значения 1 или 2), вторым числом задаётся номер формулы, третьим первая координатная линия по оси X, четвёртым вторая координатная линия по оси Y и седьмым и восьмым по оси Z.

Пример расчётной области этой фигуры изображён на рисунке (2.1).

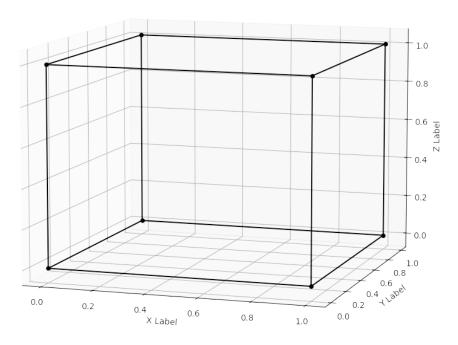


Рисунок 2.1 – Расчетная область для кубика

Попробуем подробить расчётную область (2.1) на несколько частей. Получим сетку изображённую на рисунке (2.2).

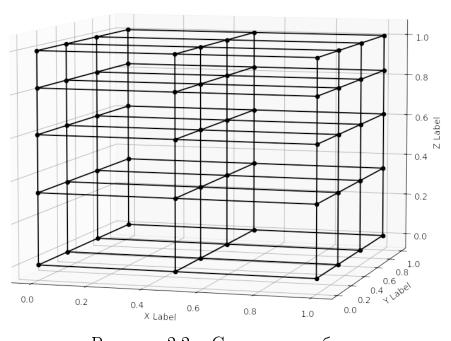


Рисунок 2.2 – Секта для кубика

Приведём ещё насколько примеров для построения сеток на шестигранниках, изображённых на рисунках 2.3 - 2.7.



Рисунок 2.3 – Расчётная область в форме изумруда (а) и сетка к ней (б).

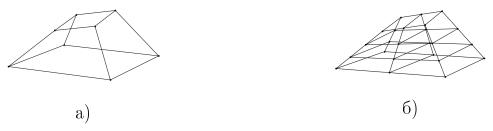


Рисунок 2.4 – Расчётная область в форме скошенной пирамиды (a) и сетка к ней (б).

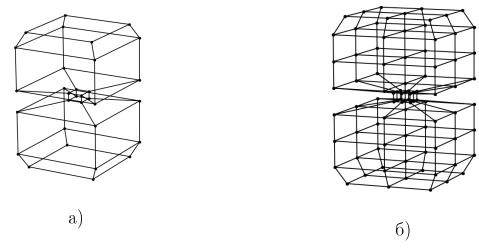
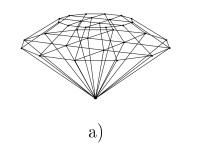


Рисунок 2.5 – Расчётная область в форме песочных часов (a) и сетка к ней (б).



Рисунок 2.6 – Расчётная область в форме ванной (а) и сетка к ней (б).



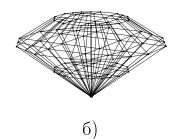


Рисунок 2.7 – Расчётная область в форме детализированного изумруда (a) и сетка к ней (б).

Таким образом, программа для построения сетки может строить достаточно сложные геометрически фигуры.

2.2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

При расчёте элементов локальных матриц жёсткости (1.10) и масс (1.11) будем использовать численное интегрирование методами Гаусса разных порядков (2, 3, 4, 5). Результаты численного интегрирования на некоторых функциях приведены в таблицах 2.1 - 2.7. Область интегрирования для всех функций единый: $\Omega_E \in [-1;1]_x \times [-1;1]_y \times [-1;1]_z$.

Таблица 2.1 – Тестирование численного интегрирования на функции u=2.

Аналитический	Гаусс 2	Гаусс 3	Гаусс 4	Гаусс 5
результат				
16.0	$1.6000000\mathrm{e}{+01}$	$1.6000000\mathrm{e}{+01}$	$1.6000000\mathrm{e}{+01}$	$1.60000000\mathrm{e}{+01}$

Таблица 2.2 – Тестирование численного интегрирования на функции

$$u = x + y + z.$$

Аналитический	Гаусс 2	Гаусс 3	Гаусс 4	Гаусс 5
результат				
0.0	$0.0000000\mathrm{e}{+00}$	-2.2204460e-16	5.6898930e-16	-6.5225603e-16

Таблица 2.3 – Тестирование численного интегрирования на функции $u = x^2 + y^2 + z^2.$

Аналитический	Γaycc 2	Гаусс 3	Γaycc 4	Гаусс 5
результат				
8.0	$8.00000000\mathrm{e}{+00}$	$8.00000000\mathrm{e}{+00}$	$8.00000000\mathrm{e}{+00}$	$8.00000000\mathrm{e}{+00}$

Таблица 2.4 – Тестирование численного интегрирования на функции

$$u = x \cdot y \cdot z$$
.

Аналитический	Гаусс 2	Гаусс 3	Гаусс 4	Гаусс 5
результат				
0.0	$8.00000000\mathrm{e}{+00}$	$0.00000000\mathrm{e}{+00}$	$0.00000000\mathrm{e}{+00}$	8.6736174e-18

Таблица 2.5 – Тестирование численного интегрирования на функции

$$u = x^2 \cdot y^2 \cdot z^2.$$

Аналитический	Гаусс 2	Гаусс 3	Гаусс 4	Гаусс 5
результат				
$\frac{8}{27} \approx 0.29630$	2.9629630e-01	2.9629630e-01	2.9629630e-01	2.9629630e-01

Таблица 2.6 – Тестирование численного интегрирования на функции

$$u = \cos(x + y + z).$$

Аналитический	Гаусс 2	Гаусс 3	Гаусс 4	Гаусс 5
результат				
4.7666	$4.7063579\mathrm{e}{+00}$	$4.7671091\mathrm{e}{+00}$	$4.7665835\mathrm{e}{+00}$	$4.7665859\mathrm{e}{+00}$

Таблица 2.7 – Тестирование численного интегрирования на функции

$$u = e^{x+y+z}.$$

Аналитический	Гаусс 2	Гаусс 3	Гаусс 4	Гаусс 5
результат				
12.9845	$1.2857243\mathrm{e}{+01}$	$1.2983458\mathrm{e}{+01}$	$1.2984538\mathrm{e}{+01}$	$1.2984543\mathrm{e}{+01}$

Таким образом, программа численного интегрирования методами Гаусса находит верное решение на соответствующем порядке.

2.3. ПРОЦЕСС ПОСТРОЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ МАТРИЦ ЖЁСТКОСТИ И МАСС

Рассмотрим процесс построения локальных матриц жёсткости и масс.
При генерации локальной матрицы масс на параллелепипеде в векторном
МКЭ используется следующая локальная матрица

$$\hat{\mathbf{M}} = \gamma \frac{h_x h_y h_z}{36} \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{pmatrix}, \tag{2.1}$$

где ${\bf 0}$ - матрица размером 4×4 , полностью заполненная нулями, а

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Тогда на единичном элементе $\Omega_E \in [-1;1]_x \times [-1;1]_y \times [-1;1]_z$ и при $\gamma=1$ матрица (2.1) примет вид:

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{2}{9} \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{pmatrix}.$$

Попробуем сделать ту же самую процедуру при $\gamma=1$ и на элемента $\Omega_E\in [-1;1]_x\times [-1;1]_y\times [-1;1]_z$, но используя интегралы из (1.11). Элементы сгенерированной матрицы в виде консольного вывода программы изображены на рисунке 2.8.

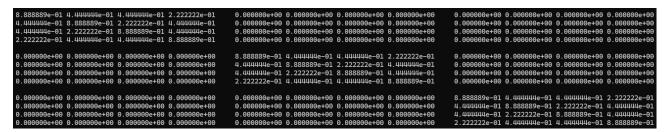


Рисунок 2.8 – Консольный вывод сгенерированной матрицы масс на Ω_E

Локальная матрица жёсткости $\hat{\mathbf{G}}$ на параллелепипеде $\Omega_E \in [-1,1]_x \times [-1,1]_y \times [-1,1]_z$ при $\overline{\mu}=1$ принимает вид:

$$\hat{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\mathbf{G}_1 + \frac{1}{3}\mathbf{G}_2 & -\frac{1}{3}\mathbf{G}_2 & \frac{1}{3}\mathbf{G}_3 \\ -\frac{1}{3}\mathbf{G}_2 & \frac{1}{3}\mathbf{G}_1 + \frac{1}{3}\mathbf{G}_2 & -\frac{1}{3}\mathbf{G}_1 \\ \frac{1}{3}\mathbf{G}_3^{\mathrm{T}} & -\frac{1}{3}\mathbf{G}_1 & \frac{1}{3}\mathbf{G}_1 + \frac{1}{3}\mathbf{G}_2 \end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{G}_{1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{G}_{2} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_3 = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Теперь, проверим генерацию матрицы жёсткости через формулу (1.10). Консольный вывод содержимого матрицы указан на рисунке 2.9

```
1.333333e-01 -3.33333e-01 -6.66667e-01 -6.66667e-01 -6.66667e-01 -3.33333e-01 -3.33333e-01 -6.66667e-01 -3.33333e-01 -6.66667e-01 -3.33333e-01 -6.66667e-01 -6.66667e-01 -3.33333e-01 -6.66667e-01 -6.66
```

Рисунок 2.9 – Консольный вывод сгенерированной матрицы масс на Ω_E

2.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ PARDISO

Использование PARDISO в C++ требует подключения библиотеки PARDISO и настройки параметров для решения системы линейных уравнений. PARDISO поставляется в составе Intel MKL (Math Kernel Library) или как отдельная библиотека.

PARDISO требует настройки множества параметров, таких как указатель на внутренние данные PARDISO (указатель на массив из 64 элементов, который хранит внутренние данные PARDISO, массив должен быть инициализирован нулями перед первым вызовом PARDISO и используется для хранения информации о факторизации и других внутренних данных), максимальное количество факторов (обычно 1, но если решать несколько систем с одинаковой матрицей, но разными правыми частями, это значение может быть больше 1), номер фактора, тип матрицы (1-вещественная симметричная положительно определённая, 2-вещественная симметричная неопределённая, -2 - вещественная симметричная неопределённая (альтернативный вариант), 11 - вещественная несимметричная, 6 - комплексная симметричная, 13 - комплексная несимметричная.), фаза решения (11 - анализ, 12 - анализ, факторизация и решение, 13 - анализ, факторизация и решение с итерационным уточнением, 22 - факторизация, 33 - решение, -1 - освобождение памяти), размер матрицы (число строк/столбцов), указатель на массив ненулевых элементов матрицы в разреженном формате, указатель на массив индексов начала строк в разреженном формате, указатель на массив индексов столбцов для каждого ненулевого элемента в разреженном формате, массив перестановок (обычно NULL), количество правых частей (обычно 1), массив из 64 элементов, содержащий параметры решения (iparm[0] - использовать ли пользовательские настройки, iparm[1] - метод упорядочивания, iparm[2] - количество потоков, iparm[9] - порог для точности решения, iparm[10] - включить масштабирование), уровень вывода сообщений (0 - без сообщений, 1 - вывод информации о ходе решения), указатель на массив правой части системы, указатель на массив, в который будет записано решение, код ошибки (0 - успешное выполнение, отрицательные значения - фатальные ошибки, положительные значения - предупреждения).

Использование PARDISO всегда подразумевает процедуру очистки буфера памяти для решателя. Для этого необходимо вызвать функцию PARDISO ещё раз, указав значение переменной фазы решения, как -1. Если все особенности решателя были настроены правильно, то получится консольный вывод, представленный на рисунке 2.10.

