

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЙ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

Цель работы: определить показатель адиабаты и работу адиабатического расширения для воздуха.

Приборы и принадлежности: колба; измерительный блок с компрессором и датчиком температуры; спускной электромагнитный клапан; линейка.

Объект измерений: давление газа после накачки и спуска; температура газа; линейные размеры баллона.

Средства измерений: электронный термометр; электронный манометр; линейка.

Теоретическая часть

Для нагревания различных тел на один градус необходимо затратить различное количество теплоты. Физической характеристикой этого различия является теплоемкость. Теплоемкостью называется отношение количества теплоты dQ , которое получило тело, к изменению его температуры dT :

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (1)$$

Для твердых тел и жидкостей обычно используется удельная теплоемкость:

$$C_m = \frac{dQ}{m \cdot dT}. \quad (2)$$

В термодинамике газов используется молярная теплоемкость, которая зависит от химического состава, вида термодинамического процесса и изменяющего состояние системы:

$$C_v = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} = \frac{\mu}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}, \quad (3)$$

где $\nu = \frac{m}{\mu}$ – количество молей вещества, m – масса вещества, μ – его молярная масса. Молярная теплоемкость численно равна

количеству теплоты, необходимому для нагревания одного моля вещества на один Кельвин.

Величина теплоемкости зависит от условий нагревания газа. Различают два вида теплоемкостей: C_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении и C_v – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

При описании различных процессов над газами, необходимо учитывать закон сохранения энергии, который называют первым началом термодинамики: количество теплоты dQ , сообщенное системе, затрачивается на увеличение ее внутренней энергии dU и на работу dA , совершаемую системой против внешних сил:

$$dQ = dU + dA. \quad (4)$$

Внутренняя энергия газа произвольной массы газа определяется уравнением:

$$dU = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R dT, \quad (5)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа (число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве), $\frac{m}{\mu}$ – количество молей газа.

Работа газа определяется как произведение давления на изменение объема газа:

$$dA = p dV. \quad (6)$$

Термодинамическое состояние газа описывается уравнением Менделеева-Клапейрона. Для 1 моля газа это уравнение имеет вид:

$$p dV = R dT. \quad (7)$$

Если газ нагревается при постоянном объеме, то все подводимое тепло идет на увеличение внутренней энергии газа. Объем газа не изменяется, и работа газа будет равна нулю. Тогда теплоемкость газа при постоянном объеме для 1 моля с учетом уравнения (4) определяется следующим образом:

$$C_v = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU + 0}{dT} = \frac{i}{2} R \frac{dT}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (8)$$

Если газ нагревается при постоянном давлении, то теплоемкость C_p определяют с учетом (4) и (7) следующим образом:

$$C_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU + dA}{dT} = \frac{i}{2} R \frac{dT}{dT} + \frac{pdV}{dT} = \frac{i}{2} R + R. \quad (9)$$

Теплоемкости при постоянном объеме и давлении связаны между собой следующим уравнением:

$$C_p = C_V + R, \quad (10)$$

где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная, численной равная работе, совершенной при нагревании одного моля идеального газа на один Кельвин при постоянном давлении. Формулу (10) называют уравнением Майера.

$C_p > C_V$, т.к. при постоянном давлении подводимое к газу тепло расходуется не только на изменение его температуры, но и на изменение объема.

Для любого газа можно определить величину, равную отношению теплоемкостей при постоянном давлении и объеме, которую называют показатель адиабаты γ , с учетом (10), получаем:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} = 1 + \frac{2}{i} = \frac{i+2}{i}. \quad (11)$$

Теоретический показатель адиабаты. Из формулы (11) следует, что отношение молярных теплоемкостей определяется только числом степеней свободы и не зависит от температуры.

Основные компоненты воздуха: азот N_2 – 78 %, кислород O_2 – 21 % и некоторые другие газы (из них наибольшую часть составляет аргон). Поэтому с точностью до 1 % воздух можно считать двухатомным газом. Для воздуха при комнатной температуре ($i=5$) определяют теоретический показатель адиабаты: $\gamma_T = 1,40$.

В реальных условиях показатель адиабаты для одноатомных газов практически не зависит от температуры, а для воздуха, содержащего двухатомные молекулы, заметно уменьшается при нагревании выше 400 К, так как при высоких температурах возбуждаются колебательные степени свободы, и заметная доля подводимой теплоты расходуется на повышение энергии колебательного движения атомов в молекуле.

