

O trabalho consiste em projetar e implementar programas em C ou C++ para estimar o valor de π usando diferentes técnicas e comparar os resultados obtidos. Este trabalho não possui questões para serem enviadas a juízes online, como no anterior. Você é livre para decidir o formato da entrada e saída. Além dos programas, você deve produzir um relatório com os resultados.

Séries infinitas para cálculo do π

O valor $\pi = 3,14$ é mundialmente conhecido pelas fórmulas do perímetro e da área de uma circunferência, respectivamente $C = 2\pi r$ e $A = \pi r^2$, para uma circunferência de raio r . Quem estuda e trabalha com ciências exatas conhece inúmeras outras utilizações do π , sendo que algumas demandam uma precisão bem maior que duas casas decimais. Um médico poderia muito bem usar 3 como valor aproximado de π para calcular a área da pele afetada por uma queimadura circular. Mas para calcular a trajetória de um satélite certamente seria prudente utilizar 3.14159265358979...

Como calcular o valor de π com uma boa precisão? Entre outras maneiras, poderiam ser usadas as seguintes séries infinitas. Quanto maior o número de termos utilizados, maior a precisão.

Leibniz $\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \dots$

Wallis $\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \dots$

Euler $\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{36} \dots$

Viète $\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$

Brouncker $\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{2 + \frac{3^2}{2 + \frac{5^2}{2 + \frac{7^2}{2 + \frac{9^2}{2 + \dots}}}}}$

Neste trabalho você deve escolher **pelo menos 3** destas séries e implementar programas para o cálculo de π . Os programas devem estar preparados para efetuar o cálculo usando diferentes quantidades de termos. Os exemplos acima mostram 6 termos de cada série (exceto na série de Viète, em que são mostrados apenas 3 termos).

Relatório

Neste trabalho você deve entregar não apenas os códigos implementados, mas também uma tabela com os resultados obtidos para várias quantidades de termos (por exemplo 5, 6, 7, 8, 9, 10, 50, 100, 200, 300, 500, 1000, ...) e **comentar os resultados**. Você pode fazer um programa para cada série que lê um valor n e efetua os cálculos usando n termos, executá-los várias vezes para diferentes valores de n , anotar os resultados e depois fazer a tabela. Ou um programa que imprime o resultado das séries escolhidas para um dado n . Ou ainda um programa que imprime os resultados para vários valores de n . Enfim, como achar melhor. Ao comentar os resultados, compare o comportamento das séries, diga se a precisão realmente melhora com o aumento do número de termos, qual das séries converge mais rapidamente, etc. Seria legal fazer gráficos também.

Comentários e indentação

Códigos que não estejam devidamente indentados podem receber desconto na nota. Além disso, devem existir comentários explicativos nas partes mais complexas da solução.

Data limite

A data limite de entrega é segunda-feira, dia 20 de maio. Ainda faltam 2 semanas, mas comece a fazê-lo assim que receber este enunciado para evitar problemas de última hora.

ATENÇÃO!

Como já comentado no enunciado do trabalho anterior, duas importantes etapas na resolução de cada problema são o planejamento da lógica do algoritmo e a implementação dessa lógica em uma linguagem de programação. Portanto, tente desenvolver por si mesmo a lógica do algoritmo de solução. Se não conseguir resolver uma questão completamente, busque ajuda do professor ou de algum colega, mas não olhe um código pronto.

E quando terminar um código jamais passe esse código para um colega. Ajude-o procurando erros na lógica desenvolvida ou encontrando erros na implementação, no máximo explicando o algoritmo que você desenvolveu. Trabalhos com códigos idênticos ou muito parecidos receberão nota **ZERO**.

Forma de entrega

Este trabalho pode ser feita individualmente ou em dupla, e deve ser entregue por e-mail. Enviar um único email contendo em anexo o **relatório** em formato PDF e os **códigos** em C++ das séries implementadas, devidamente indentados e comentados, para UFVIN110@gmail.com com o assunto "INF110 - TP2 xxxxx yyyy", substituindo xxxxx e yyyy pelos números de matrícula dos autores do trabalho.

Observação: não enviar o programa executável!

Extra

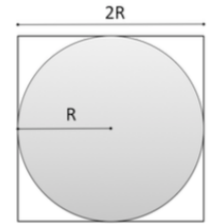
Poderá ser concedido ponto extra no caso de implementação de todas as 5 séries ou do método probabilístico descrito na próxima página.

Método probabilístico

Outra forma interessante de se estimar o valor de π é a seguinte: considere um círculo de raio r inscrito num quadrado de lado $l = 2r$. Sorteando-se aleatoriamente um ponto qualquer dentro do quadrado, qual a probabilidade dele estar dentro do círculo?

A probabilidade é dada pela área do círculo dividida pela área do quadrado, ou seja:

$$P = \frac{\pi r^2}{l^2} = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4}.$$



Logo, estimando-se a probabilidade P , temos que $\pi = 4P$.

Para estimar a probabilidade P , podemos fazer uma simulação. Sorteamos aleatoriamente milhares de pontos dentro do quadrado e contamos quantos deles estão dentro do círculo. A probabilidade é estimada pelo número de pontos que caírem dentro do círculo dividido pelo número total de pontos sorteados. Por exemplo, se sorteamos 10000 pontos e 7823 deles estão dentro do círculo, temos $P = 7823/10000 = 0.7823$. Daí temos $\pi \approx 4 \times 0.7823 = 3.1292$.

Quanto maior a precisão no cálculo da probabilidade, melhor a aproximação de π . Para isto, podemos aumentar o tamanho do círculo (consequentemente o quadrado) e/ou aumentar o número de pontos sorteados.

Faça um programa para estimar o valor de π por este método, dados o raio do círculo e o número de pontos que devem ser sorteados.

Relatório

O relatório desta parte deve mostrar uma tabela e comparar os resultados para diferentes valores de raio e número de pontos sorteados. Você pode fazer um programa que imprime os diversos resultados ou executar várias vezes um programa variando os dados.

```
1 //////////////////////////////////////////////////
2 //EXEMPLO DE GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS//
3 //////////////////////////////////////////////////
4 #include <iostream>
5 #include <cstdlib>
6 #include <ctime>
7 using namespace std;
8
9 int main() {
10     srand(time(NULL)); //Inicia o modo aleatório
11
12     int N;
13     cin >> N;
14     for(int i=0;i<10;i++) //Sorteia 10 números
15         cout << rand()%N << endl; //no intervalo [0..N-1]
16
17     int A, B;
18     cin >> A >> B;
19     for(int i=0;i<10;i++) //Sorteia 10 números
20         cout << A + rand()%(B-A+1) << endl; //no intervalo [A..B]
21
22     return 0;
23 }
```