На консоли будет выводиться процесс факторизации матрицы, состояние некоторых параметров при вызове функции, временные интервалы, затраченные на каждый этап при решении СЛАУ, некоторые статистические данные, например размерность матрицы, вектора, процент ненулевых значений матрицы относительно её общего размера, а также информацию о процессе факторизации.

```
== PARDISO: solving a symmetric positive definite system ===
1-based array indexing is turned ON
PARDISO double precision computation is turned ON
Minimum degree algorithm at reorder step is turned ON
Single-level factorization algorithm is turned ON
Summary: (starting phase is reordering, ending phase is solution)
Times:
Time spent in calculations of symmetric matrix portrait (fulladj): 0.000092 s
Time spent in reordering of the initial matrix (reorder)
                                                                : 0.001700 s
Time spent in symbolic factorization (symbfct)
                                                                 : 0.002374 s
Time spent in data preparations for factorization (parlist)
                                                                : 0.000113 s
Time spent in copying matrix to internal data structure (A to LU): 0.000001 s
Time spent in factorization step (numfct)
                                                                : 0.017049 s
Time spent in direct solver at solve step (solve)
                                                                 : 0.000730 s
Time spent in allocation of internal data structures (malloc)
                                                                : 0.005060 s
Time spent in additional calculations
                                                                 : 0.002921 s
Total time spent
                                                                 : 0.030038 s
Statistics:
Parallel Direct Factorization is running on 1 OpenMP
< Linear system Ax = b >
            number of equations:
             number of non-zeros in A:
                                          51185
            number of non-zeros in A (%): 0.247785
            number of right-hand sides:
< Factors L and U >
< Preprocessing with multiple minimum degree, tree height >
< Reduction for efficient parallel factorization >
            number of columns for each panel: 80
            number of independent subgraphs: 0
            number of supernodes:
                                                      1642
            size of largest supernode:
                                                      100
            number of non-zeros in L:
                                                      323771
            number of non-zeros in U:
            number of non-zeros in L+U:
            gflop for the numerical factorization: 0.028384
            gflop/s for the numerical factorization: 1.664862
writing x.txt... done
info=0
D:\CodeRepos\PardisoTest\x64\Debuq\Project1.exe (процесс 23456) завершил работу с кодом 0 (0х0).
```

Рисунок 2.10 – Консольный вывод после решения СЛАУ через PARDISO

Помимо консольного вывода вызов программы PARDISO создаст текстовый файл pardiso64.log, в котором будет написан статус вызова функции (0 если нет ни ошибок, ни предупреждений; значение больше нуля если воз-

никли предупреждения; значение меньше нуля если при вызове PARDISO произошла фатальная ошибка).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнений учебной практики было разработано программное обеспечение, позволяющее строить сетку достаточно сложных геометрических фигур, используя трёхмерные "шестигранники" в качестве конечных элементов. Также разработано программное обеспечение, позволяющее вычислять локальные матрицы масс и жёсткости, а также значения локального вектора правой части на шестигранниках.

Однако, не был реализован учёт неоднородных главных краевых условий, из-за чего полноценную проверку решения на порядок сходимости и аппроксимации провести не удалось.

Помимо этого, был теоретически изучен и опробован на практике при решении СЛАУ метод PARDISO. Во многом PARDISO на тестовых данных выдавал почти мгновенный результат.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский Уравнения математической физики: Учеб.пособие. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский 6-е изд., М: Издво МГУ, 1999-799 с.
- 2. Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, М.Г. Персова Метод конечных элементов для скалярных и векторных задач Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007-896 с.
- 3. М.Ю.Баландин, Э.П.Шурина Векторный метод конечных элементов: Учеб. пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001-69 с.
- 4. М.Ю.Баландин, Э.П.Шурина Методы решения СЛАУ большой размерности: Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000-70 с.
- 5. М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, П.А. Домников, Ю.И. Кошкина Численные методы в уравнениях математической физики. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016-60 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ТЕКСТ ПРОГРАММЫ

FEM.h

```
#pragma once
2
    #include <vector>
3
    #include <array>
    #include <fstream>
    \begin{tabular}{ll} \#include & ".../Mathematical\_objects/MathematicalHeader.h" \\ \#include & ".../Logger/Logger.h" \\ \end{tabular}
8
    #include "../Mesh/Mesh.h"
9
    #include "../Solvers/MainSolverHeader.h"
10
11
    typedef std::array<double, 3> vector;
12
13
14
    enum class EquationType {
         Hyperbolical, Parabolical,
15
         Elliptical, NotStated };
16
17
    enum class InputExtension { Txt, Bin };
18
19
20
         bool _isDataCommited = false;
21
         bool isDataCommited() const { return _isDataCommited; }
22
                _isSolved = false;
23
         bool
         bool isSolved() const { return _isSolved; }
24
25
         // Based.
         std::vector<std::array<size_t, 13>> _areas{};
26
         std::vector<std::array<size_t, 3>> _borderRibs{};
std::vector<std::array<size_t, 6>> _newBorderRibs{};
27
28
         std::vector<std::array<double, 3>> _points{};
std::vector<std::pair<size_t, size_t>> _generatedRibs{};
29
30
         std::vector<std::pair<size_t, std::pair<double, double>>> _areasInfo{};
31
         std::vector<double> _time{};
void SolveElliptical();
32
33
         void SolveParabolical()
34
         void SolveHyperbolical();
35
36
         GlobalMatrix* A;
         GlobalVector* b;
37
         GlobalVector x;
38
         Solver* _s;
39
    public:
40
         void ReadMeshData(InputExtension ie);
41
         void GetMeshData(const Mesh* mesh);
42
         void BuildMatrixAndVector();
43
         vector GetSolutionAtPoint(double x, double y, double z);
44
         void SetSolver(Solver* s);
45
         void Solve();
46
         void WriteAnswer();
EquationType Type = EquationType::NotStated;
47
48
         __declspec(property(get = isDataCommitted)) bool IsDataCommitted;
49
            50
         FEM();
51
         FEM(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas
52
              std::vector<std::array<size_t, 3>> borderRibs,
std::vector<std::array<double, 3>> points,
std::vector<std::pair<size_t, size_t>> generatedRibs) :
53
54
         _areas(areas), _borderRibs(borderRibs),
_points(points), _generatedRibs(generatedRibs) {}

FEM();
55
56
57
58
59 };
```

FEM.cpp

```
#include "FEM.h"
1
    void FEM::SolveElliptical() {
        A = new GlobalMatrix(); b = new GlobalVector(_generatedRibs.size());
4
        x = GlobalVector(_generatedRibs.size());
        A->GeneratePortrait(_areas, _generatedRibs.size());
6
        A->Fill(_areas, _points, _generatedRibs, _areasInfo);
b->Fill(_areas, _points, _generatedRibs);
A->CommitBoundaryConditions(_newBorderRibs);
8
        b->CommitBoundaryConditions(_newBorderRibs, _points, _generatedRibs); }
11
    void FEM::SolveParabolical() {
12
        Logger::ConsoleOutput("Couldn't read Parabolic problem", NotificationColor::Alert);
13
        exit(-1); }
14
15
    void FEM::SolveHyperbolical() {
16
        Logger::ConsoleOutput("Couldn't read Hyperbolic problem", NotificationColor::Alert);
17
        exit(-1); }
19
    void FEM::ReadMeshData(InputExtension ie) {
20
        Logger::ConsoleOutput("Couldn't read from file", NotificationColor::Alert);
21
        exit(-1); }
22
23
24
    void FEM::GetMeshData(const Mesh* mesh) {
        for (const auto& point : mesh->Points) {
25
             std::array<double, 3> _point = { point.x, point.y, point.z };
26
              27
        for (const auto& area : mesh->getAreasAsRibs()) {
28
             std::array<size_t, 13> _area = { area.subdomainNum_,
                 area.refs_[0], area.refs_[1], area.refs_[2], area.refs_[3], area.refs_[4], area.refs_[5], area.refs_[6], area.refs_[7], area.refs_[8], area.refs_[9], area.refs_[10], area.refs_[11] };
30
31
32
              _areas.push_back(_area);    }
33
        for (const auto& rib : mesh->getRibsRefs()) {
34
             std::pair<size_t, size_t> _rib{ rib.p1, rib.p2 };
_generatedRibs.push_back(_rib); }
35
36
        for (const auto& border : mesh->getNewBorderRibs()) {
37
             std::array<size_t, 6> rwe{border[0], border[1], border[2], border[3], border[4],
38
             \rightarrow border[5]};
             39
        for (const auto& areasInfos : mesh->AreasInfo) {
40
             std::pair<size_t, std::pair<double, double>> _area{ areasInfos.subdomainNum_,
             _areasInfo.push_back(_area); }
42
         _isDataCommited = true; }
43
    void FEM::BuildMatrixAndVector() {
45
46
        switch (Type) {
        case EquationType::Hyperbolical: SolveHyperbolical(); break;
        case EquationType::Parabolical: SolveParabolical(); break;
48
        case EquationType::Elliptical: SolveElliptical(); break;
49
        case EquationType::NotStated: default:
50
             Logger::ConsoleOutput("Equation type didn't stated. Exit program.",
51
                 NotificationColor::Alert);
52
             exit(-1); break; } }
    vector FEM::GetSolutionAtPoint(double x, double y, double z) {
54
        Logger::ConsoleOutput("Can't get solution at point.", NotificationColor::Alert);
55
        exit(-1);
56
        return vector(); }
57
58
    void FEM::SetSolver(Solver* s) { _s = s;}
59
60
    void FEM::Solve() \{ x = _s->Solve(*A, *b); \}
61
62
    void FEM::WriteAnswer() {
63
        std::ofstream fout("Data/Output/solution.txt");
64
        for (size_t i(0); i < x.getSize(); ++i)
   fout << i << ". " << std::setprecision(15) << std::scientific << x(i) <</pre>
65
66
              \rightarrow std::endl;
        fout.close(); }
67
68
```

```
69 | FEM::FEM() { Logger::ConsoleOutput("FEM declared, but it's empty",

→ NotificationColor::Warning); }

70

71 | FEM::~FEM() {}
```

Integration.h

```
#pragma once
 2
      #include <array>
 3
      #include <functional>
 5
      typedef std::function<double(double, double, double)> function;
      class Integration {
 8
 q
     private:
           static const std::array<double, 2> t2; static const std::array<double, 2> tau2; static const std::array<double, 3> ta; static const std::array<double, 3> tau3; static const std::array<double, 4> t4; static const std::array<double, 4> tau4;
10
11
12
            static const std::array<double, 5> t5; static const std::array<double, 5> tau5;
13
14
     public:
            Integration() = delete;
15
           static double Gauss2(function f); static double Gauss3(function f);
static double Gauss4(function f); static double Gauss5(function f);
16
17
     };
18
19
```

Integration.cpp

```
#include "Integration.h"
1
2
    const std::array<double, 2> Integration::t2 = { 0.577'350'2692, -0.577'350'2692 };
3
    const std::array<double, 2> Integration::tau2 = { 1.0, 1.0 };
const std::array<double, 3> Integration::t3{ 0.0, 0.774'596'669'24, -0.774'596'669'24 };
const std::array<double, 3> Integration::tau3{ 8.0 / 9.0, 5.0 / 9.0, 5.0 / 9.0 };
6
    const std::array<double, 4> Integration::t4{ -0.861'136'311'6, -0.339'981'043'6,
                                                               0.339'981'043'6, 0.861'136'311'6 };
    const std::array<double, 4> Integration::tau4{ 0.347'854'845'1, 0.652'145'154'9,
9
                                                                0.652'145'154'9, 0.347'854'845'1 };
10
    const std::array<double, 5> Integration::t5{ -0.906'179'845'9, -0.538'469'310'1,
11
                                                               0.0,
12
                                                               0.538'469'310'1, 0.906'179'845'9 };
13
    const std::array<double, 5> Integration::tau5{ 0.236'926'885'1, 0.478'628'670'5, 0.568'888'888'9, 0.478'628'670'5,
14
1.5
                                                                0.236'926'885'1 };
16
17
    double Integration::Gauss2(function f) {
18
19
         double ans(0.0);
         for (size_t k(0); k < 2; ++k)
for (size_t j(0); j < 2; ++j)
for (size_t i(0); i < 2; ++i)
20
21
22
                         ans += tau2[k] * tau2[j] * tau2[i] * f(t2[k], t2[j], t2[i]);
23
         return ans; }
24
25
    double Integration::Gauss3(function f) {
26
         double ans(0.0);
27
         for (size_t k(0); k < 3; ++k)
28
               for (size_t j(0); j < 3; ++j)
for (size_t i(0); i < 3; ++i)
29
30
                        ans += tau3[k] * tau3[j] * tau3[i] * f(t3[k], t3[j], t3[i]);
31
         return ans; }
32
33
34
    double Integration::Gauss4(function f) {
         double ans(0.0);
35
         for (size_t k(0); k < 4; ++k)
36
               for (size_t j(0); j < 4; ++j)
for (size_t i(0); i < 4; ++i)
37
38
                         ans += tau4[k] * tau4[j] * tau4[i] * f(t4[k], t4[j], t4[i]);
39
         return ans: }
40
41
```

