

Работа Т-2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ

Цель работы: Изучение вязкости (внутреннего трения) воздуха как одного из явлений переноса в газах.

Приборы и принадлежности: экспериментальная установка ФПТ 1-1.

Введение

Явления переноса – это процессы установления равновесия в системе путем переноса массы (диффузия), энергии (теплопроводность) и импульса молекул (внутреннее трение, или вязкость). Все эти явления обусловлены тепловым движением молекул.

При внутреннем трении наблюдается перенос импульса от молекул из тех слоев потока жидкости или газа, которые движутся быстрее, к более медленным слоям. Например, при малых скоростях протекания жидкости или газа в прямолинейной цилиндрической трубе (капилляре) общий поток вещества можно представить в виде совокупности отдельных, не смешивающихся друг с другом бесконечно тонких цилиндров, вложенных один в другой и имеющих общую ось, совпадающую с осью трубы (рис. 1).

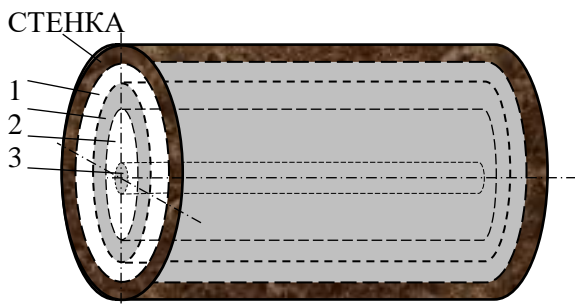


Рис. 1

Молекулы газа (слой 1), взаимодействующие со стенкой, неподвижны, как и сама стенка. Следующий слой (2 на рис. 1) уже может двигаться, хотя и заметно притормаживается неподвижными молекулами слоя 1. Еще быстрее может двигаться слой 3, притормаживаемый молекулами слоя 2 и так далее. В результате скорость направленного движения молекул от стенок капилляру к центру нарастает, достигая максимума на его оси (слой 4 на рис. 1).

Вследствие хаотического теплового движения молекулы непрерывно переходят из слоя в слой и при столкновении с другими молекулами обмениваются импульсами. Так, при переходе из слоя с большей скоростью направленного движения в слой с меньшей скоростью молекулы переносят свой импульс направленного движения. С другой стороны, в «более быстрый» слой переходят молекулы с меньшим импульсом. В результате первый слой тормозится, а второй – ускоряется. Опыт показывает, что импульс dp , который передается от слоя к слою, пропорционален градиенту скорости $\frac{dv}{dr}$

(здесь dv – изменение скорости на малом расстоянии dr , соответствующем толщине очередного слоя), площади поверхности раздела соседних слоёв S и времени протекания процесса dt :

$$dp \sim \left| \frac{dv}{dr} \right| S dt; \quad (1)$$

В результате обмена импульсами между слоями возникает сила внутреннего трения F_T , которая, в соответствии со вторым законом Ньютона и формулой (1), описывается выражением:

$$F_T = \left| \frac{dp}{dt} \right| = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S, \quad (2)$$

Множитель η называется коэффициентом вязкости, его величина зависит от свойств жидкости (газа). В частности, для идеального газа:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v_T \rangle.$$

Здесь ρ – плотность газа; $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул; $\langle v_T \rangle$ – средняя скорость теплового движения молекул ($\langle v_T \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$, где μ – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная).

Выделим в капилляре воображаемый цилиндрический объем газа радиусом r и длиной l , как показано на рисунке 2.

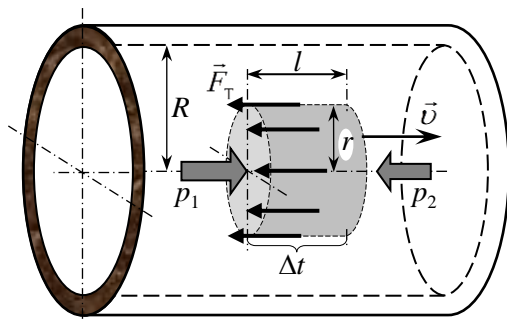


Рис. 2

Обозначим давление на торцах выбранного цилиндра p_1 и p_2 . При установившемся течении сила, обусловленная разностью давлений на основания цилиндра $F = (p_1 - p_2)\pi r^2$, уравнивается силой внутреннего трения F_T , которая действует на боковую поверхность цилиндра со стороны внешних слоев газа:

$$F - F_T = 0. \quad (3)$$

Сила внутреннего трения определяется по формуле (2). Учитывая, что площадь боковой поверхности цилиндра $S = 2\pi r l$ и что скорость воздушного потока $v(r)$ уменьшается при удалении от оси трубы, то есть $\frac{dv}{dr} < 0$, можно записать:

$$F_T = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l. \quad (4)$$

В этом случае условие стационарности (3) запишется в виде:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 + \eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l = 0 \quad (5)$$

или

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr. \quad (6)$$

Интегрируя это равенство в пределах от r до R , получим:

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2). \quad (7)$$

График, иллюстрирующий квадратичную зависимость скорости потока от расстояния до оси капилляра, представлен на рис. 3.

