

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: определить плотность твердого цилиндрического тела.

Приборы и принадлежности: штангенциркуль, микрометр, электронные весы, тело цилиндрической формы.

Объект измерений: линейные размеры (высота и диаметр), масса тела цилиндрической формы.

Средства измерений: штангенциркуль, микрометр, электронные весы.

Введение

Массой тела m называется скалярная величина, являющаяся мерой инертности тела в поступательном движении. Плотностью тела ρ называется предел отношения массы Δm элемента тела к его объему ΔV при условии, что ΔV стремится к нулю:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (1)$$

Средней плотностью $\langle \rho \rangle$ неоднородного тела называется отношение всей массы m тела к его объему V :

$$\langle \rho \rangle = \frac{m}{V} \quad (2)$$

Вывод рабочей формулы

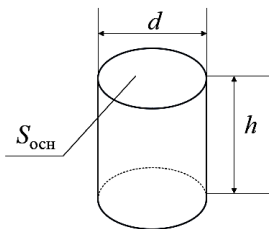


Рис. 1. Линейные размеры

Плотность твердого тела правильной цилиндрической формы определяют по формуле (2). На рис. 1 показаны линейные размеры твердого тела: d – диаметр; h – высота. $S_{\text{осн}}$ – площадь основания цилиндрического тела.

Объем цилиндра определяют по формуле:

$$V = S_{\text{осн}} h = \frac{\pi d^2}{4} h. \quad (3)$$

Подставив уравнение (3) в (2), получим рабочую формулу для определения плотности цилиндрического тела:

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h} \quad (4)$$

Таким образом, для определения плотности твердого тела необходимо измерить следующие величины: массу m ; диаметр основания d ; высоту цилиндра h .

Общие сведения из обработки результатов измерений

Виды измерений. Все измерения делятся на два вида – прямые и косвенные.

Прямое измерение – это измерение, при которых искомое значение физической величины находят непосредственно из эксперимента с использованием различных приборов.

Косвенное измерение – измерение, при котором значение физической величины получают на основании известной математической зависимости между некоторыми величинами.

Существует стандартный вид записи итогового результата:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x \text{ ед. изм., при } \delta_x = \dots \%,$$

где x – измеряемая физическая величина; $\langle x \rangle$ – среднее значение измеряемой величины; Δx – абсолютная погрешность измерения; δ_x – относительная погрешность измерения, выражается в абсолютных долях или процентах.

При обработке любых видов измерений необходимо итоговый результат представить в стандартном виде, поэтому требуется определить или вычислить среднее значение, абсолютную и относительную погрешности.

При проведении прямых измерений необходимо разобраться с методикой измерения и определением приборной погрешности.

Прямые измерения бывают однократные и многократные. При однократных измерениях среднее значение – это измерение фи-

зической величины один раз, абсолютная погрешность равна приборной. В лабораторной работе однократно измеряют высоту и массу цилиндра.

При многократных прямых измерениях среднее значение, абсолютную и относительную погрешности определяют на основе статистического анализа. В этой лабораторной работе на основе статистики проводится обработка измерения диаметра цилиндра. Все расчетные формулы показаны в разделе *«Обработка результатов измерений. 2. Обработка многократных результатов измерений»*.

Плотность цилиндра – это косвенное измерение. Итоговый результат также записывают в стандартном виде. Все расчетные формулы показаны в разделе *«Обработка результатов измерений. 4. Обработка косвенных результатов измерений»*.

Погрешности измерений. При прямых измерениях приборные погрешности определяют по шкале прибора. Эти погрешности не округляются.

При вычислениях погрешности округляют по следующим правилам:

- 1) погрешность выражают не более чем двумя значащими цифрами;
- 2) если первая значащая цифра в погрешности меньше «3», то погрешность округляют до двух значащих цифр;
- 3) если первая значащая цифра в погрешности больше или равна «3», то абсолютную погрешность округляют до одной значащей цифры;
- 4) погрешность всегда округляется в большую сторону (с избытком).