GlobalMatrix.h

```
#pragma once
    \#include "...\Logger\Logger.h"
3
    #include "Matrix.h"
    #include "LocalMatrix.h"
    #include "Global Vector.h"
    #include <vector>
8
    #include <array>
9
    #include <algorithm>
10
11
    class GlobalMatrix : public Matrix {
12
    private:
1.3
        size_t _size = 0;
14
        bool _isPortraitGenerated = false;
        inline bool isPortraitGenerated() const { return _isPortraitGenerated; }
16
        void addLocalMatrixValues(const std::array<size_t, 12> localRibs, const LocalMatrix&
17

→ G, const LocalMatrix& M);
        double getAlValue(size_t i, size_t j) const;
18
        double getAuValue(size_t i, size_t j) const;
19
20
    public:
        inline size_t getSize() const override { return _di.size(); }
21
        void GeneratePortrait(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas, size_t ribsAmount);
void Fill(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas, std::vector<std::array<double,</pre>
22
         \hookrightarrow 3>> points,
             std::vector<std::pair<size_t, size_t>> generatedRibs,
24
                std::vector<std::pair<size_t, std::pair<double, double>>> areasInfo);
        void CommitBoundaryConditions(std::vector<std::array<size_t, 6>> borderRibs);
25
        std::vector<double> _al{};
std::vector<double> _au{};
std::vector<double> _di{};
27
28
        std::vector<size_t> _ig{};
29
        std::vector<size_t> _jg{};
30
        inline double AL(size_t i) const { return i < _al.size() ? _al[i] : throw "_al
31
            argument out of range."; }
        inline double AU(size_t i) const { return i < _au.size() ? _au[i] : throw "_au
32
            argument out of range."; }
        inline double DI(size_t i) const { return i < _di.size() ? _di[i] : throw "_di</pre>
33
            argument out of range."; }
        inline size_t IG(size_t i) const { return i < _ig.size() ? _ig[i] : throw "_ig</pre>
34
         → argument out of range."; }
        inline size t JG(size t i) const { return i < _jg.size() ? _jg[i] : throw "_jg
35
         → argument out of range."; }
        __declspec(property(get = isPortraitGenerated)) bool IsPortraitGenerated;
36
          37
        double getValue(size_t i, size_t j);
38
        double operator() (size_t i, size_t j) const override;
double& operator() (size_t i, size_t j) override;
                                                                         // getter.
// setter.
39
40
        GlobalMatrix() {};
41
         ~GlobalMatrix() {};
42
        friend GlobalVector operator*(const GlobalMatrix A, const GlobalVector b);
43
   };
44
```

GlobalMatrix.cpp

```
#include "GlobalMatrix.h"

void GlobalMatrix::addLocalMatrixValues(const std::array<size_t, 12> localRibs, const

LocalMatrix& G, const LocalMatrix& M) {
```

```
const std::array<size_t, 12> switchV{
              0, 3, 8, 11,
5
              1, 2, 9, 10,
6
              4, 5, 6, 7 };
7
         int ii(0);
8
         for (const auto& i : localRibs) {
              int jj(0);
for (const auto& j : localRibs) {
10
11
                   int ind(0);
12
                   if (i - j == 0)
   _di[i] += G(switchV[ii], switchV[jj]) + M(switchV[ii], switchV[jj]);
13
14
                   else if (i - j < 0) {
15
                        ind = _ig[j];
16
                        for (; ind <= _ig[j + 1] - 1; ind++) if (_jg[ind] == i) break;
_au[ind] += G(switchV[ii], switchV[jj]) + M(switchV[ii], switchV[jj]);</pre>
17
19
                   else if (i - j > 0) {
20
                        ind = _ig[i];
for_(; ind <=
21
                                         _{ig}[i + 1] - 1; ind++) if (_{jg}[ind] == j) break;
22
                        _al[ind] += G(switchV[ii], switchV[jj]) + M(switchV[ii], switchV[jj]);
23
                   } ++jj; } ++ii; }
24
25
26
    double GlobalMatrix::getAlValue(size_t i, size_t j) const {
  for (size_t ii = 0; ii < _ig[i + 1] - _ig[i]; ii++)
        if (_jg[_ig[i] + ii] == j) return _al[_ig[i] + ii];
  return 0.0;</pre>
27
28
29
30
31
32
    double GlobalMatrix::getAuValue(size_t i, size_t j) const {
  for (int ii = 0; ii < _ig[i + 1] - _ig[i]; ii++)
      if (_jg[_ig[i] + ii] == j) return _au[_ig[i] + ii];
  return 0.0;</pre>
33
34
35
36
37
38
39
    void GlobalMatrix::GeneratePortrait(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas, size_t
       ribsAmount) {
         _ig.resize(ribsAmount + 1);
40
         std::vector<std::vector<size_t>> additionalVector(ribsAmount);
41
         for (const auto& area : areas)
42
              for (size_t i(1); i < 13; ++i)
    for (size_t j(1); j < 13; ++j)
        if (area[j] < area[i] and std::find(additionalVector[area[i]].begin(),</pre>
43
44
                            additionalVector[area[i]].end(), area[j]) ==
                            additionalVector[area[i]].end()) {
                            additionalVector[area[i]].push_back(area[j]);
                            std::sort(additionalVector[area[i]].begin(),
47
                             → additionalVector[area[i]].end()); }
          _{ig}[0] = 0;
48
49
         for (size_t i(0); i < ribsAmount; i++) {</pre>
              _ig[i + 1] = _ig[i] + additionalVector[i].size();
50
               _jg.insert(_jg.end(), additionalVector[i].begin(), additionalVector[i].end()); }
51
         _di.resize(ribsAmount); _al.resize(_jg.size()); _au.resize(_jg.size());
52
53
54
    void GlobalMatrix::Fill(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas,
55
         std::vector<std::array<double, 3>> points,
std::vector<std::pair<size_t, size_t>> generatedRibs, std::vector<std::pair<size_t,
56

    std::pair<double, double>>> areasInfo) {
         for (const auto& area : areas)
57
              auto mu = [area, areasInfo](){
58
                   for (const auto& info : areasInfo)
59
                        if (area[0] == info.first) return info.second.first; };
60
              auto sigma = [area, areasInfo]() {
61
62
                   for (const auto& info : areasInfo)
                        if (area[0] == info.first) return info.second.second; };
63
              64
65
                   area[5], area[6], area[7], area[8] }
66
              std::array<double, 8> xPoints = { points[generatedRibs[localArea[0]].first][0],

→ points[generatedRibs[localArea[0]].second][0],
                  points[generatedRibs[localArea[1]].first][0],
68
                      points[generatedRibs[localArea[1]].second][0],
                   points[generatedRibs[localArea[2]].first][0],
69
                   → points[generatedRibs[localArea[2]].second][0],
```

```
points[generatedRibs[localArea[3]].first][0],
70
                   → points[generatedRibs[localArea[3]].second][0] };
              std::array<double, 8> yPoints = { points[generatedRibs[localArea[0]].first][1],
71
                  points[generatedRibs[localArea[0]].second][1],
                  points[generatedRibs[localArea[1]].first][1],
72
                   → points[generatedRibs[localArea[1]].second][1],
                  points[generatedRibs[localArea[2]].first][1]
                   → points[generatedRibs[localArea[2]].second][1],
                  points[generatedRibs[localArea[3]].first][1],
                   → points[generatedRibs[localArea[3]].second][1] };
              std::array<double, 8> zPoints = { points[generatedRibs[localArea[0]].first][2],
75
              → points[generatedRibs[localArea[0]].second][2],
                  points[generatedRibs[localArea[1]].first][2]
76
                   → points[generatedRibs[localArea[1]].second][2],
                  points[generatedRibs[localArea[2]].first][2],
                  → points[generatedRibs[localArea[2]].second][2],
                  points[generatedRibs[localArea[3]].first][2];
78
                   \rightarrow points[generatedRibs[localArea[3]].second][2] \};
              LocalMatrix localG(mu(), xPoints, yPoints, zPoints, LMType::Stiffness);
79
              LocalMatrix localM(sigma(), xPoints, yPoints, zPoints, LMType::Mass);
80
              addLocalMatrixValues(localArea, localG, localM); }
81
    }
82
83
     void GlobalMatrix::CommitBoundaryConditions(std::vector<std::array<size_t, 6>>
84
        borderRibs) {
         for (const auto& rib : borderRibs) {
85
              switch (rib[0]) {
86
                  Logger::ConsoleOutput("Can't commit boundary conditions of 2nd or 3rd type.",
88
                      NotificationColor::Alert);
89
                  exit(-1); break;
              case 1:
90
                  for (size_t i(2); i < 6; ++i) {
91
                       for (\bar{size\_t}'j(\bar{j}(\bar{j}[rib[i]); j < \bar{j}[rib[i] + 1]; ++j) _al[j] = 0; _di[rib[i]] = 1.0;
92
93
                       for (size_t j = 0; j < _jg.size(); ++j) if (_jg[j] == rib[i]) _au[j] = 0;
94
                  } break;
95
              default: break; } }
96
     }
97
     double GlobalMatrix::getValue(size_t i, size_t j) {
99
         if (i == j) return _di[i];
else if (i - j < 0) getAuValue(i, j);
else if (i - j > 0) getAlValue(j, i);
100
101
102
103
104
     double GlobalMatrix::operator()(size_t i, size_t j) const {
105
         if (i == j) return _di[i];
else if (i - j < 0) getAuValue(i, j);
else if (i - j > 0) getAlValue(i, j);
106
107
108
109
110
     double& GlobalMatrix::operator()(size_t i, size_t j) {
         Logger::ConsoleOutput("Can't set value for global matrix.", NotificationColor::Alert);
112
         exit(-1);  }
113
114
     GlobalVector operator*(const GlobalMatrix A, const GlobalVector b) {
115
         if (A.Size != b.Size) Logger::ConsoleOutput("Matrix and vector have different sizes
116
             during multiplication", NotificationColor::Alert);
         Global Vector ans(b.Size);
117
         for (size_t i(0); i < b.Size; ++i) {</pre>
118
              for (size_t j(0); j < A._ig[i + 1] - A._ig[i]; ++j)  ans(i) += A._al[A._ig[i] + j] * b(A._ig[A._ig[i] + j]);
119
120
                  ans(A._jg[A._ig[i] + j]) += A._au[A._ig[i] + j] * b(i); }
121
              ans(i) += A._di[i] * b(i); }
122
         return ans:
123
    }
124
```

LocalMatrix.h

```
#pragma once
1
    #include "Matrix.h"
#include "JacobiMatrix.h"
    \#include "...\Integration\Integration.h"
5
    #include "...\Functions\BasisFunction.h"
    typedef JacobiMatrix J;
9
10
    enum class LMType {
        Stiffness,
11
        Mass
12
        NotStated
1.3
    };
15
    class LocalMatrix : public Matrix {
16
   private:
17
        double _koef;
18
        const size_t _localMatrixSize = 12;
19
        LMType _matrixType = LMType::NotStated;
20
        std::array<double, 8> _x{};
21
        std::array<double, 8> _y{};
std::array<double, 8> _z{};
22
23
        std::array<std::array<double, 12>, 12> _values{};
24
        void generate();
25
26
        void generateG();
        void generateM();
27
    public:
28
        LocalMatrix() { _koef = 0.0; }
29
        LocalMatrix(double koef, std::array<double, 8> x, std::array<double, 8> y,
30
             std::array<double, 8> z, LMType matrixType) :
             _koef(koef), _matrixType(matrixType), _x(x), _y(y), _z(z) {
31
             generate();
32
33
         \~LocalMatrix() \{\}
34
        double operator() (size_t i, size_t j) const override { return _values[i][j]; };
35
        double& operator() (size_t i, size_t j) override { return _values[i][j]; };
inline LMType GetMatrixType() const { return _matrixType; }
36
37
        size_t getSize() const override { return _localMatrixSize; };
38
39
40
    std::function<double(double, double) > operator* (std::function<double(double,
41
        double, double) > f1,
        std::function<double(double, double, double)> f2);
42
    std::function<double(double, double, double)> operator+ (std::function<double(double,
44

→ double, double) > f1,
        std::function<double(double, double, double)> f2);
45
46
    std::function<double(double, double) > operator/ (std::function<double(double,
47

→ double, double) > f1,
        std::function<double(double, double, double)> f2);
48
```