Метод Клемана-Дезорма. Экспериментальный метод определения показателя адиабаты основан на использовании изохорического и адиабатического процессов.

Адиабатическим называется процесс, происходящий без теплообмена системы с окружающей средой, $dQ = 0$. В этом случае работа, совершаемая системой над внешними силами, производится за счет ее внутренней энергии. Во время адиабатического сжатия работа выполняется над системой и считается положительной: энергия передается системе, увеличивая ее внутреннюю энергию. В время адиабатического расширения работа выполняется системой и считается отрицательной: энергия передается из системы, уменьшая ее внутреннюю энергию:

$$dA = -dU. \quad (12)$$

Исходя из уравнения (5) видно, что характеристикой внутренней энергии газа является температура. Если в адиабатическом процессе производится работа, то это происходит с обязательным изменением температуры. Например, если работа положительна, и внешние силы сжимают газ, то его температура увеличивается, газ нагревается.

При адиабатическом процессе изменение параметров состояния газа подчиняется закону Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (13)$$

Вывод рабочей формулы для определения показателя адиабаты. Рассмотрим стандартную лабораторную установку для определения отношения теплоемкостей воздуха методом Клемана-Дезорма (рис. 1), которая состоит из стеклянного баллона Б, соединенного с водяным манометром М и насосом Комовского Н. Посредством крана К баллон Б может быть соединен с атмосферой.

Водяной манометр – это один из видов жидкостного манометра, в котором измеряемое давление уравнивается гидростатическим столбом воды.

Выделим мысленно в баллоне некоторую порцию воздуха. Рассмотрим процессы над газом в баллоне, рис. 2.

Если открыть кран К и накачать насосом Н воздух, то давление в баллоне повысится и станет равным:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1, \quad (14)$$

где p_0 – атмосферное давление, h_1 – разность уровней жидкости в манометре (избыток над атмосферным давлением), $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

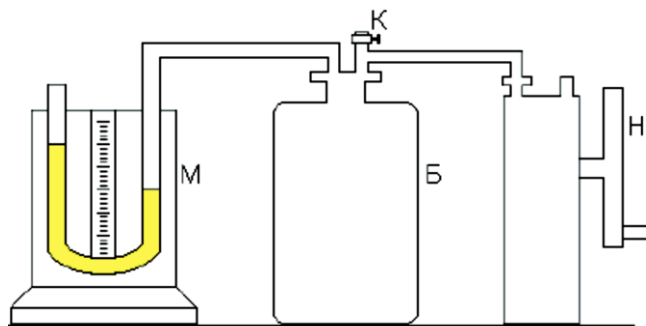


Рис. 1. Схема стандартной лабораторной установки для определения отношения теплоёмкостей воздуха методом Клемана-Дезорма

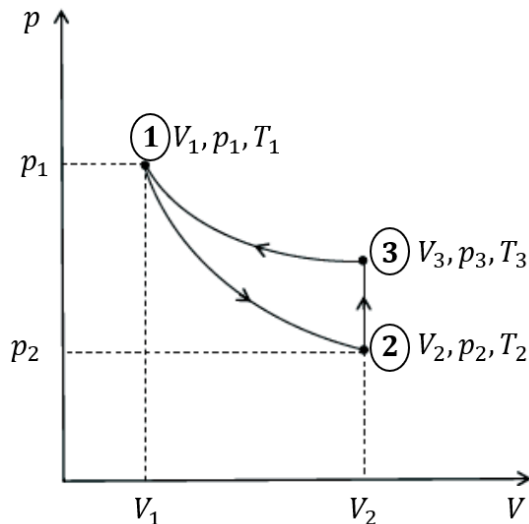


Рис. 2. График цикла Клемана – Дезорма

Следует учесть, что при накачке газ будет занимать меньший объем и воздух в баллоне нагревается, измерять избыток давления h_1 следует тогда, когда температура воздуха в баллоне станет равной комнатной, через 1-2 минуты. Параметры выделенной массы воздуха в баллоне станут: V_1, p_1, T_1 – *состояние 1*, рис. 2.