Определение погрешности постоянной величины. В расчетные формулы входят разные постоянных величины (константы), их также необходимо представлять в стандартном виде. Среднее значение константы – это номинал, ее числовое значение. Абсолютную погрешность определяют по следующему правилу: *погрешность постоянной величины (константы) определяют как половину единицы наименьшего разряда числа*. В лабораторной работе это правило применяют для определения абсолютной погрешности числа π .

Более подробно обработка результатов измерений изложена в [1]. Также рекомендуется ознакомиться с видеолекцией [2] и видео-инструкцией по выполнению и обработке результатов измерений лабораторной работы М-1, [3].

Методика измерений

1. Измерение массы. Массу тела определяют взвешивания на электронных весах. Электронные весы – это цифровой прибор, который представляет выходные данные в виде цифр на экране (жидкокристаллическом или светодиодном). Приборную погрешность цифрового прибора определяют по наименьшему количеству разрядов цифровой шкалы, рис. 2.

Чтобы определить массу цилиндра, его размещают строго по центру платформы весов и по индикационной шкале определяют массу, выраженную в единицах шкалы прибора, рис. 3.



Рис. 2. Электронные весы



Рис. 3. Определение массы

2. Измерение высоты. Высоту определяют с помощью штангенциркуля (рис. 4). Штангенциркуль представляет собой металлическую линейку – штангу **1**, по которой может скользить подвижная часть – рамка **2** с нониусом **7**.

Нониус – это дополнительная линейка, разделенная на n равных делений (обычно $a = 10$ или $a = 20$), которая при измерениях позволяет определить количество долей деления основной

шкалы. Деления на нониусе наносятся так, что $(ka - 1)$ -ое деление основной шкалы равно по длине n делениям нониуса (обычно $k = 1, 2$ или 4). В этом случае цена деления нониуса равна цене одного деления шкалы, деленной на число делений нониуса n . Так, например, для штангенциркуля, изображенного на рис. 5, цена деления нониуса составляет $1 \text{ мм}/20 = 0,05 \text{ мм}$. Для приборов с нониусом в качестве приборной ошибки принимается цена деления нониуса.

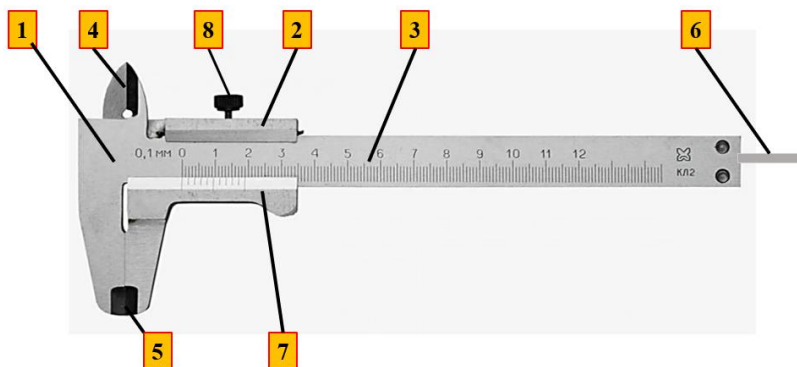


Рис. 4. Штангенциркуль: 1 – штанга; 2 – подвижная рамка; 3 – шкала штанги; 4 – губки для внутренних измерений; 5 – губки для наружных измерений; 6 – линейка глубиномера; 7 – нониус; 8 – винт для зажима рамки

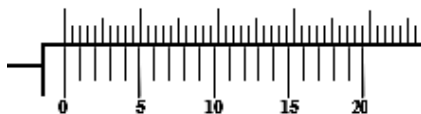


Рис. 5. Нониус штангенциркуля

При измерении высоты штангенциркулем тело помещают между подвижными губками 5. При отсчете целое число миллиметров определяют по основной шкале штангенциркуля (до нулевого деления нониуса), а доли миллиметра – по нониусу. Для этого находят номер N деления шкалы нониуса, который совпадает с некоторым (неважно каким) делением основной шкалы.

Тогда доли миллиметра определяют как произведение цены деления нониуса на целое число N .

