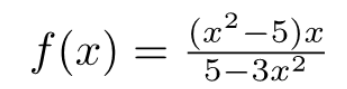
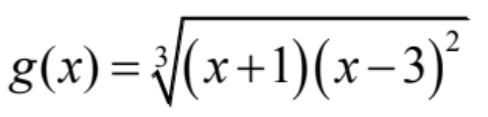
# Задание 4.

Необходимо провести поочередный анализ следующих функций:

 и

По следующему плану:

1) Найти область определения функции;

2) Проверить на чётность, периодичность и указать как это влияет на график функции;

3) Исследовать на нулевые значения и найти промежутки знакопостоянства;

4) Исследовать на монотонность и экстремумы;

5) Исследовать на выпуклость и точки перегиба;

6) Проверить на наличие асимптот;

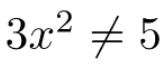
7) Найти точки пересечения графика с координатными осями и (при необходимости) найти значения функции в некоторых дополнительных точках;

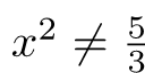
8) Построить эскиз графика на основе исследования;

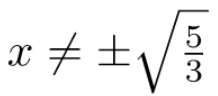
I. Рассмотрим функцию f(x):

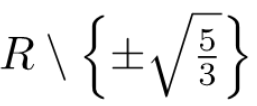
1) Так как 5 – 3x2 не равно 0, то:





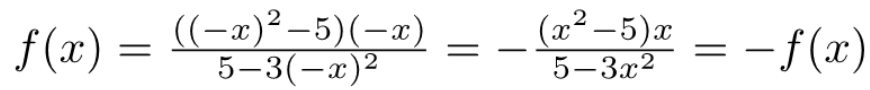






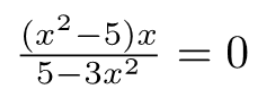
Следовательно область определения функции:

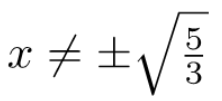
2) Поскольку:

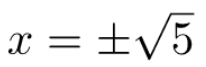


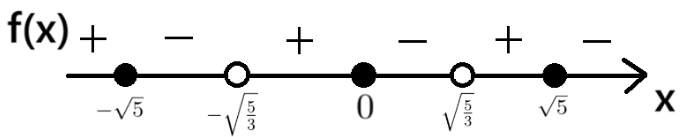
А значит функция f(x) является нечетной.

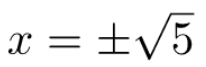
3) Найдем точки, в которых функция равна нулю, и промежутки, на которых сохраняется знакопостоянство. Для этого воспользуемся методом интервалов:

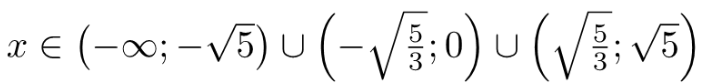
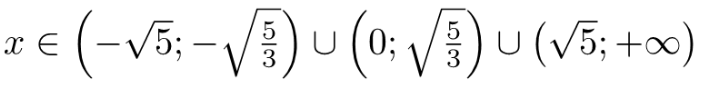




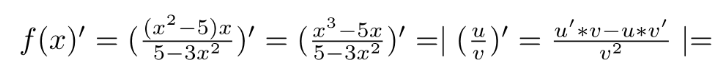




Таким образом, функция обращается в ноль в точках  и .

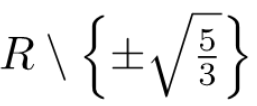
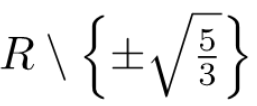
Функция положительна при  и отрицательна при .

4) Для того чтобы исследовать функцию на монотонность и экстремумы найдем её первую производную.