LocalMatrix.cpp

```
std::function<double(double, double)> operator/(std::function<double(double,</pre>
11

→ double, double) > f1,
                                    std::function<double(double, double, double)> f2) {
12
      return [f1, f2](double t0, double t1, double t2) { return f1(t0, t1, t2) / f2(t0, t1,
13
       \rightarrow t2); }; }
    void LocalMatrix::generate() {
15
      switch (_matrixType) {
      case LMType::Stiffness: generateG(); break;
17
      case LMType::Mass: generateM(); break;
      case LMType::NotStated: default: break; }
19
20
21
    void LocalMatrix::generateG() {
22
      J::SetValues(_x, _y, _z);
for (size_t i(0); i < _localMatrixSize; ++i) {
  for (size_t j(0); j < _localMatrixSize; ++j) {</pre>
23
24
25
           auto rotPhi_i = BasisFunction::getRotAt(i);
26
           auto rotPhi_j = BasisFunction::getRotAt(j);
std::array < std::function<double(double, double, double)>, 3> v1{
27
28
             J::GetValueAtTransposed(0, 0) * rotPhi_i[0] + J::GetValueAtTransposed(0, 1) *
29

→ rotPhi_i[1] + J::GetValueAtTransposed(0, 2) * rotPhi_i[2],
             J::GetValueAtTransposed(1, 0) * rotPhi_i[0] + J::GetValueAtTransposed(1, 1) *
30
              \rightarrow \text{ rotPhi}\_i[1] + J::GetValueAtTransposed(1, 2) * rotPhi\_i[2], \\ J::GetValueAtTransposed(2, 0) * rotPhi\_i[0] + J::GetValueAtTransposed(2, 1) * \\ 
31
              → rotPhi_i[1] + J::GetValueAtTransposed(2, 2) * rotPhi_i[2], };
           std::array < std::function<double(double, double, double)>, 3> v2{
32
             33
             34
              \rightarrow \text{ rotPhi}\_j[1] + J:: \texttt{GetValueAtTransposed}(1, 2) * \text{rotPhi}\_j[2], \\ J:: \texttt{GetValueAtTransposed}(2, 0) * \text{rotPhi}\_j[0] + J:: \texttt{GetValueAtTransposed}(2, 1) * \\ 
35
            \rightarrow \text{ rotPhi}\_j[1] + J::GetValueAtTransposed(2, 2) * rotPhi\_j[2], \}; \\ \text{for } (\text{size\_t } k(0); k < 3; ++k) \_values[i][j] += Integration::Gauss5((v1[k] * v2[k])) \\ \end{aligned} 
36
           _values[i][j] /= _koef; } }
37
38
39
    void LocalMatrix::generateM() {
40
      41
42
43
44
             _values[i][j] += Integration::Gauss5(J::GetValueAtInverse(k, i / 4) *
45
              → BasisFunction::getAt(i) *
                J::GetValueAtInverse(k, j / 4) * BasisFunction::getAt(j) *
46
                J::GetDeterminant());
47
48
           49
   }
50
```

GlobalVector.h

```
#pragma once
   #include "...\Logger\Logger.h"
3
   #include "Vector.h"
   #include "Local Vector.h"
   #include <vector>
8
   #include <array>
   class GlobalVector : public Vector
10
11
   private:
12
       std::vector<double> _values{};
       void addLocalVectorValues(const std::array<size_t, 12> localRibs, const LocalVector&
14
           b);
   public:
15
       size_t getSize() const override { return _values.size(); }
16
       double operator() (size_t i) const override;
17
```

```
double& operator() (size_t i) override;
18
19
         GlobalVector();
20
       GlobalVector(size_t size) { _values.resize(size); }
21
        ~GlobalVector() {}
22
       void Fill(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas, std::vector<std::array<double,</pre>
23
           3>> points,
24
           std::vector<std::pair<size_t, size_t>> generatedRibs);
       void CommitBoundaryConditions(std::vector<std::array<size_t, 6>> borderRibs,
25
          std::vector<std::array<double, 3>> points, std::vector<std::pair<size_t, size_t>>
           generatedRibs);
       double Norma() const;
26
       friend double operator* (const GlobalVector v1, const GlobalVector v2);
       friend Global Vector operator* (const double a, const Global Vector v);
2.8
29
       friend Global Vector operator+ (const Global Vector v1, const Global Vector v2);
       friend GlobalVector operator- (const GlobalVector v1, const GlobalVector v2);
30
   };
31
```

GlobalVector.cpp

```
#include "Global Vector.h"
    void GlobalVector::addLocalVectorValues(const std::array<size_t, 12> localRibs, const
3
       LocalVector& b) {
        const std::array<size_t, 12> switchV{
            0, 3, 8, 11,
            1, 2, 9, 10,
              5, 6, 7 j;
7
        for (size_t i(0); i < b.getSize(); ++i) _values[localRibs[i]] += b(switchV[i]);
8
1.0
11
    double GlobalVector::operator()(size_t i) const {
        if (i >= Size) {
12
            Logger::ConsoleOutput("Index run out of Vector range.", NotificationColor::Alert);
            exit(-1);}
14
        return i < Size ? _values[i] : throw "Index run out of Vector range.";
15
16
17
    double& GlobalVector::operator()(size_t i) {
        if (i >= Size) {
19
            Logger::ConsoleOutput("Index run out of Vector range.", NotificationColor::Alert);
20
            exit(-1);}
21
        return _values[i];
22
23
24
   GlobalVector::GlobalVector() {
25
        Logger::ConsoleOutput("Global vector initialized, but it's empty",
26
            NotificationColor::Warning);
27
28
    void GlobalVector::Fill(std::vector<std::array<size_t, 13>> areas,
29
       std::vector<std::array<double, 3>> points,
                             std::vector<std::pair<size_t, size_t>> generatedRibs) {
30
        for (const auto& area : areas)
31
            std::array<size_t, 12> localArea{ area[1] area[2], area[3], area[10], area[11],
                                12> localArea{ area[1], area[4], area[9], area[12],
32
33
                area[5], area[6], area[7], area[8] }
            std::array<double, 8> xPoints = { points[generatedRibs[localArea[0]].first][0],
35
            → points[generatedRibs[localArea[0]].second][0],
points[generatedRibs[localArea[1]].first][0],
36
                    points[generatedRibs[localArea[1]].second][0],
37
                points[generatedRibs[localArea[2]].first][0],

→ points[generatedRibs[localArea[2]].second][0],
                points[generatedRibs[localArea[3]].first][0]
38
                 → points[generatedRibs[localArea[3]].second][0] };
            std::array<double, 8> yPoints = { points[generatedRibs[localArea[0]].first][1],
39
             → points[generatedRibs[localArea[0]].second][1],
                points[generatedRibs[localArea[1]].first][1],
40
                    points[generatedRibs[localArea[1]].second][1],
                points[generatedRibs[localArea[2]].first][1]
41

→ points[generatedRibs[localArea[2]].second][1],
```

```
points[generatedRibs[localArea[3]].first][1],
42
                  → points[generatedRibs[localArea[3]].second][1] }
             std::array<double, 8> zPoints = { points[generatedRibs[localArea[0]].first][2],
43
                 points[generatedRibs[localArea[0]].second][2],
                 points[generatedRibs[localArea[1]].first][2],
44
                  → points[generatedRibs[localArea[1]].second][2],
                 points[generatedRibs[localArea[2]].first][2]
                  → points[generatedRibs[localArea[2]].second][2],
                 points[generatedRibs[localArea[3]].first][2],
46
                  \rightarrow points[generatedRibs[localArea[3]].second][2] \};
             LocalVector b(xPoints, yPoints, zPoints); }
47
49
    void GlobalVector::CommitBoundaryConditions(std::vector<std::array<size_t, 6>>
50
        borderRibs, std::vector<std::array<double, 3>> points, std::vector<std::pair<size_t,
        size_t>> generatedRibs) {
        for (const auto& square : borderRibs) {
51
             size_t r0 = square[2]; size_t r1 = square[3];
52
             std::array<double, 3> _x = { points[generatedRibs[r0].first][0],
53
                points[generatedRibs[r0].second][0], points[generatedRibs[r1].second][0] };
54
             std::array<double, 3> _y = { points[generatedRibs[r0].first][1],
             \rightarrow \hspace{0.1in} \texttt{points[generatedRibs[r1].second][1], points[generatedRibs[r1].second][1] };
             std::array<double, 3> _z = { points[generatedRibs[r0].first][2],
    points[generatedRibs[r0].second][2], points[generatedRibs[r1].second][2] };
55
             auto getNormal = [_x, _y, _z]() -> vector {
    auto v = vector{(_y[1] - _y[0]) * (_z[2] - _z[0]) - (_z[1] - _z[0]) * (_y[2])
5.7
                      -y[0], -1.0 * ((x[1] - x[0]) * (z[2] - z[0]) - (z[1] - z[0]) * (x[2] - x[0])
                           x[0])
                 (_x[1] - _x[0]) * (_y[2] - _y[0]) - (_y[1] - _y[0]) * (_x[2] - _x[0]) };

double len = sqrt(v[0] * v[0] + v[1] * v[1] + v[2] * v[2]);

return vector{ v[0] / len, v[1] / len, v[2] / len }; };
60
             auto normal = getNormal();
62
             switch (square[0]) {
63
             case 2: case 3:
                 Logger::ConsoleOutput("Can't commit boundary conditions of 2nd or 3rd type.",
65
                     NotificationColor::Alert);
                 exit(-1); break;
66
             case 1:
67
                 for (size_t ii(2); ii < 6; ++ii) {
68
                      std::array<double, 3> middlePoint{ 0.5 *
69
                          (points[generatedRibs[square[ii]].first][0] +
                          points[generatedRibs[square[ii]].second][0])
                          0.5 * (points[generatedRibs[square[ii]].first][1] +
70
                              points[generatedRibs[square[ii]].second][1])
                          0.5 * (points[generatedRibs[square[ii]].first][2]
71
                              points[generatedRibs[square[ii]].second][2]),
                      auto fVector = Function::TestA(middlePoint[0], middlePoint[1],

→ middlePoint[2], 0.0);
                      auto fValue = fVector[0] * normal[0] + fVector[1] * normal[1] +
                      \rightarrow fVector[2] * normal[2];
                      _values[square[ii]] = fValue;
74
                 } break;
7.5
             default: break; } }
76
77
    double GlobalVector::Norma() const {
        double sum(0.0);
80
        for (const auto& value : _values) sum += value * value;
        return sqrt(sum);
82
83
    double operator*(const GlobalVector v1, const GlobalVector v2) {
85
        if (v1.Size != v2.Size) Logger::ConsoleOutput("During vector multiplication vectors
86
            have different size", NotificationColor::Alert);
        double sum(0.0)
        for (size_t i(0); i < v1.Size; ++i) sum += v1(i) * v2(i);
88
89
        return sum;
90
91
    GlobalVector operator*(const double a, const GlobalVector v) {
92
        GlobalVector result(v.Size);
93
        for (size_t i(0); i < v.Size; ++i) result(i) = a * v(i);
94
95
        return result;
```

```
96
97
    GlobalVector operator+(const GlobalVector v1, const GlobalVector v2) {
98
        if (v1.Size != v2.Size) Logger::ConsoleOutput("During vector multiplication vectors
99
            have different size", NotificationColor::Alert);
        GlobalVector result(v1.Size);
100
        for (size_t i(0); i < v1.Size; ++i) result(i) = v1(i) + v2(i);
101
        return result;
102
    }
103
104
    GlobalVector operator-(const GlobalVector v1, const GlobalVector v2) {
105
        if (v1.Size != v2.Size) Logger::ConsoleOutput("During vector multiplication vectors
106
         → have different size", NotificationColor::Alert);
        GlobalVector result(v1.Size);
107
        for (size_t i(0); i < v1.Size; ++i) result(i) = v1(i) - v2(i);
108
        return result;
109
110 | }
```

