

## Задание на практику

Для предложенной задачи рассчитать расширенную суммарную неопределённость измерений для одного измерения, используя аналитический подход. Используя результаты расчёта вычислить, какой источник неопределённостей измерений большего всего влияет на итоговую суммарную неопределённость. Повторить расчёт, используя метод Монте — Карло.

Для всех измерений считать измерительное оборудование поверенным и высококачественным.

При расчётах корреляцию параметров не учитывать.

Номер задания выбрать случайным образом с помощью генератора случайных чисел.

1) На основании измерений напряжения и тока вычисляется обратный ток насыщения. В простейшем случае вольт — амперная характеристика полупроводникового диода определяется формулой:

$$I(U) = I_s * [\exp(\frac{qU}{kT}) - 1]$$

В результате 30 измерений среднее значение измеренного тока составило 1 мА. Измерение проводилось амперметром, который для данного диапазона измерений имеет неопределённость  $\pm 1$  мкА при вероятности охвата 95%. Напряжение задавалось генератором напряжения, в ходе эксперимента поддерживалось напряжение 0,6 В. В формуляре указана погрешность измерений:  $\pm 0,01$  В, вероятность охвата не указана. Перед началом эксперимента 10 раз измерялась температура в помещении с помощью термопарного термометра. Средняя по всем измерениям температура оказалась равной  $23^\circ \text{C}$ . В документации указано, что погрешность измерения температуры для данного прибора составляет  $0,1^\circ \text{C}$  при вероятности охвата 95%.

2) Рассчитывается сопротивление резистора, в зависимости от температуры.

$$R = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

$R_0$  — номинальное значение при температуре  $T_0$ . Температурный коэффициент считать константой:  $0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ . Номинальное значение сопротивления — 100 Ом. Номинальное значение считать известным с точностью до 1 Ом. Номинальная температура —  $25^\circ \text{C}$ , известна с неопределённостью до  $1^\circ \text{C}$ . Текущая температура по результатам 30 измерений оказалась равной  $28^\circ \text{C}$ . Температура измеряется термопарным термометром, который имеет неопределённость  $\pm 0,1^\circ \text{C}$  при вероятности охвата 95%.

3) В аэрогидродинамической трубе скорость воздуха рассчитывается по формуле:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p R_s T_a}{p_a}},$$

где  $\Delta p$  — разность давлений в трубе,  $R_s$  — газовая постоянная,  $T_a$  — температура окружающей среды,  $p_a$  — атмосферное давление.

Результаты измерений:  $\Delta p = 1,993 \pm 0,025$  кПа при вероятности охвата 95%;  $R_s = 287,06$  Дж/К/кг;  $T_a = 292,8 \pm 0,11$  К (вероятность охвата неизвестна);  $p_a = 101,4 \pm 2,1$  кПа при вероятности охвата 95%.

4) При расчётах высоты, на которой находится самолёт, используется формула:

$$h = -\frac{R_s}{g_0} T_a \cdot \ln \left( \frac{p_a}{p_0} \right)$$

Ускорение свободного падения ( $g_0$ ) считать равным  $9.80664 \text{ м/с}^2$ , атмосферное давление на уровне моря ( $p_0$ )  $101.4$  кПа, газовую постоянную ( $R_s$ )  $287,06$  Дж/К/кг. Показания приборов следующие: атмосферное давление окружающей среды  $21 \pm 0.5$  кПа, температура окружающей среды ( $T_a$ )  $236 \pm 2,5$  К.

5) Древнегреческий математик Эратосфен первым попытался вычислить размеры Земли. В предположении, что Земля имеет форму шара, в городах Александрия и Сиена (расстояние между городами считать равными  $925$  км) проводили измерение угла отклонения тени от вкопанной в землю палки в полдень. Будем считать, что угол измеряли в течении  $10$  дней, средний результат измерения —  $7,2^\circ$ . Примем, что расстояние между городами удалось определить с точностью до  $46,250$  км. Вычисление длины окружности производилось по формуле: длина окружности = расстояние между городами / угол от тени /  $360^\circ$ .

6) Измеряются действительная и мнимая составляющая тока. Действительная составляющая  $Re = 29,8 \pm 0,15$  мА, мнимая составляющая —  $Im = 2,53 \pm 0,05$  мА. На основе измерений вычисляют амплитуду сигнала:

$$\text{mag} = \sqrt{Re^2 + Im^2}$$

7) Измеряются действительная и мнимая составляющая тока. Действительная составляющая  $Re = 29,8 \pm 0,15$  мА, мнимая составляющая —  $Im = 2,53 \pm 0,05$  мА. На основе измерений вычисляют фазу сигнала:

$$\text{phase} = \tan^{-1} \frac{Im}{Re}$$

8) Звуковая частота воздушных колебаний в трубе зависит от скорости звука в трубе и от длины трубы  $L$ :

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

Если речь идёт о колебаниях в диапазоне, который способен слышать человек, то для корректировки скорости с учётом температуры  $T$  часто используют формулу (скорость в м/с, температура в °C):

$$v = (331.3 + 0.606T)$$

Считать, что неопределённости измерений указаны с вероятностью охвата 95%. Результаты измерений:  $T = 23 \pm 1,5$  °C,  $L = 2 \pm 0,3$  м.

