

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И МЕТАЛЛОВ

Цель работы: определить ширину запрещенной зоны для полупроводника; получить зависимости сопротивления от температуры для полупроводника и металла.

Приборы и принадлежности: Лабораторная установка ФПК-07 (измерительное устройство и печь).

Объект измерений: сопротивление образцов из металла и полупроводника, температура образцов.

Средства измерений: Лабораторная установка ФПК-07.

Введение

Закон Ома устанавливает связь между силой тока, текущего по проводнику и напряжением на концах проводника:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1)$$

где R – электрическое сопротивление проводника, которое зависит от его размеров, формы, а также от материала, из которого он изготовлен.

Опыт показывает, что в первом приближении сопротивление и удельное сопротивление с изменением температурой, описывается линейным законом:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (2)$$

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где: R_0, ρ_0 – сопротивление и удельное сопротивление при 0°C ; α – температурный коэффициент сопротивления.

Температурный коэффициент сопротивления для данного вещества различен при различных температурах. В общем случае сопротивление изменяется с температурой не по линейному закону, а зависит от нее более сложным образом. Для многих

проводников, к которым относятся все металлы, изменение α с температурой не очень велико и можно считать его постоянным. Для чистых металлов (при не очень низких температурах) α близко к $1/273 \text{ град}^{-1}$. Некоторые сплавы имеют очень малое α .

К полупроводникам относятся многие химические элементы (кремний, германий, фосфор, мышьяк, селен, йод и др.), большое количество сплавов и химических соединений.

С чисто электрической точки зрения, качественное различие между проводниками и полупроводниками проявляется в характере зависимости сопротивления от температуры: с повышением температуры у металлов сопротивление растет, а у полупроводников падает.

Теоретическая часть

Плотность тока \vec{j} в проводнике равна произведению удельной электрической проводимости σ на напряженность электрического поля \vec{E} :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (3)$$

Уравнение (3) – закон Ома в дифференциальной форме, связывающий плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой точке.

Удельная электрическая проводимость обратно пропорциональна удельному сопротивлению проводника:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (4)$$

В частности, для металлов удельная электрическая проводимость равна:

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \tau}{m_e}. \quad (5)$$

где: e – заряд электрона; n – концентрация электронов; m_e – масса электрона; τ – время релаксации электронного газа к равновесному состоянию.

Из уравнения (5) следует, что проводимость материала тем выше, чем больше концентрация свободных электронов. В

металлах концентрация свободных электронов остается постоянной с изменением температуры и других видов воздействия. Зависимость проводимости от температуры определяется уменьшением τ с увеличением температуры. Действительно, по определению:

$$\tau = \frac{\langle l \rangle}{\langle v \rangle}, \quad (6)$$

где $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега электрона (для металлов $\langle l \rangle = 10^{-8}$ м), а $\langle v \rangle$ – средняя скорость теплового движения электронов.

Согласно экспериментальным данным средняя длина свободного пробега электронов обратна пропорционально температуре:

$$\langle l \rangle \sim \frac{1}{T}. \quad (7)$$

Для классического электронного газа средняя скорость теплового движения:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_e}}, \quad (8)$$

где $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Можно показать, сравнив уравнения (7) и (8), что зависимость между удельной электрической проводимостью (удельным сопротивлением) и температурой носит нелинейный характер:

$$\sigma \sim \frac{1}{T^{3/2}} \quad (9)$$

$$\rho \sim T^{3/2}.$$

Следовательно, в случае классической физики сопротивление металла должно изменяться не по линейному закону, как показывают эксперименты, а по закону $T^{3/2}$.

Типичная экспериментальная зависимость сопротивления металлов от температуры представлена на **Рис. 1**. Видно, что в широком диапазоне температур сопротивление металлов линейно растет с ростом температуры. Увеличение величины сопротивления R объясняется тем, что с ростом температуры T амплитуда

тепловых колебаний кристаллической решетки увеличивается, и столкновение электронов с решеткой происходят чаще. Наличие остаточного нулевого сопротивления $R_{ост}$ в области низких температур связано с наличием дефектов и примесей, искажающих кристаллическую структуру материала.