LocalVector.h

```
#pragma once
    #include "Vector.h"
3
    #include "LocalMatrix.h"
4
    \#include "...\Functions\Function.h"
    class LocalVector : public Vector {
8
   public:
        LocalVector() {};
        LocalVector(std::array<double, 8> x, std::array<double, 8> y, std::array<double, 8>
10
        \rightarrow z): x(x), y(y), z(z) {
            M = new LocalMatrix(1.0, _x, _y, _z, LMType::Mass);
11
12
            generate();
1.3
        ~LocalVector() {};
        double operator() (size_t i) const override { return _values[i]; }
15
        double& operator() (size_t i) override { return _values[i]; }
16
        size_t getSize() const override { return 12; }
17
   private:
18
19
        std::array<double, 8> _x{};
        std::array<double, 8> _y{};
std::array<double, 8> _z{};
20
21
        std::array<double, 12> _values{};
22
        void generate();
23
        LocalMatrix* M = nullptr;
24
25
   };
```

LocalVector.cpp

```
#include "Local Vector.h"
2
    #include <iostream>
3
4
    void LocalVector::generate() {
5
         auto findLen = [] (vector v) {return sqrt(v[0] * v[0] + v[1] * v[1] + v[2] * v[2]); };
6
         auto scMult = [](vector v1, vector v2) { return v1[0] * v2[0] + v1[1] * v2[1] + v1[2]
         \rightarrow * v2[2]; };
         std::array<vector, 12> diffVec = {
              vector\{x[1] - x[0], y[1] - y[0], z[1] - z[0]\},
                             -x[2], y[3] - y[2], z[3]
              vector{_x[3]
                                              - _y[4], _z[5]
- _y[6], _z[7]
              vector{_x[5]
vector{_x[7]
                                                                 - _z[4]},
                             - x[4], y[5]
11
                               x \begin{bmatrix} 6 \end{bmatrix}, y \begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}
12
              vector{_x[2]
                               _{x[0]}, _{y[2]}
                                                 _y[0], _z[2]
13
                                                 _y[1], _z[3]
              vector{_x[3]
                             - x[1], y[3]
                                                                 - _z[1]},
14
              vector{_x[6]
                             - x[4], y[6]
                                                 _y[4], _z[6]
                                                  _y[5], _z[7]
              vector{_x[7]
                               x[5], y[7]
                                                                 - _z[5]},
16
              vector\{x[4] - x[0], y[4]
                                               - y[0], z[4] - z[0],
17
             vector{_x[5] - _x[1], _y[5]
vector{_x[6] - _x[2], _y[6]
                                              - _y[1], _z[5]
- _y[2], _z[6]
18
19
```

```
20
^{21}
                                  22
                                 23
24
                                  scMult(Function::TestF1(_x[6] + 0.5 * diffVec[6][0], _y[6] + 0.5 * diffVec[6][1],
                                              _z[6] + 0.5 * diffVec[6][2], 0.0), diffVec[6]) / findLen(diffVec[6]),
                                  26
                                  scMult(Function::TestF1(\_x[1] + 0.5 * diffVec[1][0], \_y[1] + 0.5 * diffVec[1][1],
27
                                  \begin{array}{l} \Rightarrow \quad z[1] + 0.5 * \text{ diffVec}[1][2], 0.0), \text{ diffVec}[1]) / \text{ findLen}(\text{diffVec}[1]), \\ \text{scMult}(\text{Function}::\text{TestF1}(\_x[4] + 0.5 * \text{ diffVec}[4][0], \_y[4] + 0.5 * \text{ diffVec}[4][1], \\ \Rightarrow \quad z[4] + 0.5 * \text{ diffVec}[4][2], 0.0), \text{ diffVec}[4]) / \text{ findLen}(\text{diffVec}[4]), \\ \text{scMult}(\text{Function}::\text{TestF1}(\_x[5] + 0.5 * \text{ diffVec}[5][0], \_y[5] + 0.5 * \text{ diffVec}[5][1], \\ \Rightarrow \quad z[5] + 0.5 * \text{ diffVec}[5][2], 0.0), \text{ diffVec}[5]) / \text{ findLen}(\text{diffVec}[5]), \\ \text{scMult}(\text{Function}::\text{TestF1}(\_x[5] + 0.5 * \text{ diffVec}[5][2], 0.0), \text{ diffVec}[5]]), \\ \text{scMult}(\text{Function}::\text{TestF1}(\_x[5] + 0.5 * \text{ diffVec}[5][2], 0.0), \text{ diffVec}[5][1], \\ \text{diffVec}[5][1], \\ \text
28
                                  31
                                  scMult(Function::TestF1(\_x[2] + 0.5 * diffVec[2][0], \_y[2] + 0.5 * diffVec[2][1],
32
                                  33
                      for (size_t i(0); i < 12; ++i)
for (size_t j(0); j < 12; ++j)
34
35
                                              _values[i] += M->operator()(i, j) * vf[j];
36
          }
```

JacobiMatrix.h

```
#pragma once
    #include <functional>
    #include <array>
4
    class JacobiMatrix {
    private:
        // Points arrays.
        static std::array<double, 8> _x;
static std::array<double, 8> _y;
static std::array<double, 8> _z;
10
11
        // Template functions.
12
13
        static inline double const W_(double t) { return 0.5 * (1.0 - t);
        static inline double const W(double t) { return 0.5 * (1.0 + t); }
14
    public:
15
        JacobiMatrix() = delete;
16
        static void SetValues(std::array<double, 8> x, std::array<double, 8> y,
17

    std::array<double, 8> z);

        static inline double dxde(double eps, double eta, double zeta);
1.8
        static inline double dyde(double eps, double eta, double zeta);
19
        static inline double dzde(double eps, double eta, double zeta);
20
        static inline double dxdn(double eps, double eta, double zeta);
        static inline double dydn(double eps, double eta, double zeta); static inline double dzdn(double eps, double eta, double zeta);
22
23
        static inline double dxdc(double eps, double eta, double zeta);
24
        static inline double dydc(double eps, double eta, double zeta);
25
        static inline double dzdc(double eps, double eta, double zeta);
26
        static std::function<double(double, double, double)> const GetValueAt(size_t i,
27
            size_t j);
28
        static std::function<double(double, double) > const GetValueAtInverse(size_t
         \rightarrow i, size_t j);
        static std::function<double(double, double, double)> const

→ GetValueAtTransposed(size_t i, size_t j);
        static std::function<double(double, double, double)> const GetDeterminant();
    };
31
32
```

JacobiMatrix.cpp

```
#include "JacobiMatrix.h"
1
   std::array<double, 8> JacobiMatrix::_x = {};
std::array<double, 8> JacobiMatrix::_y = {};
std::array<double, 8> JacobiMatrix::_z = {};
4
   7
8
9
10
11
                   W(eta) * W(zeta) * (_x[7] - _x[6])); }
12
   13
14
15
16
17
18
   19
20
21
22
23
24
  25
26
27
28
29
30
   inline double JacobiMatrix::dydn(double eps, double eta, double zeta) {
   return 0.5 * (W_(eps) * W_(zeta) * (_y[2] - _y[0]) +
31
32
                   W(eps) * W_(zeta) * (y[3] - y[1]) +
33
                  W_(eps) * W(zeta) * (_y[6] - _y[4]) + W(eps) * W(zeta) * (_y[7] - _y[5])); }
34
35
36
   37
38
39
40
41
42
43
  44
45
46
47
48
49
   inline double JacobiMatrix::dydc(double eps, double eta, double zeta) {
50
      51
52
53
54
55
   56
57
58
59
60
62
   void JacobiMatrix::SetValues(std::array<double, 8> x, std::array<double, 8> y,
63

    std::array<double, 8> z) {
64
      x = x; y = y; z = z;
65
   std::function<double(double, double, double)> const JacobiMatrix::GetValueAt(size_t i,
66
      size_t j) {
      if (i == 0 and j == 0) return dxde;
if (i == 0 and j == 1) return dyde;
if (i == 0 and j == 2) return dzde;
67
68
69
      if (i == 1 and \ddot{j} == 0) return dxdn;
      if (i == 1 \text{ and } j == 1) return dydn;
71
```

```
if (i == 1 \text{ and } j == 2) \text{ return dzdn};
72
        if (i == 2 and j == 0) return dxdc;
73
        if (i == 2 and j == 1) return dydc;
74
        if (i == 2 \text{ and } j == 2) \text{ return dzdc};
75
76
77
    std::function<double(double, double, double)> const
        JacobiMatrix::GetValueAtInverse(size_t i, size_t j) {
79
        if (i == 0 \text{ and } j == 0)
             return [](double t0, double t1, double t2) { return (dydn(t0, t1, t2) * dzdc(t0,
80
             \rightarrow t1, t2)
                 dydc(t0, t1, t2) * dzdn(t0, t1, t2)) / GetDeterminant()(t0, t1, t2); };
81
        if (i == 0 \text{ and } j == 1)
             return [](double t0, double t1, double t2) { return -1.0 * (dyde(t0, t1, t2) *
83
             \rightarrow dzdc(t0, t1, t2)
        dydc(t0, t1, t2) * dzde(t0, t1, t2)) / GetDeterminant()(t0, t1, t2); }; if (i == 0 and j == 2)
84
85
             return [](double t0, double t1, double t2) { return (dyde(t0, t1, t2) * dzdn(t0,
86
                t1, t2) -
                 dydn(t0, t1, t2) * dzde(t0, t1, t2)) / GetDeterminant()(t0, t1, t2); };
87
        if (i == 1 \text{ and } j == 0)
88
             return [](double t0, double t1, double t2) { return -1.0 * (dxdn(t0, t1, t2) *
89
             \rightarrow dzdc(t0, t1, t2)
        90
91
             return [](double t0, double t1, double t2) { return (dxde(t0, t1, t2) * dzdc(t0,
92
             \rightarrow t1, t2) -
        93
94
             return [](double t0, double t1, double t2) { return -1.0 * (dxde(t0, t1, t2) *
95
             \rightarrow dzdn(t0, t1, t2)
        96
97
             return [](double t0, double t1, double t2) { return (dxdn(t0, t1, t2) * dydc(t0,
98
             \rightarrow t1, t2) -
                 dxdc(t0, t1, t2) * dydn(t0, t1, t2)) / GetDeterminant()(t0, t1, t2); };
99
        if (i == 2 \text{ and } j == 1)
100
             return [](double t0, double t1, double t2) { return -1.0 * (dxde(t0, t1, t2) *
101
             \rightarrow dydc(t0, t1, t2)
        102
103
             return [](double t0, double t1, double t2) { return (dxde(t0, t1, t2) * dydn(t0,
1\,0\,4
                t1, t2)
                 dxdn(t0, t1, t2) * dyde(t0, t1, t2)) / GetDeterminant()(t0, t1, t2); };
105
106
107
    std::function<double(double, double, double)> const
108
       JacobiMatrix::GetValueAtTransposed(size_t i, size_t j) { return GetValueAt(j, i); }
109
    std::function<double(double, double, double)> const JacobiMatrix::GetDeterminant() {
110
        return [](double t0, double t1, double t2) { return dxde(t0, t1, t2) * dydn(t0, t1, t2) * dzdc(t0, t1, t2) + dyde(t0, t1, t2) * dzdn(t0, t1, t2) * dxdc(t0, t1, t2) +
111
112
113
             dzde(t0, t1, t2) * dxdn(t0, t1, t2) * dydc(t0, t1, t2) -
114
            dzde(t0, t1, t2) * dydn(t0, t1, t2) * dxdc(t0, t1, t2) -
dyde(t0, t1, t2) * dxdn(t0, t1, t2) * dzdc(t0, t1, t2) -
dxde(t0, t1, t2) * dzdn(t0, t1, t2) * dydc(t0, t1, t2); };
115
116
117
118 | }
```