Приравняем производную к нулю:

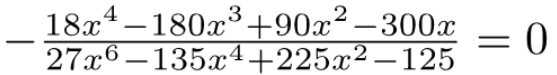


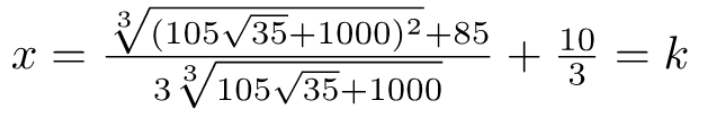
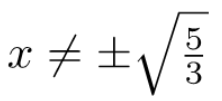
Поскольку у производной нет точек, в которых бы она равнялась нулю, следовательно функция монотонна на . Подставив любые значения x (кроме ) в производную, получим, что она меньше 0, следовательно функция монотонно убывает на  и не имеет экстремумов.

5) Для исследования функции на выпуклость и точки перегиба найдем вторую производную функции:

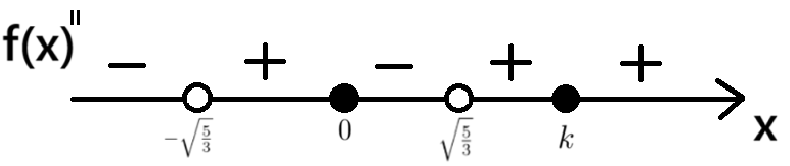


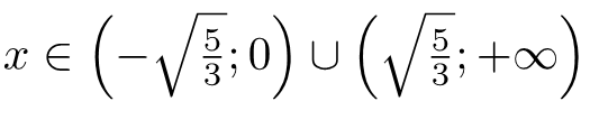
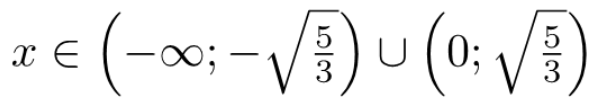
Приравняем вторую производную к нулю:





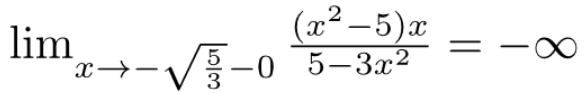
Воспользуемся методом интервалов:

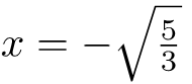


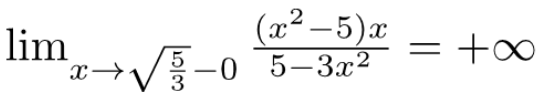
Таким образом функция выпукла вниз при  и выпукла вверх при .  - точка перегиба.

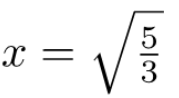
6) Рассмотрим точки, в которых могут быть вертикальные асимптоты: .

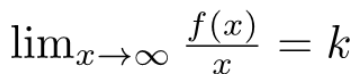
Для этого необходимо и достаточно, чтобы один из односторонних пределов в этих точках равнялся .

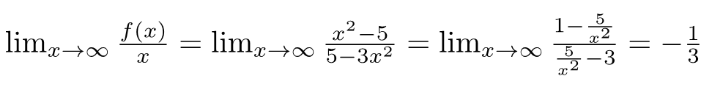
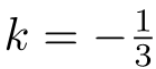


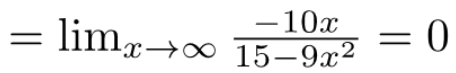
Следовательно  - вертикальная асимптота.

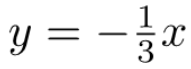


Следовательно  - вертикальная асимптота.

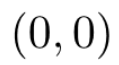
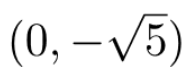
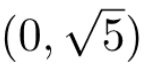
Далее, для наклонных существования асимптот необходимо и достаточно, чтобы существовали пределы:  и .

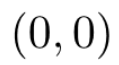
То есть .