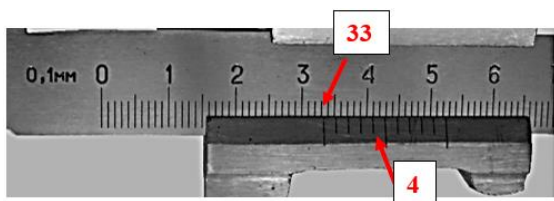


Рис. 6. Пример показаний штангенциркуля

Пример снятия показания с прибора (рис. 6). Приборная погрешность штангенциркуля указана на штанге **1** и равна 0,1 мм. Следовательно, измерение необходимо представить в следующем формате: Y, X мм. Y – это целое число мм, его определяют по количеству делений шкалы штанги до нуля шкалы нониуса по основной шкале штанги. В примере: $Y = 33$ мм. X – это число после запятой. Необходимо найти совпадение делений по основной шкале штанги и шкале нониуса. На рис. 6 – это деление 4. Далее проводят несложные вычисления:

$$X = N \cdot 0,1 = 4 \cdot 0,1 = 0,4 \text{ мм.}$$

Результат измерения: $33 + 0,4 = 33,4$ мм.

В учебных лабораториях для выполнения различных измерений применяют штангенциркули с разными приборными погрешностями. Примеры показаны на рис. 7.

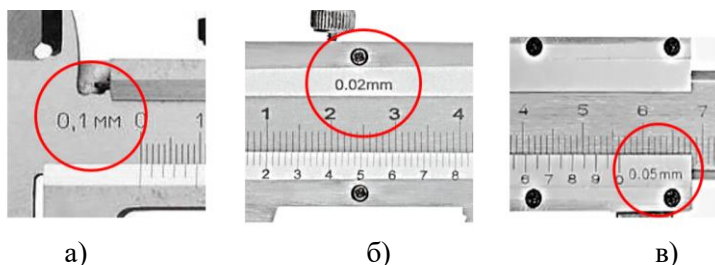


Рис. 7. Штангенциркули с разными приборными погрешностями: а) 0,1 мм; б) 0,02 мм; в) 0,05 мм

3. *Измерение диаметра.* Диаметр цилиндра определяют с помощью микрометра. Составные части микрометра указаны на рис. 8.

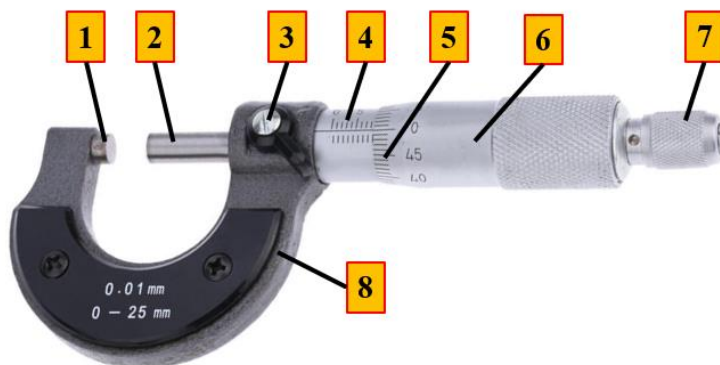


Рис. 8. Микрометр: 1 – пятка; 2 – шпиндель микрометрического винта; 3 – стопор микрометрического винта; 4 – горизонтальная шкала; 5 – круговая шкала; 6 – барабан; 7 – трещотка; 8 – скоба

Измеряемый предмет помещают между пяткой **1** и шпинделем **2**. Шпиндель **2** и барабан **6**, составляя одно целое, вращаются и ввинчиваются в пятку **1**, зажимая измеряемую деталь. Для того, чтобы прижим предмета был не слишком сильным и оставался стандартным, барабан вращают за трещотку **7** до момента, когда барабан начинает «прощёлкивать», слышны характерные звуки. Далее фиксируют стопор **3** и снимают показания.

Для перемещения на одно деление основной шкалы барабан **6** делает два полных оборота (рис. 9). Под основной шкалой нанесены деления, соответствующие только одному полному обороту барабана. По краю круговой шкалы барабана равномерно нанесены деления, разделяющие его окружность на доли оборота.

Цена деления на барабане равна цене деления основной шкалы, деленной на число делений на барабане. Для микрометров, приведенного на рис. 10 и рис. 11: $0,5 \text{ мм} / 50 = 0,01 \text{ мм}$. Таким

образом, при измерении линейных размеров предмета микрометром к отсчету по основной шкале надо прибавить величину, равную произведению цены деления барабана на число отсчетов.