9) Проводится калибровка сканирующего электронного микроскопа. В данном случае используется относительный метод калибровки: вычисляют отношение измерения размера эталонного образца ( $x_1$ ) к сертифицированному значению размера этого образца ( $x_2$ ). Получившееся значение используют как поправочный коэффициент для последующих измерений  $y_m$ :

$$y_c = \frac{x_1}{x_2} y_m$$

По сертификату образец имеет размер 1000 мкм с неопределённостью при коэффициенте охвата 95% 30 нм. Для поверки проводят 10 измерений эталона. Следует учитывать, что у установки сканирующего зондового микроскопа есть своя собственная погрешность измерений — 5 нм. После поверки проводят 10 измерений измеряемого образца.

X2, мкм	Ym, мкм
0.998	0.656
1.001	0.635
1.005	0.642
0.999	0.652
0.999	0.649
1.010	0.650
1.007	0.647
1.001	0.646
1.009	0.652
1.012	0.645

10) Мнимая часть комплексного сопротивления конденсатора может быть рассчитана по формуле:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

Считать, что результаты измерений частоты  $f = 1200 \text{ Гц} \pm 1 \text{ Гц}$  (вероятность охвата 95%), ёмкости  $C = 100 \text{ нФ} \pm 13 \text{ нФ}$ .

11) Мнимая часть комплексного сопротивления индуктивности может быть рассчитана по формуле:

$$X_L = 2\pi fL$$

Считать, что результаты измерений частоты  $f = 900 \text{ Гц} \pm 0,15 \text{ Гц}$  (вероятность охвата 95%), индуктивности  $L = 1 \text{ мкГн} \pm 15 \text{ нГн}$ .

12) Сопротивление нагрузки в СВЧ-диапазоне может быть рассчитано по формуле:

$$Z_H = Z_C \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

Считать, что характеристическое сопротивление волновода  $Z_C = 50 \text{ Ом} \pm 0,25 \text{ Ом}$ , коэффициент отражения  $\Gamma = 0,5 \pm 0,08$  (коэффициент охвата 95%).

13) В металлических системах, например в резисторах, мощность теплового шума (Вт) может быть описан формулой Джонсона:

$$N = kTB$$

$k$  — постоянная Больцмана  $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ . Измерения температуры  $T = 356 \text{ К} \pm 15 \text{ К}$  (коэффициент охвата 95%), полоса пропускания измерительной системы  $B = 60 \text{ кГц} \pm 100 \text{ Гц}$ .

14) Проводится измерение удельного сопротивления кремниевой пластины: измеряется напряжение между зондами 2, 3 и тока сквозь зонды 1, 4. Расстояние между зондами  $L$ . Вычисление проводится по формуле:

$$\rho_V = 2\pi L U_{23} / I_{14}$$

По государственному стандарту сопротивление пластины измеряется на токе 1 мА. Генератор тока способен обеспечить ток, стабильность которого варьируется в диапазоне  $\pm 10\%$  от заданной величины тока. Формуляр измерительной головки свидетельствует, что расстояние между зондами равно  $1 \text{ мм} \pm 0,01 \text{ мм}$ . Измерение напряжения проводится 30 раз. Среднее значение измеренной величины  $1,05 \text{ В}$  с неопределённостью  $\pm 1 \text{ мВ}$  при вероятности охвата 95%.

15) Проводится оценка уровня легирования базы полупроводникового диода, используя измерение вольт-фарадных характеристик. Измеренные вольт-фарадные характеристики перестраивают в координатах  $1/C^2 (U)$ , после чего на графике выбирается прямолинейный участок зависимости по которой проводят касательную. Для касательной вычисляется тангенс угла наклона, который подставляется в формулу:

$$N = \frac{-2}{q\epsilon_s\epsilon_0 S^2 \cdot \text{tg}(\text{угла наклона})}$$

Здесь  $q$  — заряд электрона,  $\epsilon_s$  — диэлектрическая проницаемость кремния,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная,  $S$  — площадь образца. Площадь образца измерялась линейкой с ценой деления 1 мм, результат измерения —  $5 \text{ мм}^2$ . Наклон касательной измерялся 10 раз, результат измерения  $42^\circ \pm 2^\circ$  при вероятности охвата 95%.