Mesh.h

```
1  #pragma once
2
3  #include <cassert>
4  #include <cmath>
5  #include <string>
6  #include <algorithm>
7
8  #include ".../DataTypes.h"
9  #include ".../Logger/Logger.h"
```

```
class Mesh {
11
    private:
12
           / Based.
13
         bool isGenerated_ = false;
bool isDeclarated_ = false;
14
15
         size_t linesAmountX_ = 0;
size_t linesAmountY_ = 0;
size_t linesAmountZ_ = 0;
16
17
18
         std::vector<Point> points_{};
size_t subdomainsAmount_ = 0;
19
20
         std::vector<std::array<size_t, 7>> subdomains_{};
21
         std::vector<AreaInfo> areasInfo_{};
22
23
         std::vector<AreaRibs> areasRibs_{};
         std::vector<std::pair<size_t, double_t>> delimitersX_{};
24
         std::vector<std::pair<size_t, double_t>> delimitersY_{};
25
         std::vector<std::pair<size_t, double_t>> delimitersZ_{};
26
         size_t bordersAmount_ = 0;
27
         std::vector<Border> borders_{};
2.8
         std::vector<BorderLine> borderRibs_{};
29
         std::vector<std::array<size_t, 6>> newBorders_{};
30
31
         std::vector<AreaPoints> areasPoints_{};
         std::vector<RibRef> referableRibs_{};
32
         // Additional.
33
         std::vector<Point> immutablePoints_{};
34
         std::vector<std::array<size_t, 7>> immutableSubdomains_{};
35
         std::vector<Border> immutableBorders_{};
36
         std::vector<size_t> numRefsOfLinesAboveX{};
37
         std::vector<size_t> numRefsOfLinesAboveY{};
38
         std::vector<size_t> numRefsOfLinesAboveZ{};
39
         void organizeBorders();
40
    public:
41
         Mesh() { Logger::ConsoleOutput("Mesh declared, but it's empty.",
42
             NotificationColor::Warning); };
         ~Mesh() {};
43
         bool CheckData();
44
         void CommitData(std::vector<std::string>* data);
inline bool isGenerated() const { return isGenerated_; }
45
         inline bool isDeclarated() const { return isDeclarated_; }
47
         inline size_t getLinesAmountX() const { return linesAmountX_; }
inline size_t getLinesAmountY() const { return linesAmountY_; }
inline size_t getLinesAmountZ() const { return linesAmountZ_; }
48
49
50
         inline std::vector<Point> getPoints() const { return points_; }
51
         inline std::vector<AreaRibs> getAreasAsRibs() const { return areasRibs_; }
52
         inline std::vector<RibRef> getRibsRefs() const { return referableRibs_; }
inline std::vector<Border> getBorders() const { return borders_; }
53
54
         inline std::vector<BorderLine> getBorderRibs() const { return borderRibs_; }
55
         inline std::vector<std::array<size_t, 6>> getNewBorderRibs() const { return
56
             newBorders_; }
         inline std::vector<AreaInfo> getAreaInfo() const { return areasInfo_; }
57
         __declspec(property(get = getLinesAmountX)) size_t LinesAmountX;
58
         __declspec(property(get = getLinesAmountY)) size_t LinesAmountY;
__declspec(property(get = getLinesAmountZ)) size_t LinesAmountZ;
59
60
         __declspec(property(get = isGeneraed)) bool IsGenerated;
61
         __declspec(property(get = isDeclarated)) bool IsDeclarated;
62
         __declspec(property(get = getPoints)) std::vector<Point> Points;
63
           64
         friend class MeshGenerator;
65
   };
```

Mesh.cpp

```
bordersIIISwifted++; } }
11
    }
12
13
    bool Mesh::CheckData() {
14
         if (linesAmountX_ * linesAmountY_ * linesAmountZ_ != points_.size()) return false;
if (linesAmountX_ - 1 != delimitersX_.size()) return false;
15
16
         if (linesAmountY_ - 1 != delimitersY_.size()) return false;
17
         if (linesAmountZ_ - 1 != delimitersZ_.size()) return false;
size_t maxLineX = 0; size_t maxLineY = 0; size_t maxLineZ = 0;
18
19
         for (const auto& subdomain : subdomains_) {
   maxLineX = maxLineX < subdomain[2] ? subdomain[2] : maxLineX;
   maxLineY = maxLineY < subdomain[4] ? subdomain[4] : maxLineY;</pre>
20
21
22
              maxLineZ = maxLineZ < subdomain[6] ? subdomain[6] : maxLineZ; }</pre>
23
         if (linesAmountX_ - 1 != maxLineX) return false;
if (linesAmountY_ - 1 != maxLineY) return false;
if (linesAmountZ_ - 1 != maxLineZ) return false;
24
25
26
         Logger::ConsoleOutput("Mesh checked and declared.", NotificationColor::Passed);
27
         isDeclarated_ = true; return true;
28
29
30
31
    void Mesh::CommitData(std::vector<std::string>* data) {
         auto currentItem = data->begin(); // Select first item of vector.
// Commit lines amount above X,Y,Z axis.
32
33
         linesAmountX_ = std::stoul(*currentItem); currentItem++;
linesAmountY_ = std::stoul(*currentItem); currentItem++;
34
35
         linesAmountZ_ = std::stoul(*currentItem); currentItem++;
36
         // Commit area description.
37
         for (size_t i(0); i < linesAmountX_ * linesAmountY_ * linesAmountZ_; ++i) {
38
              points_.emplace_back(std::stod(*currentItem),
                                                                                    // X
39
                                         std::stod(*(currentItem + 1))
40
                                         std::stod(*(currentItem + 2)));
41
              currentItem += 3; }
42
         immutablePoints_ = points_;
43
         // Commit unique areas description.
44
         subdomainsAmount_ = std::stoul(*currentItem); currentItem++;
45
         for (size_t i(0); i < subdomainsAmount_; ++i) {</pre>
46
              47
                   std::stoul(*(currentItem + 2)),
49
                   std::stoul(*(currentItem + 3)),
                                                                  // YO.
// Y1.
50
                   std::stoul(*(currentItem + 4)),
51
                                                                  // ZO.
                   std::stoul(*(currentItem + 5)),
52
                                                                  // Z1.
                   std::stoul(*(currentItem + 6)) };
53
              subdomains_.push_back(currentArray);
54
         currentItem += 7; }
immutableSubdomains_ = subdomains_;
// Commit unique areas coefficients description.
for (size_t i(0); i < subdomainsAmount_; ++i) {</pre>
55
56
57
58
              areasInfo_.emplace_back(std::stoul(*currentItem),
                                                                                          // Area num.
59
                                            std::stod(*(currentItem + 1))
                                                                                          // Mu_i.
60
                                            std::stod(*(currentItem + 2)));
                                                                                          // Sigma_i.
61
              currentItem += 3; }
62
         // Commit delimiters above X description.
63
         for (size_t i(0); i < linesAmountX_ - 1; ++i) {</pre>
64
              delimitersX_.emplace_back(std::stoul(*currentItem),
65
              std::stod(*(currentItem + 1)));
currentItem += 2; }
66
67
          // Commit delimiters above Y description.
68
         for (size_t i(0); i < linesAmountY_ - 1; ++i) {</pre>
69
              delimitersY_.emplace_back(std::stoul(*currentItem),
                   std::stod(*(currentItem + 1)));
71
              currentItem += 2; }
72
         //\ {\it Commit\ delimiters\ above\ Z\ description}.
73
         for (size_t i(0); i < linesAmountZ_ - 1; ++i) {</pre>
74
               delimitersZ_.emplace_back(std::stoul(*currentItem),
75
                   std::stod(*(currentItem + 1)));
76
               currentItem += 2; }
77
          // Commit information about borders.
78
         bordersAmount_ = std::stoul(*currentItem); currentItem++;
79
         for (size_t i(0); i < bordersAmount_; ++i) {
   borders_.emplace_back(std::stoul(*currentItem), // Border type.</pre>
80
81
                                                                   // Border formula num.
// XO.
                   std::stoul(*(currentItem + 1)),
82
                   std::stoul(*(currentItem + 2)),
83
                   std::stoul(*(currentItem + 3)),
                                                                   //X1.
                   std::stoul(*(currentItem + 4)),
85
```

MeshGenerator.h

```
#pragma once
1
    #include "Mesh.h"
3
    #include <cassert>
    #include <vector>
6
    typedef std::vector<std::vector<std::vector<Point>>> area3D;
    typedef std::vector<std::vector<Point>> square2D;
   typedef std::vector<Point> line1D;
10
11
   class MeshGenerator {
12
   private:
13
       static int SelectAreaNum(Mesh& mesh, std::array<size_t, 12> arr);
14
       static void GenerateListOfPoints(Mesh& mesh);
15
       static void GenerateListOfAreas(Mesh& mesh);
16
       static void GenerateListOfRibs(Mesh& mesh);
17
        static void GenerateListOfBorders(Mesh& mesh);
18
19
       MeshGenerator() = delete;
20
        static void Generate3DMesh(Mesh& mesh);
   };
22
```