Если далее, на короткое время открыть кран К, то газ будет быстро (адиабатически) расширяться. Часть воздуха выйдет из баллона. Оставшийся воздух, который занимал перед открытием крана часть объема баллона, займет весь объем колбы: $V_2 = V_3$. Температура воздуха в результате его адиабатического расширения окажется ниже комнатной, а давление станет равным атмосферному ($p_2 = p_0$ – атмосферное давление). Таким образом, в момент закрытия крана параметры воздуха в баллоне станут: V_2, p_2, T_2 – *состояние 2*, рис. 2.

В результате теплообмена, спустя 1-2 минуты после того, как кран закрыт, температура воздуха постепенно возрастает до первоначальной комнатной $T_3 = T_1$, давление увеличивается до p_3 :

$$p_3 = p_0 + \rho g h_2, \quad (15)$$

где h_2 – новая разность уровней жидкости в манометре (избыток над атмосферным давлением). Параметры воздуха в баллоне станут: V_3, p_3, T_3 – *состояние 3*, рис. 2.

При адиабатическом расширении газа (процесс 1→2) параметры газа связаны между собой через уравнение (13):

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad (16)$$

или

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma. \quad (17)$$

В состояниях 1 и 3 температура одинаковая, поэтому параметры газа связаны между собой через уравнение изотермы. Учитывая, что $V_2 = V_3$, получаем:

$$p_1 V_1 = p_3 V_2, \quad (18)$$

или

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_3}{p_1}. \quad (19)$$

После подстановки (19) в (17), и учитывая, что $p_2 = p_0$ – атмосферное давление, получаем:

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^\gamma. \quad (20)$$

Прологарифмируем выражение (20):

$$\ln p_0 - \ln p_1 = \gamma(\ln p_3 - \ln p_1). \quad (21)$$

Учитывая, что $p_2 = p_0$, подставим в (21) уравнения (14) и (15), получим:

$$\gamma = \frac{\ln p_0 - \ln(p_0 - \rho g h_1)}{\ln(p_0 + \rho g h_2) - \ln(p_0 + \rho g h_1)}. \quad (22)$$

Так как давления незначительно отличаются друг от друга, то приближенно в выражении (22) логарифмы можно заменить числами:

$$\gamma = \frac{p_0 - p_0 - \rho g h_1}{p_0 + \rho g h_2 - p_0 - \rho g h_1}, \quad (23)$$

или

$$\gamma = \frac{\rho g h_1}{\rho g h_1 - \rho g h_2} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}, \quad (24)$$

где Δp_1 и Δp_2 – избыточные давления после нагнетания и сброса воздуха в баллоне.

Вывод рабочей формулы для определения работы в адиабатическом процессе. Работа в термодинамике определяется как произведение давления на изменение объема газа:

$$A = p \int_{V_1}^{V_2} dV. \quad (25)$$

Давление p с учетом (13) можно представить следующим образом:

$$p = \frac{\Delta p_1 V_1^\gamma}{V^\gamma}, \quad (26)$$

где индексом «1» параметры состояния газа после нагнетания воздуха компрессором.

Подставим (26) в (25) и после несложных математических выкладок, получим уравнение для вычисления работы в адиабатическом процессе:

$$A = \frac{\Delta p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (27)$$

На основании уравнения адиабаты можно провести замену:

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (28)$$

тогда получаем уравнение для вычисления работы в адиабатическом процессе:

$$A = \frac{\Delta p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right]. \quad (29)$$

