

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАХОВИКЕ ОБЕРБЕКА

Цель работы: определить момент силы, угловое ускорение и момент инерции; установить зависимость момента инерции от распределения массы отдельных элементов относительно оси вращения.

Приборы и принадлежности: маховик Обербека с грузами на спицах; стойка со шкалой; набор грузов с подставкой; секундомер; штангенциркуль.

Объект измерений: время падения груза; длина пройденного грузом пути.

Средства измерений: секундомер, штангенциркуль, линейка.

Введение

Вращательным движением вокруг неподвижной оси называется такое движение тела, при котором все его точки описывают в параллельных плоскостях концентрические окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Если на тело, закрепленное на неподвижной оси, действует сила, то тело приобретает угловое ускорение, направленное вдоль этой оси. Величина ускорения зависит не только от величины и направления силы, но и от точки ее приложения. Это отражено в понятии момента силы, который, как и сила, является векторной величиной. В случае вращения вокруг неподвижной оси угловое ускорение, направленное вдоль этой оси, определяется результирующей проекцией моментов всех сил на эту ось.

Теоретическая часть

Основной закон динамики вращательного движения определяет зависимость углового ускорения от момента сил, действующих на тело, и момента инерции, которым обладает данное тело:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}. \quad (1)$$

Кинематическими характеристиками вращательного движения являются угловая скорость и угловое ускорение.

Момент силы M относительно точки определяется соотношением:

$$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}]. \quad (2)$$

где \vec{F} – сила, действующая на тело; \vec{r} – радиус-вектор.

Момент инерции J характеризует меру инертности данного тела при вращательном движении. Чем больше момент инерции тела, тем труднее телу сообщать заданное угловое ускорение.

Момент инерции твердого тела равен сумме моментов инерции материальных точек, из которых состоит данное тело:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (3)$$

Использование основного закона динамики вращательного движения тела позволяет экспериментально определить момент инерции твердого тела, если измерить момент действующих сил и угловое ускорение.

Методика проведения измерений и описание установки

Прибор Обербека представляет собой крестообразный маховик, закрепленный на горизонтальной оси (**Рис. 1**). На стрелки крестовины 1 насажены одинаковые по размерам и массе цилиндры 2, положение которых можно изменять. Цилиндры крепятся на стержнях с помощью винтов.

Когда цилиндры 2 расположены на стержнях на одинаковых расстояниях до оси вращения, маховик находится в безразличном равновесии. На одной оси с маховиком находится шкив 3 с намотанной на него нитью. К свободному концу нити прикреплен падающий груз 4. Массу этого груза можно изменять.

Зафиксировав на мгновение груз в начале отсчета линейки 5 и настроив секундомер, далее одновременно отпускают груз и включают секундомер. Определяют время движения груза от начала отсчета до падения на пол.

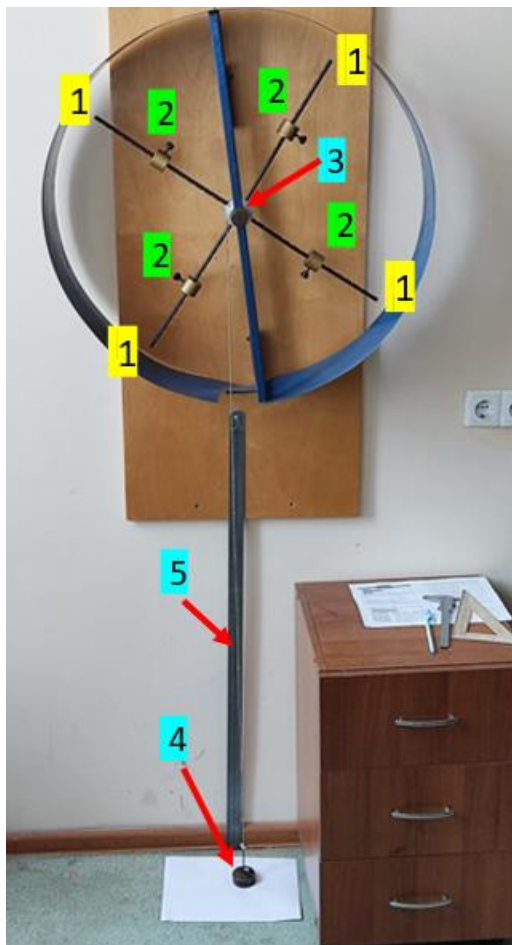


Рис. 1. Маховик Обербека: 1 – стрелки крестовины; 2 – цилиндры; 3 – шкив с намотанной нитью; 4 – падающий груз; 5 – линейка