MeshGenerator.cpp

```
#include "MeshGenerator.h"
2
    void MeshGenerator::Generate3DMesh(Mesh& mesh) {
         assert(mesh.IsDeclarated);
4
         for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountX; ++i) mesh.numRefsOfLinesAboveX.push_back(i);</pre>
5
         for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountY; ++i) mesh.numRefsOfLinesAboveY.push_back(i);</pre>
         for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountZ; ++i) mesh.numRefsOfLinesAboveZ.push_back(i);</pre>
         GenerateListOfPoints(mesh); GenerateListOfRibs(mesh);
GenerateListOfAreas(mesh); GenerateListOfBorders(mesh);
8
9
10
11
    int MeshGenerator::SelectAreaNum(Mesh& mesh, std::array<size_t, 12> arr) {
12
         auto sxy = mesh.LinesAmountX * mesh.LinesAmountY;
1.3
         auto p1 = mesh.referableRibs_[arr[0]].p1;
auto p2 = mesh.referableRibs_[arr[11]].p2;
14
15
         auto 1x0 = p1 % mesh.LinesAmountX;
auto 1x1 = p2 % mesh.LinesAmountX;
auto 1y0 = (p1 % sxy) / mesh.LinesAmountX;
auto 1y1 = (p2 % sxy) / mesh.LinesAmountX;
16
17
18
19
         auto 1z0 = p1 / sxy; auto 1z1 = p2 / sxy;
20
         for (const auto& area : mesh.subdomains_)
21
              if (mesh.numRefsOfLinesAboveX[area[1]] <= lxO and
22
                   lx1 <= mesh.numRefsOfLinesAboveX[area[2]] and</pre>
                   mesh.numRefsOfLinesAboveY[area[3]] <= lyO and</pre>
24
                   ly1 <= mesh.numRefsOfLinesAboveY[area[4]] and</pre>
25
                   mesh.numRefsOfLinesAboveZ[area[5]] <= 1z0 and
26
                   lz1 <= mesh.numRefsOfLinesAboveZ[area[6]])</pre>
27
                   return area[0];
28
         Logger::ConsoleOutput("Error during selection of area num", NotificationColor::Alert);
29
30
         return NAN;
31
32
     // Try to optimize memory.
33
    void MeshGenerator::GenerateListOfPoints(Mesh& mesh) {
34
         // Construct 3D area.
35
         area3D figure{};
```

```
figure.resize(mesh.LinesAmountZ);
37
          for (auto& square : figure) {
38
               square.resize(mesh.LinesAmountY);
39
               for (auto& line : square) line.resize(mesh.LinesAmountX); }
40
 41
          auto sxy = mesh.LinesAmountX * mesh.LinesAmountY;
42
          auto lx = mesh.LinesAmountX;
43
          for (size_t k(0); k < mesh.LinesAmountZ; ++k)</pre>
 44
               for (size_t j(0); j < mesh.LinesAmountY; ++j)
    for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountX; ++i)</pre>
45
46
                         figure[k][j][i] = mesh.immutablePoints_[k * sxy + j * lx + i];
47
          // Generation above X-axis.
48
          for (size_t k(0); k < mesh.LinesAmountZ; ++k) {</pre>
49
               for (size_t j(0); j < mesh.LinesAmountY; ++j) {</pre>
50
                    line1D lineToBuild{}
51
                    lineToBuild = figure[k][j];
52
                    size_t shift = mesh.LinesAmountX - 1;
53
                    auto iterOnXRefs = mesh.numRefsOfLinesAboveX.begin() + 1;
54
                    for (const auto& info : mesh.delimitersX_) {
55
                         auto rightBorderIter = lineToBuild.end() - shift;
56
                         auto amountOfDelimiters = info.first;
                         auto coefficientOfDelimiter = info.second;
58
                         *iterOnXRefs = *(iterOnXRefs - 1) + amountOfDelimiters;
59
                         iterOnXRefs++;
60
                         double denum = 0.0;
61
                         for (size_t ii(0); ii < amountOfDelimiters; ++ii)</pre>
62
63
                              denum += pow(coefficientOfDelimiter, ii);
                         double x0 = (*(rightBorderIter - 1)).x; double x1 = (*rightBorderIter).x;
64
                         double y0 = (*(rightBorderIter - 1)).y; double y1 = (*rightBorderIter).y; double z0 = (*(rightBorderIter - 1)).z; double z1 = (*rightBorderIter).z; double deltX = x1 - x0; double deltY = y1 - y0; double deltZ = z1 - z0; double xh = deltX / denum; double yh = deltY / denum; double zh = deltZ / denum; double multiplier = 0.0;
65
66
67
68
69
                         for (size_t ii(0); ii < amountOfDelimiters - 1; ++ii) {</pre>
70
                              multiplier += pow(coefficientOfDelimiter, ii);
                              72
73
                              lineToBuild.insert(lineToBuild.end() - shift, pointToInsert);
74
                         } shift-
75
                    } figure[k][j] = lineToBuild;
76
77
          } mesh.linesAmountX_ = figure[0][0].size();
// Generation above Y-axis.
for (size_t k(0); k < mesh.LinesAmountZ; ++k) {</pre>
78
79
80
               square2D squareToBuild{};
81
               squareToBuild = figure[k];
82
83
               size_t shift = mesh.LinesAmountY - 1;
               auto iterOnYRefs = mesh.numRefsOfLinesAboveY.begin() + 1;
84
85
               for (const auto& info : mesh.delimitersY_) {
                    auto rightBorderIter = squareToBuild.end() - shift;
86
                    auto amountOfDelimiters = info.first;
87
                    auto coefficientOfDelimiter = info.second;
88
89
                    *iterOnYRefs = *(iterOnYRefs - 1) + amountOfDelimiters;
90
                    iterOnYRefs++;
                    line1D v0(mesh.LinesAmountX); line1D v1(mesh.LinesAmountX);
91
                    std::copy((*(rightBorderIter - 1)).begin(), (*(rightBorderIter - 1)).end(),
                        v0.begin());
                    std::copy((*(rightBorderIter)).begin(), (*(rightBorderIter)).end(),
93
                       v1.begin());
                    square2D subSquareToBuild(amountOfDelimiters - 1);
94
                    for (auto& line : subSquareToBuild) line.resize(mesh.LinesAmountX);
double denum = 0.0;
95
96
                    for (size_t ii(0); ii < amountOfDelimiters; ++ii)</pre>
97
                         denum += pow(coefficientOfDelimiter, ii)
98
                    for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountX; ++i) {</pre>
99
                         double x0 = v0[i].x; double x1 = v1[i].x;
100
                         double y0 = v0[i].y; double y1 = v1[i].y;
double z0 = v0[i].z; double z1 = v1[i].z;
101
102
                         double deltX = x1 - x0; double deltY = y1 - y0; double deltZ = z1 - z0;
double xh = deltX / denum; double yh = deltY / denum;
double zh = deltZ / denum; double multiplier = 0.0;
103
104
105
                         for (size_t ii(0); ii < amountOfDelimiters - 1; ++ii) {</pre>
106
                              multiplier += pow(coefficientOfDelimiter, ii);
107
                              auto pointToInsert = Point(x0 + xh * multiplier;
108
                                   y0 + yh * multiplier, z0 + zh * multiplier);
109
                              subSquareToBuild[ii][i] = pointToInsert;
110
```

```
111
112
                    for (auto line : subSquareToBuild)
                         squareToBuild.insert(squareToBuild.end() - shift, line);
113
                    shift--;
114
               } figure[k] = squareToBuild;
115
          } mesh.linesAmountY_ = figure[0].size();
116
          // Generate above Z-axis.
117
          area3D areaToBuild{};
118
          areaToBuild = figure;
size_t shift = mesh.LinesAmountZ - 1;
119
120
          auto iterOnZRefs = mesh.numRefsOfLinesAboveZ.begin() + 1;
121
          for (const auto& info : mesh.delimitersZ ) {
122
               auto rightBorderIter = areaToBuild.end() - shift;
123
124
               auto amountOfDelimiters = info.first;
               auto coefficientOfDelimiter = info.second;
125
               *iterOnZRefs = *(iterOnZRefs - 1) + amountOfDelimiters;
126
               iterOnZRefs++;
127
               square2D s0(mesh.LinesAmountY); for (auto& line : s0)
128
                → line.resize(mesh.LinesAmountX);
               square2D s1(mesh.LinesAmountY); for (auto& line : s1)
129
                   line.resize(mesh.LinesAmountX);
               std::copy((*(rightBorderIter - 1)).begin(), (*(rightBorderIter - 1)).end(),
130
               \rightarrow s0.begin());
               std::copy((*(rightBorderIter)).begin(), (*(rightBorderIter)).end(), s1.begin());
131
               area3D subAreaToBuild(amountOfDelimiters - 1);
132
               for (auto& square : subAreaToBuild) {
133
                    square.resize(mesh.LinesAmountY);
134
                    for (auto& line : square)
135
136
                         line.resize(mesh.LinesAmountX); }
               double denum = 0.0;
137
               for (size_t ii(0); ii < amountOfDelimiters; ++ii)</pre>
138
               denum += pow(coefficientOfDelimiter, ii);
for (size_t j(0); j < mesh.LinesAmountY; ++j) {
   for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountX; ++i) {
      double x0 = s0[j][i].x; double x1 = s1[j][i].x;
      double y0 = s0[j][i].y; double y1 = s1[j][i].y;
      double y0 = s0[j][i].y; double y1 = s1[j][i].y;</pre>
139
140
141
142
143
                         double z0 = s0[j][i].z; double z1 = s1[j][i].z;
144
                         double deltX = x1 - x0; double deltY = y1 - y0; double deltZ = z1 - z0;
145
146
                         double xh = deltX / denum;
147
                         double yh = deltY / denum;
148
                         double zh = deltZ / denum;
149
                         double multiplier = 0.0;
150
                         for (size_t ii(0); ii < amountOfDelimiters - 1; ++ii) {</pre>
151
                              multiplier += pow(coefficientOfDelimiter, ii);
152
                              auto pointToInsert = Point(x0 + xh * multiplier,
153
                                   y0 + yh * multiplier
154
                                   z0 + zh * multiplier);
155
                              subAreaToBuild[ii][j][i] = pointToInsert; } }
156
157
               for (auto square : subAreaToBuild)
                    areaToBuild.insert(areaToBuild.end() - shift, square);
158
               shift--;
159
          } figure = areaToBuild;
160
161
          mesh.linesAmountZ_ = figure.size();
          // Convert borders array.
162
          for (auto& border : mesh.borders_) {
163
               border.refs_[0] = mesh.numRefsOfLinesAboveX[border.refs_[0]];
border.refs_[1] = mesh.numRefsOfLinesAboveX[border.refs_[1]];
164
165
               border.refs_[2] = mesh.numRefsOfLinesAboveY[border.refs_[2]];
166
               border.refs_[3] = mesh.numRefsOfLinesAboveY[border.refs_[3]];
167
               border.refs_[4] = mesh.numRefsOfLinesAboveZ[border.refs_[4]];
border.refs_[5] = mesh.numRefsOfLinesAboveZ[border.refs_[5]]; }
168
169
          // Convert to line-format.
170
          mesh.linesAmountZ_ = figure.size();
171
          mesh.points_.resize(mesh.linesAmountX_ * mesh.linesAmountY_ * mesh.linesAmountZ_);
172
          sxy = mesh.LinesAmountX * mesh.LinesAmountY;
          lx = mesh.LinesAmountX;
174
          for (size_t k(0); k < mesh.LinesAmountZ; ++k)</pre>
175
               for (size_t j(0); j < mesh.LinesAmountY; ++j)
for (size_t i(0); i < mesh.LinesAmountX; ++i)
176
177
                         mesh.points_[k * sxy + j * lx + i] = figure[k][j][i];
178
179
180
     void MeshGenerator::GenerateListOfAreas(Mesh& mesh) {
181
          size_t rx = mesh.LinesAmountX - 1; size_t ry = mesh.LinesAmountY - 1;
size_t nx = mesh.LinesAmountX; size_t ny = mesh.LinesAmountY;
182
183
```

```
size_t rxy = rx * ny + ry * nx; size_t nxy = nx * ny;
184
          size_t nz = mesh.LinesAmountZ;
185
          for (size_t k(0); k < nz - 1; ++k)
186
               for (size_t j(0); j < ny - 1; ++j)
for (size_t i(0); i < nx - 1; ++i) {
    size_t curr = i + j * (nx + rx) + k * (rxy + nxy);
187
188
189
                          std::array<size_t, 12> arrI = {
190
                               curr, curr + rx, curr + rx + 1, curr + rx + nx,

curr + rxy - j * rx, curr + rxy + 1 - j * rx, curr + rxy + nx - j *

rx, curr + rxy + nx + 1 - j * rx,

curr + rxy + nxy, curr + rxy + nxy + rx, curr + rxy + nxy + rx + 1,
191
192
193
                                \rightarrow curr + rxy + nxy + rx + nx };
                          int areaNumber = SelectAreaNum(mesh, arrI);
194
                          mesh.areasRibs_.emplace_back(areaNumber, arrI); }
195
196
197
     void MeshGenerator::GenerateListOfRibs(Mesh& mesh) {
198
          auto nx = mesh.LinesAmountX; auto ny = mesh.LinesAmountY;
199
          auto nz = mesh.LinesAmountZ;
200
          auto nxny = mesh.LinesAmountX * mesh.LinesAmountY;
201
          for (int k = 0; k < mesh.LinesAmountZ; k++) {</pre>
202
               for (int j = 0; j < mesh.LinesAmountY; j++) {
   for (int i = 0; i < mesh.LinesAmountX - 1; i++)</pre>
203
204
                          mesh.referableRibs_.emplace_back(k * nxny + nx * j + i, k * nxny + nx * j
205
                          \leftrightarrow + i + 1);
                     if (j != mesh.LinesAmountY - 1)
206
                          for (int i = 0; i < nx; i++)
207
                               mesh.referableRibs_.emplace_back(k * nxny + nx * j + i, k * nxny + nx
208
                                   * (j + 1) + i); }
               if (k != mesh.LinesAmountZ - 1)
209
                     for (int j = 0; j < mesh.LinesAmountY; j++)
    for (int i = 0; i < mesh.LinesAmountX; i++)</pre>
210
211
                               mesh.referableRibs_.emplace_back(k * nxny + nx * j + i, (k + 1) *
212
                               \rightarrow nxny + nx * j + i); }
          Logger::ConsoleOutput("Ribs array generated.", NotificationColor::Passed);
213
     }
214
215
     void MeshGenerator::GenerateListOfBorders(Mesh& mesh) {
216
          Logger::ConsoleOutput("Borders generates just for 1st type and formula num 1!",
217
           → NotificationColor::Warning);
          auto nx = mesh.getLinesAmountX(); auto ny = mesh.getLinesAmountY();
218
          auto nz = mesh.getLinesAmountZ(); auto nxny = nx * ny;
auto rxy = (nx - 1) * ny + (ny - 1) * nx;
219
220
           // XYO
221
          222
223
224
                          i * (2 * nx - 1) + j, i * (2 * nx - 1) + j + nx - 1, i * (2 * nx - 1) + j + nx - 1, i * (2 * nx - 1) + j + nx + nx - 1});
225
226
          // XOZ
227
          for (size_t i = 0; i < nz - 1; i++)
228
                for (size_t j = 0; j < nx - 1; j++)
mesh.newBorders_.push_back(std::array<size_t, 6> {1, 1,
229
230
                         i * (rxy + nxny) + j, i * (rxy + nxny) + j + rxy,
i * (rxy + nxny) + j + rxy + 1, i * (rxy + nxny) + j + rxy + nxny});
231
232
           // OYZ
233
          for (size_t i = 0; i < nz - 1; i++)
234
               235
236
237
                          rxy + nx + i * (rxy + nxny) + j * nx, rxy + nxny + nx - 1 + i * (rxy + nxny)
238
                          \rightarrow nxny) + j * (2 * nx - 1)});
          // XY1
239
          for (size_t i = 0; i < ny - 1; i++)
240
               for (size_t j = 0; j < nx - 1; j++)
  mesh.newBorders_.push_back(std::array<size_t, 6> {1, 1,
241
242
                          (nz - 1)*(rxy + nxny) + j + i * (2 * nx - 1),

(nz - 1)*(rxy + nxny) + nx - 1 + j + i * (2 * nx - 1),
243
244
                          (nz - 1)*(rxy + nxny) + nx + j + i * (2 * nx - 1),
(nz - 1)*(rxy + nxny) + nx + nx - 1 + j + i * (2 * nx - 1)});
245
246
          // X1Z
247
          for (size_t i = 0; i < nz - 1; i++)
248
                for (size_t j = 0; j < nx - 1; j++)
  mesh.newBorders_.push_back(std::array<size_t, 6> {1, 1,
249
250
```

```
(ny - 1)* nx + (ny - 1)* (nx - 1) + j + i * (rxy + nxny),
251
                                     (ny - 1)* nx + (ny - 1) * (nx - 1) + j + 1 * (1xy + nxny),

(ny - 1)* nx + (ny - 1) * (nx - 1) + nxny - 1 + j + i * (rxy + nxny),

(ny - 1)* nx + (ny - 1) * (nx - 1) + nxny + j + i * (rxy + nxny),

(ny - 1)* nx + (ny - 1) * (nx - 1) + nxny + j + rxy + i * (rxy + nxny)});
252
253
254
               // 1YZ
255
               for (size_t i = 0; i < nz - 1; i++)
    for (size_t j = 0; j < ny - 1; j++)</pre>
256
257
                              258
259
                                     rxy + i * (rxy + nxny) + j * nx + nx - 1,

rxy + nx + i * (rxy + nxny) + j * nx + nx - 1,

rxy + nxny + nx - 1 + i * (rxy + nxny) + j * (2 * nx - 1) + nx - 1});
260
261
262
263 }
```