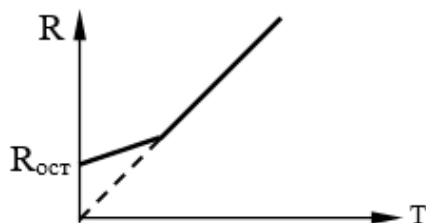


Рис. 1. Зависимость $R(T)$ для металла

Таким образом, классическая физика дает для металлов неправильную температурную зависимость $R(T)$. Линейная зависимость может быть объяснена только на основе *квантовой физики*.

Полупроводники – это большой класс веществ, сопротивление которых изменяется в широких пределах и в очень сильной степени зависит от температуры.

Наибольшие значения температурного коэффициента сопротивления α_R достигаются именно в полупроводниковых материалах, что связано с зависимостью концентрации свободных носителей от температуры:

$$n \sim \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right). \quad (10)$$

Описать температурную зависимость сопротивления в полупроводниках можно только с помощью квантовой теорией электропроводности, которая является основой *зонной теории твердых тел*.

Следует отметить, что классическая электронная теория не утратила своего значения и до настоящего времени, так как во многих случаях (например, при малой концентрации электронов проводимости и высокой температуре) она дает правильные

качественные результаты и является по сравнению с квантовой теорией простой и наглядной.

Зонная теория твердых тел. Рассмотрим мысленно процесс образования энергетического спектра твердого тела из изолированных атомов. Пока атомы находятся на больших расстояниях друг от друга, они имеют совпадающие схемы энергетических уровней (**Рис. 2**).

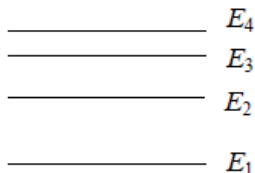


Рис. 2. Спектр изолированного атома

При сближении атомов, когда расстояния между ними станут равными межатомным, взаимодействие приводит к тому, что их энергетические уровни смещаются, расщепляются и расширяются в зоны, образуется так называемый зонный энергетический спектр.

Разрешенные энергетические зоны разделены зонами запрещенных значений энергии. Для того, чтобы энергия кристалла была минимально возможной, нужно сначала заполнить самую низкую зону, затем следующую более высокую и т.д. до тех пор, пока исчерпаются все электроны, пока не доберемся до граничной энергии, называемой энергией Ферми.

Зонная теория твердых тел позволила с единой точки зрения объяснить существование металлов, диэлектриков и полупроводников. В зависимости от степени заполнения зон электронами и ширины запрещенной зоны возможны три случая, изображенные на **Рис. 3**.

Если ширина запрещенной зоны кристалла порядка нескольких электрон-вольт, то для перехода электрона из валентной зоны в зону проводимости нужна большая энергия, кристалл является диэлектриком (**Рис. 3. а**)). Если запрещенная зона достаточно узка ($\Delta E \leq 1$ эВ), то переброс электронов из валентной в зону проводимости может быть осуществлен сравнительно легко, и кристалл является полупроводником (**Рис. 3. б**)). В металлах валентная

зона частично заполнена и электрону необходима небольшая энергия, чтобы перейти в зону проводимости (**Рис. 3. в**)).

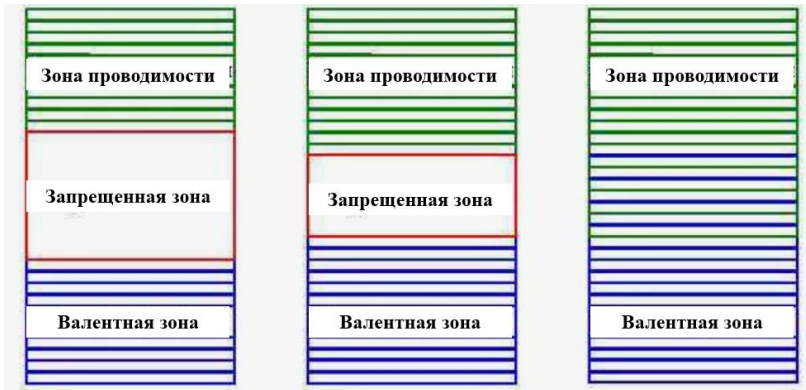


Рис. 3. Энергетические зоны для различных материалов:
а) диэлектрик; б) полупроводник; в) металл