Методика проведения измерений и описание установки

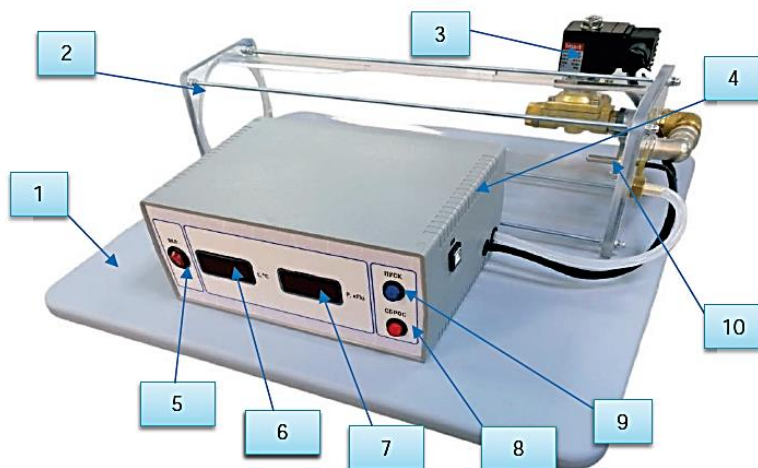


Рис. 3. Лабораторная установка: 1 – основание; 2 – колба; 3 – спускной электромагнитный клапан; 4 – измерительный модуль; 5 – кнопка включения питания «СЕТЬ»; 6 – измеритель температуры, °C; 7 – измеритель давления, кПа; 8 – кнопка включения электромагнитного спускного клапана «СБРОС»; 9 – кнопка включения компрессора «ПУСК»; 10 – датчик температуры

Внешний вид лабораторной установки показан на рис. 3. К колбе **2** прикреплен спускной электромагнитный клапан **3** и датчик температуры **10**. Давление в колбе нагнетается компрессором, установленным в измерительном модуле **4** по пневматическому шлангу. Измерение давления в системе осуществляется датчиком давления, установленным в измерительном модуле **4**.

На лицевой панели измерительного модуля **4** расположены следующие элементы управления, коммутации и индикации: **5** – кнопка включения питания «СЕТЬ»; **9** – кнопка включения компрессора «ПУСК»; **8** – кнопка сброса давления «СБРОС»; **7** – измеритель давления, отображающий давление в колбе «Р, кПа»; **6** – измеритель температуры, отображающий температуру в колбе «t, °C».

На задней стенке блока управления находятся сетевой разъем для подключения к сети 220В 50 Гц с предохранителем 1А.

Порядок выполнения работы

1. Подключить измерительный модуль к сети переменного тока 220 В 50 Гц.

2. Перевести клавишный выключатель «СЕТЬ» на измерительном модуле в положение «ВКЛ.», при этом на индикаторах высветятся значения давления в колбе и температура воздуха в колбе. Индикатор давления указывает избыточное давление сверх атмосферного.

3. Удерживая кнопку «ПУСК» включения компрессора установить давление в колбе (≈ 35 кПа). При достижении этого давления отпустить кнопку.

4. Необходимо дождаться установления равновесия, при этом вначале давление будет снижаться за счет охлаждения. При установлении равновесия давление будет оставаться практически постоянным в течение 10-15 секунд. Записать показания давления Δp_1 и температуры t_1 .

5. Нажать кнопку «СБРОС» электромагнитного клапана (будет слышен характерный щелчок и звук стравливаемого воздуха) и удерживать ее в течение 1-2 секунды.

6. Отпустить кнопку «СБРОС». Выждать 1-2 минуты. Записать максимальное значение показания давления Δp_2 и температуры t_2 .

7. Занести все показания в таблицу экспериментальных результатов.

8. Повторить пункты 3-7 еще четыре раза.

Таблица

Экспериментальные данные

| № | Δp_1 , кПа | t_1 , °C | T_1 , К | Δp_2 , кПа | t_2 , °C | T_2 , К | γ_i | A, мДж |
|---|-----------------------|---------------|--------------|-----------------------|---------------|--------------|------------|-----------|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |

9. Измерить диаметр D и длину баллона h (рис. 4).

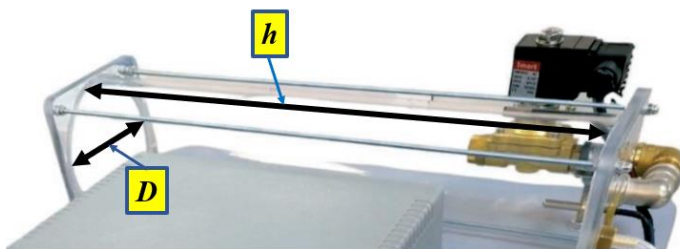


Рис. 4. Геометрия баллона с газом

Обработка результатов измерений

1. Перевести температуру в Кельвины по формуле:

$$T = t + 273,15. \quad (30)$$

2. Вычислить по формуле (24) значение показателя адиабаты в каждом опыте.

3. Вычислить среднее значение показателя адиабаты, как среднее арифметическое:

$$\langle \gamma \rangle = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5}{5}. \quad (31)$$

4. Вычислить среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma_{\langle \gamma \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\gamma_i - \langle \gamma \rangle)^2}, \quad (32)$$

где n – число опытов.