Момент инерции прибора Обербека рассчитывается из следующего соотношения:

$$J = \frac{M}{\varepsilon}. \quad (4)$$

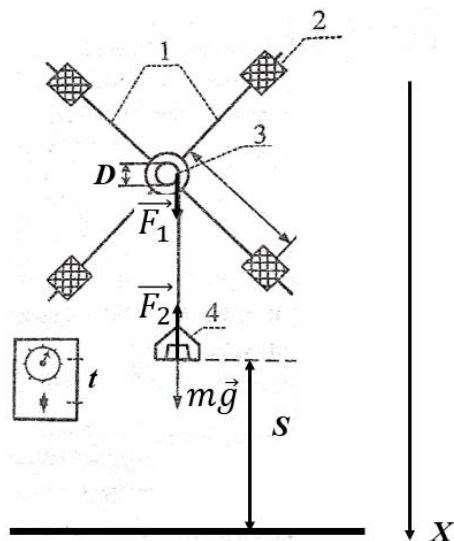


Рис. 2. Схема установки для вывода рабочих формул

Момент силы натяжения нити F_1 , действующей на маховик со стороны груза 4, рассчитывают следующим образом (D – диаметр шкива):

$$M = F_1 \frac{D}{2}. \quad (5)$$

Величину силы F_1 можно рассчитать из следующих рассуждений. По третьему закону Ньютона:

$$F_1 = -F_2 \quad (6)$$

Силу натяжения нити F_2 можно выразить из уравнения движения груза по второму закону Ньютона. Векторная форма уравнения движения падающего груза:

$$m\vec{a} = \vec{F}_2 + m\vec{g}. \quad (7)$$

Проектируя вектора на ось OX , направленную вертикально вниз, получаем уравнение:

$$ma = -F_2 + mg. \quad (8)$$

Выразим из этого уравнения силу натяжения нити:

$$F_2 = m(g - a). \quad (9)$$

Так как движение груза равноускоренное, то измеряя пройденный грузом m путь S и время движения t , определим ускорение a :

$$a = \frac{2S}{t^2}. \quad (10)$$

Подставим ускорения (9) и (10) в формулу для вычисления момента силы натяжения нити (5), получим:

$$M = \frac{mD}{2} \left(g - \frac{2S}{t^2} \right). \quad (11)$$

Точки, находящиеся на маховике, движутся с угловым ускорением:

$$\varepsilon = \frac{a}{r}, \quad (12)$$

где: a – кинейное ускорение точки на шкиве маховика, численно равное ускорению, с которым опускался груз m ; r – радиус шкива, $r=D/2$.

Следовательно, получаем уравнение для углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{4S}{Dt^2}. \quad (13)$$

В лабораторной работе проводится три опыта с различным расположением цилиндров на стержнях крестовины (**Рис. 3**).



Опыт № 1



Опыт № 2



Опыт № 3

Рис. 3. Расположение грузов на крестовине маховика

Опыт № 1. Цилиндры находятся около оси вращения маховика.

Опыт № 2. Цилиндры находятся в центре стержней крестовины.

Опыт № 3. Цилиндры находятся на концах стержней крестовины.

Расположение цилиндров на крестовине должно быть симметрично, чтобы маховик находился в безразличном равновесии.

Диаметр шкива определяют с помощью штангенциркуля. В данной установке возможен выбор – большой или малый диаметр (Рис. 4).

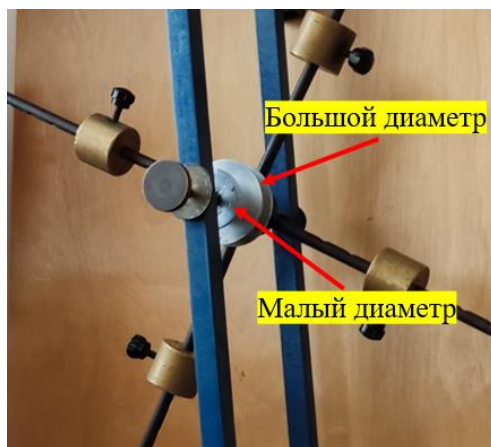


Рис. 4. Выбор диаметра шкива

Время падения груза определяют с помощью электронного секундомера не менее трех раз для каждого опыта.

Пройденный путь для всех трех опытов берется одинаковый.

Порядок выполнения работы

1. Измерить диаметр шкива с помощью штангенциркуля.
2. Закрепить грузы на стержнях крестовины.
3. Намотать нить на шкив.

4. Подготовить электронный секундомер и зафиксировать груз в начале отсчета линейки (**Рис. 5**). Одновременно отпустить груз и включить секундомер. В момент, когда груз упадет на пол, выключить секундомер.

5. Определить по линейке пройденный путь для падающего груза.

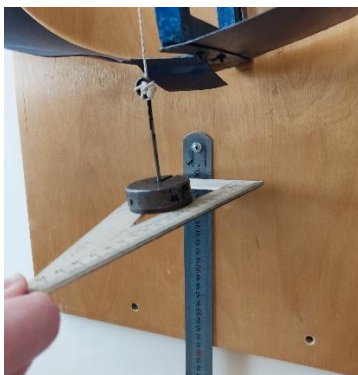


Рис. 5. Фиксация груза перед измерением

6. Повторить п. 1–4 для трех опытов с различным расположением цилиндров на крестовине. Все экспериментальные данные занести в таблицу.