Проводимость в металлах осуществляется только электронами, а в полупроводниках – электронами и дырками.

При температурах, близких к 0 К, полупроводники ведут себя как диэлектрики, так как переброса электронов в зону проводимости не происходит. Максимальная энергия, которую могут иметь электроны проводимости при 0 К, называют *энергией Ферми*.

Объяснение температурной зависимости сопротивления металлов и полупроводников по зонной теории.

В **металлах** практически все валентные электроны свободны, не связаны с каким-либо конкретным атомом. Поэтому температура не может заметно изменить концентрацию свободных носителей. Удельная электрическая проводимость прямо пропорциональна заряду электрона e , концентрации носителей зарядов n и подвижности u и определяется главным образом температурной зависимостью подвижности электронов:

$$\sigma = enu_{-}. \quad (11)$$

Подвижность тем больше, чем реже происходят столкновения зарядов со всякого рода дефектами кристаллической решетки:

атомы примеси; вакансии; отклонения от правильного расположения атомов в узлах решетки; тепловые колебания и т.п.. Увеличение с ростом температуры интенсивности тепловых колебаний атомов увеличивает частоту столкновений с электронами. Это ведет к уменьшению подвижности носителей заряда, а следовательно, к увеличению сопротивления.

В *полупроводнике* валентные электроны локализованы на связях между соседними атомами и не являются свободными. Чтобы электрон стал электроном проводимости, его необходимо «оторвать» от связи, для этого ему необходимо сообщить энергию, превышающую по величине энергию запрещенной зоны. Для полупроводниковых материалов эта энергия порядка $(0,1 \div 10)$ Эв.

В собственном полупроводнике, в результате тепловых колебаний решетки, электрон получает дополнительную энергию и «отрывается» от связи, становится свободным, его энергии достаточно для преодоления ширины запрещенной зоны, и он «переходит» в зону проводимости. Место, которое покинул электрон – это вакансия, не скомпенсированный положительный заряд, или дырка. Процесс образования электрона проводимости и дырки называют *генерацией*.

Дырки частично заполняют электронные орбитали, и могут перемещаться по решетке под действием внешнего электрического поля, т.е. являются свободными носителями положительного заряда, равного по модулю заряду электрона. Направление дрейфовой скорости дырок противоположно направлению дрейфовой скорости электронов. Таким образом, полная плотность тока в полупроводнике складывается из плотности тока электронов и плотности тока дырок. А общая удельная проводимость собственного полупроводника будет, соответственно, равна:

$$\sigma = en(u_- + u_+). \quad (12)$$

В собственном полупроводнике концентрации электронов и дырок одинаковы, а их подвижности различны. Подвижности электронов и дырок зависят от температуры много слабее, чем концентрация носителей заряда n . Поэтому для полупроводника можно приближенно считать, что температурная зависимость σ определяется только температурной зависимостью n . Поэтому с

ростом температуры увеличивается число носителей зарядов, а следовательно, уменьшается сопротивление.

Процесс *генерации* сопровождается обратным процессом *рекомбинации* электронов проводимости с дырками. Состояние динамического равновесия наступает, когда средняя частота процесса генерации равна средней частоте рекомбинации.

Вывод рабочей формулы для определения ширины запрещенной зоны. Зависимость сопротивления от температуры описывается следующим уравнением:

$$R = C \cdot \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (13)$$

где C – коэффициент, зависящий главным образом от природы полупроводника.