Рис. 9. Основная и круговая шкалы микрометра

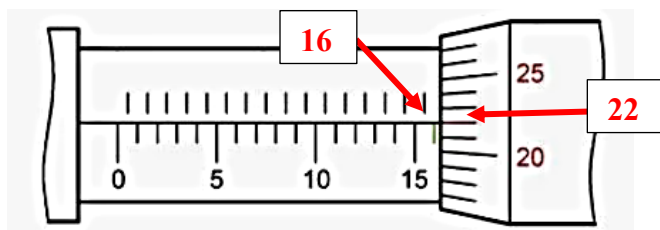


Рис. 10. Пример 1 показаний микрометра

Пример 1 снятия показания с прибора (рис. 10). Приборная погрешность микрометра равна 0,01 мм. Следовательно, измерение необходимо представить в формате: Y,XX мм. Y – это целое число мм, определяют по горизонтальной шкале: $Y = 16$ мм. $0,XX$ – это число после запятой, его определяют по пересечению с черной линией на горизонтальной шкале и учитывают на каком обороте находится барабан. На первом обороте ничего не прибавляют, на втором прибавляют 0,5 мм. На рис. 10: $0,XX = 0 + 0,22 = 0,22$ мм.

Результат измерения: $16 + 0,22 = 16,22$ мм.

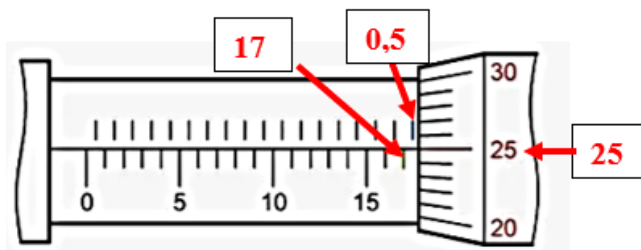


Рис. 11. Пример 2 показаний микрометра

Пример 2 снятия показания с прибора (рис. 11). Приборная погрешность микрометра равна 0,01 мм. Целое число: $Y = 17$ мм. В этом примере на круговой шкале «открыто» верхнее деление. Это означает, что барабан при движении по горизонтальной шкале находится на втором обороте и надо учесть эту половину оборота. На круговой шкале по пересечению с черной горизонтальной линией получаем: $0,XX = 0,25$ мм.

Результат измерения: $17 + 0,5 + 0,25 = 17,75$ мм.

В учебных лабораториях для выполнения различных измерений применяют микрометры с двумя форматами основной шкалы, рис. 12.

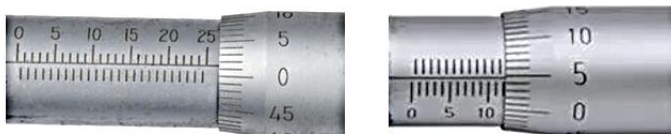


Рис. 12. Варианты шкал микрометров

При измерениях штангенциркулем и микрометром перед началом измерений следует проверить «нулевое» положение прибора. При наличии ошибки «нуля» следует либо отрегулировать прибор, либо учитывать ее при измерениях.

Порядок выполнения работы

1. *Измерение массы.* Массу измеряют однократно на электронных весах и записывают полученный результат в табл. 1. Погрешность измерения массы принимают как приборную погрешность электронных весов: $\Delta m = \Delta m_{\text{пр}}$.

Для цифровых приборов погрешность определяют по следующему правилу: *допустимая погрешность определяется по количеству разрядов цифровой шкалы.*

Таблица 1

Измерение массы цилиндрического тела

$\langle m \rangle$, кг	Δm , кг	$m = \langle m \rangle \pm \Delta m$, кг

2. *Измерение высоты.* Высоту измеряют один раз штангенциркулем и записывают полученные результаты в табл. 2. Погрешность измерения высоты принимают как приборную погрешность штангенциркуля: $\Delta h = \Delta h_{\text{пр}}$.