$m =$ кг		$S =$ м		$D =$ м	
Опыт	t_i, c	$\langle t \rangle, c$	$M, Н \cdot м$	$\varepsilon, рад/с^2$	$J, кг \cdot м^2$
Опыт № 1					
Опыт № 2					
Опыт № 3					

Обработка результатов измерений

1. При вычислениях принимать значение ускорения свободного падения: $g=9,81 \text{ м/с}^2$.

2. Для каждого опыта проделать следующие вычисления.

2.1. Рассчитать среднее значение времени падения груза:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}. \quad (14)$$

2.2. Вычислить момент силы по формуле (11).

2.3. Вычислить угловое ускорение по формуле (13).

2.4. Вычислить момент инерции по формуле (4).

3. Рассчитать для опыта № 1 абсолютную погрешность Δt и относительную погрешность δ_t по ниже приведенным формулам.

t_i	$\langle t \rangle$	Δt_i	Δt_i^2	$\sigma_{\langle t \rangle}$	$\Delta t_{\text{пр}}$	$\Delta t_{\text{сл}}$	Δt	δ_t

3.1. Отклонение от среднего:

$$\Delta t_i = |t_i - \langle t \rangle|. \quad (15)$$

3.2. Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}{n(n-1)}}, \quad (16)$$

где n – число опытов ($n=3$).

3.3. Случайная погрешность:

$$\Delta t_{\text{сл}} = \sigma_{\langle t \rangle} \cdot t_{p,n}, \quad (17)$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента: p – доверительная вероятность, надежность. Для серии из трех опытов: $p=0,9$; $n=3$; $t_{p,n}=2,9$.

3.4. Абсолютная погрешность:

$$\Delta t = \sqrt{\Delta t_{\text{пр}}^2 + \Delta t_{\text{сл}}^2}, \quad (18)$$

где $\Delta t_{\text{пр}}$ – приборная погрешность секундомера.

3.5. Относительная погрешность, выраженная в абсолютных долях:

$$\delta_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle}. \quad (19)$$

4. Так как M и ε зависят только от времени падения груза (другие параметры эксперимента в каждом опыте оставались неизменными), то абсолютная погрешность момента инерции J будет иметь аналогичный характер зависимости от времени. Потому абсолютную погрешность момента инерции для первого опыта вычисляют следующим образом:

$$\Delta J_1 = \delta_t \cdot J_1. \quad (20)$$

5. Записать окончательный результат для опыта № 1 в следующем виде:

$$J = (J_1 \pm \Delta J_1), \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

6. Ответить на следующие вопросы.

6.1. Как изменяется момент силы при изменении положении цилиндров на осях крестовины?

6.2. Как изменяется угловое ускорение при изменении положении цилиндров на осях крестовины?

6.3. Как изменяется момент инерции при изменении положении цилиндров на осях крестовины?

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
2. Дайте определение момента сил. Объясните, как найти направление момента сил.
3. Дайте определение углового ускорения. Укажите направление вектора углового ускорения на схеме.
4. Напишите формулу связи углового ускорения маховика с линейным ускорением опускающегося груза.
5. Дайте определение момента инерции тела.
6. При каком положении грузов маховик Обербека раскручивается с наибольшим угловым ускорением?
7. Можно ли в данной лабораторной работе изменить момент силы, не меняя массу груза на нити?

8. Почему в том случае, когда грузы ближе к оси вращения, время движения меньше?
9. Приведите алгоритм определения абсолютной погрешности времени падения груза.
10. Сформулируйте правила округления погрешностей.

Рекомендуемая литература

1. Физика: конспект лекций по общей физике для студ. спец. ИУИТ, ИСУТЭ, ИЭФ, ИТТОП, ИКБ и вечернего факультета. Ч.1 / С.М. Кокин; МИИТ. Каф. Физика-2.М.: МИИТ, 2010. - 244 с.
<http://library.mii.ru/bookscatalog/upos/03-19701.pdf>
Лекция № 4: вопрос 4.2.2 (стр.61-63);
Лекция № 5: вопрос 5.2.1 (стр.70-71); вопрос 5.2.3 (стр. 75-77).
2. Савельев И. В. Курс общей физики: учебное пособие для вуза: в 5 томах / И. В. Савельев. — 6-е изд. стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — Т. 1: Механика. - 340 с.
https://vk.com/doc16214643_672374826?hash=zki0JriRZ6cMFQ1QwGSR3NxXFg1nyuL03JtxO4vbpSL&dl=L5wABmEzzTASKehhgHcM8OdB0ThL5OjCkvuAbEXWa4w&api=1&no_preview=1
§ 1.5 (стр.48-53); § 2.4 (стр.57-59); § 5.3 (стр.157-164-37); § 5.4 (стр.164-169); § 5.5 (стр.169-177).