Запишем уравнение (13) для двух разных температур, и соответственно, сопротивлений:

$$R_i = C \cdot \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT_i}\right), \quad (14)$$

$$R_j = C \cdot \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT_j}\right). \quad (15)$$

Разделим уравнение (13) на (14) и прологарифмируем полученное выражение:

$$\frac{R_i}{R_j} = \exp\left[\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_j}\right)\right], \quad (16)$$

$$\ln\left(\frac{R_i}{R_j}\right) = \frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_j}\right) = \frac{\Delta E(T_j - T_i)}{2kT_iT_j}. \quad (17)$$

Выразим ширину запрещенной зоны:

$$\Delta E = \frac{2kT_iT_j}{(T_j - T_i)} \ln\left(\frac{R_i}{R_j}\right). \quad (18)$$

Методика проведения измерений и описание установки

Общий вид экспериментальной установки показан на **Рис. 4**.

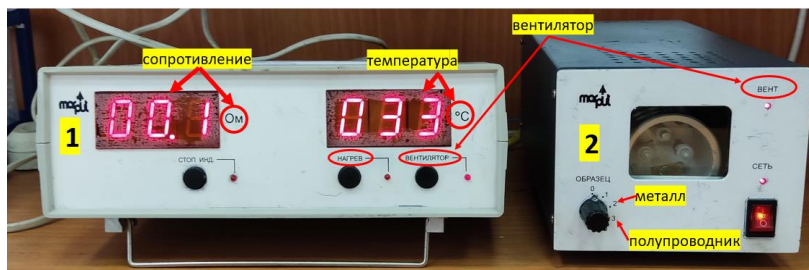


Рис. 4. Экспериментальная установка:
1 – измерительное устройство; 2 – электропечь

Измерительное устройство осуществляет контроль нагрева образцов (температура) и измерение сопротивления. При нажатии кнопки «нагрев» на измерительном устройстве автоматически включается электропечь и начинается процесс измерения. Включение электропечи сопровождается яркой цветовой подсветкой.

В электропечи находятся одновременно несколько образцов, поэтому, переключая тумблер на электропечи от одного образца к другому можно сразу определять сопротивление двух образцов – металла (образец № 2) и полупроводника (образец № 3).

Измерение сопротивления происходит через фиксированный интервал температур $((3 \div 5) ^\circ\text{C})$.

Порядок выполнения работы

1. Заготовить табл. 1 для записи результатов измерений.

Таблица 1

Зависимость сопротивления образцов от температуры

№	$t, ^\circ\text{C}$	T, K	$\frac{1}{T} \cdot 10^{-4}, \text{K}^{-1}$	металл	полупроводник	
				$R, \text{Ом}$	$R, \text{Ом}$	$\ln R$
1						
...						

2. Нажать тумблер «Сеть» на передней панели электропечи и тумблер «Сеть» на задней панели измерительного устройства.

3. Поставьте переключатель «Образец» на электропечи в положение «2», что соответствует металлу. Для определения сопротивления полупроводника необходимо повернуть переключатель в положение «3».

4. После включения нагрева на измерительном устройстве, записывать значение сопротивления металла и полупроводника через фиксированные значения температуры. Нагрев осуществлять от комнатной температуры до температуры $(50 \div 60) ^\circ\text{C}$.

5. После завершения процесса измерения остановить нагрев и включить вентилятор.

Обработка результатов измерений

Упражнение № 1. Построение графических зависимостей сопротивления металла и полупроводника от температуры.

Используя данные табл.1 построить графики зависимостей сопротивления от температуры для двух образцов отдельно.

1.1. Нанести масштаб осей. Так как цифровые значения на осях начинаются не от нуля, а от некоторой фиксированной величины, то можно сделать разрыв осей и начать масштабирование осей с этих значений.

1.2. Нанести контрольные точки. Провести плавную линию. Пример графика показан на **Рис. 5**.