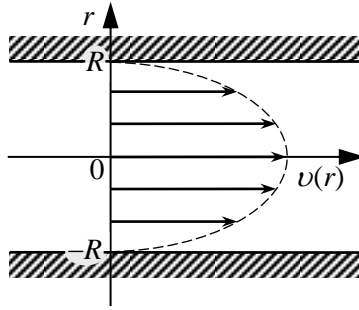


Рис. 3

Теперь рассчитаем, какой объём газа проходит сквозь капилляр в единицу времени.

Поскольку слои газа движутся с разными скоростями, сначала получим выражение для объёмного расхода газа одного слоя – тонкостенного цилиндра с толщиной стенок dr . Объём такого цилиндра

$$dV = 2\pi r dr \cdot l,$$

где l – протяжённость того участка, который проходит газ за некоторое время Δt . Очевидно, что $l = v\Delta t$, поэтому

$$dV = 2\pi r dr \cdot v\Delta t \quad (8)$$

и, следовательно, объёмный расход газа (объём, который переносится в единицу времени в рассматриваемом слое)

$$dQ = \frac{dV}{\Delta t} = 2\pi r v(r) dr.$$

Интегрируя это выражение, можно рассчитать общий объёмный расход газа Q по всему сечению капилляра:

$$Q = \int_V \frac{dV}{\Delta t} = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = 2\pi \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr, \text{ откуда}$$

$$Q = \pi \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} R^4. \quad (9)$$

Формулу (9), которая называется формулой Пуазейля, можно использовать для экспериментального определения коэффициента вязкости газа η . При этом следует помнить, что формула Пуайзеля была получена в предположении ламинарного (слоистого) течения газов или жидкости. Однако с увеличением скорости потока движение становится турбулентным (появляются вихри) и слои смешиваются. При турбулентном движении скорость от точки к точке меняет свое не только значение, но и направление, сохраняется только среднее значение скорости $\langle v \rangle$ потока. Оказывается, что характер движения жидкости или газа в трубе зависит от величины дроби, являющейся комбинацией средней скорости потока газа (жидкости) $\langle v \rangle$, его плотности ρ , вязкости η и характерного размера препятствия на пути потока (в нашем случае – от радиуса капилляра R). Эта комбинация называется числом Рейнольдса Re и имеет вид:

$$Re = \frac{\langle v \rangle R \rho}{\eta}, \quad (10)$$

В гладких цилиндрических каналах переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$. Поэтому для использования формулы Пуайзеля необходимо обеспечить выполнение условия $Re < 1000$. Кроме этого, эксперимент необходимо проводить таким образом, чтобы сжимаемостью газа можно было пренебречь. Это возможно тогда, когда перепад давлений вдоль капил-

ляра значительно меньше самого давления. В установке, которая используется в настоящей лабораторной работе, давление газа несколько больше атмосферного (10^3 см водного столба), а перепад давления составляет от 10 см водного столба, то есть приблизительно 1 % от атмосферного: условие применимости формулы (8) выполняется.

Формула (9) справедлива для участка трубы, в котором установилось постоянное течение с квадратичным законом распределения скоростей (7) по сечению трубы. Такое течение устанавливается на некотором расстоянии от входа в капилляр, поэтому для достижения достаточной точности эксперимента необходимо выполнение условия $R \ll L$, где R – радиус; L – длина капилляра.

Метод измерения и описание установки

Для определения коэффициента вязкости воздуха предназначена экспериментальная установка ФПТ 1-1, общий вид которой изображен на рисунке 4.

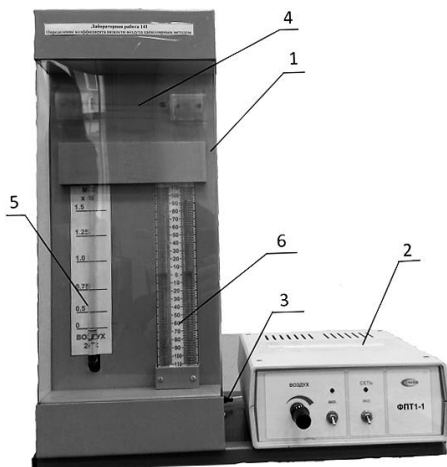


Рис. 4 Общий вид экспериментальной установки ФПТ 1-1:
1 – блок рабочего элемента; 2 – блок управления; 3 – стойка;
4 – капилляр; 5 – реометр; 6 – манометр.

