

Работа М-5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента вязкости (коэффициента внутреннего трения) жидкости по методу Стокса.

Приборы и принадлежности: стеклянный цилиндрический сосуд с вязкой жидкостью (с глицерином, касторовым или вазелиновым маслом); мелкие шарики из твердого материала (свинца, стали, стекла); микрометр; секундомер; масштабная линейка.

Введение

Вязкость (внутреннее трение) – свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. Она оказывает существенное влияние на протекание многих процессов и ее необходимо учитывать при решении практических задач в различных областях науки и техники: гидро-, аэродинамике, гидравлике, механике трущихся поверхностей (рельс – колесо) и т. д.

В равновесном состоянии все слои жидкости (газа) покоятся друг относительно друга. При их относительном движении возникают факторы, стремящиеся уменьшить относительную скорость, то есть возникают силы торможения или проявляется вязкость. Механизм этих сил сводится к обмену импульсом упорядоченного движения между различными слоями, то есть, к переносу импульса упорядоченного движения. Поэтому возникновение сил трения в газах и жидкостях обусловлено *процессом переноса*, а именно процессом переноса импульса упорядоченного движения молекул.

Возникновение сопротивления, обусловленное вязкостью, поясним на следующем примере. Представим себе две пластины *A* и *B* (рис. 1), пространство между которыми заполнено жидкостью. Пластина *B* под действием тангенциальной (касательной) силы F и противодействующей ей силы трения $F_{\text{тр}}$ движется с постоянной скоростью, пластина *A* неподвижна. Слой жидкости, ближайший к пластине *B*, как бы «прилипает» к ней и движется с той же скоро-

стью, а слой, непосредственно прилегающий к пластине A , – неподвижен. Мысленно разобьем жидкость на плоскопараллельные слои, перемещающиеся с различными скоростями. На рис.1 показана зависимость скорости слоя $v(z)$ от расстояния z до пластины A . Рассечем мысленно жидкость, заключенную между пластинами A и B , на две части площадкой S , параллельной скорости течения жидкости. Молекулы, находящиеся справа от S , обладают большей скоростью, а следовательно и большим импульсом, чем слева. Переходя из пространства BS в AS , молекулы передают часть своего упорядоченного импульса молекулам, с которыми они сталкиваются в левой части (AS). Аналогично, более медленные молекулы, попадая из левой части (AS) в правую, при столкновении отнимают часть упорядоченного импульса у молекул, расположенных в правой части (BS). В итоге жидкость в правой части испытывает как бы тормозящую силу, направленную против скорости v . Таким образом можно объяснить возникновение сил внутреннего трения.

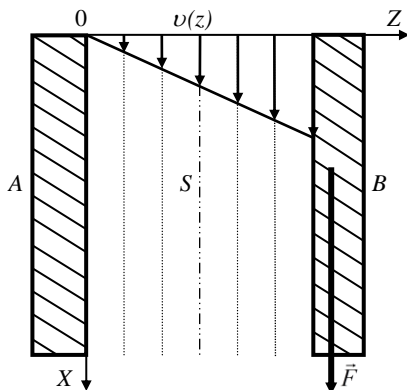


Рис. 1

Для пояснения этого факта некоторые авторы проводят следующую аналогию. Две железнодорожные платформы движутся по параллельным рельсам с различными скоростями. Грузчики, находящиеся на платформах, перебрасывают мешки с песком со своей платформы на соседнюю. Ясно, что в результате этого быстрее движущаяся платформа будет тормозиться, а медленнее движущаяся – ускоряться.

Ньютон установил, что сила трения между слоями жидкости, движущимися с разными скоростями, зависит от площади соприкосновения слоёв и изменения скорости при переходе от одного

слоя к другому, перпендикулярному направлению скорости. Эта последняя величина носит название *градиента скорости*.

$$\text{grad } v = \frac{dv}{dz}.$$

Следовательно, согласно выводам Ньютона, для силы внутреннего трения $F_{\text{тр}}$ можно записать:

$$|F_{\text{тр}}| = F = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| S, \quad (1)$$

где F – тангенциальная сила, вызывающая сдвиг слоев жидкости друг относительно друга,

S – площадь слоя, по которому происходит сдвиг,

$\frac{dv}{dz}$ – градиент скорости течения (быстрота её изменения от слоя к слою),

η – коэффициент вязкости (внутреннего трения) жидкости.