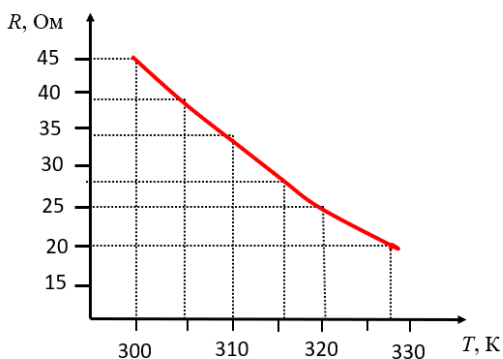


Рис. 5. Пример построения графика

Упражнение № 2. Определение ширины запрещенной зоны аналитическим методом для полупроводника (образец № 3).

2.1. Заполнить табл. 2.

Таблица 2

Ширина энергии запрещенной зоны полупроводника

№ опытов $i=\dots j=\dots$	$T_i, \text{ К}$	$R_i, \text{ Ом}$	$T_j, \text{ К}$	$R_j, \text{ Ом}$	$\Delta E_{ij}, \text{ Дж}$
$i=1 j=3$					
$i=2 j=4$					
$i=5 j=7$					
$i=6 j=9$					
$i=3 j=8$					
$i=4 j=6$					

2.2. Вычислить энергию, соответствующую ширине запрещенной зоны для 6 пар опытов по формуле (18).

2.3. Найти среднее значение энергии как среднее арифметическое:

$$\langle \Delta E \rangle = \frac{\Delta E_{13} + \Delta E_{24} + \Delta E_{57} + \Delta E_{69} + \Delta E_{38} + \Delta E_{46}}{6}. \quad (19)$$

2.4. Перевести энергию из Дж в эВ используя следующее соотношение: $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Упражнение № 3. Определение ширины запрещенной зоны графическим методом для полупроводника (образец № 3).

3.1. Используя данные табл.1 построить график $\ln R$ от $\frac{1}{T}$.

3.2. Нанести масштаб осей. Так как цифровые значения на осях начинаются не от нуля, а от некоторой фиксированной величины, то можно сделать разрыв осей и начать масштабирование осей с этих значений.

3.3. Нанести контрольные точки. Провести среднюю линию. Пример графика показан на **Рис. 6**.

3.4. Получим уравнение для вычисления ширины запрещенной зоны с использованием графика на **Рис. 6**.

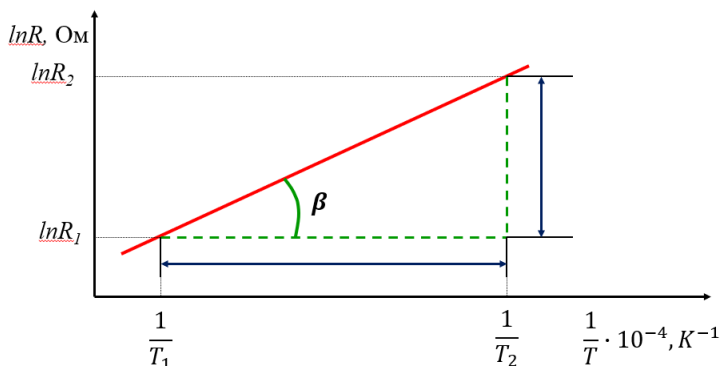


Рис. 6. Пример построения графика

Полученная зависимость представляет собой прямую линию. Для математического описания этой линии воспользуемся уравнением (13) и прологарифмируем его:

$$\ln R = \ln C + \frac{\Delta E}{2kT}. \quad (20)$$

В общем случае уравнение прямой описывается следующим выражением:

$$y = b + mx, \quad (21)$$

где: y – функция; x – переменная; b – точка пересечения прямой с ось OY , начальные условия; m – угловой коэффициент или тангенс угла наклона прямой.

Сравним уравнения (20) и (21) между собой и составим следующую аналогию, показанную в табл.3.