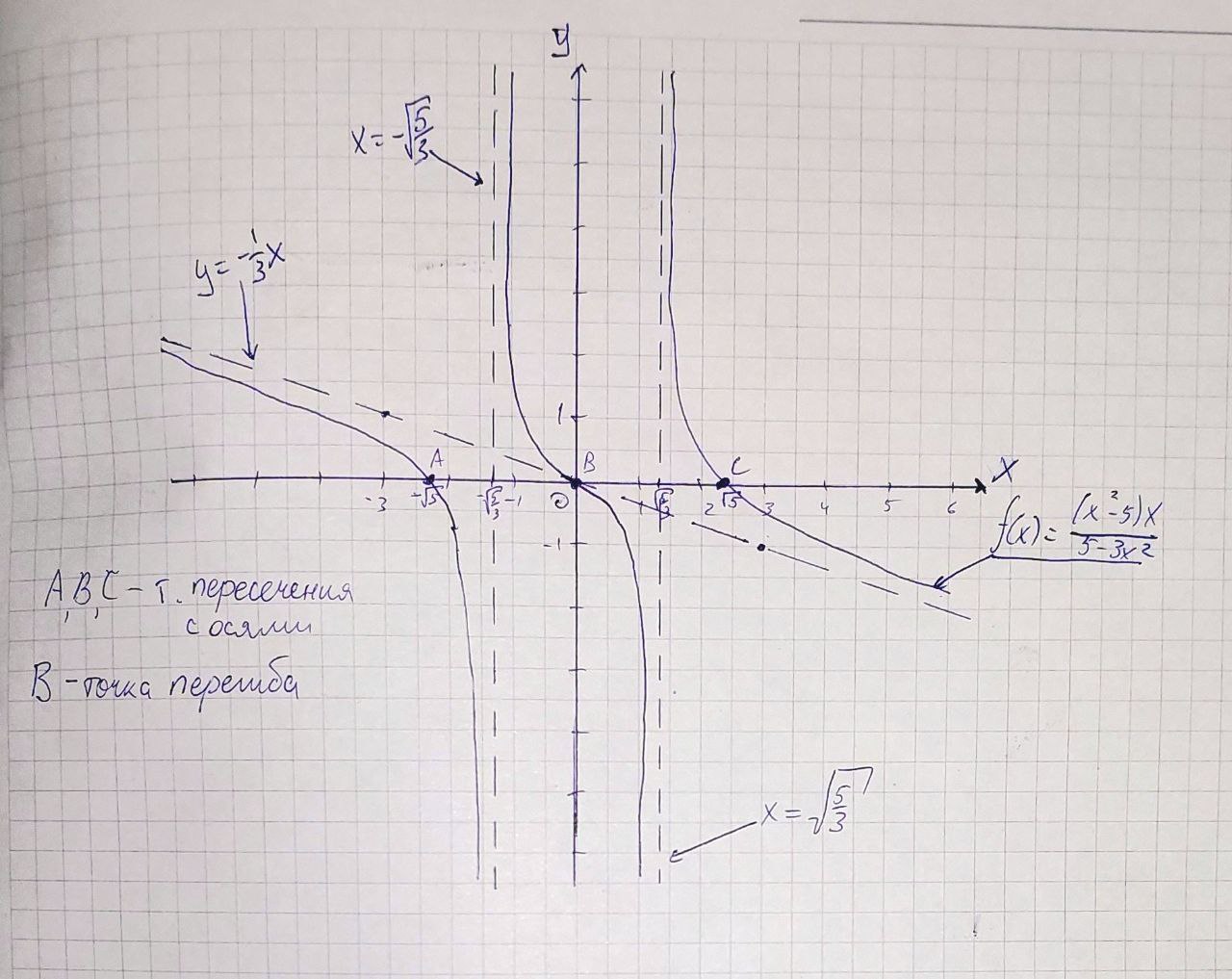
То есть . Таким образом,  - наклонная асимптота.

7) Найдем точки пересечения графика с осями.

Точки пересечения с Ox: , , .

Точки пересечения с Oy: .