LOS.h

```
#pragma once
1
   #include "Solver.h"
3
   class LOS : public Solver {
5
6
   public:
       LOS() : Solver() {};
       LOS(double eps, size_t maxIters) : Solver(eps, maxIters) {};
9
        ~LOS() {};
       GlobalVector Solve(const GlobalMatrix& A, const GlobalVector& b) const override;
10
   };
11
```

LOS.cpp

```
#include "LOS.h"
     {	t Global Vector \ LOS::Solve(const \ Global Matrix \& \ A, \ const \ Global Vector \& \ b)} const {	t \{}
3
          GlobalVector x(b.Size); GlobalVector _x(b.Size);
4
          GlobalVector r(b.Size); GlobalVector _r(b.Size); GlobalVector z(b.Size); GlobalVector _z(b.Size); GlobalVector _z(b.Size); GlobalVector _p(b.Size); GlobalVector _p(b.Size); double alph(0.0); double beta(0.0); r = b - A * x; z = r; p = A * r; size_t iter(0);
6
7
8
9
10
               11
12
13
14
15
16
                ++iter;
17
          } while (iter < _maxIters and r.Norma() / b.Norma() >= _eps);
18
19
          return x;
20 | }
```

Pardiso.cpp

```
printf("writing %s... ", fname);
11
12
      for (i = 0; i < n_of_records; i++) {
        for (j = 0; j < len_of_record; j++)
    fprintf(fp, "%25.13e\t", massiv[i*len_of_record + j]);
fprintf(fp, "\n");}</pre>
13
14
15
      printf("done\n");
16
      fclose(fp);
17
18
      return 0;
19
20
    int Read_Long_From_Txt_File(const char *fname, int *number) {
21
      FILE *fp;
22
      int temp; int retcode;
23
      if ((fp = fopen(fname, "r")) == 0) {
24
        char str[100];
sprintf(str, "Error: Cannot open file \"%s\" for reading.\n", fname);
25
26
        return 1;} retcode = fscanf(fp, "%ld", &temp);
27
      if (retcode != 1){
28
        char str[100];
29
        "Error reading file \"%s\".\n", fname);
30
31
      fclose(fp); return 0;
32
33
34
    int Read_Bin_File_Of_Double(const char *fname, double *massiv, int n_of_records, int
35
       len_of_record) {
      int temp; FILE *fp;
36
      if ((fp = fopen(fname, "r+b")) == 0) {
37
        char str[100];
38
                      "Error: Cannot open file \"%s\" for reading.\n", fname);
39
        sprintf(str,
        return 1; }
40
      temp = fread(massiv, sizeof(double)*len_of_record, n_of_records, fp);
41
      if (temp != n_of_records) {
42
        char str[100];
sprintf(str, "Error reading file \"%s\". %ld of %ld records was read.\n", fname,
4.3
44
            temp, n_of_records);
        fclose(fp);
45
        return 1; }
46
47
      fclose(fp); return 0;
48
49
50
    int Read_Bin_File_Of_Long(const char *fname, int *massiv, int n_of_records, int
       len_of_record) {
      int temp; FILE *fp;
51
      if ((fp = fopen(fname, "r+b")) == 0) {
52
        char str[100];
53
        sprintf(str, "Cannot open file %s.\n", fname);
54
55
        return 1; }
56
      temp = fread(massiv, sizeof(int)*len_of_record, n_of_records, fp);
      if (temp != n_of_records){
57
        char str[100];
58
        sprintf(str, "Error reading file \"%s\". %ld of %ld records was read.\n", fname,
59

    temp, n_of_records);

        fclose(fp);
60
        return 1;}
61
      fclose(fp); return 0;
62
   }
63
64
    void FromRSFToCSR_Real_1_Sym(int nb, int *ig, int *sz_ia, int *sz_ja) {
65
66
      *sz_{ia} = nb + 1; *sz_{ja} = ig[nb] + nb;
67
68
    void FromRSFToCSR_Real_2_Sym(int nb, int *ig, int *jg, double *di, double *gg,
69
      MKL_INT *ia, MKL_INT *ja, double *a) {
70
      int i, j, k;
vector<MKL_INT> adr;
71
72
      adr.resize(nb, 0);
73
      for (i = 0; i < nb; i++) {
74
        adr[i] += 1;
75
        for (j = ig[i]; j \leftarrow ig[i + 1] - 1; j++) {
76
          k = [jg[j]]
77
          adr[k]++;}}
78
      // ia
79
      ia[0] = 0;
80
      for (i = 0; i < nb; i++) ia[i + 1] = ia[i] + adr[i];
81
```

```
82
         // ja,
 83
                     a
         for (i = 0; i < ig[nb] + nb; i++) a[i] = 0;
 84
 85
         for (i = 0; i < nb; i++) adr[i] = ia[i];
 86
 87
         for (i = 0; i < nb; i++) {
   ja[adr[i]] = i;</pre>
 88
 89
            a[adr[i]] = di[i];
 90
         adr[i]++; }
for (i = 0; i < nb; i++) {
  for (j = ig[i]; j <= ig[i + 1] - 1; j++) {
    k = jg[j]; ja[adr[k]] = i;
    a[adr[k]] = gg[j]; adr[k]++; } }
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
       int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
99
         logfile.open("pardiso64.log");
100
         if (!logfile) {
  cerr << "Cannot open pardiso64.log" << endl;</pre>
101
102
            return 1;}
103
         int i; int ig_n_1 = 0;
int sz_ia = 0; int sz_ja = 0;
int nb; int *ig = NULL;
int *jg = NULL; double *di = NULL;
104
105
106
         int *jg = NULL; do
double *ggl = NULL;
107
108
         109
110
111
112
113
         double *a = NULL; MKL_INT_*ia = NULL;
114
         MKL_INT *ja = NULL; MKL_INT *perm = NULL; MKL_INT iparm[64];
115
116
         iparm[0] = 1; for (i = 1; i < 64; i++) iparm[i] = 0;
iparm[0] = 1; MKL_INT msglvl = 1; double *pr = NULL;
double *x = NULL; MKL_INT error = 0;</pre>
117
118
119
         Read_Long_From_Txt_File("kuslau2", &nb);
120
         ig = new int[nb + 1];
121
         Read_Bin_File_Of_Long("ig", ig, nb + 1, 1);
for (i = 0; i < nb + 1; i++) ig[i]--;
122
123
         ig_n_1 = ig[n_b];
124
125
         jg = new int[ig_n_1];
         Read_Bin_File_Of_Long("jg", jg, ig_n_1, 1);
for (i = 0; i<ig_n_1; i++) jg[i]--;
126
127
         di = new double[nb];
128
         Read_Bin_File_Of_Double("di", di, nb, 1);
129
         ggl = new double[ig_n_1];
130
         Read_Bin_File_Of_Double("gg", ggl, ig_n_1, 1);
131
132
         pr = new double[nb];
         Read_Bin_File_Of_Double("pr", pr, nb, 1);
133
         FromRSFToCSR_Real_1_Sym(nb, ig, &sz_ia, &sz_ja);
ia = new MKL_INT[sz_ia]; ja = new MKL_INT[sz_ja];
134
135
         a = new double[sz_ja];
136
         FromRSFToCSR_Real_2_Sym(nb, ig, jg, di, ggl, ia, ja, a);
for (i = 0; i<sz_ia; i++) ia[i]++;
for (i = 0; i<sz_ja; i++) ja[i]++;
if (ig) { delete[] ig; ig = NULL; }
if (ig) { delete[] ig; ig = NULL; }
137
138
139
140
         if (jg) { delete[] jg; jg = NULL; }
if (di) { delete[] di; di = NULL; }
if (ggl) { delete[] ggl; ggl = NULL; }
141
142
143
         n = nb; x = new double[nb];
         perm = new MKL_INT[nb];
145
         cout << "pardiso start.." << endl << flush;
146
147
         PARDISO(pt, &maxfct, &mnum, &mtype, &phase,
            &n, a, ia, ja, perm, &nrhs, iparm,
&msglvl, pr, x, &error); phase = -1;
148
149
         PARDISO(pt, &maxfct, &mnum, &mtype, &phase, &n, a, ia, ja, perm, &nrhs, iparm,
150
151
152
            &msglvl, pr, x, &error);
         clock_t time = (clock() - begin) / CLOCKS_PER_SEC;
153
         ofstream fout; fout.open("kit", ios_base::app);
fout << "n=" << nb << " pardiso time=" << time << " s" << endl;
154
155
         fout.close();
156
         Write_Txt_File_Of_Double("x.txt", x, nb, 1);
157
```

```
cout << "info=" << error << endl;
logfile << "info=" << error << endl;
logfile << "info=" << error << endl;
if (a) { delete[] a; a = NULL; }
if (x) { delete[] x; x = NULL; }
if (pr) { delete[] pr; pr = NULL; }
if (ia) { delete[] ia; ia = NULL; }
if (ja) { delete[] ja; ja = NULL; }
if (perm) { delete[] perm; perm = NULL; }
logfile.close(); logfile.clear();
return 0;
}
```