Таблица 3

Таблица аналогий

Формула (20)	$\ln R$	$\ln C$	$\frac{\Delta E}{2k}$	$\frac{1}{T}$
Формула (21)	y	b	$m = tg\beta$	x

Из табл. 3 следует, что тангенс угла наклона прямой и ширина запрещенной зоны связаны между собой следующим соотношением:

$$\frac{\Delta E}{2k} = tg\beta, \quad (22)$$

где $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Из уравнения (22) получаем формулу для вычисления ширины запрещенной зоны графическим способом:

$$\langle \Delta E_{\text{гр}} \rangle = 2k \cdot tg\beta. \quad (23)$$

3.5. Тангенс угла наклона прямой определяют с учетом масштаба осей:

$$tg\beta = \frac{\ln R_2 - \ln R_1}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \cdot 10^{-4}}. \quad (24)$$

3.6. По формуле (23) вычисляют ширину запрещенной зоны и переводят энергию из Дж в эВ используя следующее соотношение: $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

3.7. Вычислить степень несовпадения экспериментального и графического значения (относительная погрешность):

$$\delta = \left| \frac{\langle \Delta E \rangle - \langle \Delta E_{\text{гр}} \rangle}{\langle \Delta E \rangle} \right|. \quad (25)$$

3.8. Вычислить абсолютные погрешности аналитического и графического способов определения ширины запрещенной зоны полупроводника.

Аналитический способ:

$$\Delta(\langle \Delta E \rangle) = \langle \Delta E \rangle \cdot \delta. \quad (26)$$

Графический способ:

$$\Delta(\Delta E_{\text{гр}}) = \langle \Delta E_{\text{гр}} \rangle \cdot \delta. \quad (27)$$

3.9. Записать окончательный результат для каждого способа определения ширины запрещенной зоны полупроводника (эВ):

$$\Delta E = \langle \Delta E \rangle \pm \Delta(\langle \Delta E \rangle), \quad (28)$$

$$\Delta E_{\text{гр}} = \langle \Delta E_{\text{гр}} \rangle \pm \Delta(\Delta E_{\text{гр}}).$$

3.10. По табл. 4 определить какому полупроводнику или соединению соответствует полученное значение ширины запрещенной зоны.

Таблица 4

Ширина запрещенной зоны полупроводников при комнатной температуре

Элемент	ΔE , эВ
Бор (B)	1,1
Кремний (Si)	1,12
Германий (Ge)	0,75
Олово (Sn)	0,08
Фосфор (P)	1,5
Мышьяк (As)	1,19
Сурьма (Sb)	0,12
Сера (S)	2,5
Селен (Se)	1,69
Теллур (Te)	0,36
Арсенид-галлий (GaAs)	1,5
Кадмий-селен (CdSe)	2,4
Антимонид галлия (GaSb)	0.68

Контрольные вопросы

1. Что такое зонная теория твердых тел? Какие бывают виды зон. Как они возникают?
2. Каким образом с точки зрения зонной модели возникают свободные носители заряда в разрешенных зонах для металла и полупроводника?
3. Какие вещества с точки зрения зонной теории твердых тел являются полупроводниками?
4. Какие вещества с точки зрения зонной теории твердых тел являются металлами?
5. В чем состоит физический смысл запрещенной зоны в полупроводнике?

6. Как зависит сопротивление полупроводников от температуры? Приведите объяснение с точки зрения зонной теории.
7. Как зависит сопротивление металлов от температуры? Приведите объяснение с точки зрения зонной теории.
8. . Какие процессы уменьшают подвижность носителей заряда?

Рекомендуемая литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т.-М.: Наука,1987 -2009, т. 2.
2. Киреев П.С. Физика полупроводников. - М.: Наука,1969.
3. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978
4. Наумов Н. П. Физические свойства полупроводников. М. : МИИТ,1996.
5. Физика твёрдого тела: Учебное пособие для технических университетов /И.К. Верещвгин, С.М. Кокин, В.А. Никитенко, В.А. Селезнёв, Е.А.Серов/. Под. ред. И.К. Верещина – М., Высшая школа, 2001.