

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Информатика

Лабораторная работа № 2 "Синтез помехоустойчивого кода"

Выполнил студент

Егорова Варвара Александровна

Группа № Р3123

Преподаватель: Болдырева Елена Александровна

г. Санкт-Петербург

2023

## Оглавление

Задание №1:.....	3
Задание №2:.....	3
Задание №3:.....	3
Задание №4 (необязательное):.....	4
Основные этапы вычисления: .....	4
Задание 1.1:.....	5
Задание 1.2:.....	5
Задание 1.3:.....	5
Задание 1.4:.....	5
Задание 2:.....	6
Задание 3:.....	7
Задание 4:.....	7
Вывод:.....	8

## Вариант: 87

### Задание №1:

Необходимо на основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода (таблица 1); построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4); показать, имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие; записать правильное сообщение.

Номер задания (номер в таблице)	Полученное сообщение
1 (71)	0000101
2 (1)	0001000
3 (43)	0000011
4 (26)	1100001

(Таблица 1)

### Задание №2:

На основании номера варианта выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода; построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11); показать, имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие; записать правильное сообщение.

Полученное сообщение: 001010101100101 (номер 86)

### Задание №3:

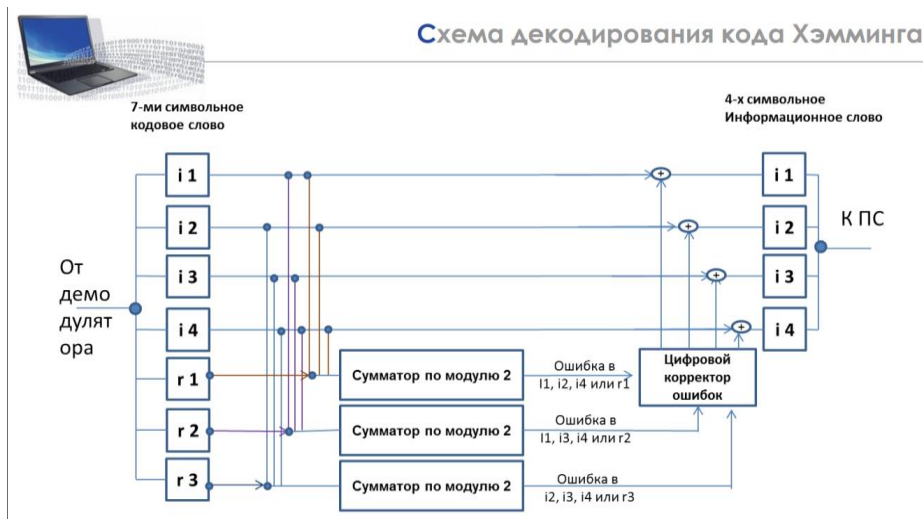
Сложить номера вариантов всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

## Задание №4 (необязательное):

Написать программу на любом языке программирования, которая на вход из командной строки получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7;4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

## Основные этапы вычисления:

Схема декодирования кода Хэмминга (7;4):



(рис. 1)

Таблица кода Хэмминга (7;4):

**Таблица кода Хэмминга**

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

$$r_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_4$$

$$r_2 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$r_3 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4$$

Синдром S (s1, s2, s3)	000	001	010	011	100	101	110	111
Конфигурация ошибок (позиция в сообщении)	НЕТ	0001000	0100000	0000010	1000000	0000100	0010000	0000001
Ошибка в символе	НЕТ	$r_3$	$r_2$	$i_3$	$r_1$	$i_2$	$i_1$	$i_4$

(рис. 2)

(Далее символ «+» будет использоваться как символ исключающего «или»)

### **Задание 1.1:**

Полученное сообщение: 0000101

Рассчитаем синдромы:

$$S_1 = 0 + 0 + 1 + 1 = 0$$

$$S_2 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1$$

$$S_3 = 0 + 1 + 0 + 1 = 0$$

Таким образом, синдром  $S = 010$ . Воспользовавшись таблицей с рисунка 2, получим, что ошибка содержится в символе  $r_2$ .