Воздух в капилляр 4 нагнетается микрокомпрессором, размещенным в блоке управления 2. Объемный расход воздуха измеряется реометром 5, а нужное его значение устанавливается регулятором “воздух”, который находится на передней панели блока приборов. Для измерения давлений воздуха на концах капилляра предназначен V-образный водяной манометр 6. Геометрические размеры капилляра (его радиус R и длина L) указаны на рабочем месте.

Порядок выполнения работы

1. Включите установку тумблером «Сеть».
2. С помощью регулятора «Воздух» установите по показаниям реометра выбранное значение объемного расхода воздуха Q .
3. Измерьте разность давлений $p_1 - p_2$ и занесите полученные данные в табл. 1.

Таблица 1

№	$Q, \text{м}^3/\text{с} \times 10^{-5}$	$p_1 - p_2, \text{Па}$	$\eta, \text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$
1			
2			
3			
4			
5			

4. Повторите измерения по пп. 2-3 для пяти значений объемного расхода воздуха.
5. Установите регулятор расхода воздуха на минимум, после чего выключить установку тумблером «Сеть».

Обработка результатов измерений

1. Для каждого режима определите по формуле Пуайзеля коэффициент вязкости воздуха:

$$\eta = \pi \frac{p_1 - p_2}{8Ql} R^4.$$

Найдите среднее значение коэффициента вязкости $\eta_{\text{ср}}$.

2. По формуле

$$\langle v_T \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$$

вычислите среднюю скорость теплового движения молекул воздуха, учитывая, что молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, а универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \cdot \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

3. По формуле

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v_T \rangle}$$

вычислите среднюю длину свободного пробега молекул. Плотность воздуха для реальных значений температуры и атмосферного давления в лаборатории на момент проведения эксперимента принять равной $1,29 \text{ кг/м}^3$.

4. Рассчитайте погрешность $\Delta\eta$ результатов определения η по методу Стьюдента (значение доверительной вероятности указывает преподаватель).

Случайная ошибка $\Delta\eta$ измерения коэффициента η рассчитывается по формуле

$$\Delta\eta = \alpha \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\eta_{\text{ср}} - \eta_i)^2}{n(n-1)}},$$

где n - число измерений. Для доверительной вероятности 0,9 и числа измерений $n = 5$ коэффициент Стьюдента $\alpha = 2,8$.

5. Запишите окончательный результат в виде:

$$\eta = \langle \eta \rangle \pm \Delta\eta.$$

Контрольные вопросы

1. Какие явления переноса возможны в газах? Что при этом переносится? Приведите примеры.
2. Объясните явление внутреннего трения в идеальном газе с точки зрения молекулярно-кинетической теории.

3. Запишите формулу Ньютона для внутреннего трения и поясните смысл входящих в неё величин.

4. Каков физический смысл коэффициента вязкости? В каких единицах СИ измеряется эта величина?

5. От чего зависит коэффициент вязкости идеального газа? Запишите соответствующую формулу.

6. Какая величина называется средней скоростью теплового движения молекул идеального газа? От каких физических величин она зависит (формула)? Продемонстрируйте, что правая и левая части этой формулы совпадают по размерности.

7. Какая величина называется средней длиной свободного пробега молекулы? От каких физических величин она зависит? Какие свойства газа определяются этим параметром?

8. В чем заключается капиллярный метод определения коэффициента вязкости газов?

9. Выведите формулу Пуазейля. При каких условиях ее применяют?

10. Как изменяется скорость движения газов по радиусу канала при ламинарном режиме течения? Ответ поясните формулой и графиком.

11. Как оценить среднюю длину свободного пробега молекулы газа, используя явление внутреннего трения? При каких условиях справедлива данная оценка?

12. Пользуясь формулой для объёмного расхода, дайте ответ на вопрос: почему при строительстве магистральных газопроводов стремятся увеличивать диаметр труб, а не просто повышать давление газа при его транспортировании?

Список литературы

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Курс физики. – М.: Академия, 2015. – 720 с. <http://library.miit.ru>, ЭБС «Академия».

2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2016. – 560 с. <http://library.miit.ru>, ЭБС «Академия».

3. Андреев А.И., Селезнёв В.А., Тимофеев Ю.П. Вводное занятие в лабораториях кафедры физики / Под ред. проф. В.А. Никитенко. Методические указания. – М.: МИИТ, 2017. – 40 с.