Согласно формуле (1), η – **коэффициент вязкости жидкости** численно равен тангенциальной силе, приходящейся на единицу площади, необходимой для поддержания разности скоростей равной единице, между двумя параллельными слоями жидкости, расстояние между которыми равно единице. Единицей вязкости в СИ согласно указанному определению является

$$\eta = \frac{F}{\frac{\Delta v}{\Delta z} S}; \quad [\eta] = \frac{\text{Н}}{\frac{\text{м/с}}{\text{м}} \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

В условиях установившегося ламинарного течения при неизменной температуре T коэффициент вязкости – постоянная величина, независимая от градиента скорости. Коэффициент вязкости имеет различные значения для разных жидкостей. Так, например, у глицерина (при температуре $t = +20^\circ \text{C}$) η в 1,5 тыс. раз больше, чем у воды. Для конкретной жидкости коэффициент η зависит от параметров, характеризующих ее внутреннее состояние, и, в первую очередь, от температуры, понижаясь с ростом T . Так, вяз-

кость воды при изменении температуры от 0 °С до +100 °С уменьшается от $1,8 \cdot 10^{-3}$ до $2,8 \cdot 10^{-4}$ Па·с. Особенно сильно зависит от температуры вязкость масел; так, например, вязкость касторового масла при повышении температуры от +18 °С до +40 °С падает почти в четыре раза.

Коэффициент внутреннего трения жидкости может быть найден путем измерения силы трения, возникающей при падении твердого тела (например, шарика) в этой жидкости. Различие скоростей слоев жидкости возникает потому, что в результате взаимного притяжения между частицами жидкости и падающего шарика ближайший к нему слой движется с его же скоростью, а остальные - со все уменьшающейся v . Слой жидкости, примыкающий к стенкам сосуда, имеет скорость, равную нулю.

Величину силы трения можно определить следующим образом.

На твердый шарик, падающий в жидкости (рис. 2), действует три силы:

- Сила тяжести P , направленная вертикально вниз и равная

$$P = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g, \quad (2)$$

где r – радиус шарика;

ρ_1 – плотность материала шарика при данной температуре;

g – ускорение свободного падения.

- Подъемная сила Архимеда F_A , направленная вертикально вверх и равная весу жидкости, вытесненной шариком,

$$F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_2 g \quad (3)$$

(здесь ρ_2 – плотность жидкости при данной температуре).

- Сила трения $F_{тр}$, направленная в сторону, обратную скорости движения (в нашем случае верти-

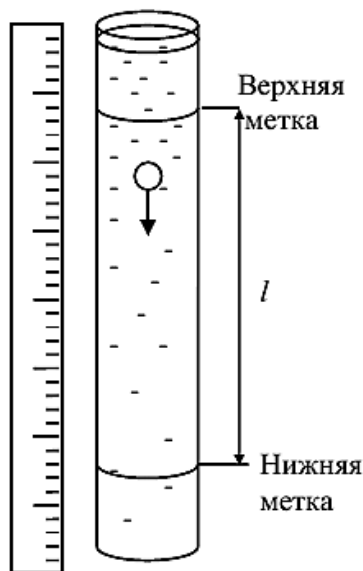


Рис. 2

кально вверх), и пропорциональная при малых скоростях величине скорости. Как показал Стокс, эта сила при движении твердого тела, имеющего шаровую форму, равна

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta\nu, \quad (4)$$

где ν – скорость движения шарика;

η – искомый коэффициент внутреннего трения.

В результате действия на шарик трех сил он будет двигаться под действием их равнодействующей F . Согласно формулам (2), (3) и (4),

$$F = P - F_A - F_{\text{тр}}.$$

Силы P и F_A постоянны, а $F_{\text{тр}}$ растёт с увеличением скорости шарика. Это приводит к тому, что равнодействующая данных сил будет уменьшаться до тех пор, пока не станет равной нулю:

$$F = P - F_A - F_{\text{тр}} = 0. \quad (5)$$

Начиная с этого момента, шарик будет двигаться равномерно. Подставляя значения действующих сил, а также формулы (2), (3) и (4) в выражение (5), получим условие равномерности движения шарика в виде

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_2 - \rho_1) - 6\pi\eta\nu r = 0,$$

откуда может быть определено значение η .

Подставляя в это уравнение скорость установившегося равномерного движения $\nu = l/t$ (здесь l – путь, который проходит шарик за время t) и учитывая, что диаметр шарика $d = 2r$, получаем окончательное выражение для расчета коэффициента внутреннего трения жидкости:

$$\eta = \frac{d^2 g(\rho_1 - \rho_2)t}{18 \cdot l}. \quad (6)$$

Порядок выполнения работы

Прибор, как было сказано выше, представляет собой вертикальный стеклянный цилиндр, наполненный исследуемой жидкостью

(маслом). На цилиндре снаружи имеются две метки (кольца) в верхней и нижней частях. Эти метки определяют некоторый участок пути равномерно движущегося шарика (рис. 2). Верхняя метка должна быть ниже уровня жидкости на 20-25 см, чтобы шарик, подходя к метке, уже двигался равномерно. Шарики надо опускать ближе к оси цилиндра. Перед опусканием шариков в жидкость следует определить их размеры. Ввиду того, что шарики далеко не идеальной формы, с целью уменьшения ошибки измерения диаметр каждого из них измеряется микрометром не менее пяти раз в различных направлениях. Все результаты измерений записываются в таблицу.

Затем каждый шарик бросают в жидкость и измеряют время t , за которое он проходит путь l между метками в сосуде. Для измерения времени служит секундомер, который включается в момент прохождения шариком верхней метки и выключается в момент прохождения шариком нижней метки. Длина пути, то есть расстояние между метками измеряется при помощи масштабной линейки.

Опыт необходимо провести не менее чем с пятью разными шариками и вычислить среднее арифметическое значение коэффициента внутреннего трения жидкости $\eta_{\text{ср}}$. Значения плотностей материалов шариков и жидкости берутся из справочных таблиц. Результаты всех измерений и вычислений заносятся в таблицу с указанием системы единиц и размерностей.

Таблица

Жидкость:			Плотность жидкости $\rho_2 =$					г/см ³			
№ п/п	Материал шарика	ρ_1 , г/см ³	d , см					$d_{\text{ср}}$, см	l , см	t , с	η
			1	2	3	4	5				Па·с
1											
2											
3											
4											
5											

Обработка результатов измерений

1 Расчет *экспериментально* полученное расхождение $\Delta\eta_{\text{э}}$.

Подставляя в формулу (6) средние значения $d_{\text{ср}}$ диаметров шариков, вычислите соответствующие значения коэффициента внутреннего трения жидкости $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$, а затем найдите $\eta_{\text{ср}}$:

$$\eta_{\text{ср}} = \frac{\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n}{n}. \quad (7)$$

где $n = 5$ (число измерений).

Пользуясь формулой (8), оцените расхождение $\Delta\eta_{\text{э}}$ для коэффициента внутреннего трения, полученного в ходе экспериментов

$$\Delta\eta_{\text{э}} = \frac{|\Delta\eta_1| + |\Delta\eta_2| + \dots + |\Delta\eta_n|}{n} \quad (8)$$

(здесь $\Delta\eta_1 = \eta_1 - \eta_{\text{ср}}$, $\Delta\eta_2 = \eta_2 - \eta_{\text{ср}}$ и т.д.).

2 Расчет *теоретический* погрешности измерений $\Delta\eta_{\text{т}}$.

Из теории погрешностей следует [5], что выражение для относительной ошибки $\delta\eta_{\text{т}}$ нахождения коэффициента внутреннего трения должно иметь вид:

$$\delta\eta_{\text{т}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\rho_1 - \rho_2)}{(\rho_1 - \rho_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2}, \quad (9)$$

причём, согласно определению, $\delta\eta_{\text{т}} = \frac{\Delta\eta_{\text{т}}}{\eta_{\text{ср}}}$, где $\Delta\eta_{\text{т}}$ – теоретическое значение абсолютной погрешности измерения η .

В выражение (9) входят:

- Δt и Δl – абсолютные ошибки, допускаемые при измерении соответствующих величин (они равны половине цены деления приборов, используемых в ходе выполнения работы);
- Δg , $\Delta\rho_1$ и $\Delta\rho_2$: абсолютные ошибки измерения табличных физических величин (в качестве них обычно берут 5 единиц десятичного знака, идущего за последним знаком в числе, взятого из

- таблицы, например, если принять $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, то $\Delta g = 0,05 \text{ м/с}^2$, но если принять $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, то тогда $\Delta g = 0,005 \text{ м/с}^2$;
- абсолютная ошибка выражения $(\rho_1 - \rho_2)$, равная сумме ошибок измерений ρ_1 и ρ_2 , то есть $\Delta(\rho_1 - \rho_2) = \Delta\rho_1 + \Delta\rho_2$;
 - случайная ошибка Δd определения диаметра d шарика, которая рассчитывается по формуле [5]:

$$\Delta d = \alpha \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_{\text{CP}} - d_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (10)$$

С учётом сказанного, пользуясь формулами (9) и (10) а также данными таблицы для указанного преподавателем шарика (с учётом того, что число измерений $n = 5$, а коэффициент Стьюдента – примем доверительную вероятность равной 0,9 – составляет $\alpha = 2,8$), рассчитайте теоретическую погрешность определения коэффициента внутреннего трения $\delta\eta_{\text{T}}$.

Используя полученное значение $\delta\eta_{\text{T}}$, вычислите теоретическую абсолютную ошибку измерений коэффициента внутреннего трения жидкости ($\Delta\eta_{\text{T}} = \delta\eta_{\text{T}} \cdot \eta_{\text{CP}}$).

3 Сравните значения $\Delta\eta_{\text{Э}}$ и $\Delta\eta_{\text{T}}$, выберите бóльшее из них (обозначим его $\Delta\eta$). После округлений (правила округления см. [5]) представьте окончательный результат измерений в виде

$$\eta = \eta_{\text{CP}} \pm \Delta\eta.$$

Контрольные вопросы

1. При каких условиях сила внутреннего трения жидкости пропорциональна скорости?
2. Объясните зависимость величины коэффициента внутреннего трения от температуры.
3. Напишите размерность коэффициента внутреннего трения (коэффициента вязкости).

4. Можно ли изменять длину пути, пройденного шариком, перемещением верхней метки на сосуде?
5. Можно ли измерять длину пути, пройденного шариком, перемещением нижней метки на сосуде?
6. Как изменяются скорость и ускорение при прохождении шариком пути между поверхностью жидкости и верхней меткой?
7. Как меняется скорость падения парашютиста при затяжном прыжке?

Список литературы

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2016. – 560 с.
2. Савельев И. В. Курс общий физики. Т.1. – СПб.: Лань, 2016. – 432 с.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Курс физики. – М.: Высш. шк., 2014. – 710 с.
4. Кокин С.М., Никитенко В.А. Физика. Часть II: Конспект лекций. – М.: МИИТ, 2013. – 178 с.
5. Андреев А.И., Селезнёв В.А., Тимофеев Ю.П. Вводное занятие в лабораториях кафедры физики / Под ред. проф. В.А. Никитенко. Методические указания. – М.: МИИТ, 2017. – 40 с.