Ответ: 0100101

### **Задание 1.2:**

Полученное сообщение: 0001000

Синдромы:

$$S_1 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$S_2 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$S_3 = 1 + 0 + 0 + 0 = 1$$

$S = 001$ , значит ошибка в символе  $r_3$ .

Ответ: 0000000

### **Задание 1.3:**

Полученное сообщение: 0000011

Синдромы:

$$S_1 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1$$

$$S_2 = 0 + 0 + 1 + 1 = 0$$

$$S_3 = 0 + 0 + 1 + 1 = 0$$

$S = 100$  — ошибка в символе  $r_1$ .

Ответ: 1000011

### **Задание 1.4:**

Полученное сообщение: 1100001

$$S_1 = 1 + 0 + 0 + 1 = 0$$

$$S_2 = 1 + 0 + 0 + 1 = 0$$

$$S_3 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1$$

$S = 001$  – ошибка в символе  $r_3$ .

Ответ: 1101001

## Задание 2:

Схема декодирования кода Хэмминга (15; 11):



(рис. 3)

Таблица кода Хэмминга(15; 11):

Таблица кода Хэмминга (3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^k$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	$S$
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$S_1$
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$S_2$
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$S_3$
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$S_4$

По таблице видно, за какие информационные биты отвечает каждый проверочный бит: контрольный бит с номером N контролирует все последующие N бит через каждые N бит, начиная с позиции N.

Аналогично с ошибочным битом.

**Пример.** Имеем синдром  $S(0,0,1,1)$ . Проверяем, за какой бит отвечают только  $r_3$  и  $r_4$ .  
 Ответ:  $i_8$  (12-й символ сообщения).

(рис. 4)

Полученное сообщение: 001010101100101

Исходя из рисунка 4, найдем синдромы:

$$S_1 = 0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 = 0$$

$$S_2 = 0 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 + 0 + 1 = 0$$

$$S_3 = 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 1 = 0$$

$$S_4 = 0 + 1 + 1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 1 = 0$$

$S = 0000$  – значит сообщение передано без ошибок

Ответ: 11011100101

### Задание 3:

$i = (71 + 1 + 43 + 26 + 86) * 4 = 908$  — количество информационных битов

Минимальное количество проверочных разрядов  $r$  вычисляется по формуле:

$$2^r \geq r + i + 1$$

Таким образом, минимальное количество проверочных разрядов  $r = 10$

Коэффициент избыточности вычисляется по формуле:

$$k = r / (i + r) = 10 / (908 + 10) = 0,0108932462$$

Ответ: 10; 0,0108932462

### Задание 4:

Исходный код на языке Python:

```
def Heming(begin):
    syndrome1 = str(int(begin[0]) ^ int(begin[2]) ^ int(begin[4]) ^ int(begin[6]))
    syndrome2 = str(int(begin[1]) ^ int(begin[2]) ^ int(begin[5]) ^ int(begin[6]))
    syndrome3 = str(int(begin[3]) ^ int(begin[4]) ^ int(begin[5]) ^ int(begin[6]))
    main_syndrome = syndrome1 + syndrome2 + syndrome3
    errors = {'000': -1, '001': 3, '010': 1, '011': 5, '100': 0, '101': 4, '110': 2, '111': 6}
    names = {0: 'r1', 1: 'r2', 2: 'i1', 3: 'r3', 4: 'i2', 5: 'i3', 6: 'i4'}
    error = errors[main_syndrome]
    if error < 0:
        print('Сообщение "' + begin[2] + begin[4] + begin[5] + begin[6] + '" верное')
    else:
        end = begin[:error] + str(int(not(int(begin[error])))) + begin[error + 1:]
        print('Верное сообщение: "' + end[2] + end[4] + end[5] + end[6] + '"')
        print('Ошибка в символе ' + str(error + 1) + ' (' + names[error] + ')')
```

```
Heming(input('Введите полученное сообщение: '))
```

Результат работы программы:

```
Введите полученное сообщение: 0000101  
Верное сообщение: "0101"  
Ошибка в символе 2 (r2)
```

```
...Program finished with exit code 0  
Press ENTER to exit console.
```

## Вывод:

В ходе данной лабораторной работы я изучила алгоритм декодирования кода Хэмминга, научилась анализировать помехоустойчивый код, находить в нём ошибки и исправлять их.