8) Эскиз графика на основе исследования:

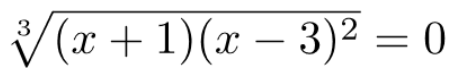


II. Теперь рассмотрим функцию g(x).

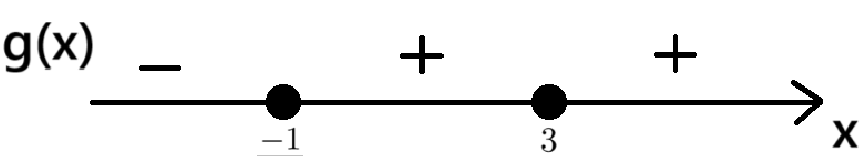
1) Область определения функции: .

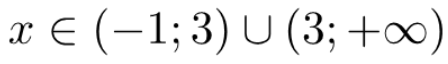
2) , следовательно функция не имеет чётности.

3)

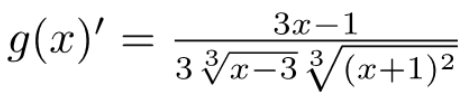




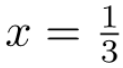


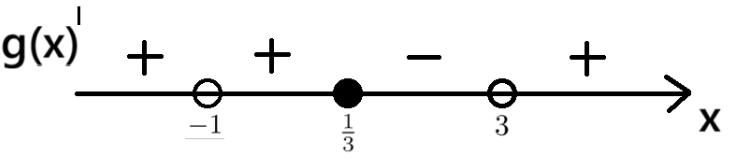
Функция обнуляется в точках  и . Функция отрицательна при  и положительна при .

4) Первая производная функции:

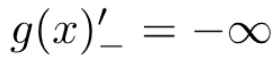


Приравняем производную к нулю, получим точки экстремума:





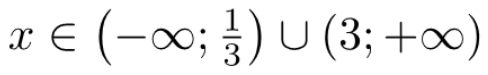
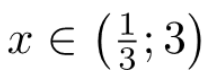
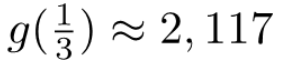
Исследуем точку 3 на вид экстремума. Для этого найдем односторонние производные в точке.



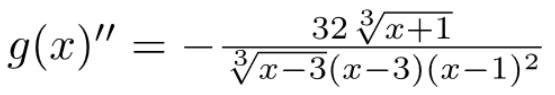
Значит точка  - точка острого экстремума.

Посчитаем производную в точке  по определению. Получим, что

Следовательно в этой точке касательная к графику функции вертикальна.

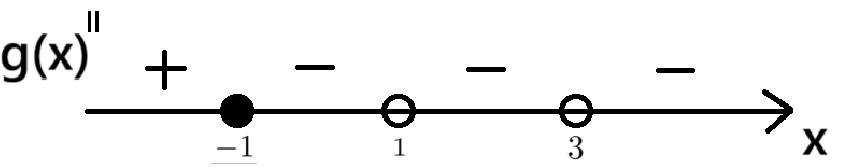
Таким образом, функция возрастает при  и убывает при . , .

5) Вторая производная функции:



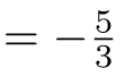
Приравняем производную к нулю, получим:

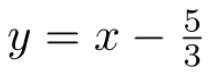


Таким образом, точка  - точка перегиба, функция выпукла вниз при  и выпукла вверх при .

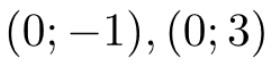
6) Проверим функцию на наличие асимптот. Вертикальных асимптот у данной функции нет, так как она определена на .

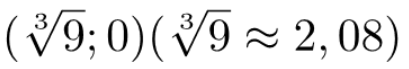
Проверим на наличие наклонных асимптот.



Таким образом,  - наклонная асимптота.

7) Точки пересечения графика функции с осями:

с Ox: .

с Oy: .

8) Эскиз графика на основе исследования:

