

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Институт управления и цифровых технологий
Кафедра «Физика»

В.А. НИКИТЕНКО, С.М. КОКИН

ФИЗИКА

*Конспект лекций в форме презентаций
В двух частях
Часть I*

МОСКВА – 2020

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Институт управления и цифровых технологий
Кафедра «Физика»

В.А. НИКИТЕНКО, С.М. КОКИН

ФИЗИКА

*Конспект лекций в форме презентаций
В двух частях
Часть I*

для студентов специальностей ИУЦТ, ИТТСУ, ИПСС и вечернего факультета

МОСКВА – 2020

УДК 530.1 (076)
Н62

Никитенко В.А., Кокин С.М. Физика: Конспект лекций в форме презентаций. В двух частях. Часть I. – М.: РУТ (МИИТ), 2020. – 174 с.

Учебное пособие представляет собой конспект лекций по общей физике, включающий разделы: «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электростатика», «Постоянный электрический ток», «Магнетизм». В основу конспекта положен материал лекций, которые авторы читают в РУТ (МИИТ) для студентов ИУЦТ и ИТТСУ.

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей и направлений ИУЦТ, ИТТСУ, ИПСС и вечернего факультета.

Рецензенты:

- зав. лабораторией ФИАН заслуженный деятель науки РФ профессор Горелик В.С.
- зав. кафедрой физики и химии РОАТ РУТ (МИИТ) профессор Шулиманова З.Л.

© РУТ (МИИТ), 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	8
1 Физические основы механики	9
1.1 Классическая механика (общие представления).....	9
1.2 Простейшие виды движения	9
1.3 Кинематика	10
1.3.1 Основные понятия кинематики	10
1.3.2 Равномерное движение.....	15
1.3.3 Равнопеременное движение.....	17
1.3.4 Графики движения	18
1.3.5 Равнопеременное вращение	19
1.4 Динамика.....	20
1.4.1 Общие замечания	20
1.4.2 Законы Ньютона.....	22
1.4.3 Разложение сил.....	23
1.4.4 Центр масс системы материальных точек.....	24
1.4.5 Закон сохранения импульса	25
1.4.6 Уравнение движения тела переменной массы	26
1.5 Динамика вращательного движения	27
1.5.1 Момент силы	27
1.5.2 Центр тяжести	28
1.5.3 Момент инерции.....	28
1.5.4 Теорема Штейнера	30
1.5.5 Момент импульса и закон его сохранения	31
1.5.6 Основной закон динамики вращательного движения (анalogии)	33
1.5.7 Свободные оси. Главные оси инерции	34
1.5.8 Гироскопы.....	35
1.6 Работа. Мощность. Энергия	36
1.6.1 Работа силы. Мощность	36
1.6.2 Кинетическая и потенциальная энергия	38

1.6.3 Кинетическая энергия тела при плоском движении	39
1.6.4 Первая и вторая космические скорости.....	40
1.6.5 Поле сил. Потенциальная энергия.....	41
1.6.6 Закон сохранения механической энергии.....	44
1.6.7 Соударения тел.....	45
1.7 Деформация твердого тела	46
1.8 Элементы механики жидкости.....	47
1.9 Специальная теория относительности (СТО)	49
1.9.1 Преобразования Галилея. Неинерциальные системы отсчета	49
1.9.2 Постулаты СТО. Преобразования Лоренца	51
1.9.3 Следствия из преобразований Лоренца	52
1.9.4 Основы релятивистской динамики	53
1.9.5 Энергия тела в СТО	54
1.10 Контрольные вопросы	55
2 Молекулярная физика и термодинамика	58
2.1 Молекулярная физика.....	58
2.1.1 Школьные знания по МКТ.....	58
2.1.2 Основное уравнение МКТ. Средняя энергия молекул.....	60
2.1.3 Распределение Максвелла молекул по скоростям.....	64
2.1.4 Опыт Ламмерта.	66
2.1.5 Распределение Больцмана. Барометрическая формула	67
2.1.6 Распределение Максвелла-Больцмана	68
2.1.7 Средняя длина свободного пробега	69
2.1.8 Явления переноса в газах	70
2.2 Термодинамика.....	73
2.2.1 Первое начало термодинамики.....	73
2.2.2 Работа, совершаемая идеальным газом	74
2.2.3 Теплоемкость.....	77
2.2.4 Адиабатный процесс.....	78
2.2.5 Политропные процессы.....	79
2.2.6 Тепловые машины. Цикл Карно	80

2.2.7 Второе начало термодинамики.....	82
2.2.8 Энтропия	82
2.2.9 Хаос и его описание. Стрела времени. Статистический смысл второго начала термодинамики	85
2.2.10 Открытые диссипативные системы. Самоорганизация в открытых системах. Синергетика.....	85
2.2.11 Химический потенциал	86
2.2.12 Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса.....	87
2.3 Контрольные вопросы.....	88
3 Электростатика.....	90
3.1 Школьные знания	90
3.2 Циркуляция вектора \vec{E}	93
3.3 Связь напряженности и потенциала электрического поля. Эквипотенциальные поверхности	94
3.4 Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме.....	95
3.5 Теорема Гаусса	96
3.6 Поле диполя. Диполь в электрическом поле.....	100
3.6.1 Диполь в однородном электрическом поле.....	101
3.6.2 Диполь в неоднородном электрическом поле.....	101
3.7 Диэлектрик в электрическом поле. Поляризация	102
3.8 Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике	104
3.9 Электреты. Сегнетоэлектрики. Пьезоэлектрический эффект.....	105
3.10 Электростатика проводников. Металлы в электрическом поле.....	106
3.10.1 Напряженность и потенциал электрического поля уединенного проводника	106
3.10.2 Проводник во внешнем электрическом поле.....	107
3.10.3 Емкость и энергия уединенного проводника	108
3.10.4 Конденсаторы	110
3.10.5 Энергия электростатического поля.....	111
3.11 Контрольные вопросы	112
4 Постоянный электрический ток	114
4.1 Общие параметры. Уравнение непрерывности.....	114
4.2 Закон Ома для однородного проводника.....	115
4.3 Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.....	116

4.4 Э.д.с. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Напряжение. Закон Ома для замкнутой цепи.....	117
4.5 Мощность тока	118
4.6 Соединение резисторов	118
4.7 Правила Кирхгофа.....	119
4.8 Классическая теория электропроводности металлов	121
4.8.1 Закон Ома.....	121
4.8.2 Закон Джоуля-Ленца.....	122
4.8.3 Закон Видемана-Франца.....	122
4.8.4 Достоинства и недостатки классической теории электропроводности металлов.....	123
4.9 Электрический ток в вакууме	124
4.10 Контрольные вопросы	125
5 Магнетизм.....	126
5.1 Магнитное поле. Вектор магнитной индукции.....	126
5.2 Силовые линии магнитного поля	127
5.3 Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов	128
5.4 Контур с током в магнитном поле.....	130
5.5 Действие магнитного поля на движущийся заряд	131
5.5.1 Сила Лоренца.....	131
5.5.2 Ускорители заряженных частиц	132
5.5.3 Эффект Холла.....	133
5.6 Закон Био-Савара-Лапласа	134
5.6.1 Введение.....	134
5.6.2 Магнитное поле прямого тока	135
5.6.3 Магнитное поле в центре кругового проводника с током	136
5.6.4 Магнитное поле соленоида	137
5.7 Закон полного тока для магнитного поля в вакууме. Вихревой характер магнитных полей	138
5.8 Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля	142
5.9 Индуктивность контура	144
5.10 Индуктивность бесконечно длинного соленоида (тороида).....	145

5.11 Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле	146
5.12 Электромагнитная индукция.....	148
5.12.1 Схема опытов Фарадея и правило Ленца	148
5.12.2 Закон Фарадея.....	149
5.13 Вращение рамки в магнитном поле.....	150
5.14 Вихревые токи (токи Фуко).....	151
5.15 Самоиндукция.....	152
5.16 Явление взаимной индукции.....	153
5.17 Трансформатор (П Н. Яблочков, И.Ф. Усагин).....	154
5.18 Энергия магнитного поля	155
5.19 Вещество в магнитном поле.....	156
5.19.1 Атомные токи	156
5.19.2 Намагниченность. Вектор напряженности магнитного поля. Закон полного тока в веществе.....	158
5.19.3 Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Типы магнетиков.....	160
5.19.4 Диамагнетизм. Прецессия электронных орбит в атоме	161
5.19.5 Парамагнетики	162
5.19.6 Ферромагнетики	162
5.19.7 Отличительные свойства магнетиков	163
5.19.8 Магнитная левитация	164
5.20 Э.д.с. индукции в неподвижном контуре. Гипотеза Максвелла	165
5.21 Бетатрон.....	165
5.22 Контрольные вопросы	166
6 Уравнения Максвелла.....	168
6.1 Уравнения Максвелла в интегральной форме.....	168
6.2 Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.....	170
6.3 Контрольные вопросы.....	172
Литература	173

Предисловие

Настоящий конспект лекций по физике не обычен, он подготовлен в форме набора презентаций. По сути это «скелет» лекций, каждая страница которого соответствует кадру, выводящемуся на экран в аудитории и подробно обсуждаемому и дополняемому преподавателем за время занятия. В процессе лекции и при дальнейшей самостоятельной работе с литературой этот «скелет» обрastaет подробностями, формирующими конкретный конспект отдельного студента. Такой развернутый («обросший» иллюстрациями и красивыми заставками) конспект, подготовленный к экзамену (часто – в электронной форме), по сути, представляет собой «лицо» конкретного студента. В качестве вспомогательной литературы можно использовать имеющиеся в библиотеке университета учебники, а также – более подробные конспекты лекций по всему курсу общей физики, изданные авторами в РУТ (МИИТ):

1. Кокин С.М. Физика. Конспект лекций – часть I. – М.: МИИТ. – 2010.
2. Кокин С.М., Никитенко В.А. Физика. Конспект лекций – часть II. – М.: МИИТ. – 2013.
3. Никитенко В.А., Кокин С.М. Физика. Конспект лекций – часть III. – М.: МИИТ. – 2017.

С тем, чтобы учащиеся могли проконтролировать свои знания, авторы рекомендуют выполнять контрольные задания и отвечать на вопросы, изложенные в конце каждой лекции.

Конспект не является самодостаточным изданием, он не заменяет «живого» общения с преподавателем и восприятия лекций на слух, но помогает сэкономить время на лекциях при записи основных идей курса, при создании графиков, рисунков и т. д. Для успешного освоения дисциплины, конечно же, необходимо посещать сами занятия (сопровождающиеся реальными физическими экспериментами и мультимедийными демонстрациями), выполнять лабораторные работы, решать задачи. Если же говорить шире – будущим бакалаврам и специалистам полезно знакомиться с достижениями современной науки: по научно-популярной литературе, по журналам, интернет-публикациям, по материалам, имеющимся в библиотеке и фильмотеке Дома физики РУТ (МИИТ).

Предполагается, что электронная форма данного конспекта лекций будет постоянно обновляться, но его основа сохранится, и будет представлять собой удобную авторскую форму общения со студентами.

Отдавая себе отчет в том, что предлагаемое издание конспекта лекций не лишено недостатков, авторы с благодарностью примут все пожелания и замечания. Просим направлять их по адресу: 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, РУТ (МИИТ), кафедра «Физика» или fizikamiit@mail.ru.

Авторы

1 ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

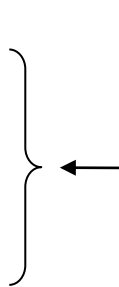
1.1 Классическая механика (общие представления)

Классическая механика – раздел физики, в котором изучаются закономерности механического движения тел и причины, влияющие на это движение.

1 Кинематика

2 Динамика

3 Статика



Механическое движение – это изменение со временем взаимного расположения тел или их частей.

1.2 Простейшие виды движения

1. Поступательное движение – это движение, когда любая прямая, выделенная в твердом теле, остается параллельной своему первоначальному положению.

2. Вращательное движение – это движение, при котором все точки абсолютно твердого тела движутся по окружностям, центры которых находятся на одной прямой, называемой осью вращения, при этом окружности лежат в плоскостях, перпендикулярных этой оси.

1.3 Кинематика

1.3.1 Основные понятия кинематики

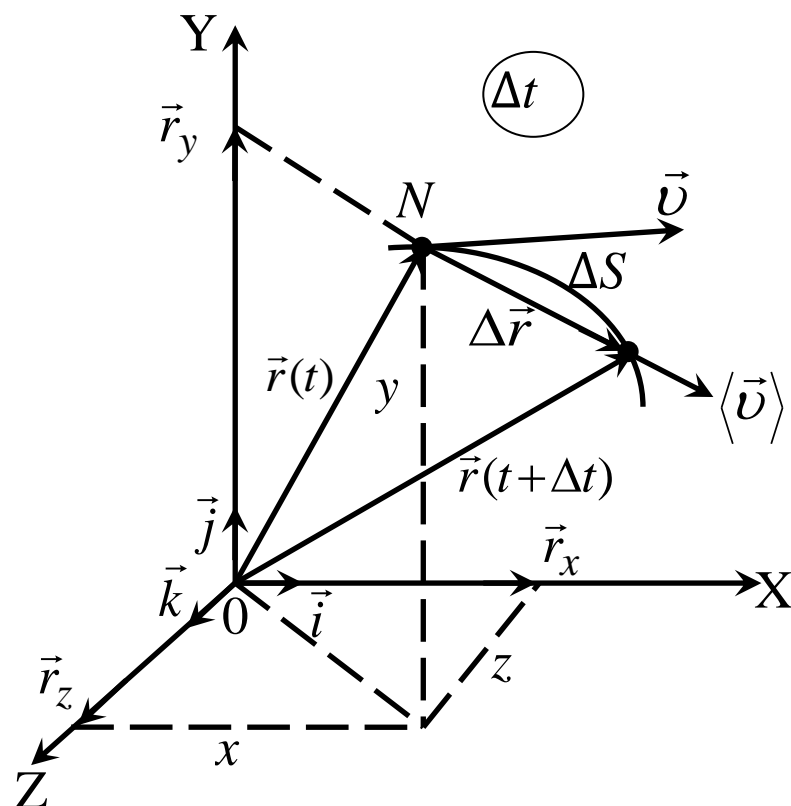


Рис. 1.1

1. Абсолютно твердое тело
2. Материальная точка
3. Система отсчета
4. Скалярные уравнения движения:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

Векторное уравнение движения:

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \quad (1.1)$$

где $\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,

\vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – орты координатных осей X, Y, Z,

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

5. Траектория – годограф вектора $\vec{r}(t)$
6. Путь (ΔS – рис. 1.1)
7. Перемещение ($\Delta \vec{r}$ – рис. 1.1)

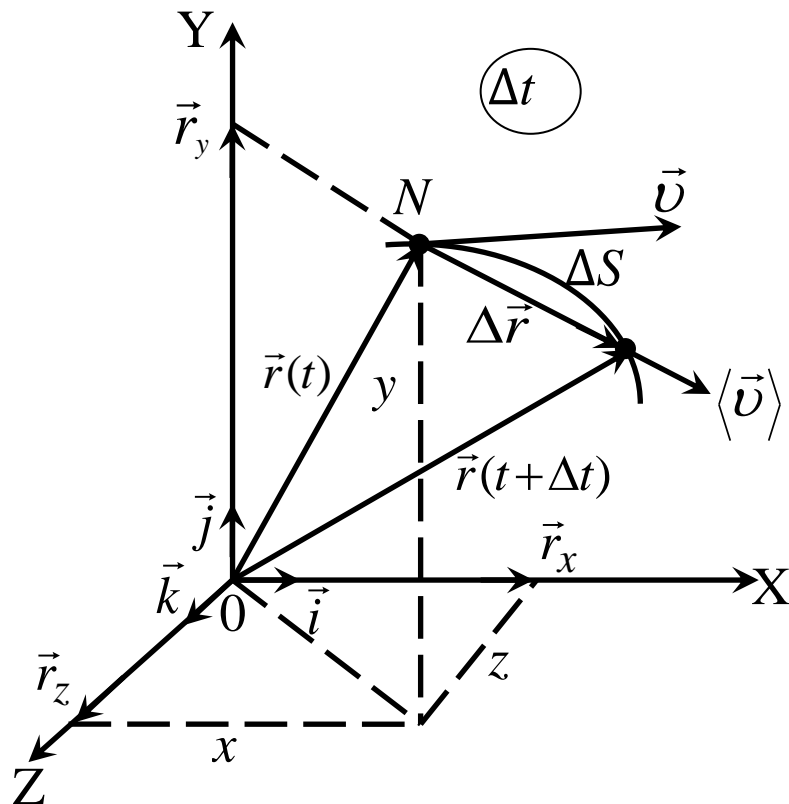


Рис. 1.1

9. Ускорение

8. Скорость v (м/с)

- $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ – средняя векторная скорость (1.2)

- $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ – мгновенная скорость (1.3)

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k};$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты координатных осей X, Y, Z,

откуда: $v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}$.

$$\vec{v} = \sum_{i=1}^N \vec{v}_i$$

Модуль мгновенной скорости:

$$v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

- $\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ – средняя путевая скорость (1.4)

Физическую величину, характеризующую быстроту изменения скорости по модулю и направлению, называют ускорением a (м/с²):

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} - \text{среднее векторное ускорение} \quad (1.5)$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \text{мгновенное ускорение} \quad (1.6)$$

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt};$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

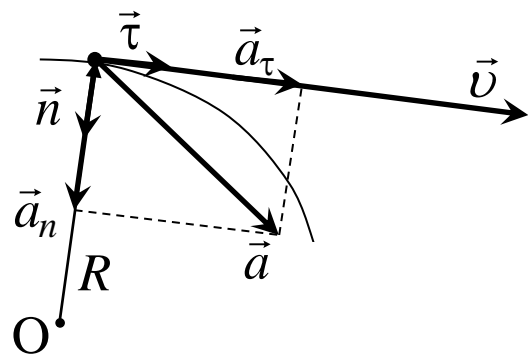


Рис. 1.2

Нормальное ускорение \vec{a}_n характеризует быстроту изменения скорости по направлению.

Тангенциальное ускорение \vec{a}_τ характеризует быстроту изменения скорости по модулю.

При криволинейном движении вектор \vec{a} направлен под углом к направлению вектора скорости. Его можно разложить на две составляющих:

\vec{a}_τ – тангенциальное (касательное) ускорение;

\vec{a}_n – нормальное (центростремительное) ускорение,

то есть

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} \quad \text{и} \quad \vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n} \quad (1.7)$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$\vec{\tau}$ и \vec{n} – единичные векторы в направлении соответственно вдоль и перпендикулярно вектору скорости.

R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Баллистическое движение

В случае свободного падения (в вакууме) все тела падают с одинаковым постоянным ускорением $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$.

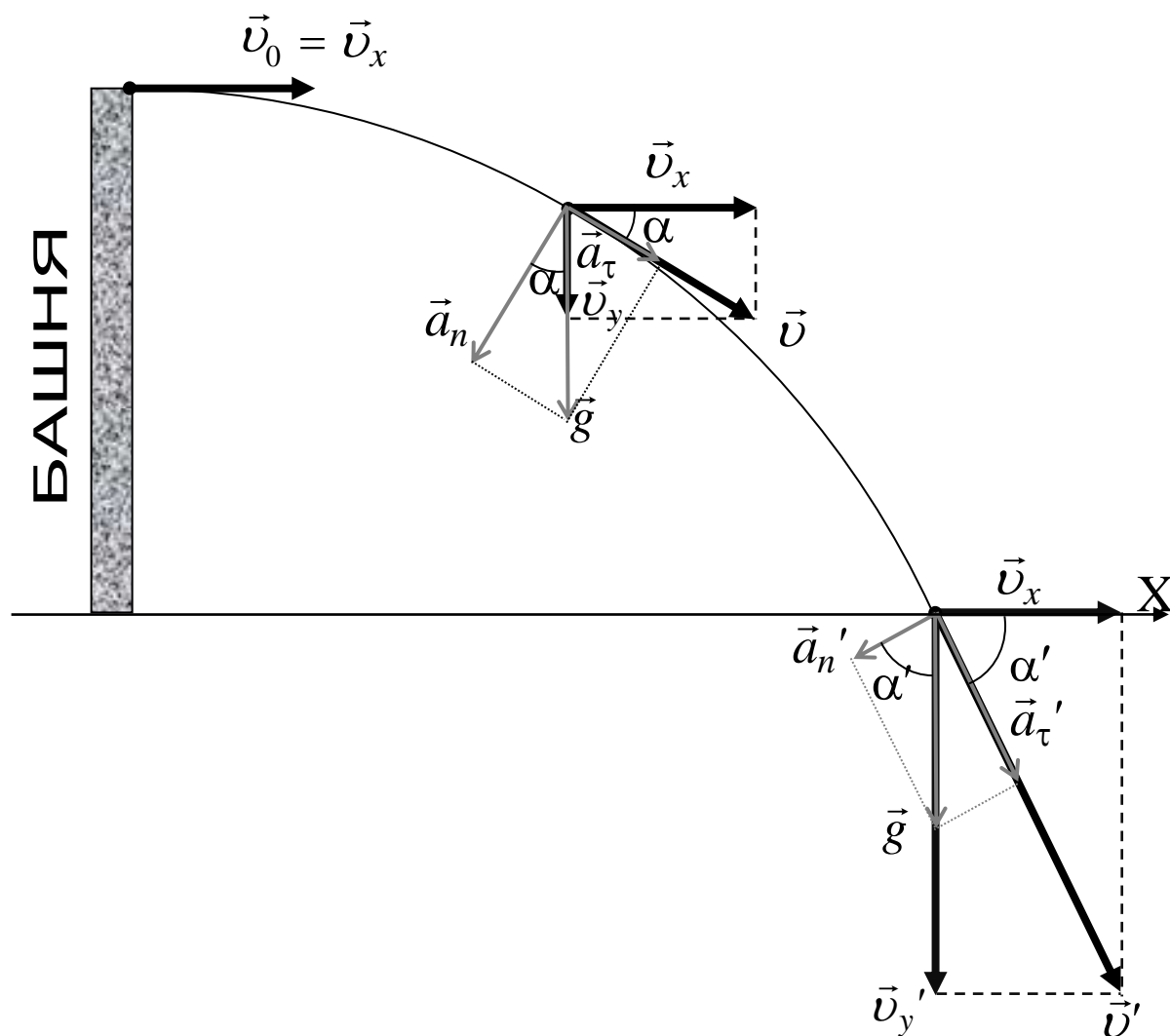


Рис. 1.3

1.3.2 Равномерное движение

Если материальная точка за равные, сколь угодно малые промежутки времени, проходит одинаковые пути, то такое ее движение называется *равномерным* ($v = \text{const}$).

В случае равномерного прямолинейного движения считаем, что $dx = v dt$.

Получаем:

$$x - x_0 = \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = v \int_0^t dt = vt.$$

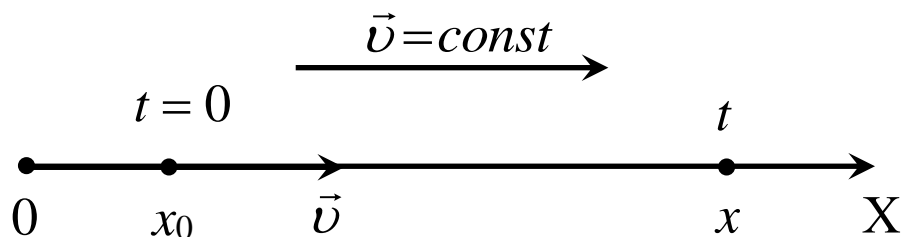


Рис. 1.4

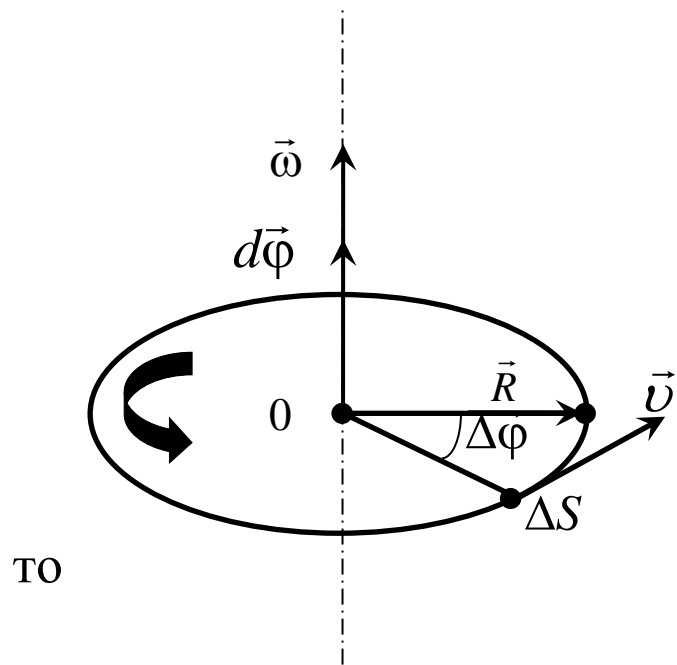
Пусть v – модуль вектора скорости. Тогда решение данного интегрального уравнения имеет вид:

$$x = x_0 + vt, \quad (1.8a)$$

если скорость направлена вдоль оси X

$$x = x_0 - vt, \quad (1.8b)$$

если скорость направлена противоположно оси X



то

Рис. 1.5

Движение по окружности

$\Delta\phi$ [рад]

ω [рад/с]

Элементарные повороты рассматривают как векторы $\Delta\vec{\phi}$ или $d\vec{\phi}$: модуль вектора равен углу поворота, а его направление показано на рис. 1.5.

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\phi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} - \text{угловая скорость} \quad (1.9)$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\phi}{\Delta t} = R\omega,$$

$$\text{то есть } v = \omega R \text{ или } \vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}]. \quad (1.10)$$

Если $\omega = \text{const}$ (равномерное вращение), то

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} - \text{период}$$

$$v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \text{ или } \omega = 2\pi v,$$

где v – частота вращения.

1.3.3 Равнопеременное движение

Равнопеременное движение точки соответствует условию, когда тангенциальное ускорение (в случае прямолинейного движения полное ускорение) постоянно.

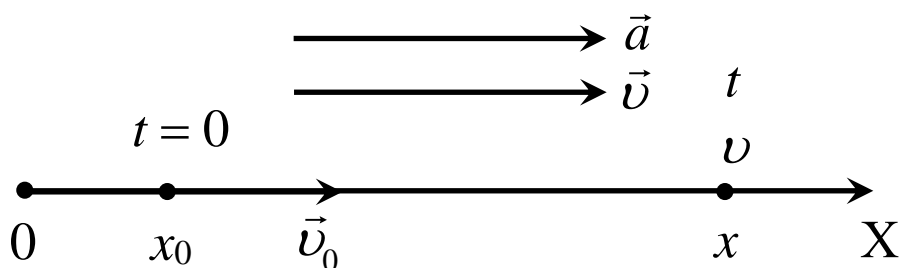


Рис. 1.6

Если вектор скорости и ускорения параллельны ($\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{a}$), то такое движение называется равноускоренным (рис. 1.6).

Если вектор \vec{v} и \vec{a} антипараллельны ($\vec{v} \uparrow \downarrow \vec{a}$), то такое движение называется равнозамедленным.

Равноускоренное движение $\vec{a} = const$

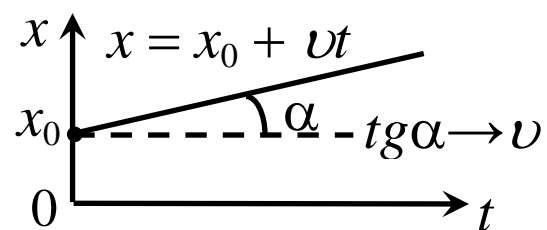
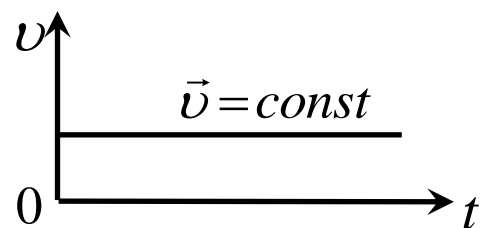
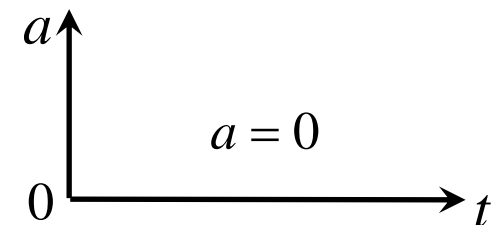
$$v - v_0 = \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = a \int_0^t dt \Rightarrow \boxed{v = v_0 + at} \text{ или } v = v_0 - at \quad (1.11)$$

$$x - x_0 = \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \Rightarrow \boxed{x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}} \quad (1.12)$$

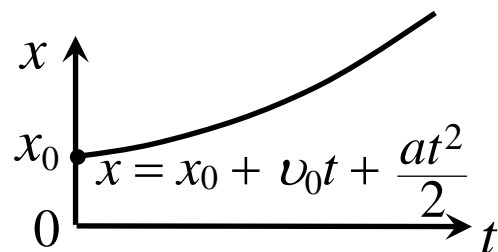
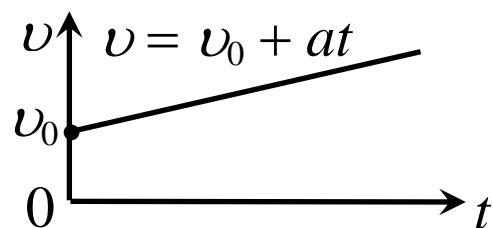
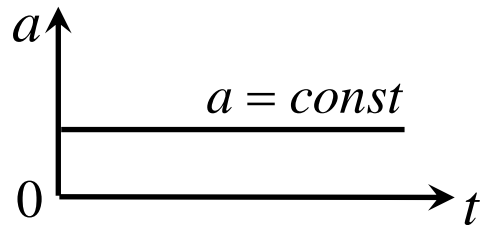
$$\boxed{v^2 = v_0^2 \pm 2a(x - x_0)} \quad (1.13)$$

1.3.4 Графики движения

Равномерное
(вдоль оси 0X)



Равноускоренное
(вдоль оси 0X)



Равнозамедленное
(\vec{a} против оси 0X)

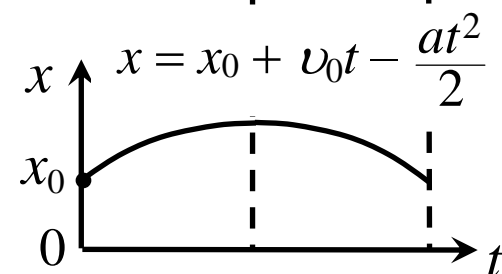
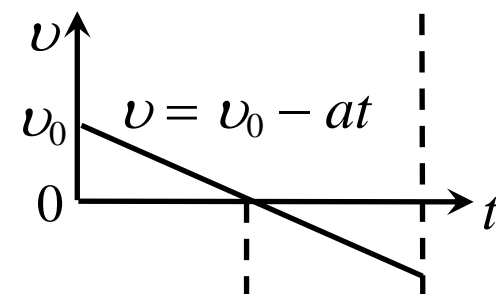
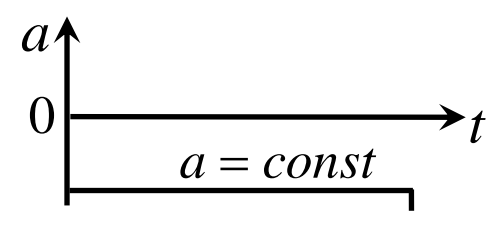


Рис. 1.7

1.3.5 Равнопеременное вращение

$\vec{\varepsilon} = \text{const}$ – вектор углового ускорения

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (1.14)$$

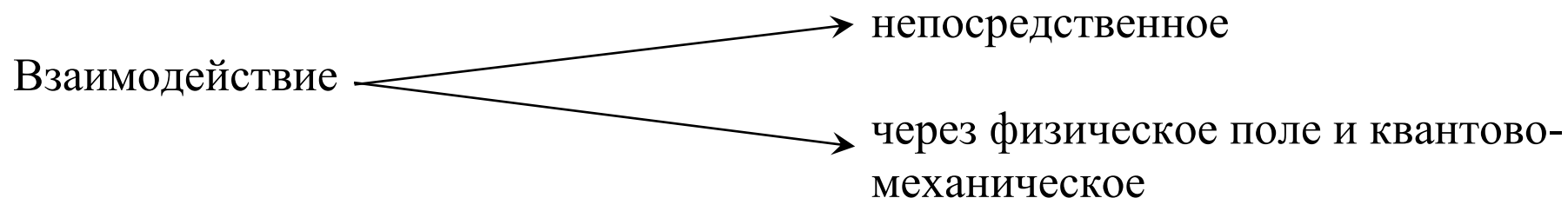
$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 \pm \varepsilon t \\ \varphi - \varphi_0 &= \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{aligned} \right\} \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{R}]. \quad (1.15)$$

Поскольку векторы \vec{a}_τ , \vec{R} и $\vec{\varepsilon}$ взаимно перпендикулярны, то $a_\tau = \varepsilon R$.

1.4 Динамика

1.4.1 Общие замечания

Движение тел возникает и изменяется в результате взаимодействия объектов.



Фундаментальные взаимодействия

<i>Вид взаимодействия</i>	<i>Константа связи</i>	<i>Радиус действия</i>
1. Сильное	1	$\sim 10^{-15}$ м
2. Электромагнитное	$\sim 10^{-2}$	∞
3. Слабое	$\sim 10^{-10}$	$\sim 10^{-18}$ м
4. Гравитационное	$\sim 10^{-38}$	∞

Мерой механического взаимодействия тел является векторная величина \vec{F} , которая называется *силой*.

Силы в	}	гравитационные	}	фундаментальные
классической		электромагнитные		
механике		упругие силы		
		силы трения		

ПРИМЕРЫ

Упругая сила

$$F_x = -kx$$

(Закон Гука при малых деформациях)

Сила трения

$$F_{\text{П(МАКС)}} \approx \mu_0 N$$

$$F_{\text{СК}} = \mu N (\mu = f(v))$$

$$F_{\text{К}} = \mu_{\text{К}} N \quad \mu_{\text{К}} \ll \mu$$

Гравитационная

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Электростатическая

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

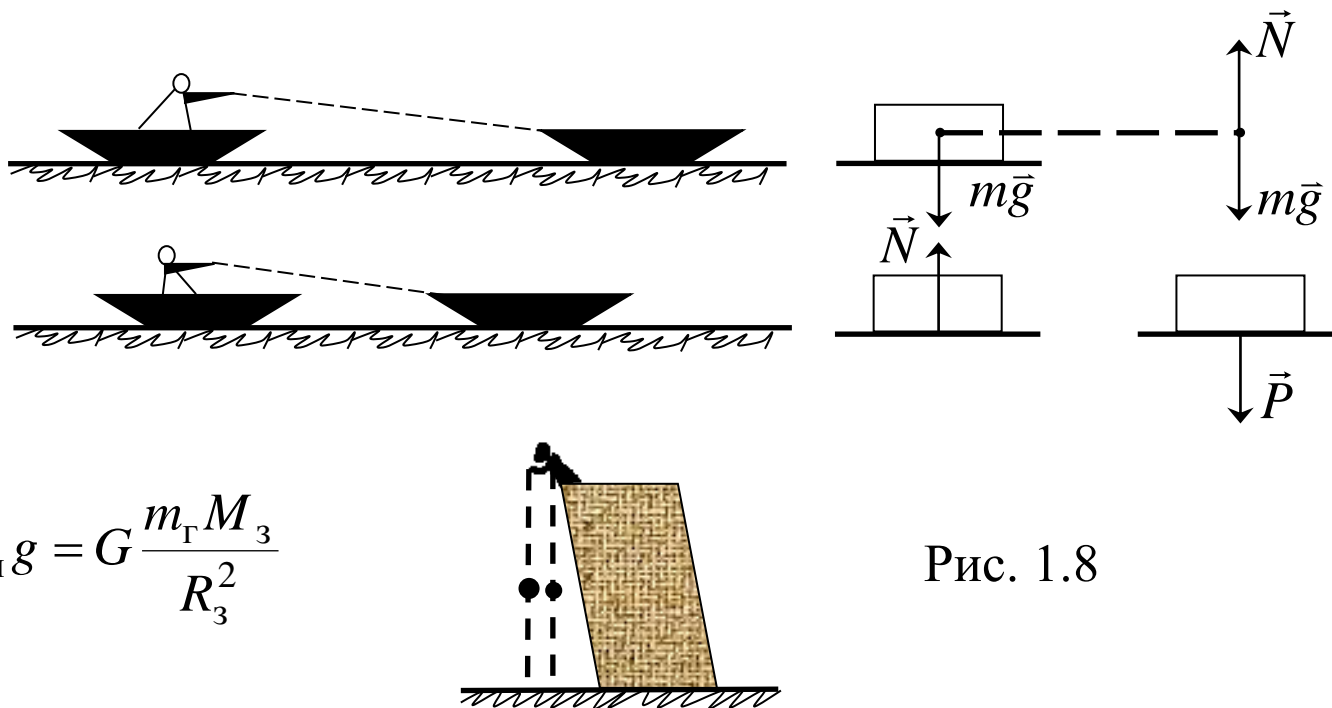
1.4.2 Законы Ньютона

I. $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ ($\vec{F} = 0$), то $v = 0$ или $\vec{v} = const$ (1.16) – инерциальные системы отсчета

II. $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ($\vec{p} = m\vec{v}$); $\vec{F}_p = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} = m\vec{a}$ (если $m = const$) (1.17)

$$F \left(\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н} \right)$$

III. $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (1.18)



$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \quad (1.19);$$

$$m_{\text{н}} g = G \frac{m_{\text{Г}} M_3}{R_3^2}$$

Рис. 1.8

1.4.3 Разложение сил

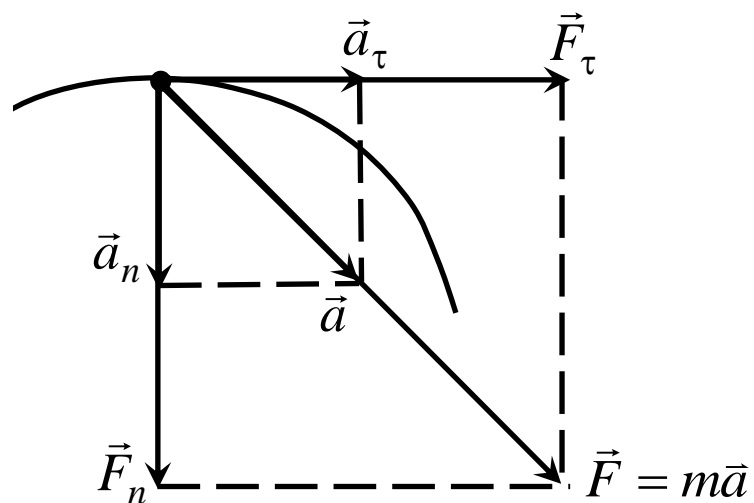


Рис. 1.9

Силы и ускорения иногда удобно разлагать на составляющие. В данном примере действующая сила $\vec{F} = m\vec{a}$ разложена на две составляющих: *тангенциальную* (касательную) силу \vec{F}_τ и *нормальную* силу \vec{F}_n , направленную по нормали к центру кривизны.

Вспоминая, что $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ и $a_n = \frac{v^2}{R}$, имеем

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt},$$

$$F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

1.4.4 Центр масс системы материальных точек

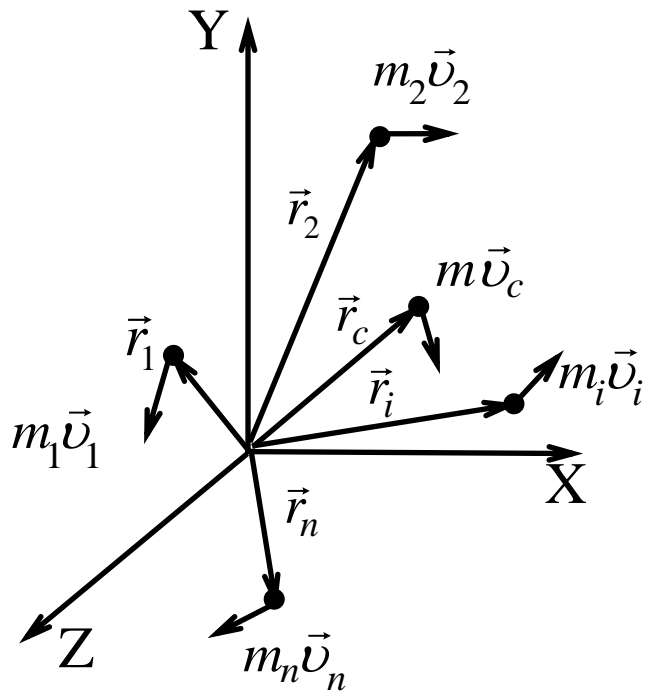


Рис. 1.10

Центром масс системы называется точка, положение которой задается радиусом-вектором \vec{r}_c :

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_i \vec{r}_i + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_i + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}, \quad (1.20)$$

где $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$.

Продифференцировав по времени, имеем

$$\vec{v}_c = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_i \vec{v}_i + \dots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_i + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m},$$

тогда импульс системы $\vec{p}_c = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ задается как

$$\vec{p} = \vec{p}_c = m \vec{v}_c \Rightarrow \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d \sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{dt} \quad (1.21)$$

$$\text{Итог: } \vec{F} = \frac{d\vec{p}_c}{dt}, \text{ и если массы точек постоянны, то } \vec{F} = m \vec{a}_c \quad (1.22)$$

1.4.5 Закон сохранения импульса

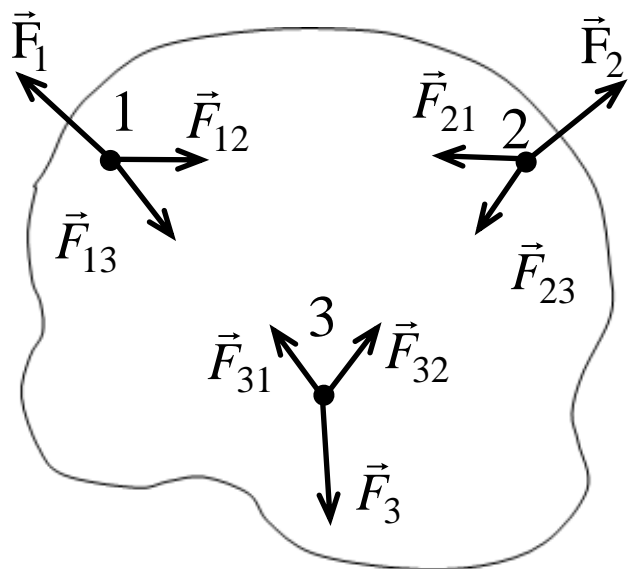


Рис. 1.11

Рассмотрим механическую систему из трех точек (рис. 1.11): \vec{F} – внутренние силы, \vec{F} – внешние силы и $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}$, $\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31}$.

По II-закону Ньютона:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{p}_1}{dt} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_1 \\ \frac{d\vec{p}_2}{dt} &= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_2 \\ \frac{d\vec{p}_3}{dt} &= \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_3 \end{aligned} \right\}$$

сложим и получим

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \vec{F}_{\text{внеш.}}$$

Если система замкнута

$$\vec{F}_{\text{внеш.}} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

Для системы из n материальных точек $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$.

Если система замкнута, $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ и $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$,

то есть

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

(1.23)

Суммарный импульс замкнутой системы
материальных точек постоянен

1.4.6 Уравнение движения тела переменной массы

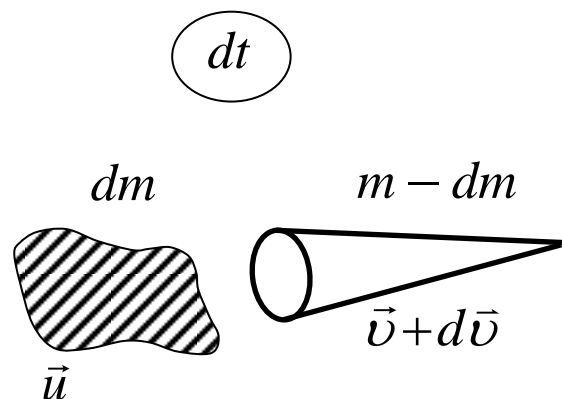


Рис. 1.12

Изменение импульса ракеты за время dt

$$d\vec{p} = [(m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm(\vec{v} + \vec{u})] - m\vec{v},$$

где u – скорость истечения газов относительно ракеты. Тогда $d\vec{p} = m d\vec{v} + \vec{u} dm$ (считаем произведение $dm d\vec{v}$ очень малым).

Если на систему действуют внешние силы, то

$$d\vec{p} = \vec{F} dt \text{ и } \vec{F} dt = m d\vec{v} + \vec{u} dm$$

$$\text{или } m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \vec{u} \frac{dm}{dt} \text{ – реактивная сила } \vec{F}_p.$$

Если вектор \vec{u} противоположен \vec{v} , то ракета ускоряется; если $\vec{u} \uparrow \vec{v}$, – тормозится.

Уравнение Мещерского (1897 г.) \rightarrow

Если $\vec{F} = 0$ (внешних сил нет) $\vec{F}_p = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\boxed{\vec{F} + \vec{F}_p = m \frac{d\vec{v}}{dt}} \quad (1.24)$$

1.5 Динамика вращательного движения

1.5.1 Момент силы

Моментом \vec{M} силы \vec{F} относительно точки O называется векторное произведение радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку приложения силы, на саму силу.

$$M = F \cdot r \sin \alpha = F \cdot l$$

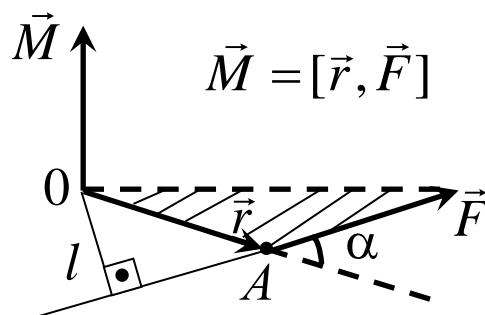


Рис. 1.13

Момент силы относительно неподвижной оси Z называется скалярная величина M_z , которая не зависит от выбора точки O на оси Z

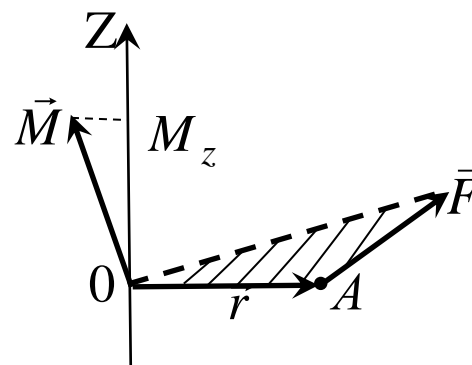


Рис. 1.14

Удобная конфигурация (ось Z совмещается с вектором \vec{M})

$$M = M_z = F \cdot r \sin \alpha$$

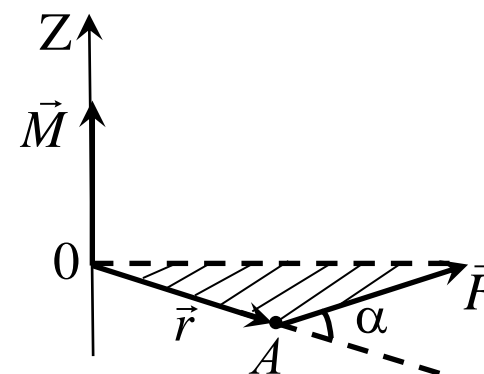


Рис. 1.15

Если взять тело с выделенной осью Z , то можно разбить его на N материальных точек и найти результирующий момент сил относительно точки $O \rightarrow \vec{M} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i$ и $M_z = \sum_{i=1}^N M_{iz}$ (алгебраическая сумма моментов сил относительно оси Z).

В состоянии равновесия:

$$\sum_{i=1}^N M_{iz} = 0 \quad (1.25)$$

1.5.2 Центр тяжести

Центром тяжести тела называют точку, относительно которой сумма моментов сил тяжести всех частей, на которые можно мысленно разбить тело, равна нулю. Центр тяжести и центр масс могут не совпадать.

1.5.3 Момент инерции

Аналогом массы при вращательном движении является момент инерции (мера инертных свойств).

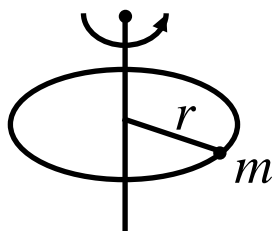


Рис. 1.16

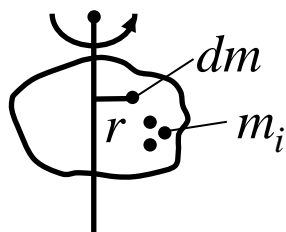


Рис. 1.17

Моментом инерции материальной точки относительно выделенной оси называется произведение массы этой точки на квадрат ее расстояния до рассматриваемой оси

$$J = mr^2 \quad (1.26)$$

Моментом инерции тела относительно заданной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек тела (системы) на квадраты их расстояний до этой оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1.27)$$

В случае определения момента инерции сплошного тела (относительно неподвижной оси) с непрерывным распределением масс суммирование заменяется интегрированием:

$$J = \int_m r^2 dm = \int_V r^2 \cdot \rho dV \quad (\rho - \text{плотность однородного тела}),$$

где интегрирование проводится по всей массе тела, состоящего из бесконечно малых элементов массы dm .

Примеры

Прямой тонкий стержень длиной l

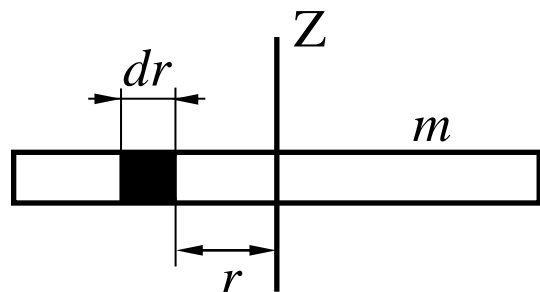


Рис. 1.18

$$dm = \frac{m}{l} dr; \quad J_z^* = \int r^2 dm = \frac{m}{l} \int_0^{l/2} r^2 dr = \frac{m}{l} \frac{r^3}{3} \Big|_0^{l/2} = \frac{1}{24} ml^2$$

$$J_z = 2J_z^* = \frac{1}{12} ml^2$$

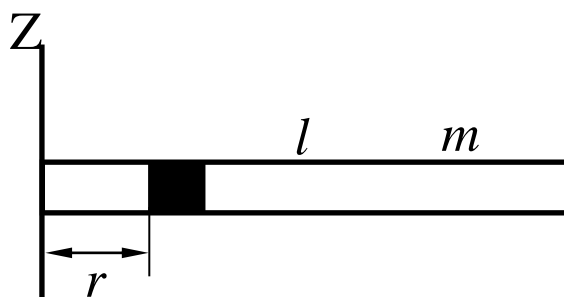


Рис. 1.19

$$J_z = \frac{m}{l} r^3 \cdot \frac{1}{3} \Big|_0^l = \frac{ml^2}{3}$$

Полый тонкостенный
цилиндр радиусом R ;
кольцо (обруч)

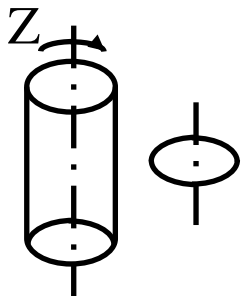


Рис. 1.20

$$J = \int_m r^2 dm = R^2 \int_m dm = mR^2$$

Сплошной цилиндр
или диск радиусом R

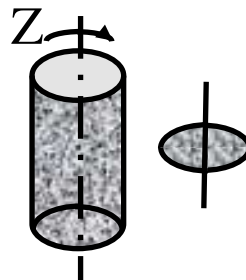


Рис. 1.21

$$J = \frac{1}{2} mR^2$$

Шар радиусом R

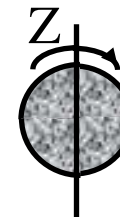


Рис. 1.22

$$J = \frac{2}{5} mR^2$$

1.5.4 Теорема Штейнера

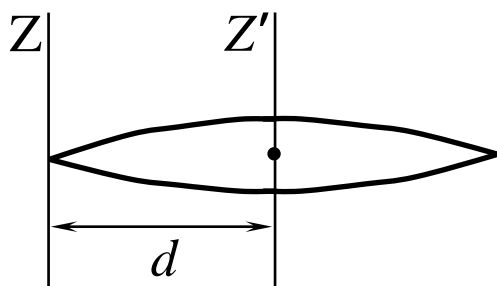


Рис. 1.23

Проверка: рис. 1.18 – рис. 1.19

$$(J_z = J_{z'} + md^2), \quad (1.28)$$

Если ось вращения не проходит через центр масс тела (рис. 1.23), то можно попытаться воспользоваться теоремой Штейнера: момент инерции J_z относительно произвольной оси Z равен сумме момента инерции $J_{z'}$ относительно оси Z' , параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями.

1.5.5 Момент импульса и закон его сохранения

Моментом импульса материальной точки A , имеющей импульс \vec{p} , относительно неподвижной точки O называют векторное произведение радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из точки O в A , на импульс \vec{p} :

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}], \quad L = pr \cdot \sin \alpha = pl.$$

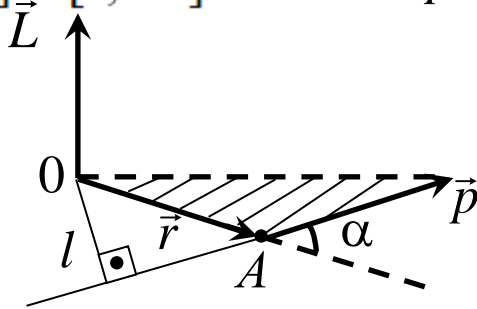


Рис. 1.24

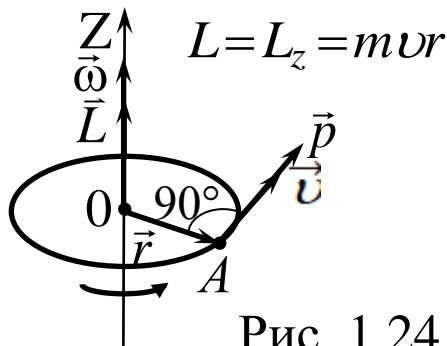


Рис. 1.24

Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси z есть сумма момента импульса его отдельных частиц:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = J_z \cdot \omega.$$

Продифференцировав по времени,

$$\begin{aligned} \frac{dL_z}{dt} &= J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \cdot \varepsilon = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \cdot \varepsilon = \\ &= \sum_{i=1}^n m_i a_{\tau i} \cdot r_i = \sum_{i=1}^n M_{iz} = M_z. \end{aligned}$$

Аналог: $\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$ $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$.

В замкнутой системе \vec{M} (момент внешних сил) равен нулю и $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, откуда

$$\boxed{\vec{L} = \text{const}}$$

суммарный момент импульса замкнутой системы материальных точек не меняется со временем.

Скамья Жуковского

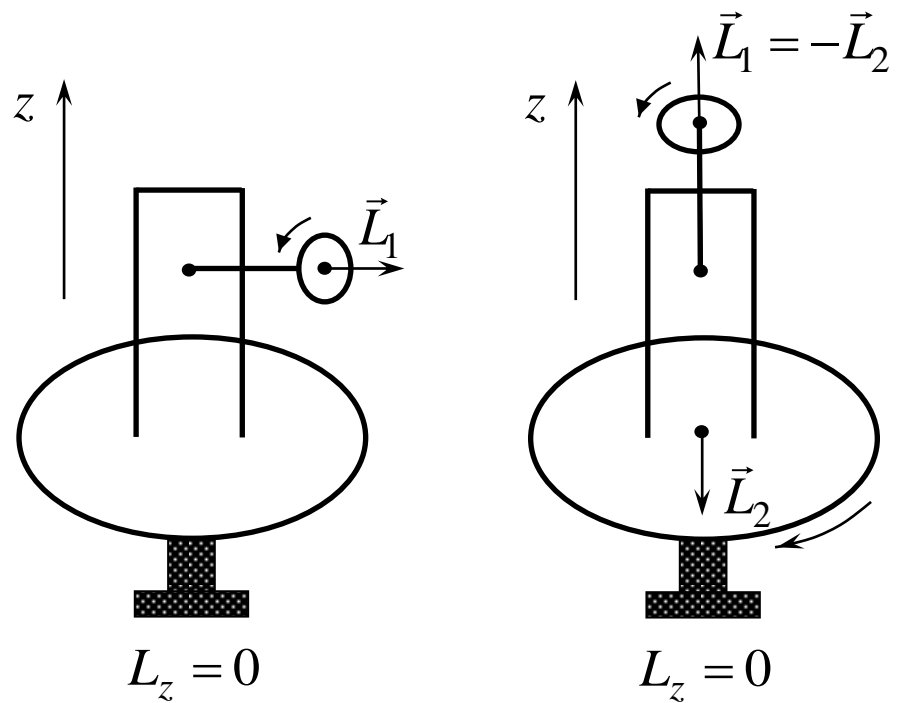


Рис. 1.26

Скамья Жуковского (фигуристы)

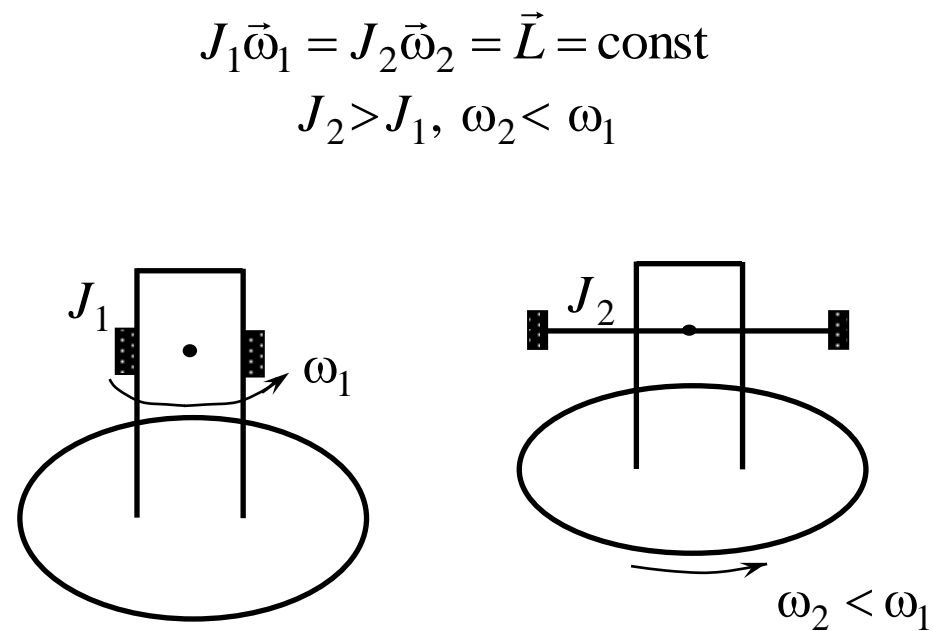


Рис. 1.27

1.5.6 Основной закон динамики вращательного движения (аналогии)

Сумма моментов сил, действующих на тело относительно выбранной точки, равна скорости изменения его момента импульса.

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad (1.29)$$

Если тело абсолютно твердое и вращается относительно закрепленной оси, то

$$\sum_{i=1}^n M_{iz} = \frac{dJ_z \omega}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon. \quad (1.30)$$

Поступательное
движение

m

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

\vec{F}

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Вращательное
движение

J

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

M_z или \vec{M}

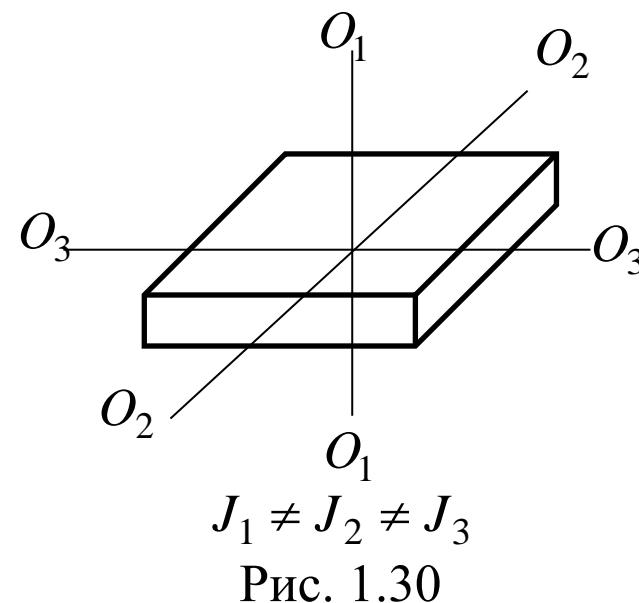
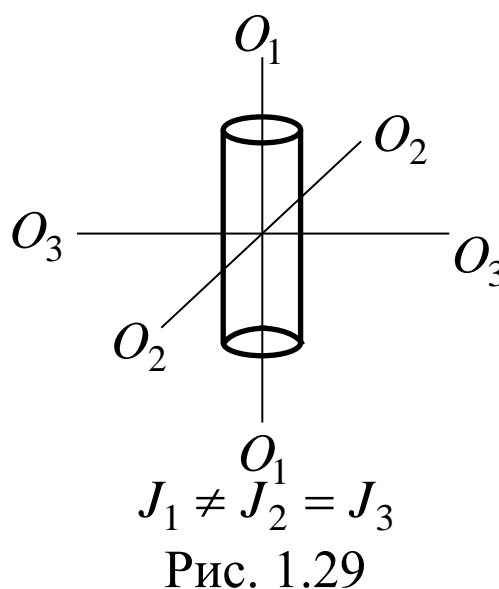
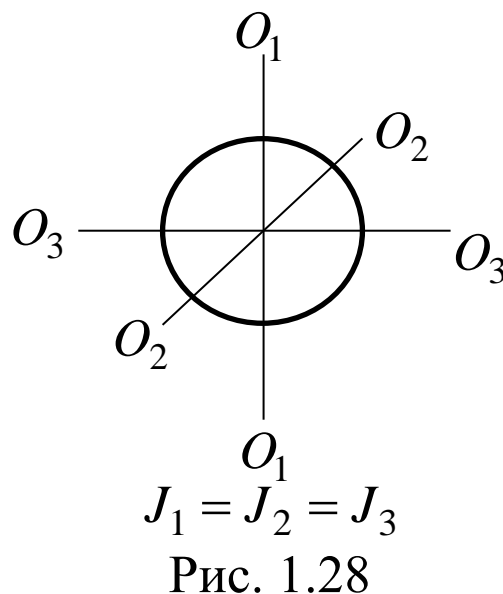
$$L_z = J_z \cdot \omega$$

$$M_z = J_z \cdot \varepsilon$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

1.5.7 Свободные оси. Главные оси инерции

1. *Свободной осью тела* называют ось вращения, положение которой сохраняется в пространстве без действия на нее внешних сил.
2. В любом теле существуют три взаимно-перпендикулярных и проходящих через центр масс оси, которые являются свободными и называются *главными осями инерции*.
3. Если внешнее воздействие отсутствует, то устойчивым будет только вращение вокруг главных осей, соответствующих минимальному и максимальному значениям момента инерции.



1.5.8 Гироскопы

Гироскопы – массивные симметричные тела, вращающиеся с большой скоростью относительно оси симметрии

Гироскопический эффект

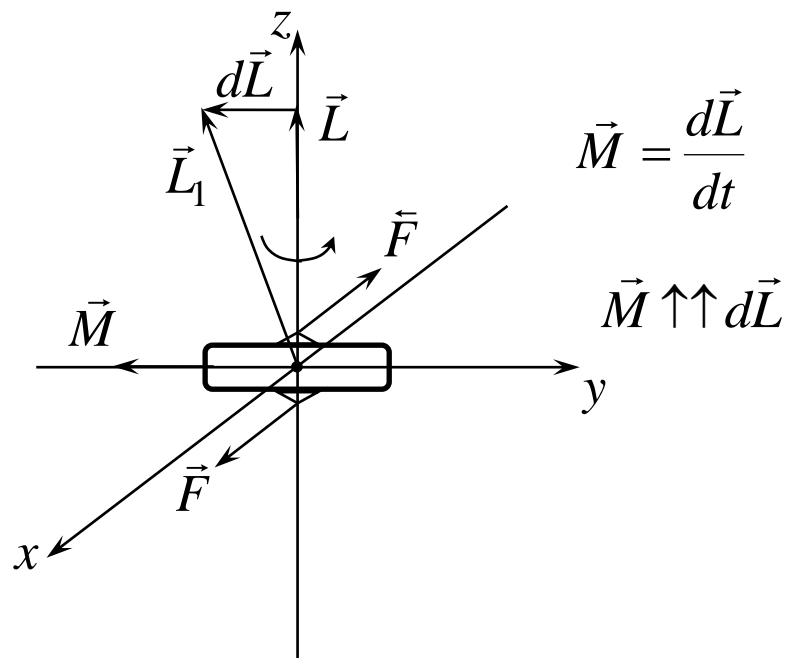


Рис. 1.31

Прецессия гироскопа

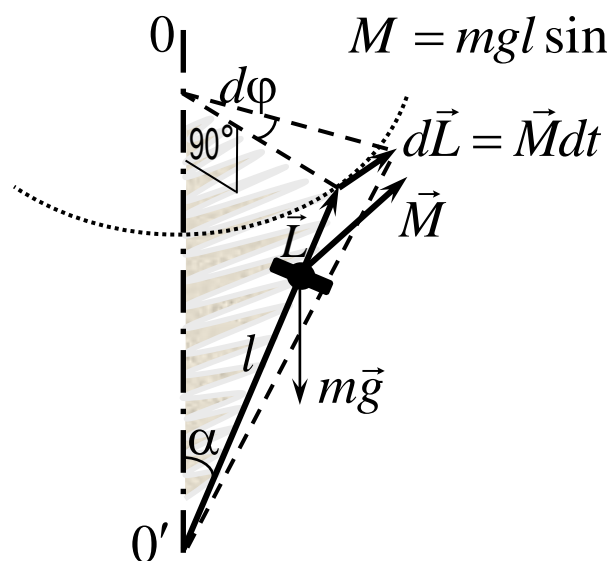


Рис. 1.32

Момент действующей на гироскоп внешней силы $m\vec{g}$, оставаясь постоянным по величине, поворачивается одновременно с осью гироскопа, все время образуя с ней прямой угол. Ось гироскопа описывает конус.

1.6. Работа. Мощность. Энергия

1.6.1 Работа силы. Мощность

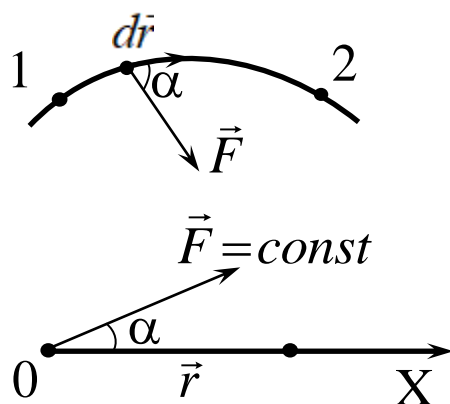


Рис. 1.33

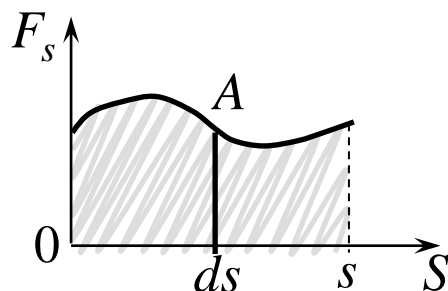


Рис. 1.34

Элементарная работа $dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F \cdot dr \cdot \cos \alpha$ (1.31)

Считая на малых участках угол α и силу \vec{F} постоянными, запишем формулу для *работы переменной силы*:

$$A = \int_1^2 (\vec{F} \cdot d\vec{r}).$$

При движении по прямой $\vec{F} = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$ и $|\vec{r}| = s$ (путь), *работа постоянной силы*:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^s (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_0^s F \cdot dr \cdot \cos \alpha = F \cdot \cos \alpha \int_0^s dr = \\ &= F \cdot s \cdot \cos \alpha \quad [\text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}]. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Если $\alpha = 90^\circ$, то $A = 0$ (например, работа центростремительных сил).

Работа момента сил по аналогии $A = M \cdot \varphi$.

Мощность:

$$\begin{array}{ll} \text{Средняя} & N = \frac{\Delta A}{\Delta t} ; \quad N \left(\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт} \right) \\ \text{мощность:} & \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Мгновенная} & N = \frac{dA}{dt}. \\ \text{мощность:} & \end{array} \quad (1.33)$$

Если движение происходит по прямой с постоянной скоростью при постоянной силе тяги F , то

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta S}{\Delta t} = F \cdot v;$$

$$\text{в общем случае } N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = (\vec{F} \vec{v}) = F v \cdot \cos \alpha \quad (1.34) \quad \Rightarrow N = \frac{M \Delta \varphi}{dt} = M \omega. \quad (1.35)$$

(при вращательном движении)

Внесистемные единицы измерения:
работы (энергии): $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$
мощности: $1 \text{ л. с.} \approx 735,5 \text{ Вт}.$

1.6.2 Кинетическая и потенциальная энергия

Общей количественной мерой движения и взаимодействия всех видов материи является энергия. В механике работа – мера изменения энергии тела или системы тел.

Кинетическая энергия при поступательном движении численно равна работе, которую надо совершить, чтобы разогнать тело из состояния покоя до определенной скорости.

Например:

$m = \text{const}$

$\vec{F} = \text{const}$

(движение
по прямой)

$\alpha = 0$

$$A = \int_0^{|\vec{r}|} (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_0^{|\vec{r}|} F \cdot dr \cdot \cos \alpha = \int_0^{|\vec{r}|} \frac{dp}{dt} dr = \int_0^{|\vec{r}|} \frac{d(mv)}{dt} dr =$$

$$= \int_0^{|\vec{r}|} \frac{dr}{dt} d(mv) = m \int_0^{|\vec{r}|} \frac{dr}{dt} dv = m \int_0^v v dv = \frac{mv^2}{2}, \text{ или}$$

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m d\vec{v} \frac{d\vec{r}}{dt} = m \vec{v} d\vec{v} = dW_K$$

С учётом того, что $\vec{v} d\vec{v} = v dv$, получим: $W_K = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}$

$$K = W_K = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.36)$$

$$\Rightarrow W_K = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (1.37)$$

1.6.3 Кинетическая энергия тела при плоском движении

Если тело массой m одновременно движется поступательно в некоторой плоскости и вращается с угловой скоростью ω относительно оси, проходящей через центр масс тела и сохраняющей свою ориентацию в пространстве, то его кинетическая энергия определяется по формуле

$$K = W_K = \frac{m v_c^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}, \quad (1.38)$$

где J – момент инерции, v_c – скорость центра масс тела.

1.6.4 Первая и вторая космические скорости

1-ая космическая
скорость

$$\begin{cases} F_n = ma_n \\ F_n = G \frac{mM}{R^2} = mg \\ a_n = g = \frac{v_{k1}^2}{R} \end{cases}$$

$$v_{k1} = \sqrt{gR}$$

$$v_{k1} (\text{Земля}) \approx 7,8 \text{ км/с}$$

$$v_{k2} (\text{Земля}) \approx 11,2 \text{ км/с}$$

$$v_{k3} (\text{Земля}) \approx 16 \text{ км/с}$$

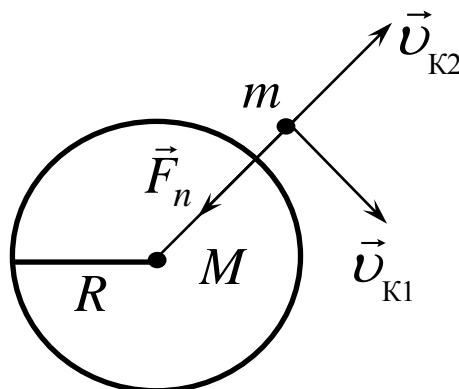


Рис. 1.35

2-я космическая
скорость

$$W_{\text{НАЧ}} = \frac{mv_{k2}^2}{2}; \quad W_{\text{КОН}} = 0$$

(тело останавливается, но
не возвращается)

$$\begin{aligned} A &= \int_R^{\infty} (\vec{F} d\vec{r}) = \int_R^{\infty} G \frac{mM}{r^2} \cos \pi dr = \\ &= -GmM \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2} = G \frac{mM}{r} \Big|_R^{\infty} = -G \frac{mM}{R}, \end{aligned}$$

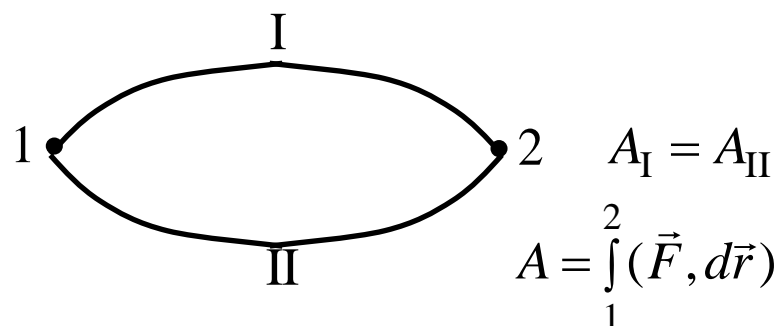
так как $A = W_{\text{КОН}} - W_{\text{НАЧ}}$ и $g = G \frac{M}{R^2}$, имеем:

$$v_{k2} = \sqrt{gR} = \sqrt{2} v_{k1} \Rightarrow v_{k2} (\text{Земля}) \approx 11,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

1.6.5 Поле сил. Потенциальная энергия

Если в каждой точке пространства на тело действует определенная сила, то обычно говорят, что тело находится в поле сил (в силовом поле). Если в таком поле работа, совершаемая силами поля при перемещении тела из одной точки пространства в другую, не зависит от вида траектории, а определяется только начальным и конечным положением тела, то такие силы называются *консервативными*.

Работа консервативных сил
по замкнутому контуру равна нулю.



Примеры:

Консервативные силы:

- сила тяжести
- сила упругости
- электростатические

Неконсервативные силы:

- силы трения
- силы сопротивления

Для поля консервативных сил, не зависящих от времени, вводят скалярную потенциальную функцию $U(x, y, z)$, которую называют *потенциальной энергией* и для которой справедливо определение: убыль потенциальной энергии при перемещении равна работе консервативных сил поля, совершенной при этом перемещении

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U.$$

Зная силу, можно рассчитать потенциальную энергию

$$U_2 = U_1 - \int_1^2 \vec{F} d\vec{r}.$$

Итак,

$$dA = \begin{array}{l} \nearrow -dU \\ \searrow \vec{F} d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \end{array}$$

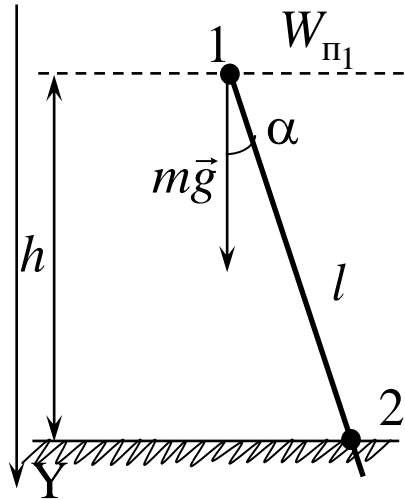
$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}. \quad (1.39)$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right) = -grad U = -\nabla U,$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ (набла-оператор)

Часто потенциальную энергию обозначают W_{Π} или Π .

Потенциальная энергия
в поле сил тяжести



Тело переходит из точки 1 в точку 2. При этом сила тяжести совершает работу:

Рис. 1.36

$$\begin{aligned}
 A &= \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_1^2 (m\vec{g}, d\vec{r}) = \int_1^2 (mg dr \cdot \cos\alpha) = \\
 &= mg \cos\alpha \int_1^2 dr = mgl \cos\alpha = mgh. \\
 W_{\Pi} &= mgh. \quad (1.41)
 \end{aligned}$$

Потенциальная энергия упруго
деформированной пружины

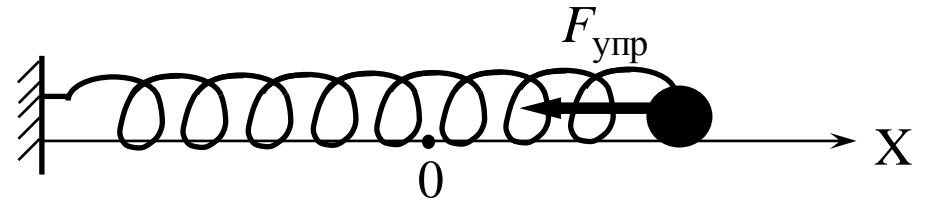


Рис. 1.37

В процессе возврата шарика в положение равновесия упругая сила $F_{упр}$ совершает работу

$$\begin{aligned}
 A &= \int_x^0 (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_x^0 (kx dx \cdot \cos 180^\circ) = -k \int_x^0 x dx = \\
 &= -\frac{kx^2}{2} \Big|_x^0 = \frac{kx^2}{2} \\
 W_{\Pi} &= \frac{kx^2}{2}. \quad (1.42)
 \end{aligned}$$

1.6.6 Закон сохранения механической энергии

Полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, есть величина постоянная:

$$W_K + W_\Pi = \text{const.} \quad (1.43)$$

Если система незамкнута и (или) в ней действуют неконсервативные силы, то изменение ее полной механической энергии равно работе этих сил:

$$(W_{K_2} + W_{\Pi_2}) - (W_{K_1} + W_{\Pi_1}) = A. \quad (1.44)$$

{ Полная энергия замкнутой системы не меняется со временем, она только переходит из одного вида в другой.
Энергия никуда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой.

Виды симметрии:

однородность пространства — закон сохранения импульса

изотропность пространства — закон сохранения момента импульса

однородность времени — закон сохранения энергии

1.6.7 Соударения тел

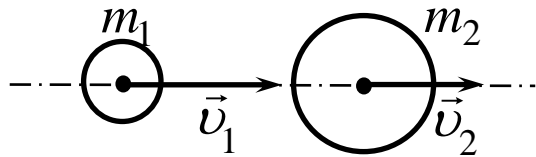


Рис. 1.38

1. Абсолютно упругий удар:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1^* + m_2 \vec{v}_2^* \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^{*2}}{2} + \frac{m_2 v_2^{*2}}{2} \end{cases}$$

2. Абсолютно неупругий удар:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v} \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + A \end{cases}$$

1.7 Деформация твердого тела

Сила F действует на всё сечение тела S

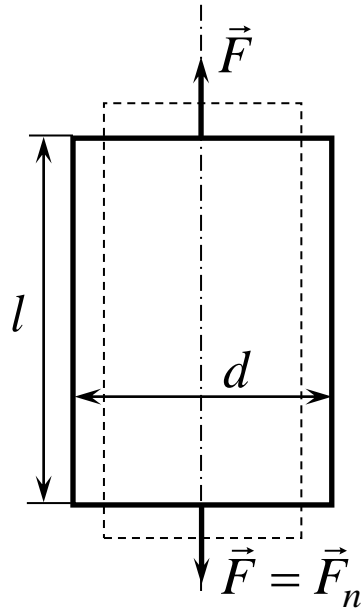


Рис. 1.39

Деформации
 \swarrow упругие
 \searrow пластические

$$F \begin{cases} F_n \rightarrow \sigma = \frac{F_n}{S} & \text{(нормальное напряжение)} \\ F_\tau \rightarrow \tau = \frac{F_\tau}{S} & \text{(тангенциальное напряжение)} \end{cases}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{(относительное удлинение)} \qquad \varepsilon^* = -\frac{\Delta l}{l} \quad \text{(относительное сжатие)}$$

Закон Гука:

$$\sigma = \frac{F_n}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$$

растяжение

Давление

$$p = \frac{F_n}{S} = -E \frac{\Delta l}{l}$$

сжатие

$$F = \underbrace{\frac{E \cdot S}{l}}_{k} \Delta l = k \cdot \Delta l, \text{ где } E \text{ — модуль Юнга;}$$

k — коэффициент упругости

1.8 Элементы механики жидкости

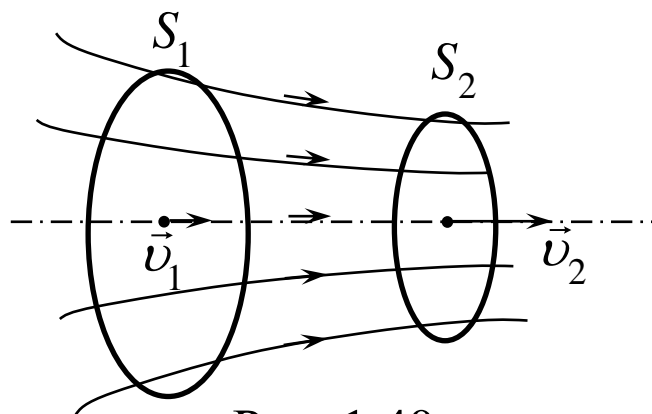


Рис. 1.40

Школа:

- давление (определение)
- закон Паскаля
- $p = \rho gh$
- закон Архимеда

$$F_A = \rho_{\text{ж}} \cdot g V_{\text{п}}$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const} - \text{уравнение непрерывности (неразрывности)}: \quad (1.46)$$

Произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока.

Идеальная жидкость,
внутреннее трение отсутствует

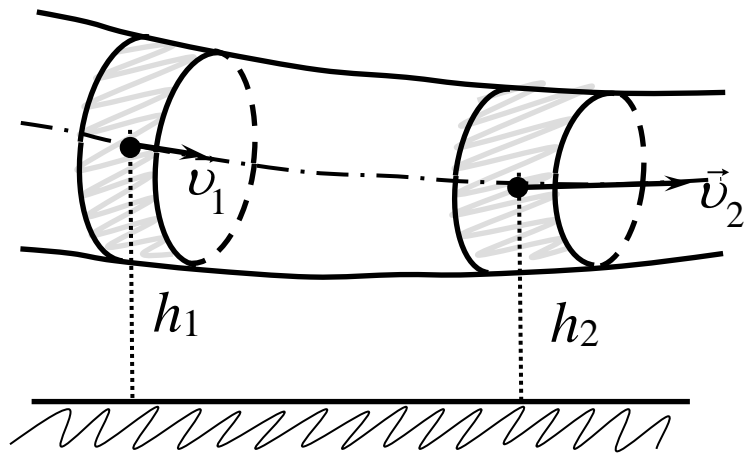


Рис. 1.41

Закон сохранения энергии дает:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const.} \quad (1.45)$$

(уравнение Бернулли, 1738 г.). Здесь:

$\frac{\rho v^2}{2}$ – динамическое давление

ρgh – гидростатическое давление

p – статическое давление

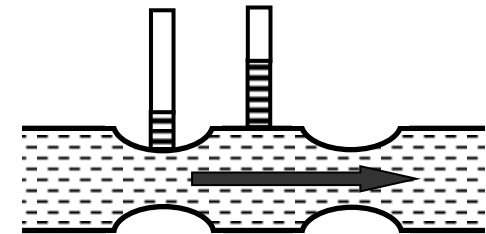


Рис. 1.42

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}$$

1.9 Специальная теория относительности (СТО)

1.9.1 Преобразования Галилея. Неинерциальные системы отсчета

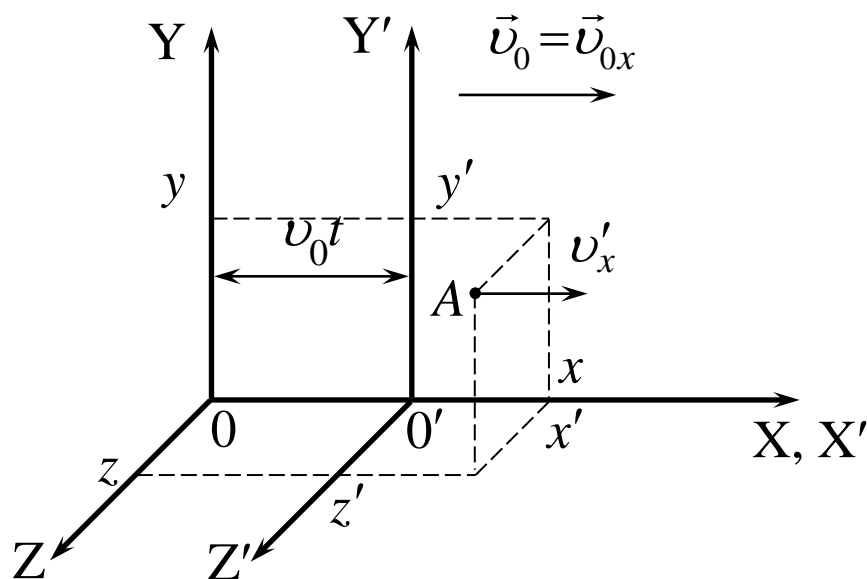


Рис. 1.43

$$\begin{cases} x = x' + v_0 t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \text{ (считаем)} \end{cases}$$

$v_x = v'_x + v_{0x}$; $\vec{v}_{0x} = \vec{v}_0$
 $a_x = a'_x$ (если точка A начнет движение с ускорением).
Закон $\vec{F} = m\vec{a}$ – «работает» как в системе отсчёта XYZ , так и в системе отсчёта $X'Y'Z'$.

Принцип относительности Галилея:

Все законы механики выполняются одинаково при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

Если система отсчета $X'Y'Z'$ движется относительно XYZ вдоль оси X с ускорением $\vec{a}_0 = \vec{a}_{0x}$, то

неинерциальная
система отсчета

$$x = x' + v_{0x}t + a_{0x} \frac{t^2}{2}$$

$$v_x = v'_x + v_{0x} + a_{0x} \cdot t$$

$$a_x = a'_x + a_{0x}, \text{ то есть } a_x \neq a'_x,$$

и чтобы равенство соблюдалось приходится предполагать, что на точку A действует добавочная (фиктивная) сила $\vec{F}_{0x} = -m\vec{a}_{0x}$. Введение сил инерции – удобный прием, позволяющий перейти из неинерциальных в инерциальные системы отсчета.

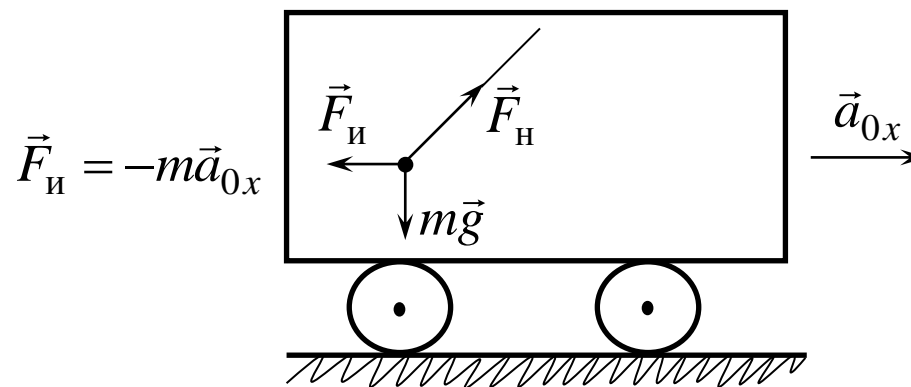


Рис. 1.44

1.9.2 Постулаты СТО. Преобразования Лоренца

1. Все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.
2. Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света.

Преобразования Лоренца

$$\left\{ \begin{array}{ll} x = \frac{x' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} & x' = \frac{x - v_0 t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \\ y = y' & y' = y \\ z = z' & z' = z \\ t = \frac{t' + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} & t' = \frac{t - \frac{v_0}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \end{array} \right. \quad (1.47)$$

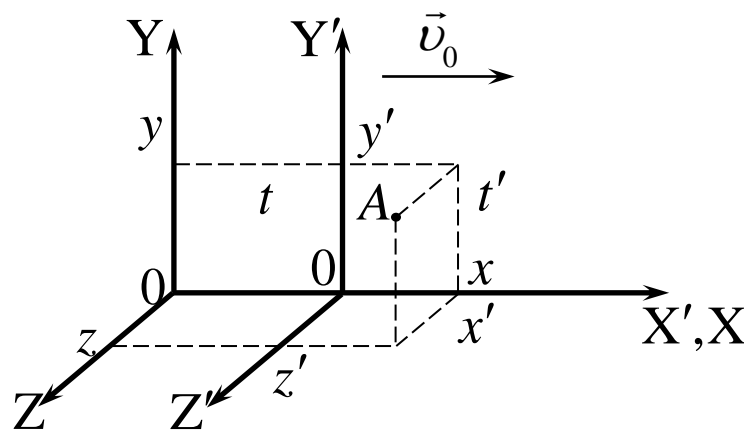


Рис. 1.45

Если точка A движется со скоростью v'_x в системе $X'Y'Z'$, то $v_x = \frac{dx}{dt}$ и $v'_x = \frac{dx'}{dt'}$; тогда, согласно преоб-

разованиям Лоренца, $v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + \frac{v_0}{c^2} \cdot v'_x}$. (1.48)

Если $\begin{cases} v'_x = c \\ v_0 = c \end{cases}$, то $v_x = \frac{(c+c)}{1 + \frac{c}{c^2} \cdot c} = c$.

1.9.3 Следствия из преобразований Лоренца

1. Пространство и время взаимосвязаны
2. Относительность одновременности событий

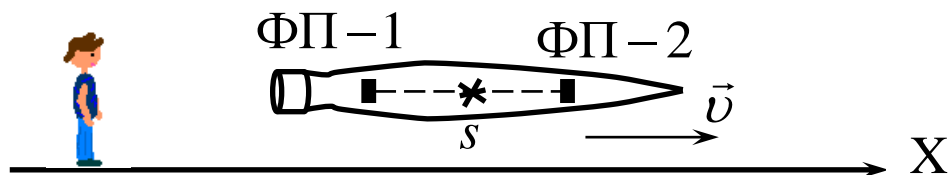


Рис 1.46

3. Линейный размер тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшается в направлении движения

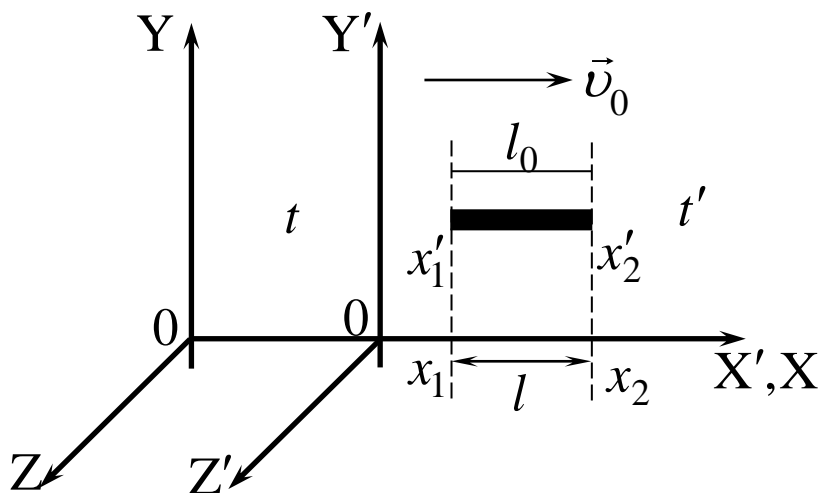


Рис. 1.47

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - v_0 t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - v_0 t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; \quad l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}. \quad (1.49)$$

4. Темп времени у движущихся часов замедляется

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

(1.50)

1.9.4 Основы релятивистской динамики

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}, \text{ но } \vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad (1.51) \quad m_0 - \text{масса покоящегося тела}$$

релятивистский
импульс

Можно записать:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1.52)$$

1.9.5 Энергия тела в СТО

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.53)$$

где m_0 — масса покоя

E — полная энергия

$E_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя.

$$W_K = mc^2 - m_0 c^2 \text{ и}$$

$$\text{при } v \ll c \text{ имеем } W_K = \frac{m_0 v^2}{2}.$$

$$\text{Можно показать, что } E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}. \quad (1.54)$$

Взаимосвязь пространства и времени диктует появление нового понятия «пространственно-временной интервал» между двумя событиями в точках (x_1, y_1, z_1, t_1) и $(x_2, y_2, z_2, t_2) \Rightarrow (\Delta s)$, который является инвариантом в преобразованиях Лоренца.

$$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta l)^2, \text{ где } \Delta t = t_2 - t_1$$

$$(\Delta l)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2.$$

1.10 Контрольные вопросы

1. Дайте **определения** основных терминов, используемых в кинематике: траектории, пути, перемещения, скорости, ускорения, средней скорости.
2. Какие виды движения точки по прямой и по окружности Вам известны? Дайте **определения** этим видам движения.
3. Выведите **формулы**, описывающие изменение со временем координаты точки при её движении по прямой в случаях разных видов движения.
4. Запишите **формулы**, описывающие изменение со временем координат точки при её движении по параболе.
5. Выведите **формулы**, описывающие изменение со временем угловой координаты точки при её движении по окружности в случаях разных видов движения.
6. Дайте **определения** основных параметров, используемых при описании движения точки по окружности.
7. Как **связаны между собою** линейные и угловые характеристики движения тела по окружности?
8. Что называется **импульсом материальной точки**? **Импульсом системы** материальных точек?
9. Что называется **системой отсчёта**? Что такое **инерциальная система отсчёта**? Приведите примеры.
10. Сформулируйте **первый закон Ньютона**, приведите примеры его проявления.
11. Сформулируйте **второй закон Ньютона**, приведите примеры его проявления.
12. Продемонстрируйте, **в каком случае** из формулы второго закона Ньютона, записанной в общем виде, можно получить упрощённое соотношение $F = ma$.

13. Сформулируйте **третий закон Ньютона**, приведите примеры его проявления.
14. Сформулируйте **закон Всемирного тяготения**. Ответ поясните рисунком.
15. Что называется **моментом инерции** а) материальной точки, б) системы материальных точек, в) тела? Ответ поясните рисунками.
16. Сформулируйте теорему Штейнера. Ответ поясните рисунком.
17. Что называется **моментом импульса** малого объекта *относительно некоторой точки*? Ответ поясните рисунком.
18. Что называется **моментом импульса** малого объекта *относительно некоторой оси*? Ответ поясните рисунком.
19. Что называется **моментом силы** *относительно некоторой точки*? Ответ поясните рисунком.
20. Что называется **моментом силы** *относительно некоторой оси*? Ответ поясните рисунком.
21. Какие точки *называются* а) **центром масс** тела, б) **центром тяжести** тела? В каком случае они совпадают?
22. Сформулируйте **основной закон динамики вращательного движения** и запишите соответствующие формулы а) в случае системы точек, б) в случае абсолютно твёрдого тела.
23. Какое тело называется **абсолютно твёрдым**?
24. Приведите **примеры параметров-аналогов** и **законов-аналогов** в динамике поступательного и вращательного движения.
25. В чём заключается гироскопический эффект и явление **прецессии гироскопа**? Объясните, из-за чего они возникают.
26. Что называется **работой** силы? В каких единицах она измеряется? Как рассчитывается работа в случае *переменной силы*? Приведите *пример* расчёта.

27. Что называется *средней мощностью*? Что называется *мгновенной мощностью*? В каких единицах мощность измеряется в СИ?
28. Что называется *кинетической энергией* тела при поступательном движении? Выведите соответствующую формулу для тела, масса которого не меняется в процессе движения.
29. *Сравните выражения* для работы, мощности и кинетической энергии при *поступательном и вращательном* движениях тела.
30. Какие *виды потенциальной энергии* в механике Вам известны? Запишите соответствующие формулы и поясните смысл входящих в эти формулы параметров.
31. Выведите формулу для расчёта *потенциальной энергии* тела в *поле тяжести* Земли.
32. Выведите формулу для расчёта *потенциальной энергии упруго деформированной пружины*.
33. Сформулируйте известные Вам *законы сохранения*. Запишите законы сохранения для соударения тел
34. Запишите *уравнение Бернулли* и приведите примеры его проявления
35. Запишите и поясните уравнение движения тела *переменной массы*.
36. Сформулируйте *постулаты Эйнштейна в СТО*. Чем формулировка первого постулата отличается от формулировки *принципа относительности Галилея*?
37. Приведите *пример ситуации*, которая говорит о том, что время в системах отсчёта, движущихся относительно друг друга, течёт неодинаково.
38. Каков смысл *преобразований Галилея и Лоренца* (что с их помощью можно определить)?
39. Приведите пример применения *правила сложения скоростей* в СТО.
40. Какие *следствия* вытекают из преобразований Лоренца?

2 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Статистический подход

Термодинамический подход

2.1 Молекулярная физика

2.1.1 Школьные знания по МКТ

1. Давление, объем, температура ($T = 273,15 + t$).
2. Моль, количество вещества $\nu = \frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_A}$ ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро).
3. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$p = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} = \frac{N}{N_A} \frac{RT}{V} = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} T = n \frac{R}{N_A} T = nkT, \quad (2.1)$$

где $R = 8,31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная;

$n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул газа;

$k = \frac{R}{N_A}$ – постоянная Больцмана.

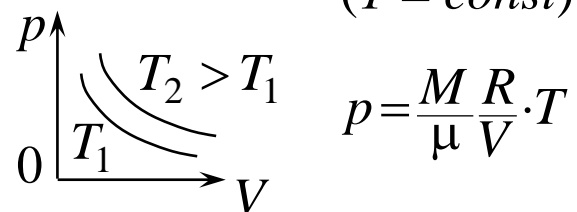
4. Идеальный газ: $pV = \frac{M}{\mu} RT$

- размеры его молекул много меньше среднего расстояния между ними;
- молекулы газа не взаимодействуют друг с другом на расстоянии (испытывают только абсолютно упругие столкновения между собой и со стенками сосуда, в котором находится газ).

5. Изопроцессы в идеальном газе

Закон Бойля-Мариотта

($T = const$)



$$p = \frac{M}{\mu} \frac{R}{V} \cdot T$$

$$pV = const$$

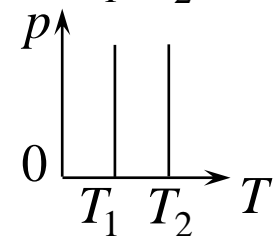
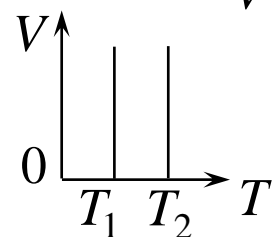
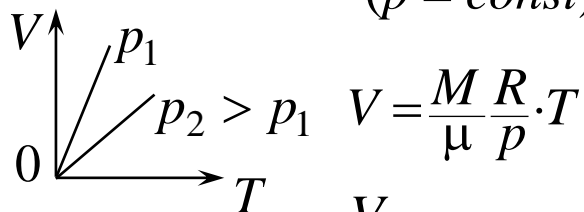


Рис. 2.1

Закон Гей-Люссака

($p = const$)



$$V = \frac{M}{\mu} \frac{R}{p} \cdot T$$

$$\frac{V}{T} = const$$

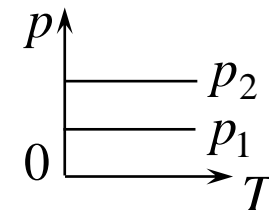
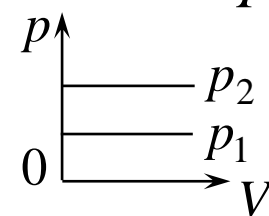
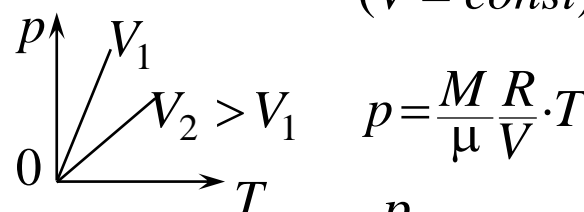


Рис. 2.2

Закон Шарля

($V = const$)



$$p = \frac{M}{\mu} \frac{R}{V} \cdot T$$

$$\frac{p}{T} = const$$

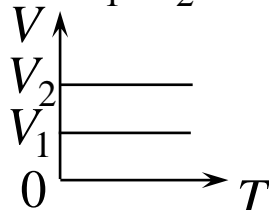
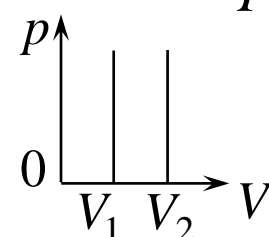


Рис. 2.3

6. Уравнение Клапейрона $\frac{pV}{T} = \text{const}$ (M – постоянна).

7. Закон Дальтона: $p_{\text{смеси}} = p_1 + p_2 + \dots + p_n$.

2.1.2 Основное уравнение МКТ. Средняя энергия молекул

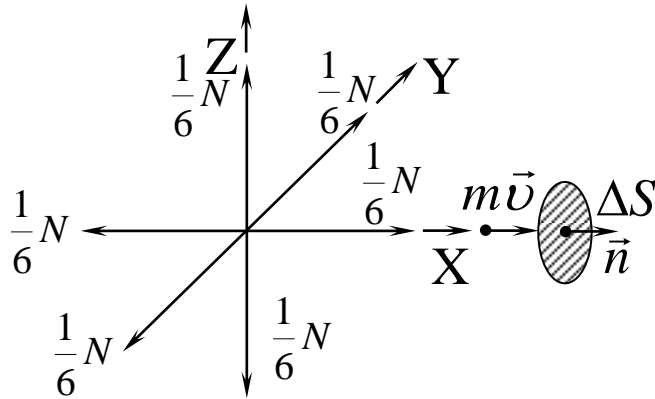


Рис. 2.4

Рассмотрим упрощенную схему движения молекулы идеального газа рис. 2.4. Пусть m – её масса, v – скорость. При абсолютно упругом ударе о стенку импульс молекулы меняется: $\Delta p^* = 2mv$. За некоторое время Δt из общего числа N молекул, находящихся в объёме $V = \Delta S v \Delta t$ до участка стенки площадью ΔS долетает $1/6$ часть молекул, и изменение их импульса

$$\Delta p^* = 2mv \frac{1}{6} N = 2mv \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t = \frac{1}{3} m v^2 n \Delta S \Delta t,$$

где $n = N/V$ – концентрация молекул. Это означает, что на них со стороны стенки подействовала сила $F = \frac{\Delta p^*}{\Delta t} = \frac{1}{3} m v^2 n \Delta S$; такая же по модулю сила подействовала и на стенку, создавая давление $p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{1}{3} m v^2 n = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2} = \frac{2}{3} n W_K^*$, где W_K^* – кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

В реальной ситуации у молекул скорости неодинаковы, поэтому в формулу должна входить $\langle W_K^* \rangle$ – средняя энергия. Для подсчёта общей кинетической энергии $W_K^{\text{общ}}$ молекул газа приходится находить сумму

$$W_K^{\text{общ}} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} + \dots + \frac{m v_N^2}{2} = \frac{m}{2} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2) = \frac{mN}{2} \frac{(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2)}{N}.$$

Произведение $mN = M$ – это масса всех молекул (то есть масса газа), а

$$\frac{(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N} = v_{\text{КВ}}^2,$$

где параметр $v_{\text{КВ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}}$ – называется среднеквадратичной скоростью, которая характеризует *среднюю* кинетическую энергию хаотического поступательного движения всех молекул газа:

$$W_K^{\text{общ}} = \frac{M v_{\text{КВ}}^2}{2}.$$

Для единицы объёма можно записать:

$$W_K = \frac{W_K^{\text{общ}}}{V} = \frac{N m v_{\text{КВ}}^2}{2V} = n \frac{m v_{\text{КВ}}^2}{2} = n \langle W_K^* \rangle.$$

В итоге полученное ранее выражение $p = \frac{2}{3}n\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{2}{3}nW_K^*$ преобразуется к виду

$$\boxed{p = \frac{2}{3}n\frac{m\upsilon_{KB}^2}{2}} \text{ или } \boxed{p = \frac{2}{3}W_K}, \quad (2.2)$$

где $\frac{m\upsilon_{KB}^2}{2}$ – средняя кинетическая энергия $\langle W_K^* \rangle$ поступательного движения одной молекулы;

$W_K = n\frac{m\upsilon_{KB}^2}{2}$ – средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения молекул газа, находящихся в единичном объеме.

Давление равно двум третям энергии поступательного движения молекул, находящихся в единице объема газа.

Так как $p = nkT = \frac{2}{3}n\frac{m\upsilon_{KB}^2}{2}$, то $\boxed{\frac{m\upsilon_{KB}^2}{2} = \langle W_K^* \rangle = \frac{3}{2}kT}$ (2.3)

и $\boxed{\upsilon_{KB} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}}$. (2.4)

Обратите внимание: термодинамическая температура есть величина, пропорциональная средней энергии движения одной молекулы. То есть температура является количественной мерой энергии теплового движения молекул.

$\langle W_K^* \rangle = \frac{3}{2}kT$ – при одинаковой температуре средние значения кинетической энергии молекул *всех газов одинаковы*, несмотря на различие масс молекул разных газов.

Средняя энергия молекулы в общей плане равна $\langle W_K^* \rangle = \frac{i}{2}kT$, (2.5)

где i – число степеней свободы молекулы.

Абсолютному нулю температуры в классической физике соответствует ситуация, когда все молекулы вещества покоятся ($v = 0$).

2.1.3 Распределение Максвелла молекул по скоростям

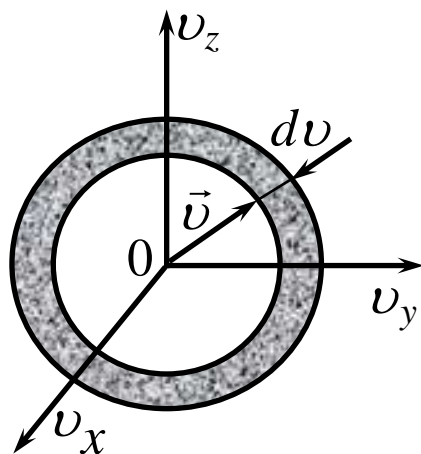


Рис. 2.5

В реальной ситуации в данный момент времени молекулы газа имеют различные скорости. *Максвелл* впервые показал, какое число dN из общего числа молекул N , при данной температуре T обладает скоростью, значение модуля которой принадлежит интервалу dv в пределах от v до $v+dv$, рис. 2.5:

$$\frac{dN}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 dv.$$

Закон распределения молекул идеального газа по скоростям:

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Nd v} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (2.6)$$

$$\text{или } F(v) = \frac{dN}{dv} = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \quad (2.7)$$

где $F(v)$ – полная статистическая функция распределения молекул по скоростям.

Очевидно: при $v=0$ и $F(v)=0$, при $v \rightarrow \infty$, $F(v) \rightarrow 0$ – см. рис. 2.6.

Из условия $\frac{dF}{dv}=0$ можно найти максимальное значение $F(v)$, которому соответствует наиболее вероятная скорость

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} < v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1,22 \cdot v_{\text{вер}}.$$

Подставив $v_{\text{вер}}$ в (2.7), получаем:

$$F(v_{\text{вер}}) \sim \sqrt{\frac{m}{T}}.$$

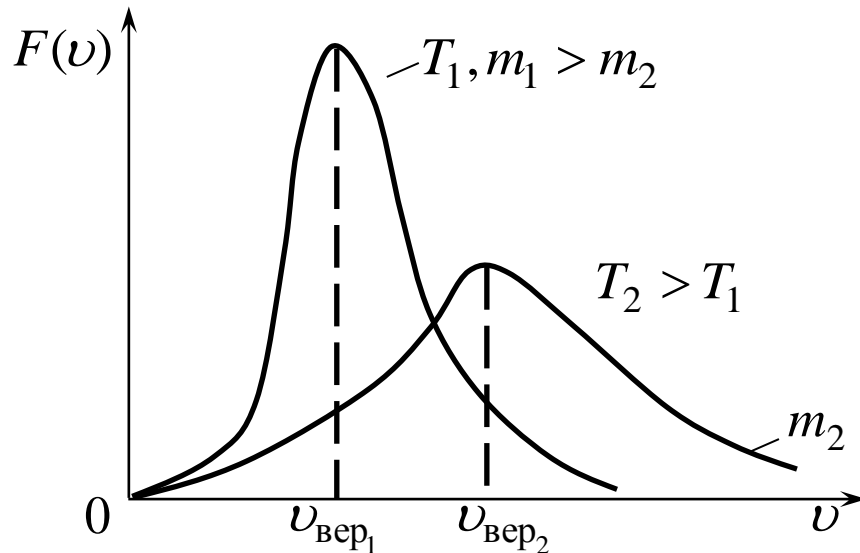


Рис. 2.6

Зная вид $F(v)$, можно также определить среднюю (по модулю) скорость молекул:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}} = 1,13 \cdot v_{\text{вер}}.$$

При неизменном числе молекул N площади под кривыми на рис. 2.6 одинаковы, поскольку эти площади численно равны этому N :

$$\int_0^{\infty} F(v) dv = \int_0^{\infty} \frac{dN}{dv} dv = \int_0^{\infty} dN = N = \text{const}.$$

От формулы (2.7) для $F(v)$ можно перейти к формуле для полной статистической функции распределения молекул газа по их кинетическим энергиям $F(W_{\text{к}})$:

$$F(W_{\text{к}}) = \frac{dN}{dW_{\text{к}}} = N \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} e^{-\frac{W_{\text{к}}}{kT}} \cdot \sqrt{W_{\text{к}}}. \quad (2.8)$$

2.1.4 Опыт Ламмерта

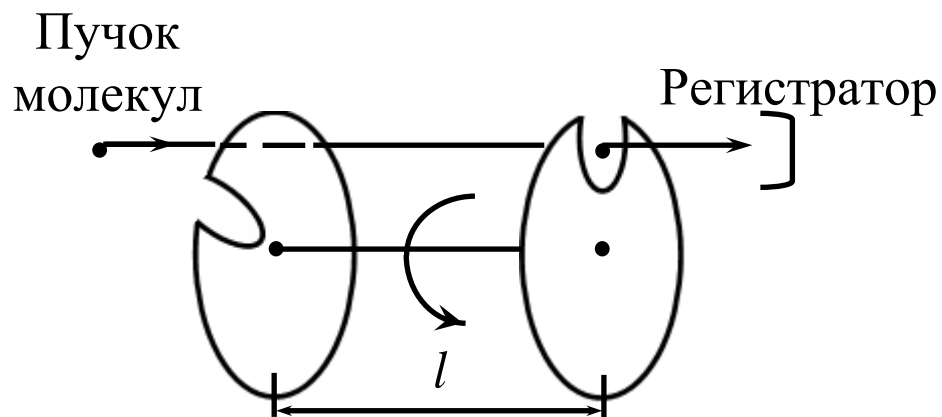


Рис. 2.7

Щели в дисках смещены друг относительно друга на угол ϕ . Во вторую прорезь попадают только те молекулы, которые имеют определенную скорость $v = \frac{\omega l}{\phi}$, так как

$$t = \frac{l}{v} = \frac{\phi}{\omega}.$$

Изменяя скорость вращения штанги, можно выделять из пучка молекул те, которые обладают определёнными скоростями.

Регистрируя эти молекулы в течение заданного промежутка времени, можно определять их относительное количество.

(Заметим: распределение молекул по скоростям в пучке несколько отличается от распределения в закрытом сосуде, в котором движение молекул имеет не направленный, а хаотический характер).

2.1.5 Распределение Больцмана. Барометрическая формула

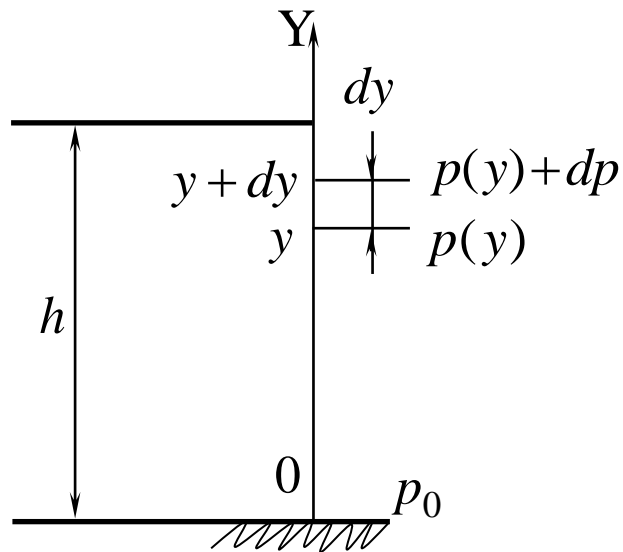


Рис. 2.8

Из школы: $p = \rho gh$, следовательно, $dp = -\rho g dy$.

Вспоминаем $p = \frac{M}{\mu V} RT$ или $p = \frac{\rho}{\mu} RT$ и $\rho = \frac{\mu p}{RT}$.

Подставляя, имеем $dp = -\frac{\mu p}{RT} g dy \rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{\mu}{RT} g dy$,

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\int_0^h \frac{\mu}{RT} g dy \text{ или } \boxed{p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}}.$$

Барометрическая формула, показывающая, как давление идеального газа меняется с высотой (при $T = const, g = const$)

Так как $\left. \begin{array}{l} \mu = N_A m \\ R = k \cdot N_A \end{array} \right\}$, получаем

$$\boxed{p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}} \quad (2.9)$$

Но поскольку $p = nkT$, то из (2.9) следует:

$$\boxed{n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{W_{\Pi}}{kT}}} \quad (2.10)$$

Распределение Больцмана — (Справедливо не только для $W_{\Pi} = mgh$, но и для потенциального поля любой природы, например, — для электрического).

2.1.6 Распределение Максвелла-Больцмана

Согласно Больцману $N = N_0 e^{-\frac{W_{\Pi}}{kT}}$, где N и N_0 – общее число молекул в заданном объеме в состояниях с W_{Π} и $W_{\Pi} = 0$ соответственно.

Согласно Максвеллу $F(W_K) = \frac{dN}{dW_K} = N \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} e^{-\frac{W_K}{kT}} \cdot \sqrt{W_K}$.

$$E = W_K + W_{\Pi} \text{ (полная энергия).}$$

Объединяя, получаем статистическую функцию распределения Максвелла-Больцмана:

$$F(E) = \frac{dN}{dE} = N_0 \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}} \sqrt{E}. \quad (2.11)$$

2.1.7 Средняя длина свободного пробега

Среднее расстояние, которое молекулы пролетают от одного столкновения с другим, называется *средней длиной свободного пробега* $\langle \lambda \rangle$.

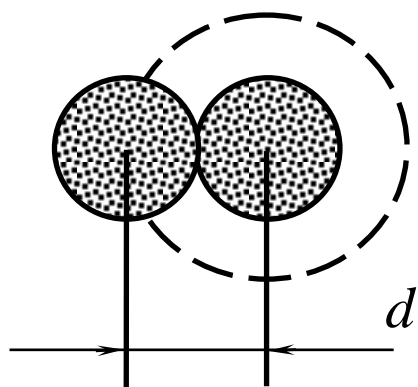


Рис. 2.9

Минимальное расстояние между центрами молекул при их столкновении называется *эффективным диаметром молекулы* d , а площадь $\sigma = \pi d^2$ – *эффективным сечением молекулы*.

Метод размерности: $n \uparrow \Rightarrow \langle \lambda \rangle \downarrow$
 $\sigma \uparrow \Rightarrow \langle \lambda \rangle \downarrow$

$$M = \frac{1}{M^{-3} \cdot M^2} \text{ или } \langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{n \pi d^2}.$$

Более строгий вывод дает: $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{n \sqrt{2} \pi d^2}.$ (2.12)

Так как $p = nkT$, то при $T = \text{const}$ $\langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{p}.$

Если $T \uparrow$, то $\sigma \downarrow$ и $\langle \lambda \rangle \uparrow.$

2.1.8 Явления переноса в газах

В термодинамических неравновесных системах могут возникать необратимые процессы, в результате которых происходит перенос импульса (внутреннее трение), массы (диффузия) и энергии (теплопроводность); эти явления называли «явления переноса».

1 Внутреннее трение (вязкость газов) – перенос импульса

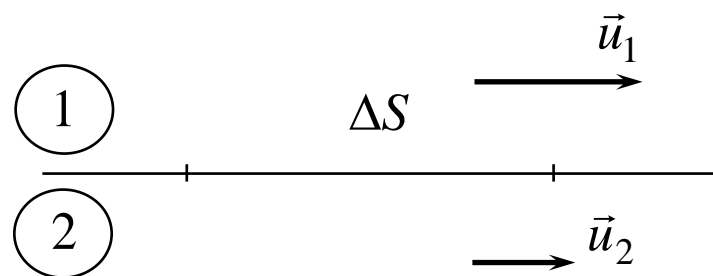


Рис. 2.10

Возникновение силы трения между двумя слоями газа, движущимися с различными скоростями, называют внутренним трением (рис. 2.10).

Пример: Два слоя движутся с различными скоростями \vec{u}_1 и \vec{u}_2 вдоль одного направления.

Каждая молекула участвует в тепловом движении со скоростью $\langle v \rangle$ и в упорядоченном со скоростью

u , при этом $\langle v \rangle \gg u$. Вследствие теплового движения все время происходит переход молекул из слоя в слой.

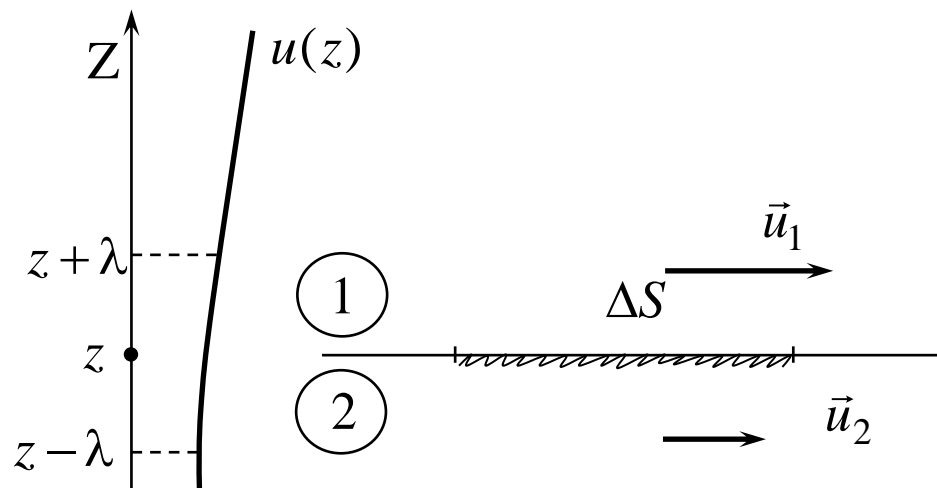


Рис. 2.11

Через площадку ΔS за время Δt из слоя 1 в слой 2 переходит $\frac{1}{6}n\langle v \rangle \Delta t \Delta S$ молекул, которые переносят импульс:

$$\frac{1}{6}m u_1 n \langle v \rangle \Delta t \cdot \Delta S.$$

Аналогично в противоположном направлении переносится импульс:

$$\frac{1}{6}m u_2 n \langle v \rangle \Delta t \cdot \Delta S.$$

Согласно второму закону Ньютона импульс силы трения $F_{\text{тр}} \Delta t = \frac{1}{6}n \langle v \rangle m (u_2 - u_1) \Delta t \cdot \Delta S$.

Тогда сила трения, действующая на первый слой

$$: F_{\text{тр}} = \frac{1}{6}n \langle v \rangle m (u_2 - u_1) \Delta S.$$

Реально скорость слоев изменяется непрерывно $u(z)$

$$\begin{cases} u(z + \lambda) = u(z) + \frac{du}{dz} \lambda \\ u(z - \lambda) = u(z) - \frac{du}{dz} \lambda \end{cases}, \text{ поэтому } F_{\text{тр}} = -\frac{1}{6}n \langle v \rangle m \frac{du}{dz} \cdot 2\lambda \Delta S.$$

Закон Ньютона (1687 г.): $F_{\text{тр}} = -\underbrace{\frac{1}{3}nm \langle v \rangle \lambda}_{\eta} \frac{du}{dz} \Delta S = -\eta \frac{du}{dz} \cdot \Delta S. \quad (2.13)$

$\eta = \frac{1}{3} n m \langle v \rangle \lambda = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda$ – коэффициент вязкости (у нас $\lambda = \langle \lambda \rangle$).

Так как $\langle v \rangle \sim \sqrt{\frac{T}{m}}$ и $\lambda \sim \frac{1}{n d^2}$, то $\eta \sim n m \sqrt{\frac{T}{m}} \cdot \frac{1}{n d^2} \sim \frac{\sqrt{m} \sqrt{T}}{d^2} \rightarrow$ не зависит от n , а, следовательно, и от p ($p = n k T$).

2 Диффузия в газах – перенос массы

Закон Фика: (по аналогии): $m_{\text{сек}} = -D \frac{d\rho}{dz};$ (2.14)

$m_{\text{сек}}$ – масса, переносимая за 1 сек через единицу поверхности, перпендикулярной направлению переноса вещества;

ρ – плотность вещества; z – координата переноса; D – коэффициент диффузии.

3 Явление теплопроводности – перенос энергии

Закон Фурье: (по аналогии) $q_{\text{сек}} = -\kappa \frac{dT}{dz}.$ (2.15)

$q_{\text{сек}}$ – плотность теплового потока: энергия, передаваемая в форме теплоты в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси Z ;

κ – теплопроводность (коэффициент теплопроводности).

2.2 Термодинамика

2.2.1 Первое начало термодинамики

Термодинамика – наука о наиболее общих тепловых свойствах макроскопических тел.

Первое начало (закон сохранения энергии): $\delta Q = dU + \delta A.$ (2.16)

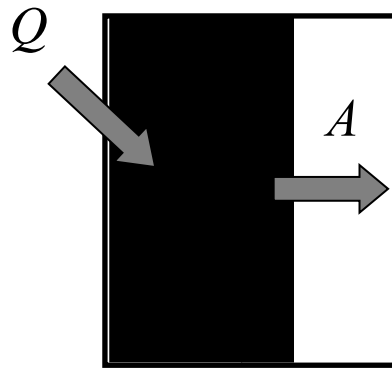


Рис. 2.12

Количество теплоты δQ , сообщаемое системе, расходуется на изменение её внутренней энергии dU и на работу δA системы против внешних сил.

Для идеального газа

$$U = N \langle W_{\kappa}^* \rangle = \frac{M}{\mu} N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} RT, \quad (2.17)$$

где $R = N_A \cdot k$.

$$\text{Если } M = \text{const, то } dU = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT \quad (U = f(T)).$$

В результате $\oint dU = 0.$ (2.18)

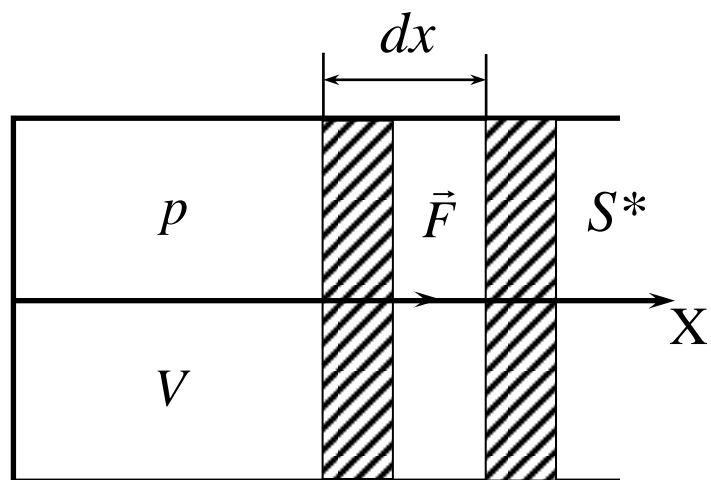
Термодинамические функции, для которых выполняется условие вида $\oint dU = 0$ (2.18), то есть значение, которое они принимают, однозначно определяется значениями параметров состояния (в данном случае – температуры) и не зависит от того, каким путем система в него пришла, называются *функциями состояния*.

То есть внутренняя энергия идеального газа является функцией его состояния.

2.2.2 Работа, совершаемая идеальным газом

$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r}) = F \cdot dr \cos \alpha$. Если сила – переменная или меняется угол, то работа по перемещению тела из точки 1 в точку 2:

$$A = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}).$$



Невесомый поршень
может передвигаться без
трения вдоль оси X

Рис. 2.13

При смещении поршня на очень малое расстояние dx объем, занимаемый газом, увеличивается на $dV = S^* \cdot dx$ (в пределах этого изменения считаем давление $p = \frac{F}{S^*} = \text{const}$). Тогда

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r}) = F \cdot dx \cos \alpha = F \cdot dx = \frac{F}{S^*} S^* \cdot dx = p dV$$

В целом

$$A = \int_1^2 p dV$$

Изохорный процесс: $V = \text{const}$, $dV = 0$,
 $\delta A = 0$ – работа не совершается.

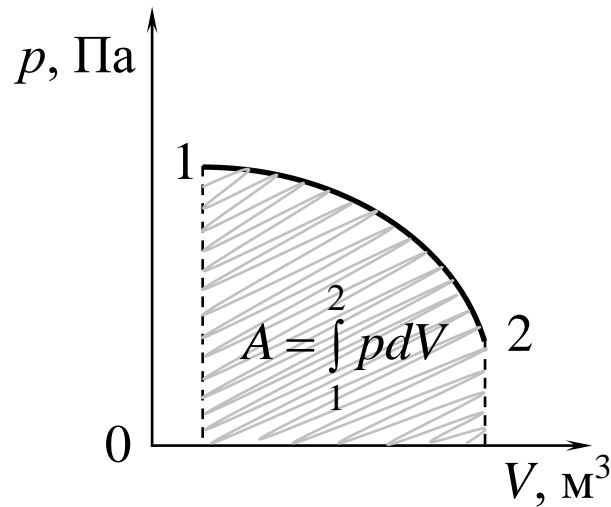
Изобарный процесс: $p = \text{const}$,

$$A = \int_1^2 p dV = p(V_2 - V_1).$$

Изотермический процесс:

$$A = \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{M}{\mu V} RT dV = \frac{M}{\mu} RT \int_1^2 \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Удобное графическое
представление работы



В общем случае

$$\delta Q = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT + p dV. \quad (2.19)$$

В изохорном
процессе

$$\delta Q = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT.$$

В изобарном
процессе

$$\Delta Q = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R \Delta T + p \Delta V. \quad (2.20)$$

В изотермическом
процессе

$$\delta Q = p dV; \quad \Delta Q = \frac{M}{\mu} R T \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.21)$$

В адиабатическом
процессе

$$\delta Q = 0, \quad 0 = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT + p dV. \quad (2.22)$$

Рис. 2.14

!!! Работа, совершаемая идеальным газом при переходе из одного состояния в другое, зависит от того, каким образом происходит этот переход, поэтому, в отличие от внутренней энергии, функцией состояния не является.

2.2.3 Теплоемкость

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT} \quad \text{— теплоемкость тела}$$

$$c = \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT} \quad \text{— удельная теплоемкость}$$

$$C = \mu c = \frac{\mu}{M} \frac{\delta Q}{dT} \quad \text{— молярная теплоемкость}$$

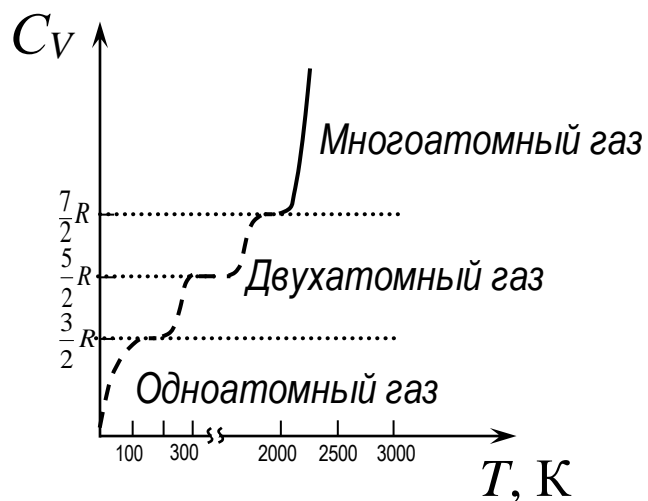


Рис. 2.15

Для идеального газа:

$$V = \text{const}, \quad C_V = \frac{\mu}{M} \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\mu}{M} \frac{1}{dT} \cdot \frac{i}{2} \frac{\mu}{M} R dT$$

$$\text{или } C_V = \frac{i}{2} R$$

$$p = \text{const}, \quad C_p = \frac{\mu}{M} \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\mu}{M} \frac{1}{dT} \left(\frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT + p dV \right) =$$

$$= C_V + \frac{\mu}{M} \frac{1}{dT} \cdot p dV;$$

но $pV = \frac{M}{\mu} RT$ и $p = \text{const},$

поэтому $p dV = \frac{M}{\mu} R dT$

$$\boxed{C_p = C_V + R} \quad \text{— уравнение Майера}$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R$$

2.2.4 Адиабатный процесс

$\delta Q = 0$, то есть $0 = dU + \delta A$ или $pdV = -\frac{i}{2} \frac{M}{\mu} R dT$.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева: $\frac{M}{\mu} R dT = d(pV)$.

Тогда $pdV = -\frac{i}{2} d(pV) = -\frac{i}{2} (pdV + Vdp)$.

Разделяя переменные, получаем дифференциальное уравнение: $\frac{(i+2)}{2} \frac{dV}{V} = -\frac{i}{2} \frac{dp}{p}$.

Переход из состояния 1 в состояние 2: $\frac{i+2}{2} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\frac{i}{2} \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p}$ или $\frac{i+2}{2} \ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{p_2}{p_1}$.

Вспомним $C_V = \frac{i}{2} R$, $C_p = \frac{i+2}{2} R$ и $\frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} = \gamma$.

Тогда $\gamma \ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{p_2}{p_1}$; $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \frac{p_1}{p_2}$ или $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$.

Уравнение Пуассона (уравнение адиабаты идеального газа), три формы записи:

$$\left\{ pV^\gamma = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad p^{(1-\gamma)} T^\gamma = \text{const} \right\} \quad (2.23)$$

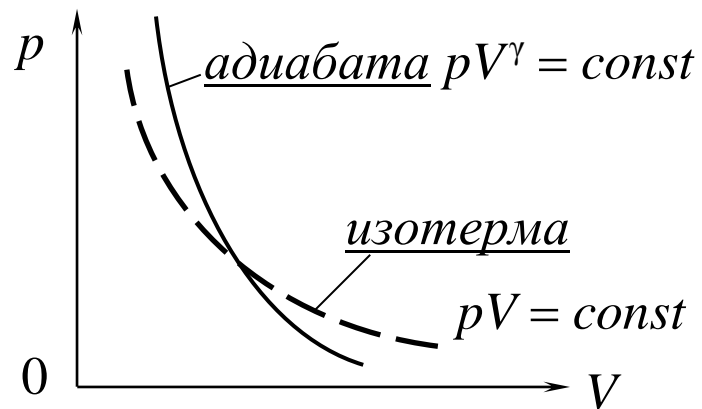


Рис. 2.16

Работа при адиабатном расширении:

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{M}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]. \quad (2.24)$$

2.2.5 Политропные процессы

$$pV^n = const.$$

Изобарический: $n=0$, $C_p = const$.

Изотермический: $n=1$, $C_T = \infty$.

Адиабатный: $n=\gamma$, $C_{AD} = 0$.

Изохорический: $n=\pm\infty$, $C_V = const$.

2.2.6 Тепловые машины. Цикл Карно

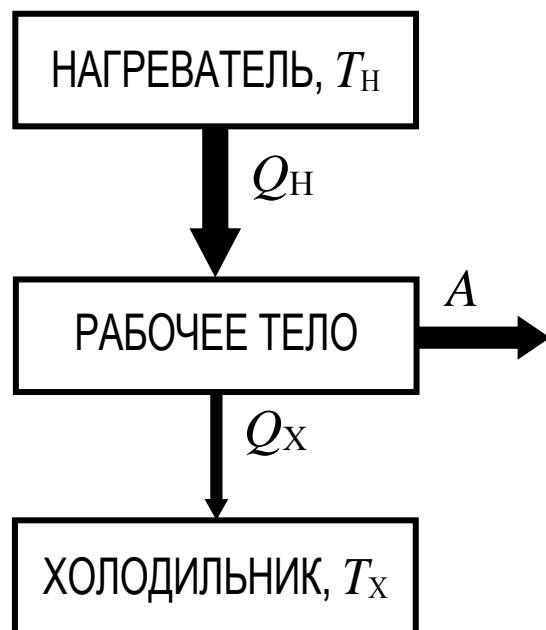


Рис. 2.17

Общие понятия:

- *равновесное состояние*
- *равновесный процесс;*
- *обратимый процесс;*
- *круговой процесс (цикл).*

Тепловая машина – устройство, в котором теплота сгораемого топлива превращается в механическую работу.

При круговом процессе $\oint dU = 0$, поэтому согласно первому началу термодинамики:

$$\Delta Q = |Q_H| - |Q_X| = A$$

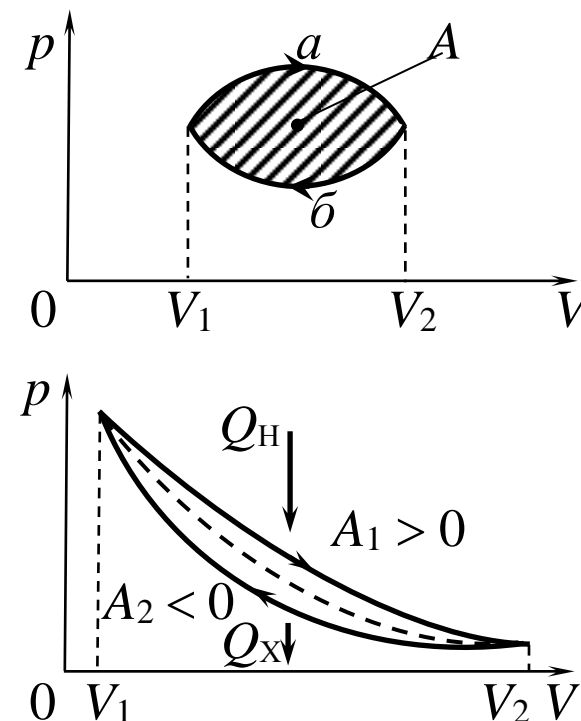


Рис. 2.18

Тепловой двигатель – периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} < 1. \quad (2.25) \left\{ \begin{array}{l} \text{Невозможен периодически действующий двигатель,} \\ \text{который совершал бы работу в количестве большем,} \\ \text{чем получаемая им извне энергия (вечный двигатель} \\ \text{«первого рода»)}. \end{array} \right.$$

$$\eta^* = \frac{Q_X}{A} = \frac{Q_X}{Q_H - Q_X} \quad \text{— холодильный коэффициент}$$



Рис. 2.19

$$\eta_K = \frac{T_H - T_X}{T_H} < 1$$

В идеальной тепловой машине Карно:

$$\eta_K = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = \frac{T_H - T_X}{T_H}. \quad (2.26)$$

$$1 - \frac{Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H}$$

$$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_X}{T_X}$$

В реальной тепловой машине:

$$\eta < \eta_K; \quad \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} < \frac{T_H - T_X}{T_H}; \quad \frac{Q_X}{T_X} - \frac{Q_H}{T_H} > 0. \quad (2.27)$$

2.2.7 Второе начало термодинамики

1. Клаузиус (1850 г.): *теплота не может самопроизвольно перейти от тела с более низкой температурой к телу с более высокой температурой.*
2. Томсон (Кельвин): *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение всей теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу (нельзя создать вечный двигатель «второго рода»).*

2.2.8 Энтропия

Назовем *энтропией* термодинамическую функцию S , которую введем так, чтобы в обратимом процессе она удовлетворяла условию

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad (2.28)$$

где $\frac{\delta Q}{T}$ – приведенное количество теплоты на элементарном участке процесса.

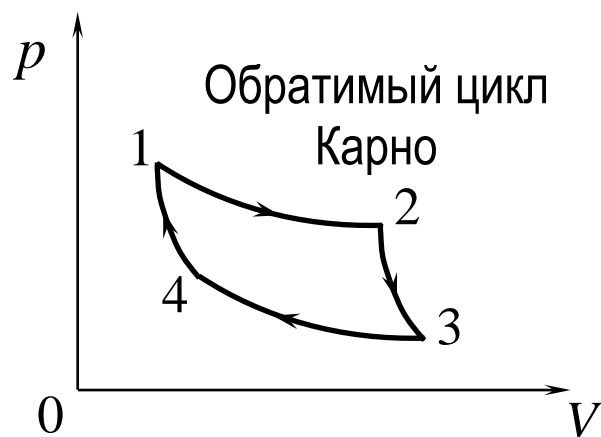


Рис. 2.20

Рассмотрим цикл Карно:

$$\Delta S = \oint dS = \oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} + \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} + \int_4^1 \frac{\delta Q}{T}$$

$$1-2: \quad T = T_H = \text{const} \quad \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_H} = \frac{1}{T_H} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q_H}{T_H}$$

$$2-3: \quad \delta Q = 0 \quad \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$3-4: \quad T = T_X = \text{const}; \quad \int_3^4 \frac{\delta Q}{T_X} = \frac{1}{T_X} \int_3^4 \delta Q = -\frac{Q_X}{T_X} \quad \left(\text{минус, так как тепло отводится} \right)$$

$$4-1: \quad \delta Q = 0; \quad \int_4^1 \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\Delta S = \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} + 0 - \frac{Q_X}{T_X} + 0 = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_X}{T_X} = 0 \quad (2.28a)$$

Ранее было показано, что в цикле Карно $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_X}{T_X}$, сле-

довательно, $\Delta S = 0$, то есть $\oint dS = 0$, а это означает:

энтропия является функцией состояния.

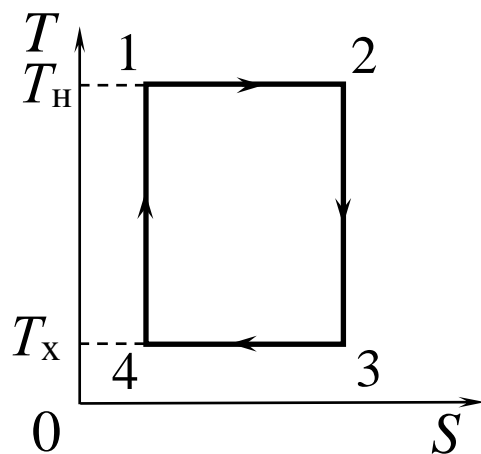


Рис. 2.21

Из определения энтропии $\left(dS = \frac{\delta Q}{T} \right)$ следует,
 если тепло подводится $\delta Q > 0$ и $S \uparrow$, $T_H = const$;
 если тепло отводится $\delta Q < 0$ и $S \downarrow$, $T_X = const$;
 если $\delta Q = 0$ (адиабаты), $S = const$.

В координатах температура-энтропия *площадь прямоугольника (цикла Карно) равна совершенной за цикл работе:*

$$\delta Q = TdS = dU + \delta A; \oint TdS = \oint dU + \oint \delta A.$$

Но так как так как $\oint dU = 0$, то $\oint TdS = \oint \delta A$, или $A = \oint TdS$. (2.29)

Если процессы необратимы, то $dS > \frac{\delta Q}{T}$ (2.30)

или $\Delta S > 0$. (2.31)

Ещё одна формулировка второго начала термодинамики: *при любых процессах, происходящих в природе, энтропия замкнутой системы возрастает (не убывает).*

Обратимый процесс: $TdS = dU + \delta A$

В общем виде:

Необратимый процесс: $TdS > dU + \delta A$

$$TdS \geq dU + \delta A. \quad (2.32)$$

$$\Delta S \geq 0.$$

$$(2.33)$$

2.2.9 Хаос и его описание. Стрела времени.

Статистический смысл второго начала термодинамики

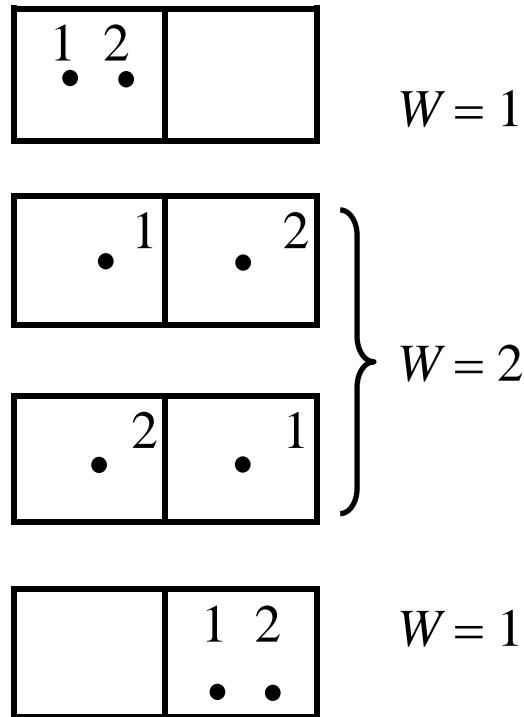


Рис. 2.22

Термодинамическая вероятность
 W – число способов, с помощью которых
 можно осуществить данное макросостояние

$$S = k \ln W. \quad (2.34)$$

Если система полностью упорядочена, то $W = 1$,

$$S = k \cdot \ln 1 = 0.$$

Таким образом,

$$\Delta S \geq 0$$

2.2.10 Открытые диссипативные системы.

Самоорганизация в открытых системах. Синергетика

2.2.11 Химический потенциал

Для обратимого процесса в системе с неизменным числом частиц согласно первому закону термодинамики:

$$TdS = dU + pdV \text{ или } dU = TdS - pdV.$$

Если увеличить число частиц в системе на dN , то ее энергия возрастет на μdN (где μ – химический потенциал).

$$dU = TdS - pdV + \mu dN.$$

$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right)_{V,S}$ Химический потенциал показывает, на какую величину меняется внутренняя энергия системы в случае постоянных объема и энтропии ($dV = 0$, $dS = 0$) при изменении (dN) числа частиц в ней на единицу.

!!! В состоянии термодинамического равновесия химические потенциалы контактирующих систем оказываются одинаковыми.

2.2.12 Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса

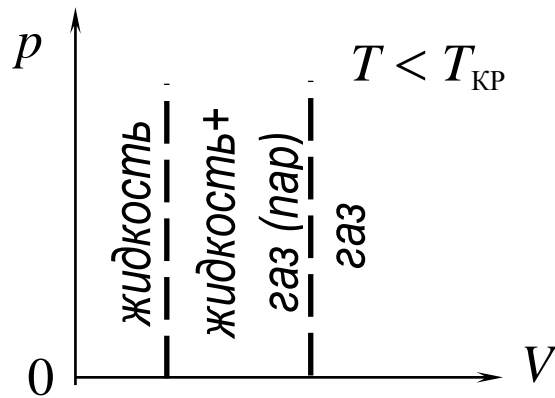
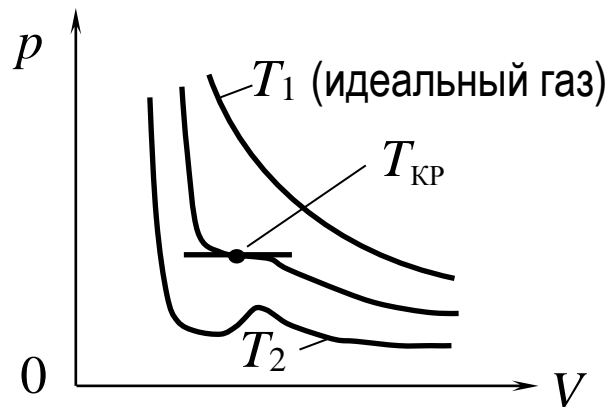


Рис. 2.23

$$\left(p + \frac{M^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{M}{\mu} b \right) = \frac{M}{\mu} RT. \quad (2.35)$$

a – поправка на «внутреннее давление» (влияние сил межмолекулярного притяжения)

b – поправка на недоступный объем, равный учетверенному объему молекул.

При температуре $T > T_{кр}$ (критическая), а также при больших объемах V реальный газ ведет себя как идеальный.

Адиабатное расширение реального газа с совершением положительной работы приводит к его сжижению (эффект Джоуля-Томсона).

2.3 Контрольные вопросы

1. Какой газ называется *идеальным*? Запишите уравнение *Клапейрона – Менделеева*, поясните смысл и укажите единицы измерения входящих в него величин.
2. Выведите формулу, связывающую давление идеального газа с концентрацией его молекул.
3. Какие процессы называются *изопроцессами*? Начертите графики этих процессов в координатах $p - V$, $p - T$, $V - T$.
4. Запишите *основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов* и поясните смысл входящих в него величин.
5. Запишите формулу для расчёта *среднеквадратической скорости* молекул идеального газа. Какой смысл имеет эта скорость (что она характеризует)?
6. Каков смысл *распределения Максвелла* молекул по скоростям? Начертите графики полной статистической функции распределения Максвелла для двух температур: T_1 и $T_2 > T_1$.
7. Выведите *барометрическую формулу*.
8. Какой смысл имеет *распределение Больцмана*? Что оно показывает?
9. Приведите примеры *явлений переноса*. В каком случае возникают эти явления?
10. Сформулируйте *первое начало термодинамики*. Какой смысл имеют входящие в соответствующую формулу величины?
11. В чём заключается суть теоремы о равном распределении энергии молекул идеального газа *по степеням свободы*? Поясните суть теоремы на примере молекул газов, входящих в состав атмосферы.
12. Какие процессы называются *обратимыми*? Приведите примеры.

13. Что называется **молярной теплоёмкостью**? Что такое C_V и C_P ? Как они рассчитываются в случае идеального газа?
14. Какой процесс называется **адиабатным**? Запишите уравнение Пуассона для адиабатного процесса. Начертите график адиабаты в координатах $p - V$.
15. Какой процесс называется **политропным**?
16. Какие машины называются **тепловыми**? Какие превращения происходят с теплом и энергией за один цикл работы таких машин?
17. Как рассчитывается **к. п. д. в цикле Карно** и в других обратимых циклах; в необратимых циклах?
18. Приведите (по крайней мере) две формулировки **второго начала термодинамики**.
19. Что называется **энтропией**? Как она связана с теплотой? Что происходит с энтропией при обратимых и необратимых процессах в замкнутых системах?
20. Как энтропия связана с **термодинамической вероятностью состояния**? В чём заключается статистическое толкование второго начала термодинамики?
21. В чём заключается смысл парадокса о **тепловой смерти Вселенной**?
22. Опишите схему **процессов самоорганизации** в природе. Что такое **бифуркация**?
23. Что называется **химическим потенциалом**? В каких единицах он измеряется в СИ? Что происходит с химическим потенциалом при установлении равновесия в системе из двух контактирующих тел?
24. Чем поведение **реального газа** на практике отличается от поведения идеального газа?
25. Начертите графики **изотермы реального газа** в координатах $p - V$ для нескольких значений температуры.

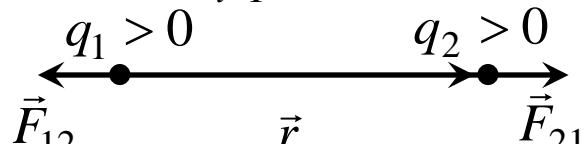
3 ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1 Школьные знания

1 Электрический заряд – материальный источник электромагнитного поля

2 Элементарный электрический заряд – $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

3 Закон сохранения заряда: $\sum_{i=1}^N q_i = \text{const}$ (для изолированной системы)

4 Закон Кулона:  $\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{r^2}$ (3.1)

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad |F_{12}| = |F_{21}| = F; \quad F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^{-2}; \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

5 Принцип суперпозиции: $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$. (3.2)

6 Напряженность электрического поля: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$; $[E] = \frac{\text{В}}{\text{м}} \quad \left(1 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \right)$. (3.3)

Поле точечного заряда: $E = k \frac{q}{r^2} \begin{cases} q_{\oplus} \text{ ----- } \bullet \rightarrow \vec{E} \\ q_{\ominus} \text{ ----- } \bullet \leftarrow \vec{E} \end{cases}$

Принцип суперпозиции электрических полей: $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$. (3.4)

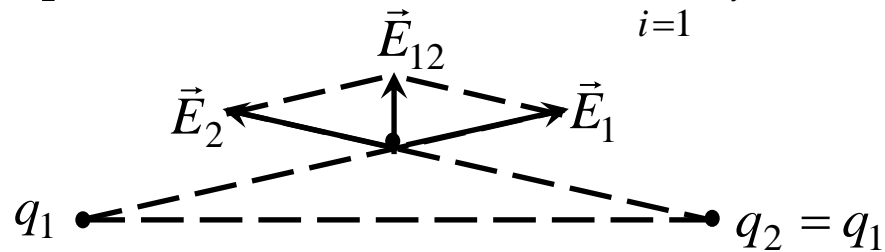


Рис. 3.2

7 Электрические силовые линии

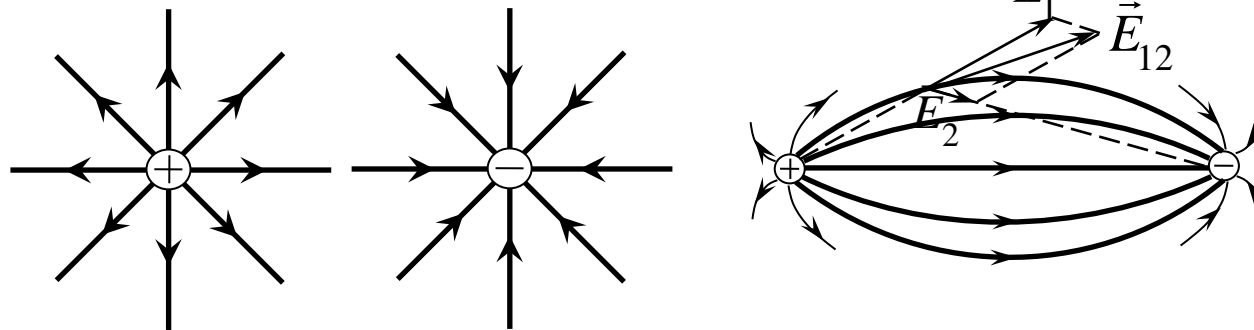
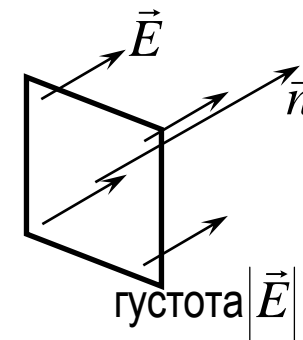
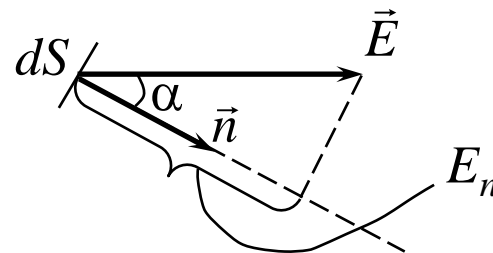


Рис. 3.3

$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} \cdot d\vec{S}$ –
поток вектора \vec{E}
сквозь площадку dS



8 Потенциал: $\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_0}, \quad [\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}. \quad (3.5)$

Потенциал поля на расстоянии r от точечного заряда Q : $\varphi = k \frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (3.6)$

Работа по переносу заряда в электрическом поле (вывод формулы):

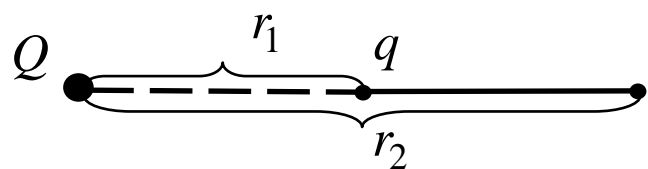


Рис. 3.4

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F \cdot dr \cos \alpha = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} dr =$$

$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad A = W_{\text{п1}} - W_{\text{п2}}.$$

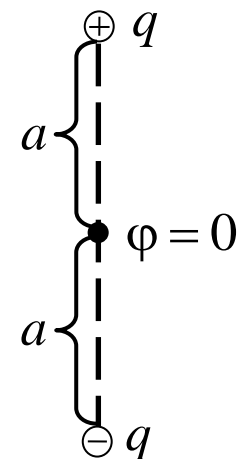
Если $r_2 \rightarrow \infty$, то $W_{\text{п2}} = 0$. Поэтому $W_{\text{п1}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$ или $W_{\text{п}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$, тогда

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

В результате

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU. \quad (3.7)$$

$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i$ – потенциал электрического поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, которые создаются каждым зарядом в отдельности.



3.2 Циркуляция вектора \vec{E}

Если заряд q после перемещения его по замкнутому контуру l в поле заряда Q попадает в исходную точку ($r_1 = r_2$), то $A = W_{п1} - W_{п2} = 0$ или $A = \oint \vec{F} d\vec{l} = q \oint \vec{E} d\vec{l} = 0$.

В итоге $\boxed{\oint \vec{E} d\vec{l} = 0}$. (3.8)

В электростатическом поле циркуляция вектора \vec{E} равна нулю,
то есть это поле потенциально.

Линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми.

3.3 Связь напряженности и потенциала электрического поля.

Эквипотенциальные поверхности

Элементарная работа, совершаемая силами электрического поля по переносу точечного заряда q на расстояние dl вдоль силовой линии, равна убыли потенциальной энергии

$$\delta A = -dW_{\text{п}} \text{ или } qEdl = -qd\varphi, \text{ то есть } E = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (3.9)$$

Если вектор перемещения $d\vec{l}$ разложить по осям прямоугольной декартовой системы координат X, Y, Z , получим:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right) = -grad\varphi = -\nabla\varphi. \quad (3.10)$$

Потенциал электрического поля принято изображать графически с помощью эквипотенциальных поверхностей (линий), потенциалы во всех точках которых одинаковы.

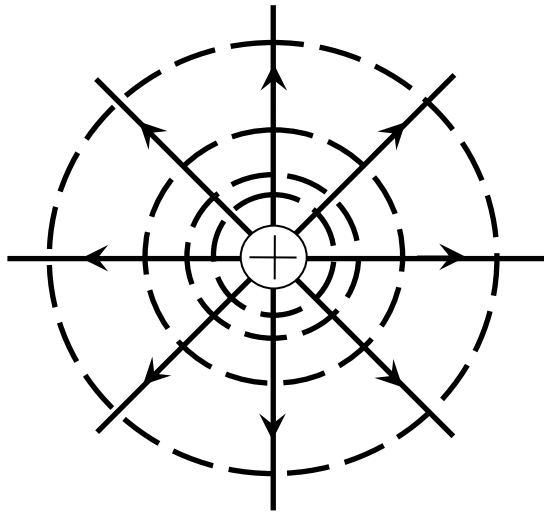


Рис. 3.5

- эквипотенциальные поверхности и силовые линии всегда взаимно перпендикулярны;
- принято разность потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями делать одинаковыми;
- эквипотенциальные линии всегда замкнуты.

3.4 Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

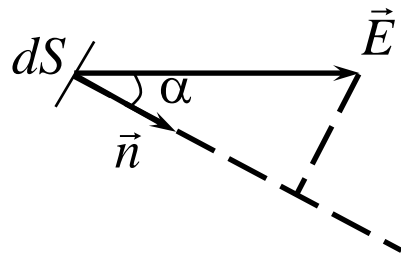


Рис. 3.6

Поток вектора \vec{E} через элемент поверхности $d\vec{S}$:

$$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S}, \quad \text{где } d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$$

Поток вектора \vec{E} через всю поверхность S :

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS. \quad (3.11)$$

(Школа: для силовых линий магнитного поля $\Phi = BS \cos \alpha$)

Φ – число силовых линий, пронизывающих данную поверхность перпендикулярно ей.

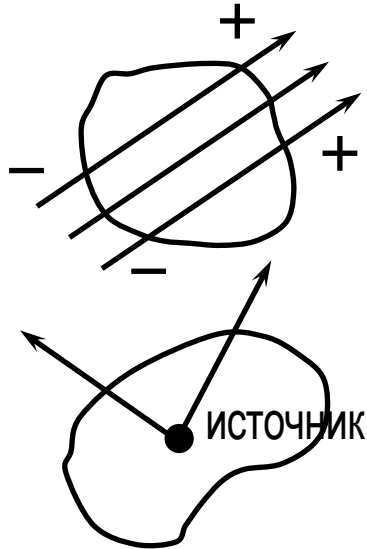


Рис. 3.7

Для замкнутой поверхности:

если поток идёт наружу, он положителен: $+\Phi$

если поток идёт внутрь, он отрицателен: $-\Phi$

Чтобы полный поток через замкнутую поверхность не равнялся нулю, надо иметь внутри поверхности источник силовых линий (или несколько источников).

3.5 Теорема Гаусса

Поток вектора напряженности электрического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме охватываемых этой поверхностью зарядов, деленной на электрическую постоянную ϵ_0 .

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{\epsilon_0} \quad \text{или} \quad \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV, \quad (3.12)$$

где ρ — объемная плотность зарядов однородной среды.

Примеры:

1 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости:

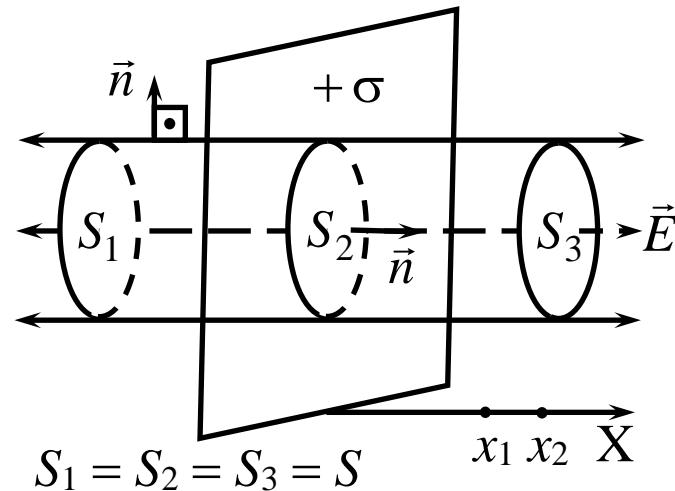


Рис. 3.8

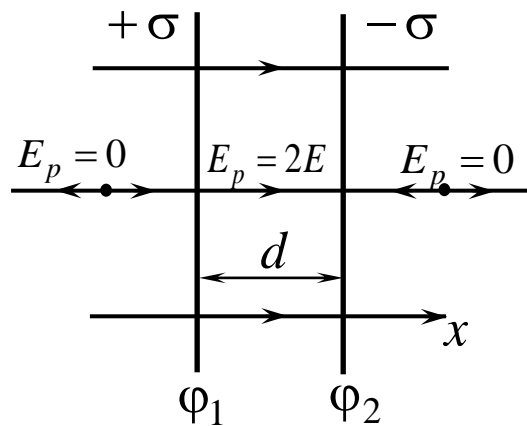


Рис. 3.9

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \int_{S_1} E dS \cos 0^\circ + \int_{S_3} E dS \cos 0^\circ + \int_{S_{\text{бок}}} E dS \cos 90^\circ = 2ES$$

$$\Phi_E = 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}.$$

Напряжённость поля: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$ (3.13)

Так как $E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, то для разности потенциалов в точках поля с координатами x_1 и x_2 можно записать:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Поле двух параллельных равномерно заряженных плоскостей:

$$E_p = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (3.14)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d$$

2 Поле равномерно заряженной сферы радиусом R

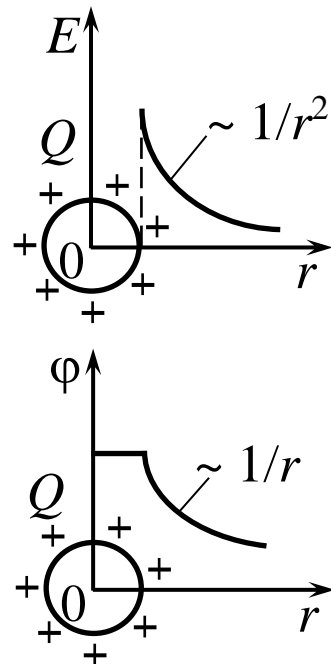
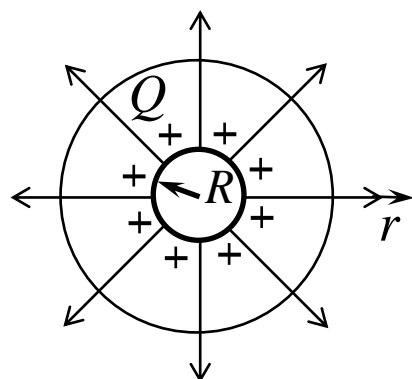


Рис. 3.10

$$\Phi_E = \oint_S E dS \cos 0^\circ =$$

$$= E \oint_S dS = 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \text{ при } r \geq R; \quad (3.15)$$

$$E = 0 \text{ при } r < R$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\text{при } r_2 > r_1 \geq R.$$

$$\text{Если } r_2 = \infty, r_1 = r, \text{ то } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

3 Поле объемно заряженного шара

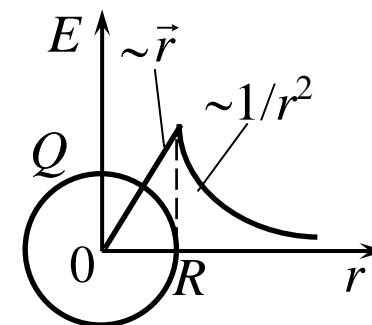


Рис. 3.11

$$\text{a) } r \geq R \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

$$\text{б) } R > r \quad 4\pi r^2 E = \frac{Q \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3},$$

$$E = \frac{Q \cdot r}{4\pi\epsilon_0 R^3};$$

$$R > r_2 > r_1 \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr =$$

$$= \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2).$$

4 Поле равномерно заряженной бесконечно длинной тонкой прямой нити

Расчёт по теореме Гаусса

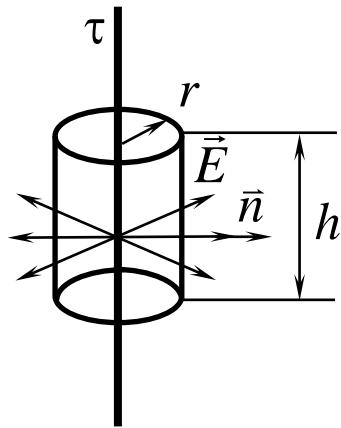


Рис. 3.12

$$\Phi_E = \int_{S_{\text{бок}}} E dS = 2\pi r h E = \frac{\tau h}{\epsilon_0}$$

следовательно,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.16)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 =$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr =$$

$$= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} (\ln r_2 - \ln r_1) =$$

$$= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Расчёт с использованием принципа суперпозиции

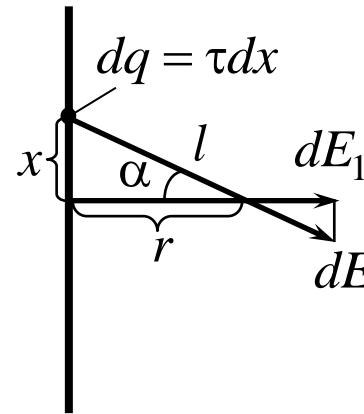


Рис. 3.13

$$E = \int dE_1 = \int dE \cos \alpha = \\ = \int k \frac{dq}{l^2} \cos \alpha.$$

Согласно рис. 3.13

$$x = r \cdot \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow dx = \frac{r d\alpha}{\cos^2 \alpha},$$

$$dq = \tau dx \\ l = \frac{r}{\cos \alpha}.$$

$$E = \int k \underbrace{\frac{\tau \cdot r d\alpha}{\cos^2 \alpha}}_{dq} \cdot \underbrace{\frac{\cos^2 \alpha}{r^2}}_{1/l^2} \cos \alpha = \\ = k \frac{\tau}{r} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \alpha d\alpha = k \frac{\tau}{r} \sin \alpha \Big|_{-\pi/2}^{+\pi/2} = \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \cdot 2 \Rightarrow \boxed{E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}}$$

3.6 Поле диполя. Диполь в электрическом поле

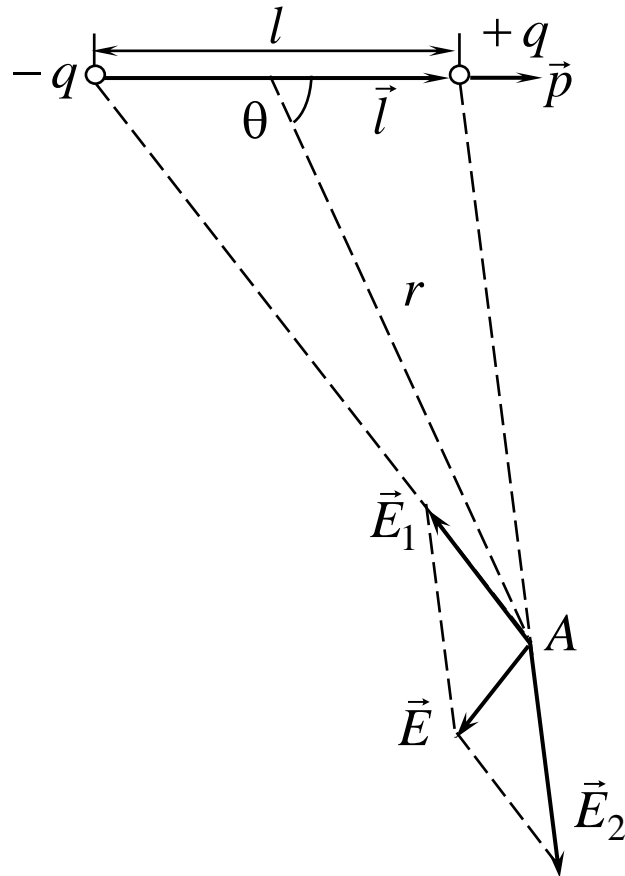


Рис. 3.14

Электрический диполь – совокупность двух одинаковых по абсолютной величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния r до рассматриваемых точек поля.

Вектор \vec{l} , направленный от $-q$ к $+q$ называется *плечом диполя*.

$\vec{p} = |q|\vec{l}$ – электрический момент диполя или *дипольный момент*.

При $r \gg l$ расчетная формула для E :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}. \quad (3.17)$$

!!! Напряженность электрического поля диполя убывает пропорционально r^3 , то есть значительно быстрее, чем в случае поля одного точечного заряда.

3.6.1 Диполь в однородном электрическом поле

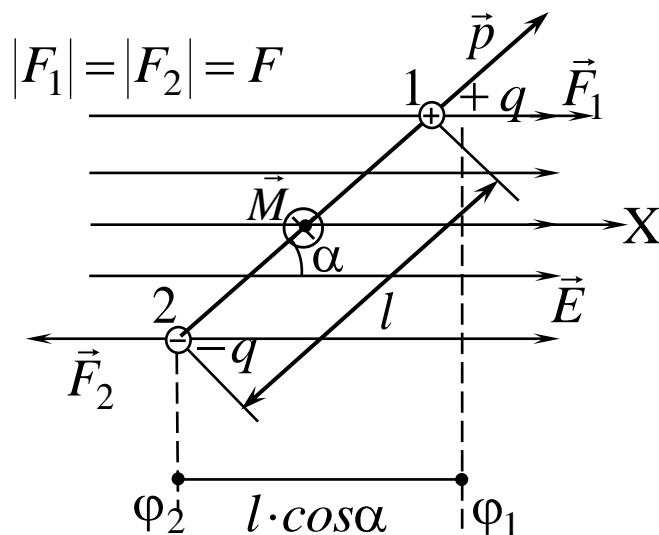


Рис. 3.15

$$M = 2F \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = qEl \cdot \sin \alpha = pE \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}] \quad (3.18)$$

$$W_{\Pi} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ так как } E_x = E = -\frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

$$\text{то } W_{\Pi} = -qEl \cos \alpha = -\vec{p}, \vec{E}$$

$$\alpha = 90^\circ, W_{\Pi} = 0 \quad | \quad \alpha = 0^\circ, W_{\Pi_{\min}} = -pE.$$

3.6.2 Диполь в неоднородном электрическом поле

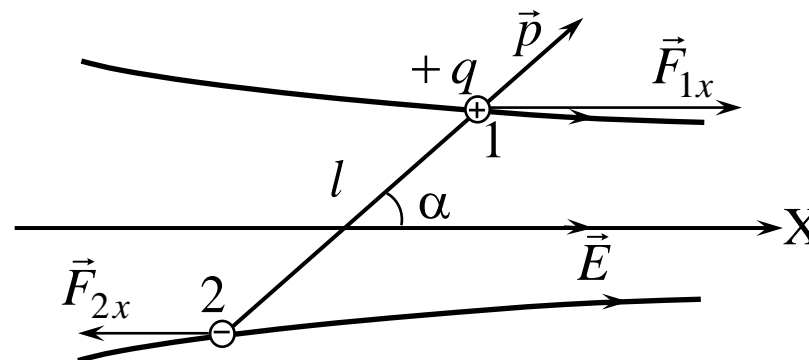


Рис. 3.16

$$\Delta E_x = \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha$$

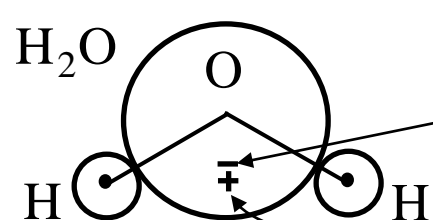
$$F_x = F_{1x} - F_{2x} = qE_{1x} - qE_{2x} = q\Delta E_x =$$

$$= q \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha.$$

$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha \quad (3.19)$$

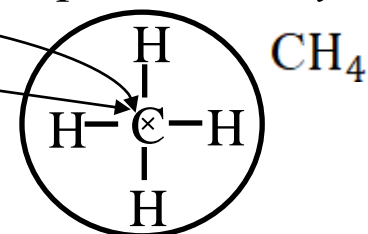
3.7 Диэлектрик в электрическом поле. Поляризация

Полярные молекулы



$$\vec{r}^- = \frac{\sum_{i=1}^N q_i^- \vec{r}_i^-}{\sum_{i=1}^N q_i^-}$$

Неполярные молекулы

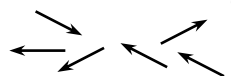


$$\vec{r}^+ = \frac{\sum_{i=1}^N q_i^+ \vec{r}_i^+}{\sum_{i=1}^N q_i^+}$$

Поляризация:

Ориентационная

При $\vec{E} = 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = 0$



При $\vec{E} \neq 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i \neq 0$

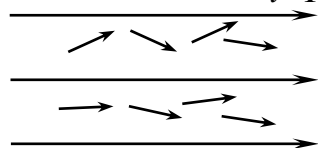


Рис. 3.17

Электронная

При $\vec{E} = 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = 0$



При $\vec{E} \neq 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i \neq 0$

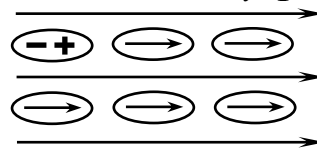


Рис. 3.18

$$\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E};$$

$$\vec{P} = n \vec{p}_i = n \beta \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

И для электронной и для ориентационной (в слабых полях):

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{\Delta V} \quad (3.20)$$

$$\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E},$$

где P – поляризованность вещества;

ϵ – диэлектрическая восприимчивость вещества
 β – поляризуемость атома (молекулы)

Примечание: В формуле $\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{\Delta V}$ (3.20), объем ΔV должен быть достаточно мал с тем, чтобы в его пределах электрическое поле было однородным.

Для неполярных атомов (молекул) $\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E}$ (3.21)

(β – поляризуемость атома, молекулы). Формула используется только для неполярных веществ: в полярных веществах поляризуемостью атомов пренебрегают.

$$[\epsilon_0] = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \quad \beta = \frac{P}{\epsilon_0 E}; [\beta] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{Н}} = \text{м}^3.$$

Для неполярных молекул: $\vec{P} = n \vec{p}_i = n \beta \epsilon_0 \vec{E}$, или $\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$,

где ϵ – безразмерная величина.

Формула $\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ справедлива и в случае полярных молекул при слабых электрических полях и постоянной температуре.

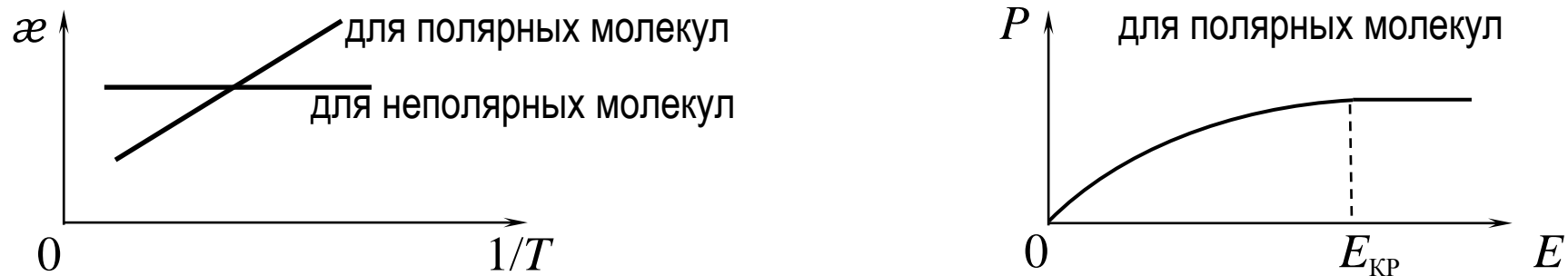
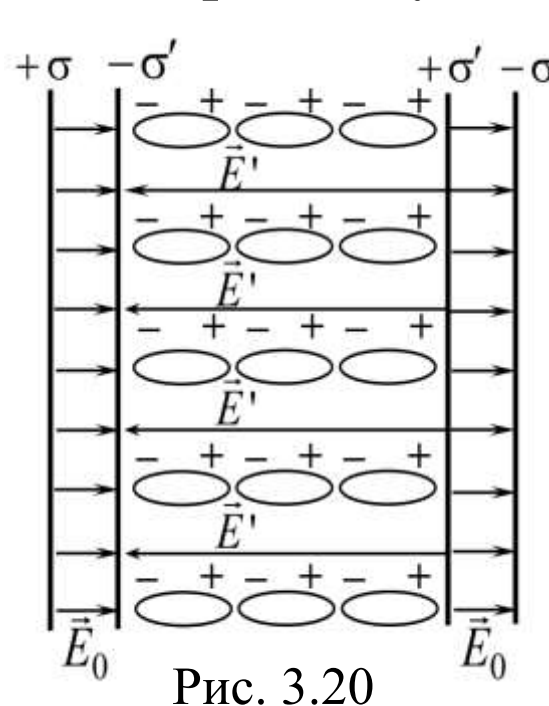


Рис. 3.19

В твердых диэлектриках, в основном, – электронная и ионная поляризация.

3.8 Вектор электрического смещения.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике



$E = E_0 - E' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}; \quad P = \frac{\sigma' sl}{V} = \varkappa \varepsilon_0 E \quad \text{и} \quad \sigma' = \varkappa \varepsilon_0 E$

Связанные заряды

$E = E_0 - \varkappa E; \rightarrow E = E_0 / (1 + \varkappa)$

Тогда $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$, где $\varepsilon = 1 + \varkappa$. (3.22)

ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Удобно ввести вектор электрического смещения: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$,
 который учитывает поляризуемость среды;

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \varkappa) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.

Рис. 3.20

В таком варианте удобно записать и теорему Гаусса в диэлектрике:

$$\oint_s \vec{D} d\vec{S} = \oint_s D_n dS = \sum_{i=1}^N q_i \quad (3.23)$$

– поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, охватываемых этой поверхностью.

3.9 Электреты. Сегнетоэлектрики. Пьезоэлектрический эффект



– Электреты (Ёгучи – 1922 г.): в некоторых диэлектриках поляризация сохраняется длительное время после прекращения действия внешнего электрического поля.

$\uparrow T, \Rightarrow$ расплав в сильном электрическом поле, $\Rightarrow T \downarrow$

– Сегнетоэлектрики (сегнетовая соль $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ – 1920 г.)

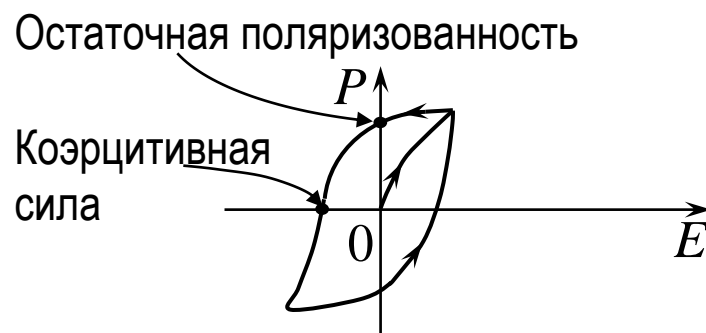


Рис. 3.21

Доменная структура

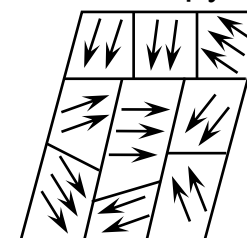


Рис. 3.22

– Пьезоэлектрики: при сжатии и растяжении ряда кристаллов на их гранях появляются электрические заряды, подобные поляризационным (пьезоэлектрический эффект открыт Ж. и П. Кюри – 1880 г.)

3.10 Электростатика проводников. Металлы в электрическом поле

3.10.1 Напряженность и потенциал электрического поля уединенного проводника

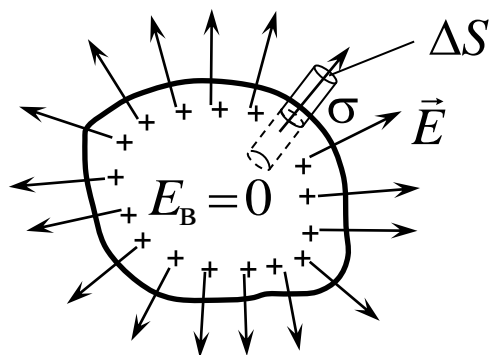
Незаряженный уединенный проводник:

- а) содержит свободные электроны и положительные ионы кристаллической решетки, в целом электронейтрален;
- б) в нём отсутствует направленное передвижение электрических зарядов, то есть внутри него $E = 0$.

Заряженный уединенный проводник:

- а) сообщенный заряд из-за сил взаимного отталкивания располагается на поверхности проводника, скапливаясь на выступах и рассредоточиваясь на впадинах;
- б) $E_{\text{внутри}} = 0$, поэтому весь заряд *на проводнике, содержащем полости*, располагается на его поверхности так же, как и на сплошном проводнике. в) силовые линии электрического поля перпендикулярны поверхности заряженного проводника (нет касательной составляющей $\vec{E}_\tau = 0$ вдоль поверхности). Объем и поверхность уединенного проводника эквипотенциальны (для всех точек проводника $\varphi = \text{const}$).

г) Используя факт перпендикулярности силовых линий любому участку площадью



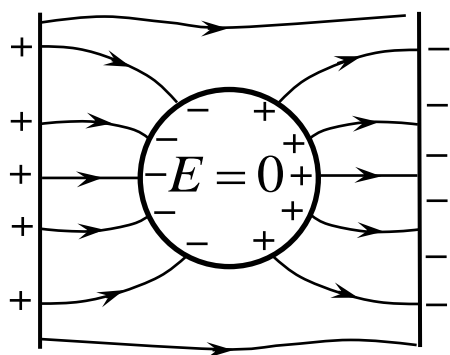
ΔS поверхности проводника, можно рассчитать напряжённость электрического поля вблизи этого участка. Согласно теореме Гаусса:

$$E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad \text{то есть} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

$D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \sigma$ – поверхностная плотность зарядов.

Рис. 3.23

3.10.2 Проводник во внешнем электрическом поле



Электростатическая индукция – явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле.

Рис. 3.24

3.10.3 Электроемкость и энергия уединенного проводника

$q = C\varphi$ – заряд на поверхности уединенного проводника прямо пропорционален его потенциалу.

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (3.24)$$

C – электроемкость уединенного проводника } определяется его размером, формой, а также свойствами материала окружающего диэлектрика

Пример: электроемкость уединенного шара радиуса R с зарядом q :

В электрическом поле заряженного шара $d\varphi = -Edr = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr$, поэтому

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} Edr = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \text{ где } r_2 > r_1 \geq R.$$

Если $r_1 = R$, $r_2 = \infty$, то потенциал заряженного шара (или сферы) $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$.

В результате: $C_{\text{ш}} = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$

$$[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \Phi; \quad [\epsilon_0] = \frac{\Phi}{\text{М}}.$$

Определим энергию заряженного проводника, для этого вспомним, что потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов равна

$$W_{\Pi 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Преобразуем это выражение: $W_{\Pi 2} = \frac{1}{2} \left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \right) = \frac{q_1 \varphi_1}{2} + \frac{q_2 \varphi_2}{2}.$

По аналогии $W_{\Pi N} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i \varphi_i}{2}$, где $W_{\Pi N}$ — потенциальная энергия системы из N точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_N .

Разбив поверхность проводника на точечные сегменты с q_i ($\varphi = \text{const}$), получим

$$W_{\Pi} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i \varphi_i}{2} = \frac{\varphi}{2} \sum_{i=1}^N q_i = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (3.25)$$

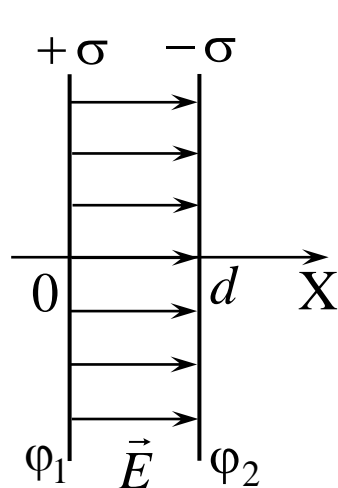
3.10.4 Конденсаторы

Электрическим конденсатором называется система, состоящая из двух близко расположенных проводников, имеющих такую форму, чтобы в заряженном состоянии создаваемое ими электрическое поле было почти полностью сосредоточено в ограниченной области пространства.

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} \quad (3.26)$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} \quad (3.27)$$

Плоский конденсатор



$$E = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad d\varphi = -Edx$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_0^d Edx,$$

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

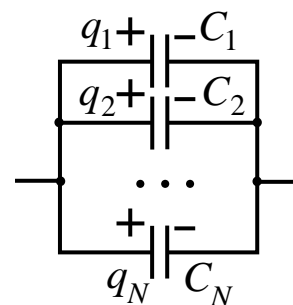
$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}d = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}d$$

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}. \quad (3.28)$$

Рис. 3.25

Последовательное соединение

$$\underbrace{C_1}_{\Delta\varphi_1} \underbrace{C_2}_{\Delta\varphi_2} \dots \underbrace{C_N}_{\Delta\varphi_N} \quad q = \text{const} \quad \boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}} \quad (3.29)$$



Параллельное соединение

$$U_1 = U_2 = \dots = U_N = U = \text{const}$$

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^N C_i} \quad (3.30)$$

3.10.5 Энергия электростатического поля

На примере плоского конденсатора

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} U^2 = \\ &= \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \left(\frac{U}{d} \right)^2 S \cdot d = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 \cdot V \quad (\text{для однородного поля}). \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } \mathbf{w} = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}, \quad (3.31)$$

Здесь \mathbf{w} – объемная плотность энергии электрического поля в изотропном диэлектрике.

В общем случае: полная энергия электрического поля

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \epsilon E^2 dV.$$

3.11 Контрольные вопросы

1. Сформулируйте *закон сохранения электрического заряда*.
2. Сформулируйте *закон Кулона*; ответ поясните рисунком.
3. Что называется *напряжённостью электрического поля*? В каких единицах она измеряется в СИ? Как отображается графически?
4. В чём заключается *принцип суперпозиции* в случае напряжённости электрического поля? Ответ поясните рисунком.
5. Изобразите *картины силовых линий* электростатических полей, создаваемых уединёнными точечными зарядами, близко расположенными разноимёнными и одноимёнными электрическими зарядами, обкладками плоского электрического конденсатора.
6. Что называется *потенциалом электрического поля*? В каких единицах он измеряется в СИ? Как отображается графически?
7. *Выведите формулу* для потенциала электрического поля, создаваемого точечным зарядом.
8. В чём заключается *принцип суперпозиции* в случае потенциала электрического поля? Ответ поясните рисунком.
9. Запишите *формулы, связывающие напряжённость и потенциал электрического поля* и поясните смысл входящих в эти формулы величин.
10. Изобразите *картины эквипотенциальных линий* электростатических полей, создаваемых уединёнными точечными зарядами, близко расположенными разноимёнными зарядами, обкладками плоского электрического конденсатора.
11. Сформулируйте *теорему Гаусса для электрического поля*; запишите соответствующую формулу и поясните смысл входящих в формулу величин.

12. Продемонстрируйте, **как применяется** теорема Гаусса для вычисления напряженности электрического поля, создаваемого равномерно заряженной сферой и между двумя параллельными равномерно заряженными плоскостями.
13. Рассмотрите **поведение диполя** в однородном и неоднородном электрическом поле.
14. Что называется **полярными** и **неполярными** диэлектриками? Как молекулы этих диэлектриков ведут себя в электрическом поле?
15. Что называется **поляризованностью вещества**? В каких единицах поляризованность измеряется в СИ?
16. **Какова связь** поляризованности диэлектрика с напряжённостью внешнего электрического поля?
17. Что называется **вектором электрического смещения**? В каких единицах его величина измеряется в СИ?
18. Сформулируйте **теорему Гаусса для электрического поля в диэлектрике**; запишите соответствующую формулу и поясните смысл входящих в формулу величин.
19. Что называется **электроёмкостью уединённого проводника**? От чего она зависит? В каких единицах измеряется в СИ?
20. **Выведите формулу** для расчёта электроёмкости металлического шара.
21. Что называется **электроёмкостью конденсатора**? От чего она зависит? В каких единицах измеряется в СИ?
22. **Выведите формулу** для расчёта электроёмкости плоского конденсатора.
23. **Сравните формулы** для расчёта энергии заряженного конденсатора и заряженного уединённого проводника. Какие из этих формул имеют одинаковый вид?
24. **Выведите формулу** для расчёта плотности энергии электрического поля.
25. **Рассмотрите формулы**, характеризующие соединения конденсаторов.

4 ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

4.1 Общие параметры. Уравнение непрерывности

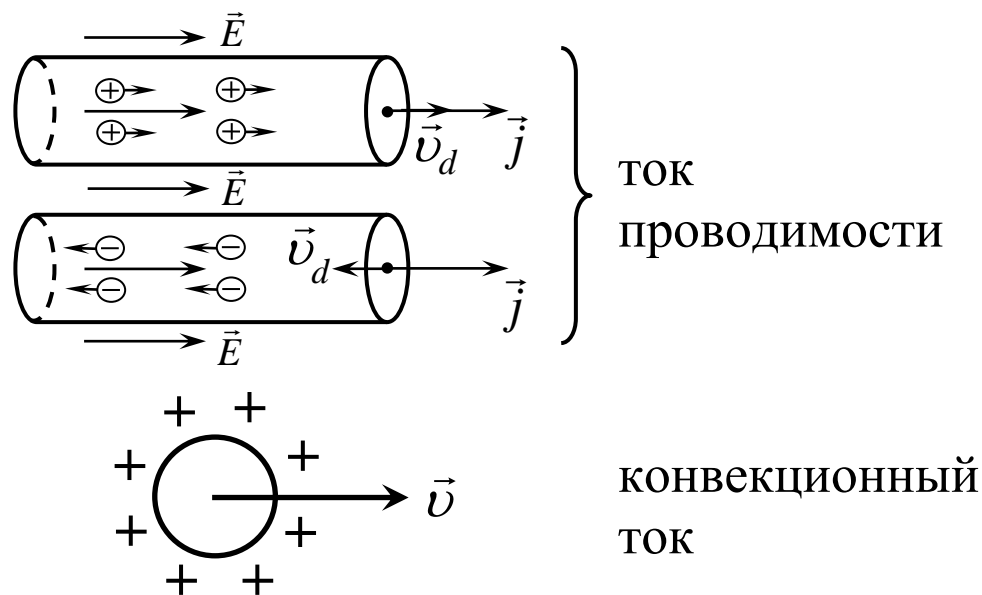


Рис. 4.1

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ — сила тока, } [I] = \text{А}$$

$$I = \frac{q}{t} \text{ — сила постоянного тока}$$

(отсюда Кл = А·с)

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} \rightarrow \vec{j} = \frac{I}{S_{\perp}} \vec{n} \text{ — плотность тока}$$

(\vec{j} — вектор, I — скаляр)

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Если поверхность замкнутая и из нее идет ток, то (рис. 4.2а), согласно закону

сохранения заряда, получим уравнение непрерывности:

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}.$$

(4.1)

В случае постоянного тока через объем (рис. 4.2б):

$$q = \text{const}, \quad \oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0$$

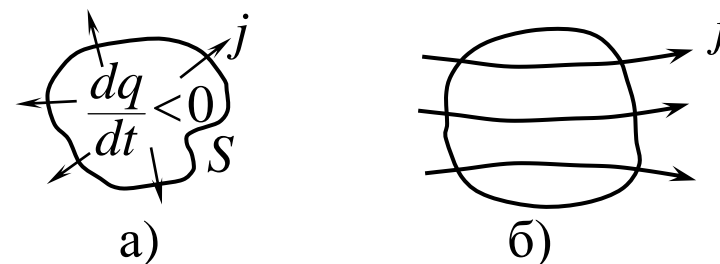


Рис. 4.2

4.2 Закон Ома для однородного проводника

Школьные знания: Г. Ом – эксперимент 1826 г., $I = \frac{U}{R}$ или $I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$ (4.2)

Можно записать также $I = G \cdot U$. В этих формулах R – электрическое сопротивление ($[R] = \text{Ом}$), $G = \frac{1}{R}$ – электрическая проводимость ($[G] = \text{См}$).

Для однородного цилиндрического (или линейного) проводника

$R = \rho \frac{l}{S}$, где ρ – удельное электрическое сопротивление $[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$.

Диэлектрики: $\rho_d > 10^{10} \text{ Ом} \cdot \text{см}$; Полупроводники: $\rho_{\text{п}} = 10^{-4} \div 10^{10} \text{ Ом} \cdot \text{см}$;

Металлы: $\rho_{\text{м}} \leq 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$

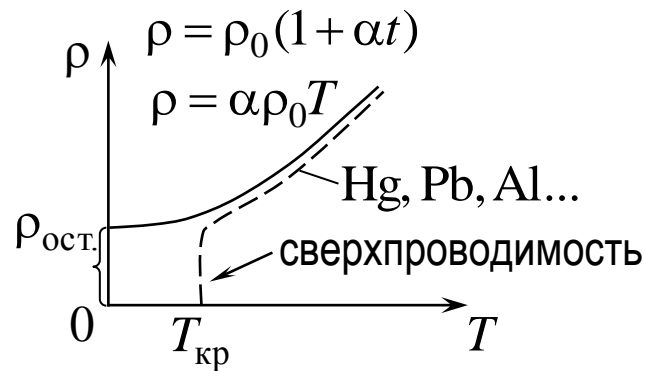


Рис. 4.3

Поскольку $I = \frac{U}{R}$, а $R = \rho \frac{l}{S}$, то $\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}$, то есть

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \text{ или } \vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (4.3)$$

(Закон Ома в дифференцированной форме)
 $j = \frac{dI}{dS}$ – плотность тока (в простейшем случае $j = \frac{I}{S}$),

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ – удельная электропроводность

4.3 Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Выделим в линейном проводнике объем $V = lS$.

Школьные знания: согласно закону Джоуля-Ленца $\Delta Q = RI^2\Delta t$

При прохождении электрического тока в выделенном объёме выделяется теплота:

$$\Delta Q = RI^2\Delta t = \rho \frac{l}{S} (jS)^2\Delta t = \rho j^2 V\Delta t.$$

Пусть $P_{\text{уд}} = \frac{\Delta Q}{V \cdot \Delta t}$ – удельная мощность тока.

$$\text{Тогда } P_{\text{уд}} = \rho j^2 = \rho \left(\frac{E}{\rho} \right)^2 = \frac{1}{\rho} E^2;$$

или

$$P_{\text{уд}} = \sigma E^2$$

(4.4)

(Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме)

4.4 Э.д.с. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Напряжение. Закон Ома для замкнутой цепи

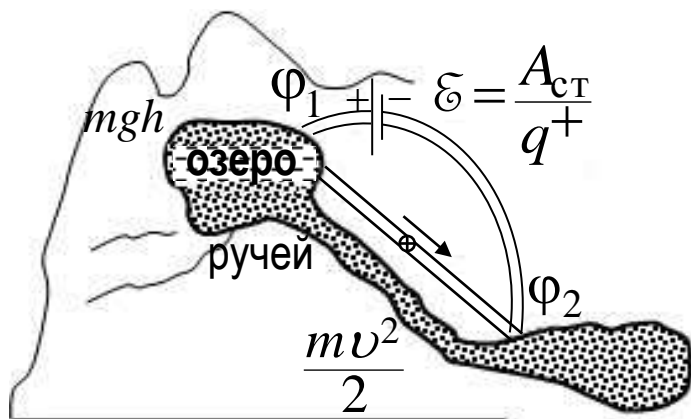


Рис. 4.4

Напряжение – работа, совершаемая электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда на неоднородном участке цепи.

Падение напряжения:

Закон Ома для неоднородного участка цепи:

Неоднородный участок цепи

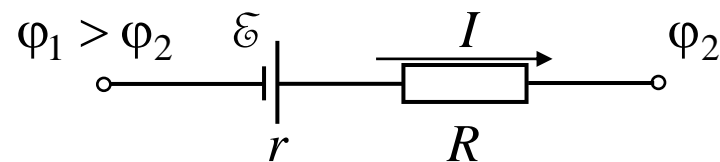


Рис. 4.5

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{э}}}{q} + \frac{A_{\text{ст}}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon$$

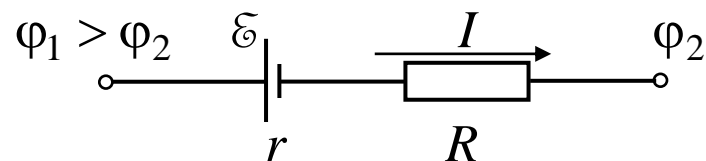


Рис. 4.6

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{э}}}{q} - \frac{A_{\text{ст}}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) - \varepsilon$$

$$U = (\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon \quad (4.5)$$

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R + r} \quad (4.6)$$

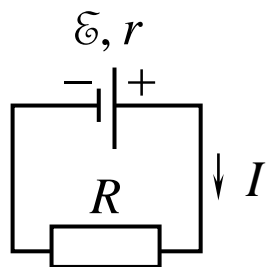


Рис. 4.7

Для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$, поэтому формулу (4.6) можно переписать в виде

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

Это – формула закона Ома для замкнутой (полной) цепи.

4.5 Мощность тока

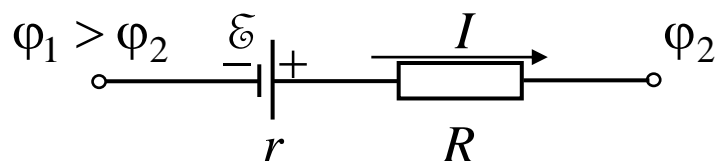


Рис. 4.8

$$A = Uq = UI t, \text{ мощность } P = UI = (\varphi_1 - \varphi_2)I + \varepsilon I$$

Для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$, следовательно,

$$P = I\varepsilon, \quad [P] = \text{В} \cdot \text{А} = \text{Вт} \quad (4.8)$$

4.6 Соединение резисторов

Последовательное соединение

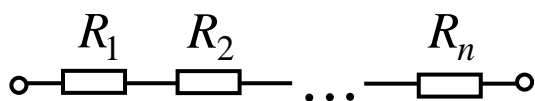


Рис. 4.9

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_N = \text{const}$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{i=1}^N R_i \quad (4.9)$$

Параллельное соединение

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

$$U_1 = U_2 = \dots = U_N = U$$

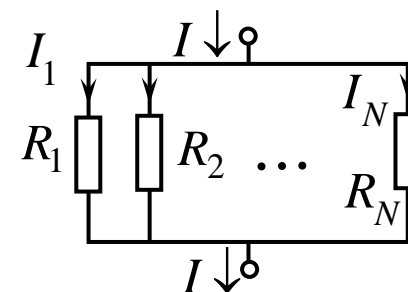


Рис. 4.10

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad (4.10)$$

4.7 Правила Кирхгофа

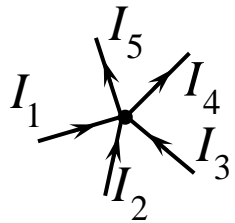


Рис. 4.11

Правило № 1: Алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0. \quad (4.11)$$

Пример (см. рис. 4.11): $I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$

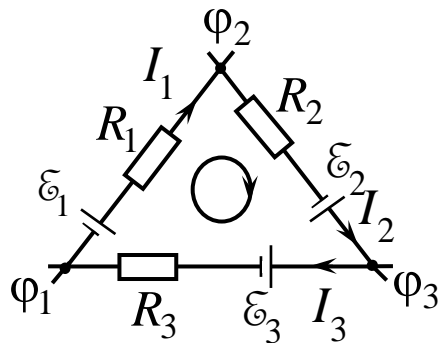


Рис. 4.12

Используем закон Ома $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R}$ для цепи на рис. 4.12:

$$\pm I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon_1; \quad \pm I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 \pm \varepsilon_2; \quad \pm I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 \pm \varepsilon_3$$

Сложим уравнения: $\pm I_1 R_1 \pm I_2 R_2 \pm I_3 R_3 = \pm \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2 \pm \varepsilon_3$

Правило № 2: Алгебраическая сумма падений напряжения на элементах замкнутого участка цепи (замкнутого контура) равна

алгебраической сумме э.д.с. на этом участке: $\sum_{i=1}^{N_1} I_i R_i = \sum_{i=1}^{N_2} \varepsilon_i. \quad (4.12)$

При составлении сумм, входящих в равенство (4.12), силы тока и э.д.с. считаются положительными, если их направление совпадает с направлением выбранного обхода контура, и отрицательными, если они направлены в противоположную сторону.

Так, для схемы на рис. 4.12:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3.$$

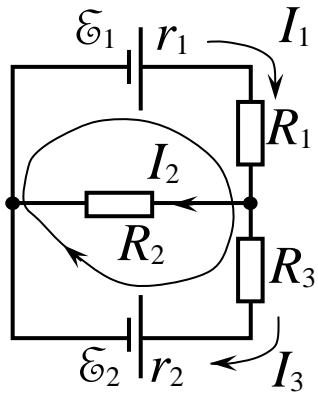


Рис. 4.13

Пример 1

Первое правило: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

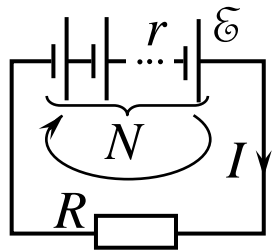
Второе правило: $I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_3 r_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$

или $I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}_1$

или $I_3 R_3 + I_3 r_2 - I_2 R_2 = -\mathcal{E}_2$

Пример 2 Последовательное и параллельное соединения источников Э.д.с.

Последовательное соединение



Согласно второму правилу:

$$IR + Nlr = N\mathcal{E}, \text{ или}$$

$$I = \frac{N\mathcal{E}}{Nr + R} = \frac{\mathcal{E}}{r + R/N}.$$

Рис. 4.14 Такое соединение удобно для получения большой силы тока I , если $R \gg r$, так как R уменьшается в N раз.

Параллельное соединение

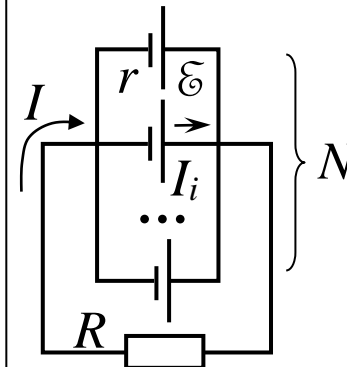


Рис. 4.15

Согласно второму правилу:

$$IR + I_i r = \mathcal{E}, \text{ где } I_i = \frac{I}{N}.$$

$$IR + \frac{I}{N} r = \mathcal{E}, \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R + r/N}.$$

Такое соединение удобно для получения большой силы тока I , если $r \gg R$,

так как r уменьшается в N раз.

4.8 Классическая теория электропроводности металлов

4.8.1 Закон Ома

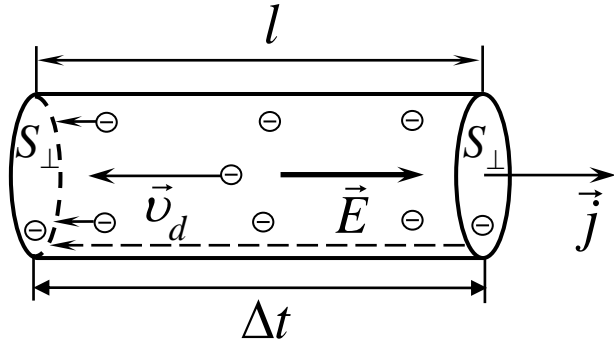


Рис. 4.16

$$\begin{aligned} \text{а) } I &= \frac{q}{\Delta t} = \frac{enV}{\Delta t} = \frac{enlS_{\perp}}{l/v_d} = env_d \cdot S_{\perp} \\ j &= \frac{I}{S_{\perp}} = env_d. \end{aligned} \quad (4.13)$$

n – концентрация электронов (пример: $n_{\text{Cu}} \approx 8 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$)

$$\text{б) } a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}; \quad v_{\text{max}} = a \times \langle \tau \rangle = \frac{eE}{m} \langle \tau \rangle; \quad v_d \approx \frac{v_{\text{max}}}{2}$$

$\langle \tau \rangle = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}$, где $\langle u \rangle = v_d + \langle v \rangle$, причём $v_d \ll \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ (см. раздел 2.1.3) и, то есть $\langle u \rangle \approx \langle v \rangle$.

$$\text{Следовательно, } v_d \approx \frac{v_{\text{max}}}{2} = \frac{eE}{2m} \langle \tau \rangle = \frac{eE}{2m} \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle} \approx \frac{eE}{2m} \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle} = \frac{eE}{2m} \langle \lambda \rangle \sqrt{\frac{\pi m}{8kT}}.$$

Используем (4.13): $j = \frac{I}{S_{\perp}} = env_d = \frac{e^2 n}{2m} \langle \lambda \rangle \sqrt{\frac{\pi m}{8kT}} E$. Но по закону Ома $j = \sigma E$, значит,

$$\sigma = \frac{ne^2 \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} = \frac{e^2 n}{2m} \langle \lambda \rangle \sqrt{\frac{\pi m}{8kT}} = \frac{1}{\rho}. \quad (4.14)$$

Таким образом, из классической теории следует: $\rho \sim \sqrt{T}$, что противоречит опыту (см. раздел 4.2).

4.8.2 Закон Джоуля-Ленца

В момент столкновения с ионом кристаллической решетки электрон передает энер-

гию $\langle w_K \rangle = \frac{m v_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle \lambda \rangle^2}{2m \langle u \rangle^2} E^2$, так как $v_{\max} = \frac{eE}{m} \langle \tau \rangle$.

Число соударений, которые испытывает электрон за 1 с: $\langle z \rangle = \frac{\langle u \rangle}{\lambda}$.

При этом в единице объема за 1 с в результате столкновений выделяется энергия

$$P_{\text{уд}} = n \langle z \rangle \langle w_K \rangle = \frac{ne^2 \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} E^2 .$$

$$\text{Но } \frac{ne^2 \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} = \sigma, \text{ следовательно, } P_{\text{уд}} = \sigma E^2$$

(закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме)

4.8.3 Закон Видемана-Франца

Отношение теплопроводности κ к удельной проводимости σ для всех металлов при постоянной температуре одинаково и увеличивается пропорционально T :

$$\kappa/\sigma = \beta T.$$

4.8.4 Достоинства и недостатки классической теории электропроводности металлов

1. + Удастся вывести основные законы постоянного тока.
2. – Из теории следует, что $\rho \sim \sqrt{T}$, реально же $\rho \sim T$.
3. – Не объясняет явление сверхпроводимости и электропроводность полупроводников.
4. – Не дает обоснованного значения β в законе Видемана-Франца.
5. – Плохо объясняет, почему длина свободного пробега электронов $\langle \lambda \rangle$ много больше межатомных расстояний.
6. – «Не работает» при больших значениях напряженности электрического поля.

4.9 Электрический ток в вакууме

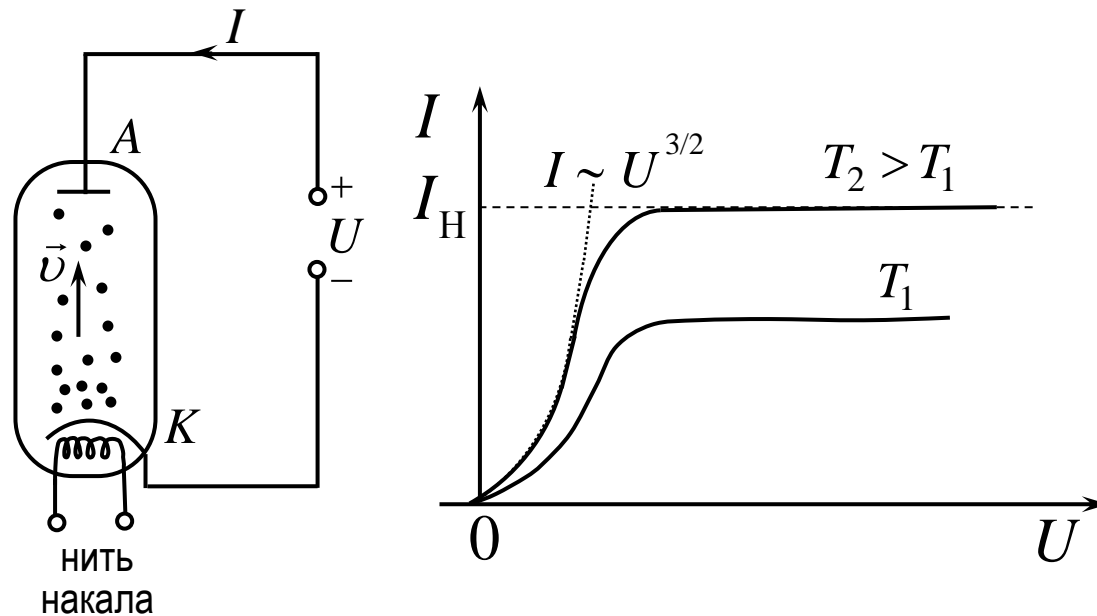


Рис. 4.17

Основные понятия, закономерности

- явление термоэлектронной эмиссии;
- работа выхода электронов из металла;
- зависимость тока насыщения от температуры; формула Ричардсона-Дэшмена:

$$j_H = BT^2 e^{-\frac{A_{\text{вых}}}{kT}}$$

- закон $3/2$ на начальном участке вольтамперной характеристики (ВАХ);
- выпрямляющее действие диода;

4.10 Контрольные вопросы

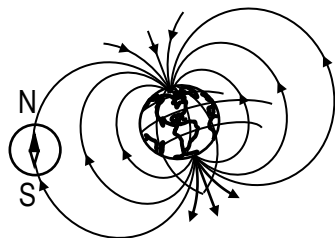
1. **Что называется** силой тока, плотностью тока, дрейфовой скоростью носителей заряда?
2. Из формулы закона Ома для неоднородного участка цепи **получите формулу** закона Ома для замкнутой цепи.
3. **Что называется** электродвижущей силой? В каких единицах она измеряется в СИ?
4. Какие силы **называются сторонними**? Приведите примеры.
5. **Что называется** падением напряжения на участке цепи? В каком случае падение напряжения и разность потенциалов на участке цепи совпадают?
6. **Что называется** электрическим сопротивлением? В каких единицах оно измеряется в СИ? От чего зависит электрическое сопротивление.
7. Выведите **закон Ома** в дифференциальной форме.
8. Сформулируйте и запишите правила Кирхгофа. Поясните эти правила примерами.
9. Рассмотрите **классическую теорию электропроводности металлов** и опишите её достоинства и недостатки.
10. Запишите формулы **закона Джоуля-Ленца**: а) в обычном виде; б) в дифференциальной форме.

5 МАГНЕТИЗМ

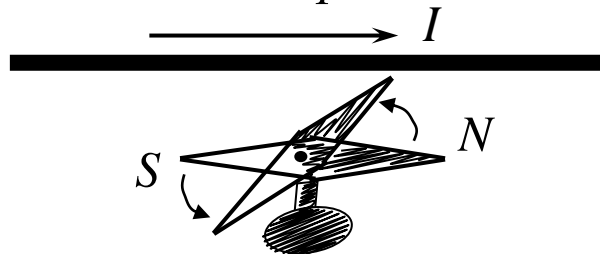
5.1 Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Школьные знания:

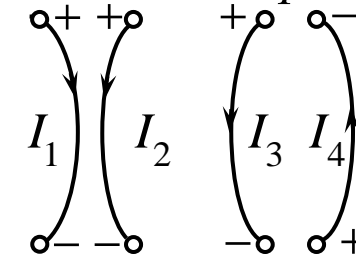
Магнитное поле Земли



Опыт Эрстеда



Опыт Ампера



Определение вектора магнитной индукции \vec{B} :

Сила Лоренца

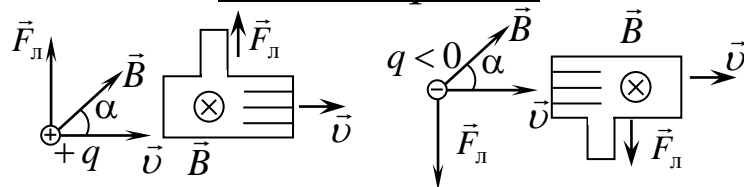


Рис. 5.1

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}]; F_L = B|q|\upsilon \sin \alpha \quad (5.1)$$

$$B = \frac{F_{L \max}}{|q|\upsilon}$$

Сила Ампера

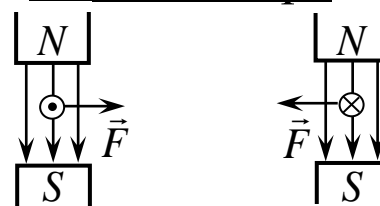


Рис. 5.2

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}] \quad (5.2)$$

$$F = BIl \sin \alpha \quad (5.4)$$

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}; [B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл}$$

Рамка с током

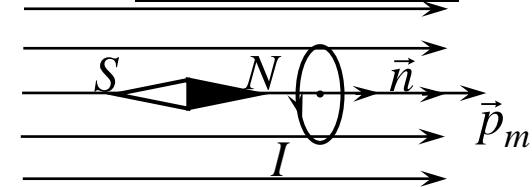


Рис. 5.3

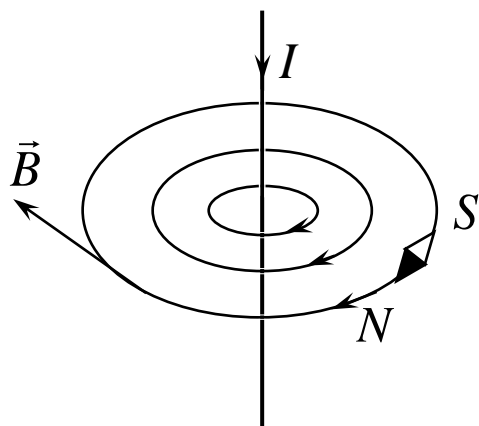
$$B = \frac{M_{\max}}{IS} \quad (5.3)$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] \quad (5.5)$$

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad B = \frac{M_{\max}}{p_m}$$

5.2 Силовые линии магнитного поля

Примеры



«Правило буравчика»

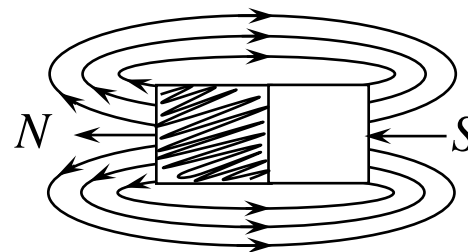
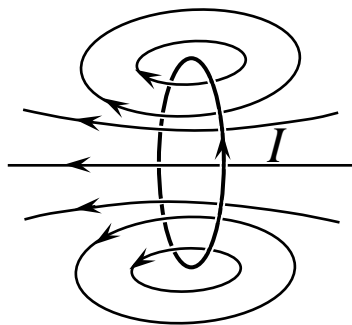
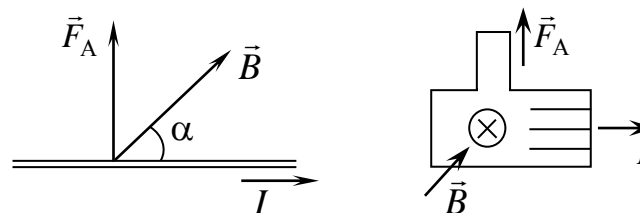


Рис. 5.4

5.3 Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов

$$d\vec{F} = I[\vec{dl}, \vec{B}] \rightarrow \text{Правило левой руки}$$

\Rightarrow



$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{r} dl; \quad \boxed{\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{r}} \quad (5.6)$$

\Rightarrow

сила, действующая
на единицу длины
проводника с током

Формула (5.6) \rightarrow позволяет дать определение единице силы тока – амперу (А).

1А – это такая сила постоянного тока, который при прохождении по двум прямолинейным параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, вызывал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}.$

μ – магнитная проницаемость среды.

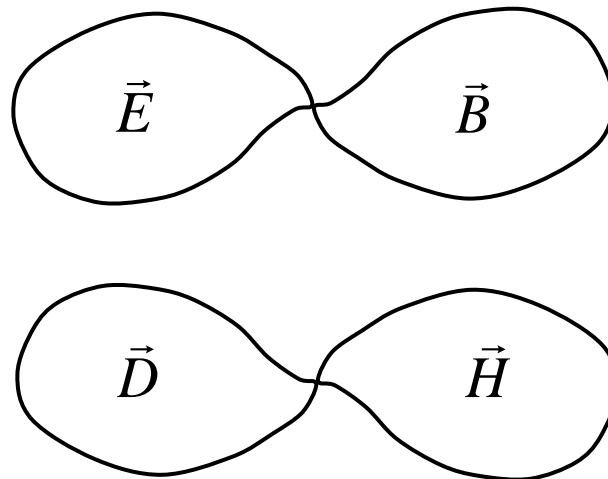
Для однородной изотропной среды:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad (5.7)$$

где \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля: $H, \left[\frac{A}{M} \right]$,

μ – магнитная проницаемость среды.

Аналогии:



\vec{H} – описывает магнитное поле макротоков;

\vec{B} – характеризует результирующее магнитное поле как макро-, так и микротоков;

μ – показывает, во сколько раз магнитное поле макротоков изменяется за счет поля микротоков среды ($\mu > 1, \mu < 1$).

5.4 Контур с током в магнитном поле

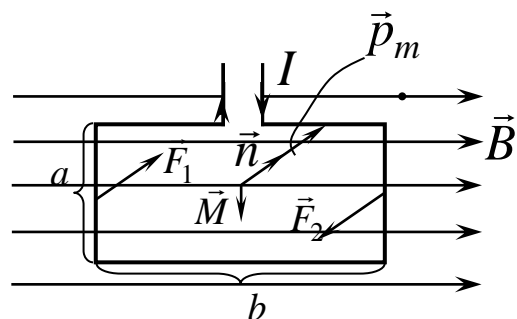


Рис. 5.5

$$F_1 = F_2 = F = Iba$$

$$M = F \cdot b = IBab = IB\vec{S}$$

$$M = p_m \cdot \vec{B}$$

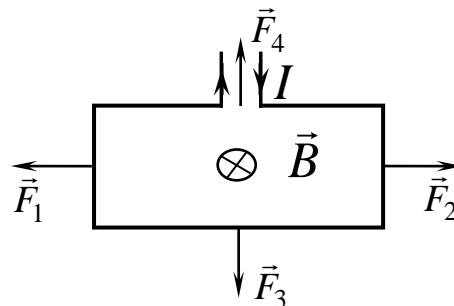


Рис. 5.6

$$F_1 = F_2, F_3 = F_4$$

$$M = 0$$

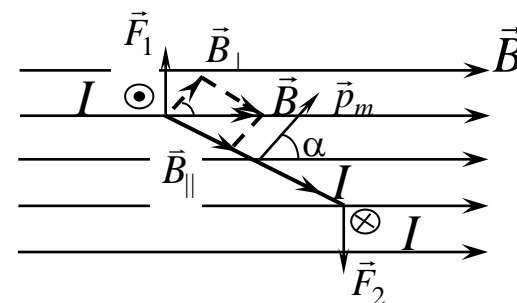


Рис. 5.7

$$M = p_m B_{\parallel} = p_m B \sin \alpha;$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$$

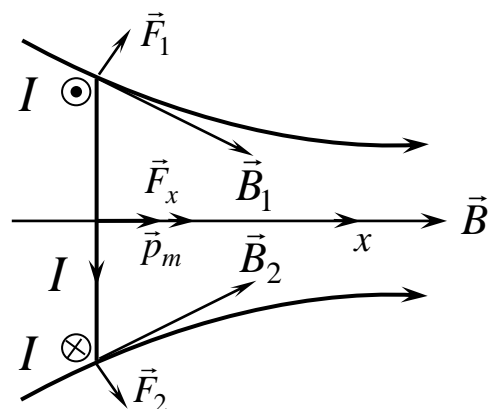


Рис. 5.8

$$\begin{cases} \vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] = 0, \alpha = 0 \\ F_x \neq 0 \end{cases}$$

$$F_x = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha \quad (5.8)$$

Если поместить рамку с током в неоднородное магнитное поле, которое изменяется быстрее всего в направлении x , совпадающем с направлением вектора \vec{B} в том месте, где расположен центр рамки, то на рамку действует не только вращающий момент сил, но и сила передвигающая рамку в область более сильного или слабого магнитного поля.

5.5 Действие магнитного поля на движущийся заряд

5.5.1 Сила Лоренца

Сила Лоренца и сила Ампера взаимосвязаны:

$$d\vec{F} = I[\vec{dl}, \vec{B}] - \text{сила Ампера.}$$

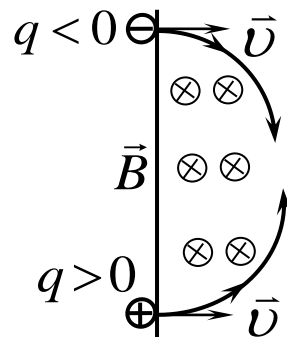
Если в элементе dl находится dN носителей заряда, то:

$$Idl = j\underset{dN}{sdl} = qv\underset{dN}{sdl} = qv dN.$$

Тогда $d\vec{F} = qdN[\vec{v}, \vec{B}]$, и формула для *силы Лоренца* приобретает знакомый вид:

$$\vec{F}_\text{Л} = \frac{d\vec{F}}{dN} = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

При одновременном действии магнитного и электрического полей $\vec{F}_\text{Л} = q[\vec{v}, \vec{B}] + q\vec{E}$.



$$Bqv = \frac{mv^2}{R}$$

Рис. 5.9

5.5.2 Ускорители заряженных частиц

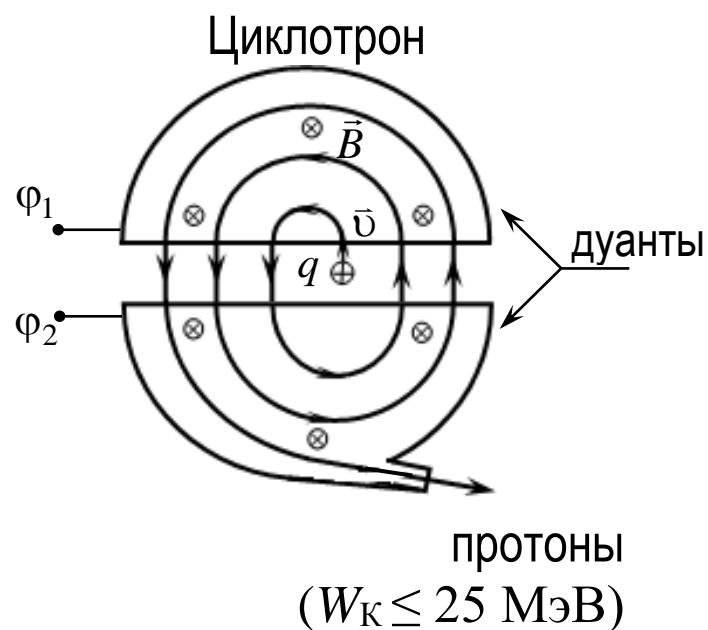


Рис. 5.10

$$\frac{mv^2}{r} = Bqv; \quad r = \frac{mv}{qB}; \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} \text{ (не зависит от скорости)}$$

$$f_{\text{эл. поля}} = \frac{1}{T} = \frac{Bq}{2\pi m}.$$

Кинетическая энергия заряженных частиц после n оборотов:

$$\frac{mv^2}{2} = 2nq(\varphi_1 - \varphi_2)_0.$$

Здесь $U_0 = (\varphi_1 - \varphi_2)_0$ — амплитудное значение приложенного к дуантам напряжения.

5.5.3 Эффект Холла

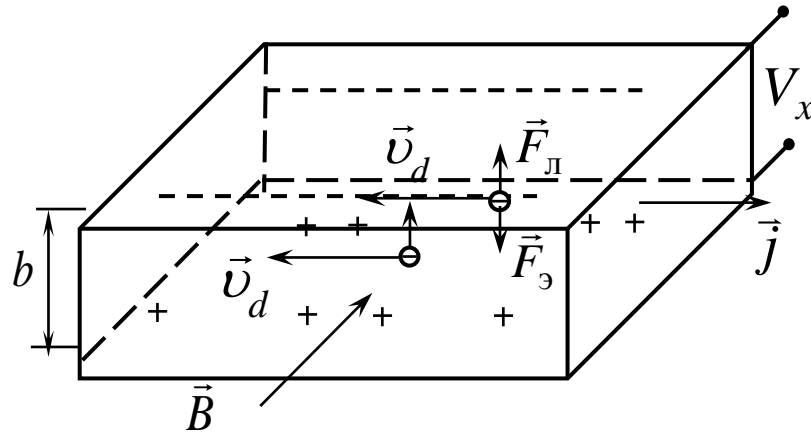


Рис. 5.11

Сила Лоренца

$$\vec{F}_L = -e[\vec{v}_d \vec{B}]$$

В равновесии $\vec{F}_L = -\vec{F}_E$ и $e v_d B = e \mathcal{E}$, где

$$\mathcal{E} = \frac{V_x}{b}.$$

Тогда

$$V_x = \left(\frac{1}{en} \right) \cdot B b j, \text{ так как } v_d = \frac{j}{en}$$

$$R_x = \frac{1}{en} - \text{коэффициент Холла}$$

$$\sigma \cdot R_x = en u^* \cdot \frac{1}{en} = u^* - \text{подвижность}$$

$$\text{носителей заряда, } u^* = \frac{v_d}{\mathcal{E}}.$$

5.6 Закон Био-Савара-Лапласа

5.6.1 Введение

Задача: нахождение магнитной индукции в каждой точке поля, создаваемого электрическим током, текущим по проводнику произвольной формы.

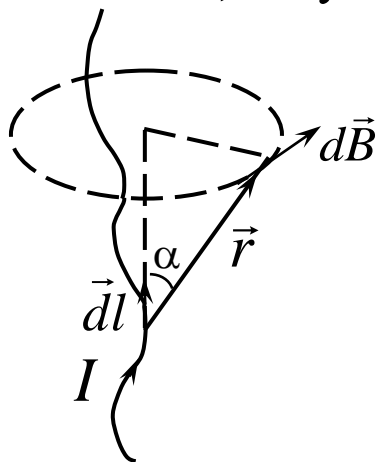


Рис. 5.12

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \text{ принцип суперпозиции } \vec{B} = \int_l d\vec{B}$$

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} = \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} \text{ или}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^3} [\vec{dl}, \vec{r}]. \quad (5.9)$$

5.6.2 Магнитное поле прямого тока

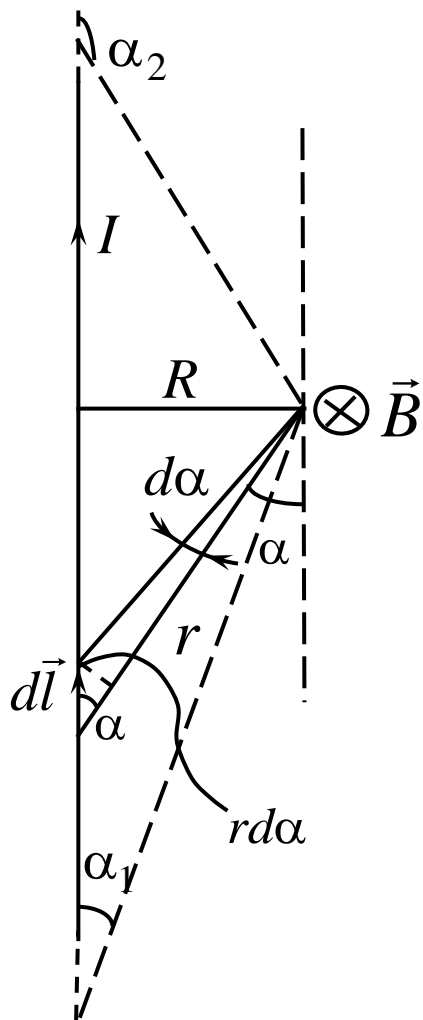


Рис. 5.13

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}; \quad B = \int_l dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{dl \sin\alpha}{r^2}$$

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}; dl = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

В случае бесконечно длинного провода:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{R d\alpha \cdot \sin\alpha \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha \cdot R^2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\sin\alpha d\alpha}{R} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (5.10)$$

Если проводник имеет конечную длину, то

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (5.11)$$

5.6.3 Магнитное поле в центре кругового проводника с током

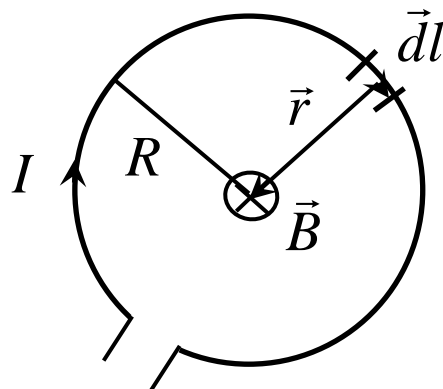


Рис. 5.14

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin(\widehat{dl, \vec{r}})}{r^2}$$

$$\sin(\widehat{dl, \vec{r}}) = 1, \quad r = R$$

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}$$

$$B = \int_l dB = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R;$$

$$\boxed{B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}} \quad (5.12)$$

Примечание: На оси кругового витка с током на высоте h над плоскостью витка:

$$\boxed{B = \frac{\mu\mu_0 I (\pi R^2)}{2\pi (R^2 + h^2)^{3/2}}}$$

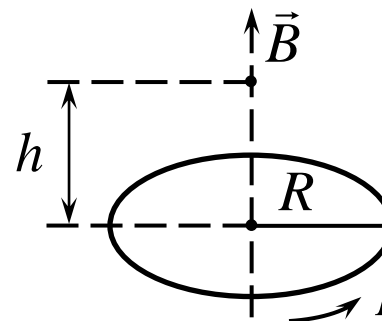


Рис. 5.15

5.6.4 Магнитное поле соленоида

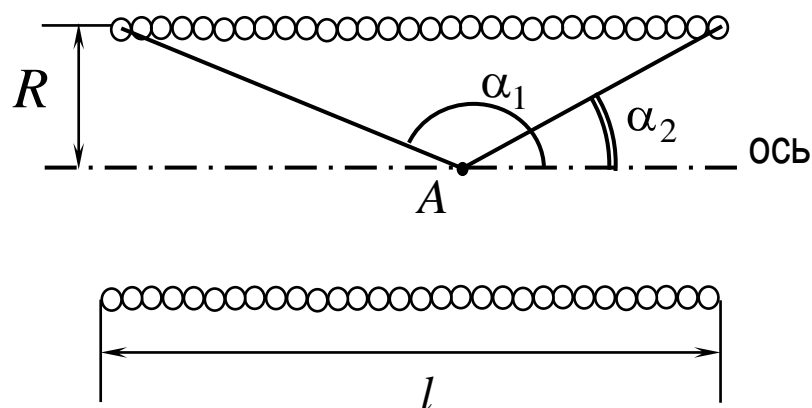


Рис. 5.16

Соленоид – цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа намотанных вплотную друг к другу витков проволоки, образующих винтовую линию.

Индукция в точке A на оси соленоида:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1),$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Если $l \gg R$ (бесконечно длинный соленоид), то $\alpha_1 \cong \pi$ и $\alpha_2 \cong 0$:

$$B = \mu\mu_0 nI \quad (5.13)$$

Если точка A находится в центре одного из оснований бесконечно длинного соленоида, то $\alpha_1 = \pi$, $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ или $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_2 = 0$:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI. \quad (5.14)$$

5.7 Закон полного тока для магнитного поля в вакууме.

Вихревой характер магнитных полей

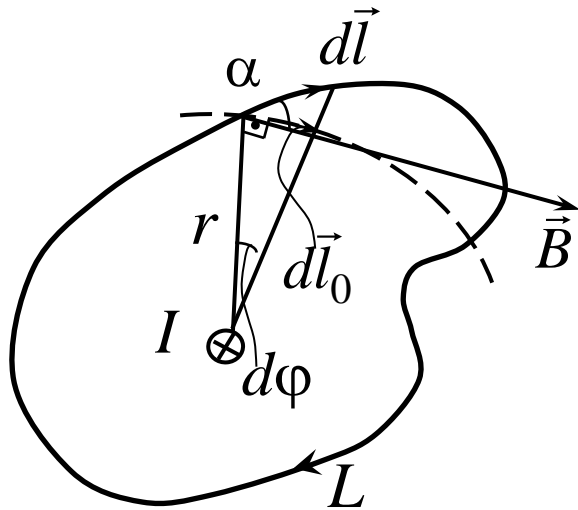


Рис. 5.17

1. В качестве примера рассмотрим магнитное поле бесконечного прямолинейного проводника с током I , находящегося в вакууме, рис. 5.17.

Покажем, что магнитное поле является непотенциальным (вихревым)

Для циркуляции вектора \vec{B} по замкнутому контуру L можно записать:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos(\vec{B}, \widehat{d\vec{l}}) = \oint_L B_l dl$$

У нас $dl_0 = dl \cos \alpha = r d\varphi$, поэтому $\vec{B} d\vec{l} = B dl \cos \alpha = B r d\varphi$.

В нашем случае $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, тогда $\vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi$.

Циркуляцию по всему контуру L получим, интегрируя по φ в пределах от 0 до 2π :

$$\oint_L B_l dl = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I \neq 0, \quad (5.15)$$

то есть магнитное поле – вихревое).

При противоположном направлении обхода контура L меняется знак циркуляции вектора \vec{B} , что учитывается изменением в формуле (5.15) знака тока ($I < 0$). Таким образом, при расчёте циркуляции \vec{B} считаем силу тока величиной алгебраической.

2. В общем случае магнитное поле может создавать целая система из N проводников с токами I_1, I_2, \dots, I_N .

В этом варианте согласно принципу суперпозиции

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i \text{ и } \boxed{\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i} \quad (5.16)$$

(закон полного тока для магнитного поля в вакууме)

Текст закона:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i -$$

Циркуляция вектора магнитной индукции в вакууме по произвольному замкнутому контуру L равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром (или пронизывают поверхность, мысленно натянутую на данный контур).

Пример 1. Расчет индукции магнитного поля прямого бесконечного длинного тонкого проводника с током:

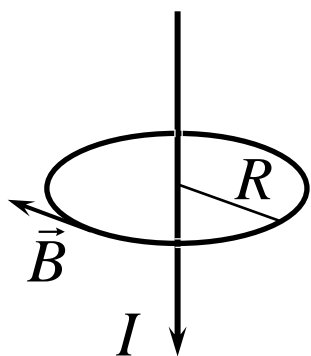


Рис. 5.18

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos 0^\circ = \oint_L B dl = B \oint_L dl = 2\pi R \cdot B = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (5.17)$$

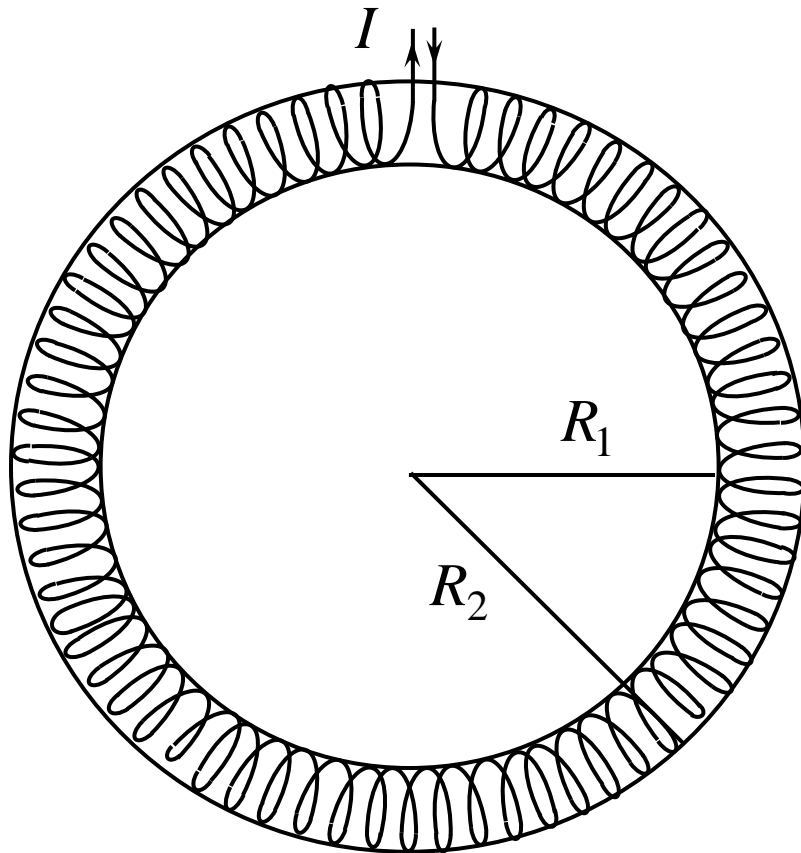


Рис. 5.19

Пример 2. Расчет индукции магнитного поля тороида (бесконечно длинного соленоида) с током

а) $R < R_1$, $B = 0$

б) $R > R_2$, $B = 0$

в) $R_1 < R < R_2$, $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos 0^\circ = 2\pi R \cdot B$

$$2\pi R \cdot B = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R},$$

где N — число витков обмотки тороида.

Таким образом, внутри тороида (так же, как и внутри бесконечно длинного соленоида)

$$B = \mu_0 I \cdot \frac{N}{2\pi R} = \mu_0 n I, \quad (5.18)$$

где n — число витков, приходящихся на единицу длины, nI — число ампер-витков на метр длины.

5.8 Поток вектора магнитной индукции.

Теорема Гаусса для магнитного поля

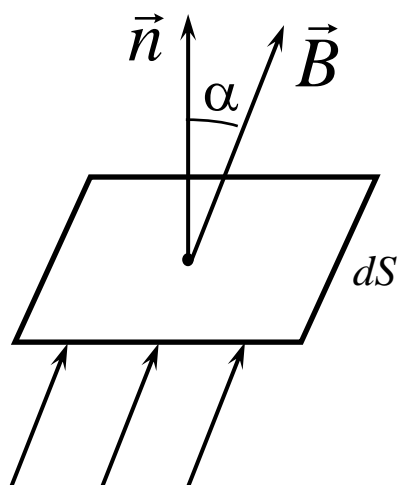


Рис. 5.20

Потоком вектора \vec{B} сквозь элементарную площадку называют скалярную величину, равную произведению площади этой площадки и проекции вектора \vec{B} на направление нормали к этой площадке

$$d\Phi_m = B_n dS = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos \alpha.$$

Если $\alpha < 90^\circ$, то магнитный поток положителен

Если $\alpha > 90^\circ$, то магнитный поток считается отрицательным

Для вычисления магнитного потока, пронизывающего произвольную криволинейную поверхность S в неоднородном магнитном поле, эту поверхность разбивают на бесконечно малые площадки dS , которые можно считать плоскими и в пределах которых поле практически однородно.

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \qquad [\Phi] = \text{Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2$$

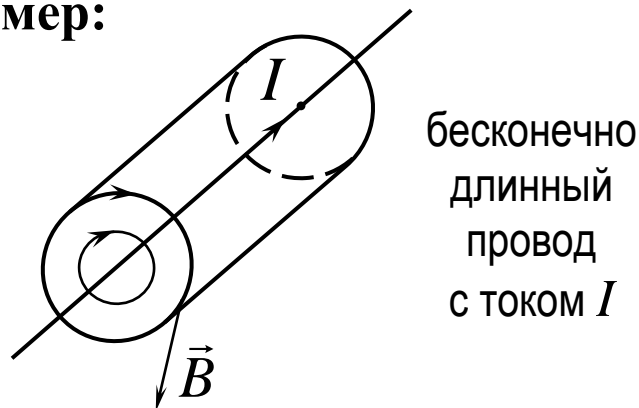
Теорема Гаусса: *поток вектора индукции магнитного поля через произвольную замкнутую поверхность равен нулю*

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (5.19)$$

Такой вывод следует из того, что линии индукции любого магнитного поля являются замкнутыми кривыми. Линии индукции магнитного поля пересекают замкнутую поверхность четное число раз (они входят внутрь поверхности столько же раз, сколько выходят наружу). Сказанное соответствует утверждению:

Магнитных зарядов в природе не существует.

Пример:



Линии вектора \vec{B} не пересекают ни боковую сторону, ни основания выбранной замкнутой поверхности, окружающей участок провода, — цилиндра

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Рис. 5.21

5.9 Индуктивность контура

Если электрический ток течет по какому-либо контуру, то им создается магнитный поток Φ , пронизывающий этот контур. По закону Био-Савара-Лапласа индукция создаваемого магнитного поля $B \sim I$, поэтому

$$\Phi = LI. \quad (5.20)$$

Коэффициент пропорциональности L между силой тока и полным магнитным потоком, создаваемым этим током, называется индуктивностью контура.

Индуктивность контура L зависит от формы и размеров контура, а также от магнитных свойств среды, в которой находится контур (от μ).

$$[L] = \Gamma_{\text{H}} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}}.$$

5.10 Индуктивность бесконечно длинного соленоида (тороида)

Вспомним, что при протекании по такому соленоиду тока I внутри него возникает однородное магнитное поле с индукцией $B = \mu\mu_0 nI$.

Поток через один виток равен $\Phi = BS$, а полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом Ψ (потокосцепление), равен

$$\Psi = N\Phi = nlBS = \mu\mu_0 n^2 l \cdot S \cdot I,$$

где l — длина соленоида, S — площадь его сечения, n — число витков на единицу его длины.

Таким образом

$$L = \mu\mu_0 n^2 l \cdot S = \mu\mu_0 n^2 \cdot V = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot S. \quad (5.21)$$

Из формулы (5.21) следует: $[\mu_0] = \frac{\Gamma_{\text{Н}}}{\text{М}}$.

5.11 Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

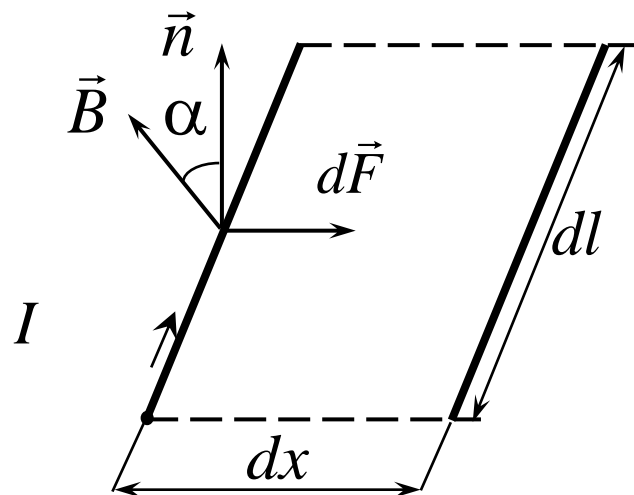


Рис. 5.22

$\delta A = dF \cdot dx = IB \cos \alpha dl \cdot dx = IB_n dS$;
 $\delta A = Id\Phi_m$ – работа совершается за счет источника тока.

Считая $I = \text{const}$ и интегрируя, получим:

$$A = I \cdot \Phi_m. \quad (5.22)$$

Работа, совершаемая силой Ампера при перемещении в магнитном поле проводника с постоянным током равна произведению силы тока на величину магнитного потока сквозь поверхность, которую описывает проводник при своем движении.

Можно показать, что работа, совершаемая силами Ампера при перемещении или повороте в магнитном поле замкнутого контура с постоянным током равна произведению силы тока на изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром:

$$A = I \cdot \Delta\Phi \quad (5.23)$$

или $A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = -I\Phi_1 - (-I\Phi_2),$

где Φ_1 и Φ_2 — значения магнитного потока через контур в начальном и конечном положениях.

$A = \Pi_1 - \Pi_2$, поэтому потенциальная энергия контура с током в магнитном поле

$$\Pi = -I\Phi_m = -IBScos\alpha = -p_mBcos\alpha$$

$$\Pi = -(\vec{p}_m, \vec{B}), \text{ то есть } \Pi_{\min} = -p_mB \text{ (когда } cos\alpha=1, \text{ то есть } \vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}).$$

5.12 Электромагнитная индукция

5.12.1 Схема опытов Фарадея и правило Ленца

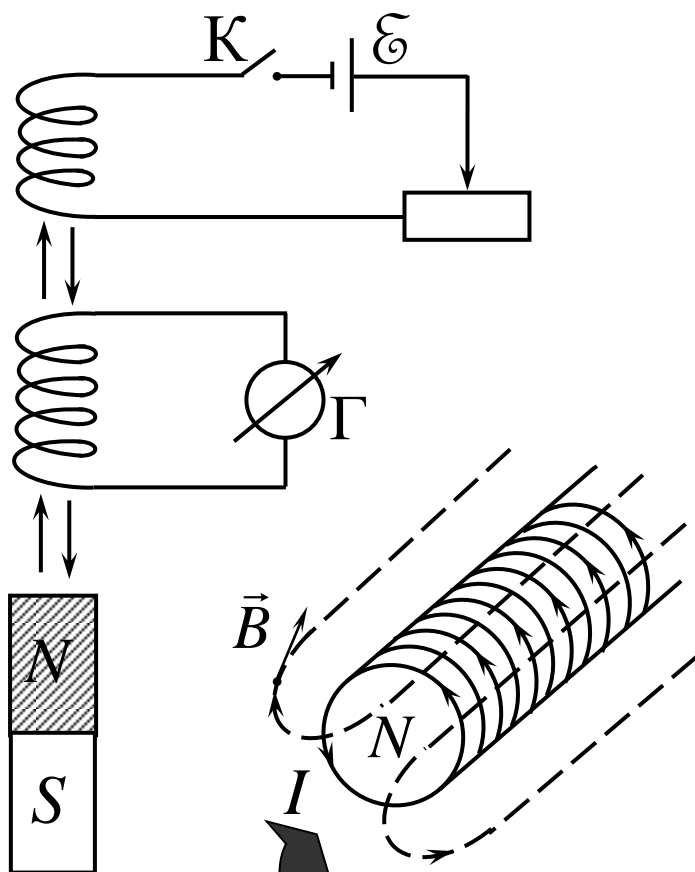


Рис. 5.23

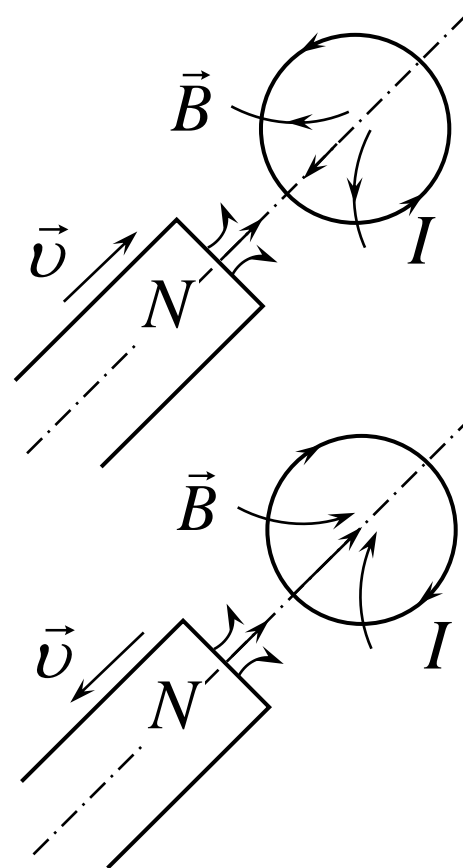


Рис. 5.24

Правило Ленца:
индукционный ток в контуре направлен так, чтобы создаваемое им магнитное поле препятствовало изменению магнитного потока, вызывающего этот индукционный ток, (рис. 5.24)

Северный полюс магнита совпадает с тем концом соленоида, из которого ток в витках виден идущим против часовой стрелки

5.12.2 Закон Фарадея

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}} \quad (5.23)$$

Э.д.с. электромагнитной индукции численно равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную замкнутым контуром или замкнутым проводником в процессе движения.

Знак «минус» соответствует правилу Ленца:

Индукционный ток направлен так, чтобы препятствовать причине, его вызывающей.

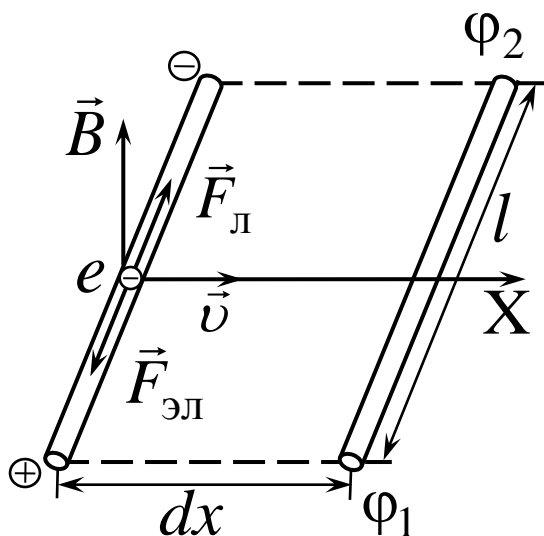


Рис. 5.25

1) В равновесии $I = 0$ и

$$F_{эл} = F_{эл}$$

$$e v B = e E = e \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{l}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = B v l.$$

Закон Ома:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E} = I(R + r),$$

$$\text{но } I = 0 \text{ и } \mathcal{E} = -(\varphi_1 - \varphi_2) =$$

$$= -B v l = -B \frac{dx}{dt} l = -B \frac{dS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

2) $I \neq 0$

Закон сохранения

энергии: $\mathcal{E} I dt =$

$$= I^2 (R + r) dt + I d\Phi;$$

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}}{R + r},$$

$$\text{тогда } \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

5.13 Вращение рамки в магнитном поле

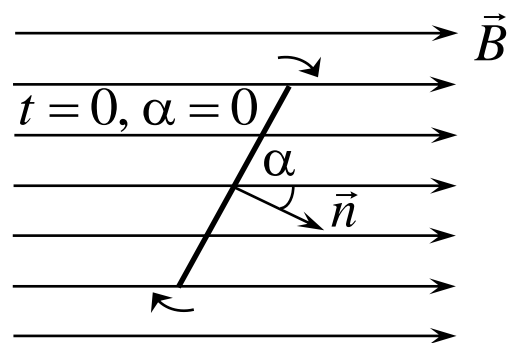


Рис. 5.26

Схема генератора, преобразующего механическую энергию в энергию электрического тока:
Магнитный поток $\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t$.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \underbrace{BS\omega}_{\mathcal{E}_{\max}} \sin \omega t$$

Если в однородном магнитном поле равномерно вращать рамку (см. рис. 5.26), то в ней появляется переменная э.д.с., изменяющаяся по гармоническому закону $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t$ ($\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max}$ при $\omega t = \alpha = 90^\circ$). В России переменное напряжение в сети имеет частоту $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50$ Гц, поэтому для увеличения \mathcal{E}_i надо $\uparrow B$ и $\uparrow S$ (вращают ряд витков, соединенных последовательно).

Схема электродвигателя (преобразователь электрической энергии в механическую) также соответствует рис. 5.26, если по рамке, помещенной в магнитное поле пустить электрический ток (появляется вращающий момент сил, и рамка начинает вращаться).

5.14 Вихревые токи (токи Фуко)

Замкнутые (вихревые) токи, индуцированные в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле, называются вихревыми (токами Фуко). Токи Фуко также подчиняются правилу Ленца, то есть их магнитное поле направлено так, чтобы препятствовать изменению магнитного потока, индуцирующего эти токи.

Основные
применения
токов Фуко:

- демпфирование
- индукционные печи
- скин-эффект

5.15 Самоиндукция

Самоиндукция – появление э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нём силы тока.

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

При $L = \text{const}$ имеем

$$\mathcal{E}_c = -L\frac{dI}{dt}. \quad (5.24)$$

Знак «минус» соответствует правилу Ленца и характеризует «инертность» электрической цепи.

Если сила тока увеличивается во времени, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\mathcal{E}_c < 0$ (ток самоиндукции направлен навстречу току, вызванному внешним источником).

Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\mathcal{E}_c > 0$, то есть индукционный ток замедляет убывание основного тока цепи.

5.16 Явление взаимной индукции

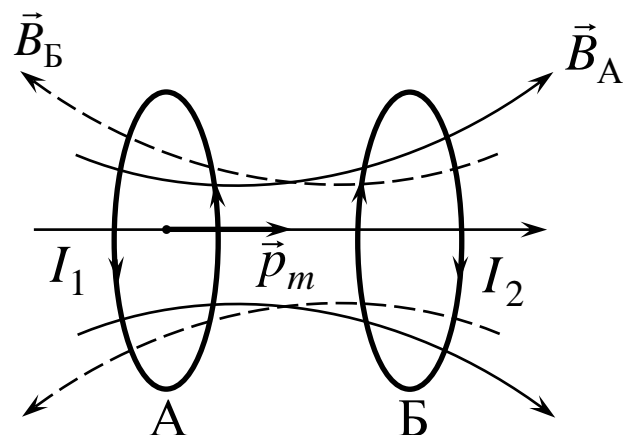


Рис. 5.27

Рассмотрим два неподвижных близкорасположенных проводящих контура А и Б.

Ток, который течет в контуре А (обозначим I_1), создает магнитный поток $\Phi_{Б1}$ через контур Б: $\Phi_{Б1} = L_{Б1} \cdot I_1$ (сплошные силовые линии).

При изменении в контуре А тока I_1 в контуре Б возникает э.д.с. индукции:

$$\mathcal{E}_Б = -L_{Б1} \frac{dI_1}{dt}.$$

Если в контуре Б течет переменный ток I_2 , то наоборот:

$$\Phi_{А2} = L_{А2} I_2 \text{ и } \mathcal{E}_А = -L_{А2} \frac{dI_2}{dt} \text{ (пунктирные силовые линии).}$$

Такие контуры считаются связанными, а явление возникновения э.д.с. индукции в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется *взаимной индукцией*.

Коэффициенты $L_{Б1}$ и $L_{А2}$ называются взаимной индуктивностью (коэффициенты взаимной индукции) контуров; $[L_{Б1}] = [L_{А2}] = \text{Гн}$.

5.17 Трансформатор (П.Н. Яблочков, И.Ф. Усагин)

Коэффициенты $L_{Б1}$ и $L_{А2}$ зависят от размеров контуров, их формы и магнитной проницаемости среды (материала сердечников).

В воздухе $L_{Б1} = L_{А2}$, даже если контуры А и Б отличаются друг от друга.

Явление взаимной индукции используется в работе трансформаторов: устройств, в которых на общий железный сердечник (ферромагнетик), имеющий замкнутую форму, надеты две проводочные катушки-обмотки, содержащие разное число витков (N_1 и N_2).

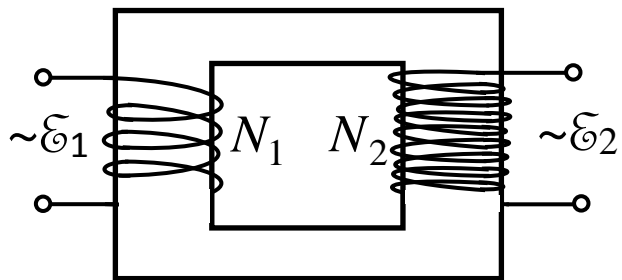


Рис. 5.28

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$N_2 < N_1$ – понижающий трансформатор

$N_2 > N_1$ – повышающий трансформатор

5.18 Энергия магнитного поля

Энергия магнитного поля равна работе, которую затрачивает электрический ток на его создание. Рассмотрим контур с индуктивностью L , по которому течет ток I . При изменении тока:

$$d\Phi = LdI,$$

при этом работа, которую совершает ток самоиндукции, равна

$$\delta A = \mathcal{E}dq = -L \frac{dI}{dt} dq = -LI dI.$$

Общая работа по созданию (или уничтожению) магнитного поля

$$A = -\int_0^I LI dI = -\frac{LI^2}{2}, \text{ или } A = -\int_I^0 LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

это и есть энергия магнитного поля, создаваемая контуром с током или расходуемая на появление индукционного тока:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (5.25)$$

В общем случае объемная плотность энергии магнитного поля в отсутствие ферромагнетиков:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (5.26)$$

5.19 Вещество в магнитном поле

5.19.1 Атомные токи

Вещество в магнитном поле намагничивается и становится магнетиком, оно само является источником магнитного поля.

Магнитное поле среды имеет составляющую поля токов проводимости и вещества.

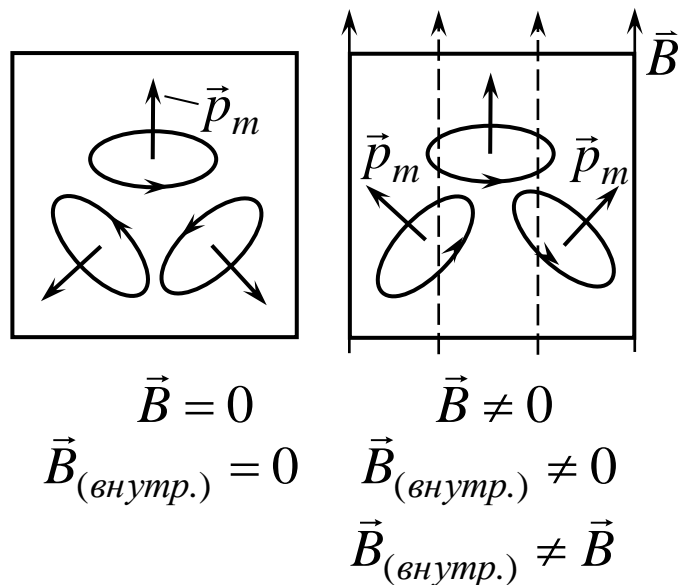


Рис. 5.29

Ш. Кулон: *В веществе существуют элементарные магниты с неразрывно связанными полюсами*

А. Ампер: *Элементарный магнит — это круговой ток, циркулирующий внутри небольшой частицы вещества (например, внутри атома). При намагничивании эти токи ориентируются согласно полю, рис. 5.29.*

Общее внутреннее магнитное поле с магнитной индукцией $\vec{B}_{(внутр.)}$ является суперпозицией внешнего поля \vec{B} и суммарного поля $\vec{B}_{(микро)}$ всех микротоков магнетика: $\vec{B}_{(внутр.)} = \vec{B} + \vec{B}_{(микро)}$.

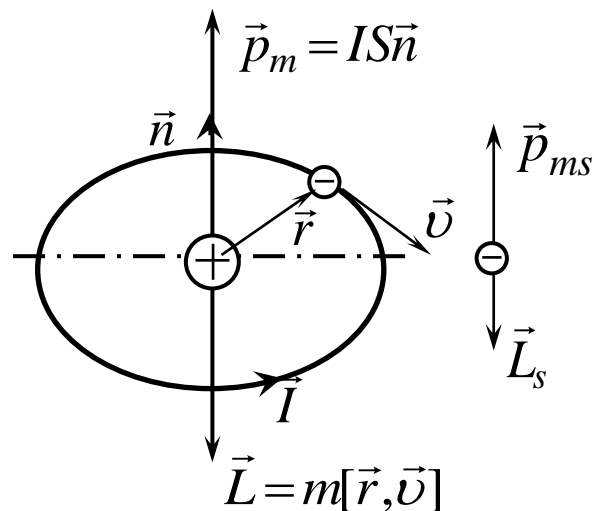


Рис. 5.30

Атомный ток принято рассматривать как замкнутый круговой контур, рис. 5.30.

Магнитный момент атомного тока

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \text{ где } I = ev = e \frac{1}{T} = \frac{ev}{2\pi r} \text{ и } S = \pi r^2.$$

$$\text{Откуда } p_m = IS = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{evr}{2}.$$

Орбитальный механический момент импульса электрона $\vec{L} = m[\vec{r}, \vec{v}]$ и $L = mvr$.

$$\vec{p}_m = g\vec{L}, \text{ где } g = -\frac{e}{2m} \text{ — гиромагнитное отношение орбитальных моментов}$$

Коэффициент g принято писать со знаком минус «-», показывая тем самым, что направления векторов \vec{p}_m и \vec{L} противоположны. У некоторых веществ (ферромагне-

тики) отношение $g = \frac{p_m}{L}$ не связано с орбитальным движением и $g_s = -\frac{e}{m}$, где s ин-

дексирует *spin* (спин), указывая на собственные моменты \vec{L}_s и \vec{p}_{ms} .

Общий магнитный момент атома \vec{p}_a равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) всех входящих в атом электронов:

$$\vec{p}_a = \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi} + \sum_{i=1}^N \vec{p}_{msi}, \quad \sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{msi} (\text{ядра атома}) \cong 0$$

5.19.2 Намагниченность. Вектор напряженности магнитного поля.

Закон полного тока в веществе

Вектор намагничивания (намагниченность) – средний суммарный магнитный момент единицы объема вещества

$$\vec{J} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \quad (5.27)$$

где N – общее число микротоков в объеме ΔV . Отметим аналогию определения

намагниченности (5.27) с определением (3.20) поляризованности $\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{\Delta V}$.

Распространяя закон полного тока в среду, учитываем наличие макро- и микро- токов:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N_1} I_{\text{макро}(i)} + \mu_0 \sum_{i=1}^{N_2} I_{\text{микро}(i)}, \quad (5.28)$$

при этом оказывается, что суммарный микроток

$$\sum_{i=1}^{N_2} I_{\text{микро}(i)} = \oint_L \vec{J} d\vec{l}.$$

Тогда формула (5.28) преобразуется к следующему виду:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N_1} I_{\text{макро}(i)} + \mu_0 \oint_L \vec{J} d\vec{l} \quad \text{или}$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N_1} I_{\text{макро}(i)}.$$

Комбинация векторов \vec{B} и \vec{J}

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad [H] = \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

получила название *вектора напряженности магнитного поля*.

Так возникает формула закона полного тока в веществе:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N_1} I_{\text{макро}(i)}, \quad (5.29)$$

Формулировка закона: *циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме макротоков, которые пронизывают поверхность, мысленно натянутую на этот контур.*

5.19.3 Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость.

Типы магнетиков

Магнитная восприимчивость χ определяет способность вещества намагничиваться:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}.$$

$$\text{Тогда } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H} \quad \text{или} \quad \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}.$$

Вводя обозначение $\mu = 1 + \chi$, получаем знакомое выражение:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H},$$

где μ – магнитная проницаемость среды.

Диамагнетик: $\mu < 1$, $\chi = (\mu - 1) < 0$ ($|\chi| \approx 10^{-6} \div 10^{-5}$), $\vec{J} = -|\chi| \cdot \vec{H}$, то есть диамагнетики намагничиваются против магнитного поля и поэтому выталкиваются из него.

Парамагнетик: $\mu > 1$, $|\chi| \ll 1$, и при этом $\chi > 0$ ($\chi \approx 10^{-5} - 10^{-4}$), то есть парамагнетики втягиваются в магнитное поле.

Ферромагнетик: $\mu \gg 1$, $\chi \gg 1$ ($10^3 \div 10^4$) и $\chi = \chi(H)$.

5.19.4 Диамагнетизм. Прецессия электронных орбит в атоме

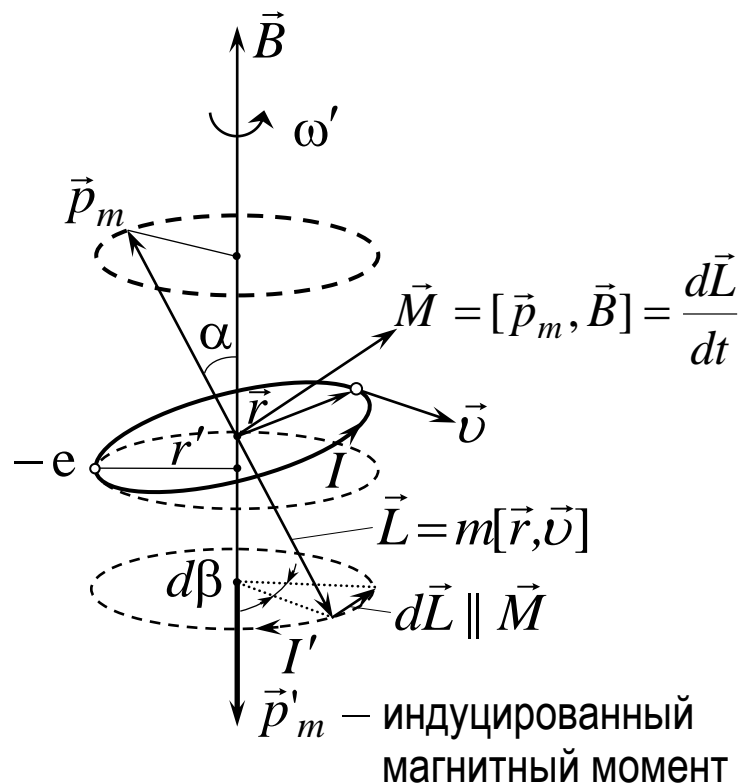


Рис. 5.31

У диамагнетиков общий магнитный момент отдельных атомов \vec{p}_a при отсутствии поля равен нулю.

Однако при включении магнитного поля возникает прецессия электронных орбит (индукционный ток), приводящая к появлению у вещества вектора намагничивания, направленного противоположно вектору \vec{B} , рис. 5.31:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] = \frac{d\vec{L}}{dt}; \quad |d\vec{L}| = p_m \cdot B \cdot \sin \alpha \cdot dt.$$

$$\sin(d\beta) \approx d\beta = \frac{|d\vec{L}|}{|\vec{L}| \sin \alpha} = \frac{p_m B \sin \alpha \cdot dt}{L \cdot \sin \alpha} = \frac{p_m}{L} B dt.$$

Угловая скорость прецессии:

$$\omega' = \frac{d\beta}{dt} = \frac{p_m}{L} B = \frac{e}{2m} B; \quad I' = e \frac{\omega'}{2\pi};$$

$$p'_m = I' \cdot S' = \frac{e\omega'}{2\pi} \cdot \pi r'^2; \text{ чем больше } B, \text{ тем } \uparrow \omega', \quad \uparrow I' \text{ и } p'_m \uparrow.$$

5.19.5 Парамагнетики

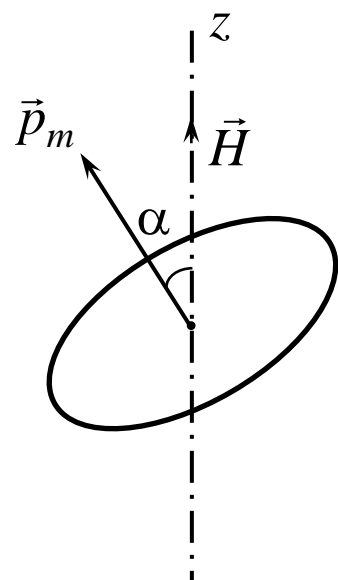


Рис. 5.32

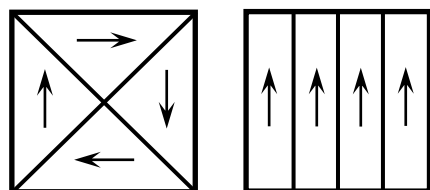
Атомы парамагнетика при отсутствии внешнего магнитного поля имеют магнитные моменты, которые при включении поля ориентируются по полю, рис. 5.32.

Вектор намагничивания \vec{J} равен сумме составляющих магнитных моментов на направление \vec{H} в единице объема:

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_{im_z} \cdot \frac{1}{\Delta V}.$$

Намагничивание парамагнетиков зависит от температуры, ее повышение разрушает намагничивание (тепловые колебания атомов мешают упорядочению их магнитных моментов), при этом магнитная восприимчивость падает ($\chi \downarrow$).

5.19.6 Ферромагнетики



$H = 0$

$H \neq 0$

Рис. 5.33

Ферромагнетик состоит из областей самопроизвольной намагниченности — доменов, линейные размеры которых $\sim 10^{-6} \div 10^{-4}$ м, рис. 5.33. Домены намагничены до насыщения, при $H = 0$ их магнитные моменты ориентированы произвольным образом. При $H \neq 0$ домены стремятся сориентироваться по полю.

5.19.7 Отличительные свойства магнетиков

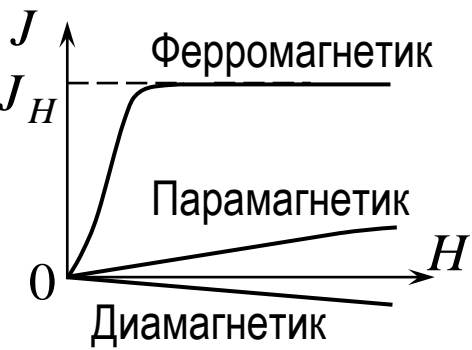
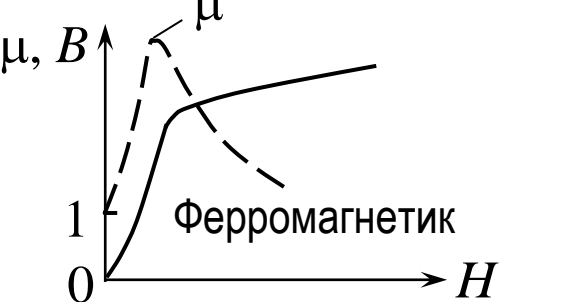
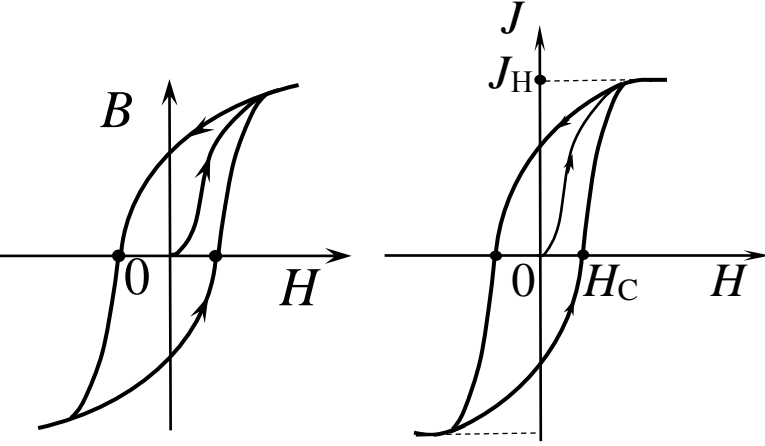
Кривые намагниченности ферро-, пара- и диамагнетиков	Графики зависимостей $B(H)$ и $\mu(H)$ для ферромагнетика	Петли гистерезиса $B(H)$ и $J(H)$ для ферромагнетика
	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \Rightarrow$ $B = \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} $ 	 <p>При $H = H_C$ $J = 0$ H_C – коэрцитивная сила</p>

Рис. 3.4

Остаточная намагниченность ферромагнетика может быть снята за счет его сотрясения (ударов) и при повышении температуры. При достаточной высокой температуре (точка Кюри) остаточная намагниченность полностью исчезает (ферромагнетик превращается в парамагнетик).

5.19.8 Магнитная левитация

Одноименные полюса магнитов отталкиваются, и это явление можно использовать для создания транспорта на магнитной подвеске.

Великобритания, Бирмингем – 1984 г. (сообщение железнодорожный вокзал – аэропорт).

Япония – поезд на магнитной подвеске (скорость – до 580 км/ч).

Все живые существа состоят, в частности, из воды (диамагнетик) и, в принципе, могут левитировать в мощном магнитном поле.

Например, в поле с магнитной индукцией около 15 Тл (примерно в 30000 раз более сильном, чем магнитное поле Земли) левитирует лягушка.

Особую роль (!!!) в технике могут играть сверхпроводники, являющиеся идеальными диамагнетиками: если у обычных диамагнетиков $\chi \approx -10^{-6} \div -10^{-5}$ и $|J| \ll |H|$, то у сверхпроводников $\chi = -1$, а $|J| = |H|$ (при этом $\vec{J} \uparrow \downarrow \vec{H}$).

5.20 Э.д.с. индукции в неподвижном контуре. Гипотеза Максвелла

Возникновение э.д.с. индукции в неподвижном контуре не связано со сторонними силами теплового и химического происхождения, это и не силы Лоренца. *Гипотеза Максвелла*: всякое переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре.

Проводящий контур по сути является «прибором» для обнаружения вихревого электрического поля. Таким образом:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.28)$$

5.21 Бетатрон

Бетатрон – циклический индукционный ускоритель электронов (переменное магнитное поле индуцирует вихревое электрическое поле и держит электроны на круговой орбите). Энергия электронов в бетатроне до примерно 100 МэВ, при более высоких энергиях наблюдаются сильные потери энергии на электромагнитное излучение, и режим ускорения нарушается.

5.22 Контрольные вопросы

1. Дайте определение **вектору индукции магнитного поля**. В каких единицах магнитная индукция измеряется в СИ?
2. Как **графически отображается магнитное поле**? Приведите примеры.
3. Объясните, как взаимодействуют **бесконечно длинные параллельные проводники**, по которым токи идут: а) в одном направлении; б) в противоположных направлениях.
4. В чём заключается **закон Био-Савара-Лапласа**? Приведите пример его применения.
5. Пользуясь формулой **закона Ампера**, выведите формулу для **силы Лоренца**.
6. Опишите принцип работы **циклотрона**.
7. Рассмотрите **эффект Холла**.
8. Сформулируйте **теорему о циркуляции вектора магнитной индукции** и приведите пример её применения для вычисления индукции магнитного поля, создаваемого прямым бесконечным проводником с током.
9. Сформулируйте **теорему о циркуляции вектора магнитной индукции** и приведите пример её применения для вычисления индукции магнитного поля, создаваемого тороидом.
10. Выведите формулу для расчёта **работы по перемещению прямого проводника с током** в однородном магнитном поле.
11. Сформулируйте и запишите **теорему Гаусса для магнитного поля**.
12. Что называется **магнитным моментом витка с током**? Как ведёт себя виток в однородном и неоднородном магнитных полях?
13. Что называется **намагниченностью вещества** \vec{J} ? В каких единицах она измеряется в СИ?
14. Что называется вектором **напряжённости магнитного поля** \vec{H} ? В каких единицах напряжённость магнитного поля измеряется в СИ?

15. Какие **классы магнетиков** вам известны? По какому параметру они отличаются друг от друга?
16. Объясните, чем обусловлено явление **парамагнетизма**.
17. Объясните, чем обусловлено явление **диамагнетизма**.
18. Что такое «**домены**» и какую роль они играют в формировании свойств **ферромагнетика**?
19. Начертите графики зависимости **намагниченности** от напряжённости магнитного поля для пара- и диамагнетиков. Чем отличаются эти графики?
20. Объясните, что называется **петлёй гистерезиса**, и какие физические процессы приводят к её возникновению.
21. Что называется **остаточной индукцией**, остаточной намагниченностью, коэрцитивной силой, и в каких единицах эти параметры измеряются в СИ?
22. Как изменение **температуры** влияет на магнитные свойства материалов?
23. Что такое **токи Фуко** и где они наблюдаются?
24. Что называется явлением **электромагнитной индукции**? Приведите пример его проявления.
25. Выведите формулу **закона Фарадея** для явления электромагнитно индукции.
26. Что называется **правилом Ленца**? Приведите пример его проявления в случае явления электромагнитной индукции.
27. Что называется **явлением самоиндукции**? Приведите пример его проявления.
28. Что называется **явлением взаимной индукции**? Приведите пример его проявления.
29. Что называется **индуктивностью контура**? От чего она зависит и в каких единицах измеряется в СИ?
30. Выведите выражение для **объёмной плотности энергии** магнитного поля.

6 УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

6.1 Уравнения Максвелла в интегральной форме

1). По закону электромагнитной индукции: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}$, или с учётом (5.28)

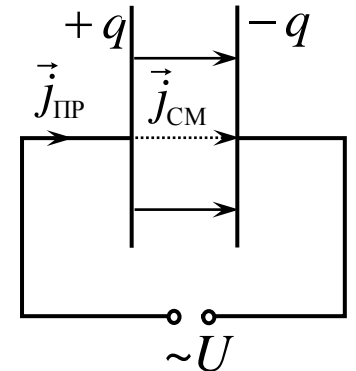
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (6.1)$$

(Циркуляция вектора напряженности электрического поля по замкнутому контуру определяется скоростью изменения магнитного потока через площадь S , ограниченную этим контуром).

2). Так как $D = \epsilon\epsilon_0 E$, а в плоском конденсаторе $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$, то $D = \sigma = \frac{q}{S}$.

Но $\dot{D} = \dot{\sigma} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{I}{S} = j_{\text{см}}$, то есть изменение \vec{D} эквивалентно протеканию тока ($j_{\text{см}}$ – плотность «тока смещения»). В итоге:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{\text{пр}} d\vec{S} + \int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}: \quad (6.2)$$



Магнитное поле создаётся и током проводимости $j_{\text{пр}}$ и током смещения $j_{\text{см}}$. (!!!)

3). $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV. \quad (6.3)$ ρ – объемная плотность свободных зарядов в объеме V , ограниченном замкнутой

4). $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (6.4)$ поверхностью S .

$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$	(6.1)	Изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.
$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{\text{ПР}} d\vec{S} + \int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$	(6.2)	Источником вихревого магнитного поля являются движущиеся электрические заряды и переменное электрическое поле.
$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$	(6.3)	Заряды являются источником электрического поля.
$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$	(6.4)	Магнитных зарядов не существует, силовые линии магнитного поля всегда замкнуты.

6.2 Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Векторный дифференциальный оператор $\vec{\nabla}$ (набла) – оператор Гамильтона:

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

$$\vec{\nabla} \cdot \varphi = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \text{градиент функции } \varphi.$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = \text{div} \vec{A} \text{ (дивергенция вектора } \vec{A} \text{).}$$

$$[\vec{\nabla} \times \vec{A}] = \text{rot} \vec{A} \text{ (ротор вектора } \vec{A} \text{)} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}.$$

Теорема

Остроградского-Гаусса:

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} dV$$

Интеграл от нормальной составляющей произвольного вектора по замкнутой поверхности можно представить в виде интеграла от дивергенции этого вектора по объему, ограниченному данной поверхностью.

Теорема Стокса:

$$\oint_L \vec{A} d\vec{l} = \int_S (\text{rot} \vec{A}) d\vec{S}$$

Циркуляция вектора \vec{A} по произвольному контуру L равна интегралу от нормальной составляющей ротора вектора \vec{A} по поверхности S , натянутой на этот контур.

Применим теорему Стокса к левой части уравнения (6.1) Максвелла

$$\int_S \text{rot} \vec{E} d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} \Rightarrow \boxed{\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}. \quad (6.5)$$

Применяя теорему Стокса к уравнению (6.2), по аналогии получим:

$$\boxed{\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{ПР}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}. \quad (6.6)$$

Применяя теорему Остроградского-Гаусса к уравнениям (6.3) и (6.4), получим:

$$\boxed{\text{div} \vec{D} = \rho}, \quad (6.7)$$

$$\boxed{\text{div} \vec{B} = 0}. \quad (6.8)$$

Максвелл описывает физические поля Фарадея на языке интегральных и дифференциальных уравнений. Из этих уравнений следует, что взаимное превращение электрического и магнитного полей порождает волну, которая распространяется со скоростью света.

6.3 Контрольные вопросы

1. Запишите *систему уравнений Максвелла* и поясните смысл входящих в систему уравнений.
2. Опишите *происхождение* каждого из уравнений Максвелла и сумейте его сформулировать.
3. Запишите выражения для *потока и циркуляции* вектора напряженности электрического и магнитного поля.
4. Что понимают под *током смещения* и каков его смысл?

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кокин, С. М.* Физика : конспект лекций / С. М. Кокин. Ч. 1. – М.: МИИТ, 2010.
2. *Кокин, С. М.* Физика : конспект лекций / С. М. Кокин, В. А. Никитенко. Ч. 2. – М.: МИИТ, 2013.
3. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Академия, 2010 и далее.
4. *Детлаф, А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Я. М. Яворский– М.: Высшая школа, 2000 и далее.
5. *Савельев И.В.* Курс общей физики Т. 1,2. – М.: Наука, 1989 и далее.

Св.план 2020 г., поз.127

Никитенко Владимир Александрович
Кокин Сергей Михайлович

Физика
Конспект лекций в форме презентаций. В двух частях.
Часть I

Формат бумаги 60×84/16

Тираж 30 экз.

Заказ № от

127994, Россия, г. Москва, ул. Образцова, дом 9, стр.9.
Типография Юридического института РУТ (МИИТ)