Таблица 2

Измерение высоты цилиндрического тела

$\langle h \rangle$, м	Δh , м	$h = \langle h \rangle \pm \Delta h$, м

3. *Измерение диаметра.* Диаметр измеряют пять раз микрометром, записывают полученные результаты в табл. 3 и проводят статистическую обработку результатов измерений.

Таблица 3

Измерение диаметра цилиндрического тела

№ опыта	1	2	3	4	5
d_i , мм					

Обработка результатов измерений

1. *Обработка прямых однократных измерений.* При однократных измерениях среднее значение – это измеренная физическая величина. Абсолютная погрешность равна приборной погрешности. Необходимо итоговый результат записать в стандартном виде в системе СИ.

2. *Обработка прямых многократных измерений.* Формулы для вычислений.

1.1. Среднее арифметическое значение:

$$\langle d \rangle = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5}{5}. \quad (5)$$

1.2. Отклонение от среднего:

$$\Delta d_i = |d_i - \langle d \rangle|. \quad (6)$$

1.3. Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_{\langle d \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta d_i^2}. \quad (7)$$

1.4. Случайная погрешность:

$$\Delta d_{\text{сл}} = \sigma_{\langle d \rangle} \cdot t_{p,n} \quad (8)$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента (p – доверительная вероятность, n – число опытов). Для серии из пяти опытов ($p = 0,95$, $n = 5$): $t_{p,n} = 2,8$.

1.5. Абсолютная погрешность:

$$\Delta d = \sqrt{\Delta d_{\text{пр}}^2 + \Delta d_{\text{сл}}^2}. \quad (9)$$

Если одна из погрешностей (приборная или случайная) в три и более раз больше другой, то меньшей погрешностью пренебрегают.

1.6. Записать итоговый результат в стандартном виде в системе СИ:

$$d = \langle d \rangle \pm \Delta d, \text{ м}$$

3. Определение погрешности постоянных величин.

Определите среднее значение и абсолютную погрешность для числа π . Итоговый результат записать в стандартном виде:

$$\pi = \langle \pi \rangle \pm \Delta \pi$$

4. Обработка косвенных результатов измерений. Формулы для вычислений.

3.1. Среднее значение:

$$\langle \rho \rangle = \frac{4 \langle m \rangle}{\langle \pi \rangle \langle d \rangle^2 \langle h \rangle}. \quad (10)$$

3.2. Относительная погрешность:

$$\delta_\rho = \frac{\Delta \rho}{\langle \rho \rangle} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\langle \pi \rangle}\right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta d}{\langle d \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\langle h \rangle}\right)^2}. \quad (11)$$

3.3. Абсолютная погрешность косвенного измерения:

$$\Delta \rho = \delta_\rho \cdot \langle \rho \rangle. \quad (12)$$

4. Записать итоговый результат в стандартном виде:

$$\rho = \langle \rho \rangle \pm \Delta \rho, \text{ ед. изм.} \quad (13)$$

5. Определить по справочным таблицам (интернет, поисковые системы) по значению средней плотности из какого материала изготовлено цилиндрическое твердое тело.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение плотности твердого тела.
2. Как можно вычислить плотность тела исходя из его геометрии?
3. Перечислите основные составные части штангенциркуля.
4. Объясните, как определяют линейные размеры тел с помощью этого прибора.
5. Перечислите основные составные части микрометра.
6. Объясните, как определяют линейные размеры тел с помощью этого прибора.

7. Дайте определение прямых и косвенных результатов измерений. Приведите примеры.
8. Объясните, как определяют погрешность постоянной величины. Приведите примеры.
9. Сформулируйте правило округления погрешностей. Приведите примеры.
10. Как определяют поправочные коэффициенты Стьюдента по таблицам? Приведите примеры.
11. Объясните, как определяют точность среднего косвенного значения плотности? При ответе использовать полученные вычисленные значения погрешностей косвенного измерения.

Рекомендуемая литература

1. Обработка результатов измерений в физическом эксперименте: учебно-методическое пособие / Н. В. Быков, Е. В. Иванова; под редакцией Н. В. Быкова. — М.: РУТ (МИИТ), 2025. — 60 с.
2. Видеолекция «Обработка результатов измерений»
https://vk.com/video-219614133_456239031?list=cf3fe467ebc68753f3