5. Вычислить абсолютную погрешность:

$$\Delta \gamma = t_{p,n} \cdot \sigma_{\langle \gamma \rangle}, \quad (33)$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента, который определяют по таблице при следующих условиях: $p = 0,95$; $n = 5$.

6. Записать окончательный результат в стандартном виде:

$$\gamma = \langle \gamma \rangle \pm \Delta \gamma.$$

7. Сравнить полученное экспериментальное значение с теоретическим показателем адиабаты. Вычислить степень несовпадения:

$$\delta_\gamma = \frac{|\gamma_T - \langle \gamma \rangle|}{\langle \gamma \rangle} \cdot 100 \%. \quad (34)$$

8. Вычислить объем баллона:

$$V_1 = S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{\pi D^2 h}{4}. \quad (35)$$

9. Вычислить работу в адиабатическом процессе по формуле (29), подставляя вычисленное значение показателя адиабаты в каждом опыте.

10. Вычислить среднее значение работы $\langle A \rangle$ как среднее арифметическое.

11. Вычислить относительную погрешность определения работы в адиабатическом процессе для опыта № 1:

$$\delta_A = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} = \frac{\Delta p_{\text{пр}}}{\Delta p_1} + \frac{\Delta V}{V_1} + \frac{\Delta T_{\text{пр}}}{T_1} + \frac{\Delta T_{\text{пр}}}{T_2} + \frac{\Delta \gamma}{\gamma_1}, \quad (36)$$

где $\Delta p_{\text{пр}}$, $\Delta T_{\text{пр}}$ – приборные погрешности цифровых приборов манометра и термометра; ΔV – погрешность объема колбы, определяют по правилу определения погрешности постоянной величины; $\Delta \gamma$ – абсолютная погрешность показателя адиабаты.

12. Вычислить абсолютную погрешность определения работы в адиабатическом процессе:

$$\Delta A = \delta_A \cdot \langle A \rangle. \quad (37)$$

13. Записать окончательный результат в стандартном виде:

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A \text{ ед. изм.}$$

14. Сформулировать общие выводы по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение теплоемкости газа и укажите соответствующие единицы измерения.
2. Приведите формулы и дайте определение молярной и удельной теплоемкостей. Как эти теплоемкости связаны между собой?
3. Какой процесс называют адиабатическим? Запишите первое начало термодинамики для адиабатического процесса и сформулируйте его физический смысл. При каких условиях возможно осуществление этого процесса?
4. Дайте определение степени свободы. Какие бывают степени свободы? Сколько степеней свободы у одно-, двух- и трехатомных молекул?
5. Напишите все возможные виды уравнения адиабаты идеального газа. От чего зависит показатель адиабаты? Приведите соответствующую формулу.
6. Как определяется теоретический показатель адиабаты для одно-, двух- и трехатомных молекул?
7. На диаграмме $p - V$ укажите все процессы, происходящие над газом в баллоне.
8. Почему воздух можно считать двухатомным газом?
9. Как определяется абсолютная погрешность показателя адиабаты?

10. Как определяют приборные погрешности цифровых приборов?

Рекомендуемая литература

1. Физика: учеб. пособие для студ. спец. и напр. ИУИТ, ИТТСУ, ИПСС, ИЭФ, вечернего факультета. Ч.2. Конспект лекций / С. М. Кокин, В. А. Никитенко; МИИТ. Каф. Физика.М.: МИИТ, 2013. - 178 с.
<http://library.mii.ru/bookscatalog/upos/14-47.pdf>
Лекция № 14: вопрос 14.2 (стр.122-127);
Лекция № 16: вопрос 16.1 (стр. 145-152); вопрос 16.2 (стр. 152-154); вопрос 16.3 (стр. 154-156).
2. Курс общей физики. В 5 т. Т. 3. Молекулярная физика и термодинамика: Учебное пособие. 5/е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2021. – 224 с.:
https://vk.com/doc16214643_672374836?hash=La4MMCUo0EQq9NhFGidqwWquL9gJKT2E41VoZoNLaQw&dl=DKJE7LUW5H706gSUf3ejw1D66k919p95oTnGU35rAUT&api=1&no_preview=1
§ 1.5 (стр.15-19); § 1.6 (стр.19-21); § 1.8 (стр.23-26); § 1.9 (стр.26-30); § 1.10 (стр.30-32).