Macroeconomía II

Tarea 1: Consumo

Germán Augusto Campos Ortiz* Marcos Ehekatzin García Guzmán**
Magdaleno Mendoza del Toro*** Sergio Arturo Vargas Magaña****

Contenido

* gacampos@colmex.mx
** marcgarcia@colmex.mx
*** mamendoza@colmex.mx
**** sevargas@colmex.mx

Ejercicios de consumo - Romer

Ejercicio 8.1

Ahorro en el ciclo vital (Mondigliani y Brumberg, 1954). Suponga un individuo que vive de 0 a T y cuya utilidad vital viene dada por $U = \int_{t=0}^{T} u(C(t))dt$, donde $u'(\bullet) > 0$ y $u''(\bullet) > 0$. La renta de este individuo es igual a $Y_0 + gt$ cuando $0 \leq t < R$ e igual a 0 cuando $R \leq t < T$. La edad de jubilación, R, satisface que $0 < R < T$. El tipo de interés es cero, el individuo no dispone de ninguna riqueza inicial y no hay incertidumbre.

Inciso a)

¿Cuál es la restricción presupuestaria vital de este individuo?

El consumo en el tiempo de vida debe ser igual al ingreso total a lo largo de la misma, esto es:

$$\int_{t=0}^{T} C(t)dt = \int_{t=0}^{R} (Y_0 + gt)dt \tag{1}$$

Integrando del lado derecho.

$$\int_{t=0}^{R} (Y_0 + gt)dt = \left[Y_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \right]_{t=0}^{R} = RY_0 + \frac{1}{2} g R^2 \tag{2}$$

Substituyendo obtenemos la restricción presupuestaria:

$$\int_{t=0}^{T} C(t)dt = RY_0 + \frac{1}{2} g R^2 \tag{3}$$

Inciso b)

¿Qué trayectoria del consumo, $C(t)$, maximiza su utilidad?

Como $u''(\bullet) < 0$ y tanto la tasa de interés como de descuento son cero la condición de optimalidad requiere que el consumo sea constante, entonces:

$$\int_{t=0}^{T} C(t)dt = \int_{t=0}^{T} C^* dt = [C^* t]_0^T = C^* T \tag{4}$$

Sustituyendo

$$C^* T = RY_0 + \frac{1}{2} g R^2 \tag{5}$$

Despejando obtenemos el consumo

$$C^* = \frac{1}{T} \left[RY_0 + \frac{1}{2} g R^2 \right] \tag{6}$$

Inciso c)

¿Qué trayectoria sigue la riqueza de este individuo en función de t?

La riqueza de un individuo en el tiempo t es igual a la suma de sus ahorros hasta ese momento, o sea:

$$W(t) = \int_0^t S(t)dt \tag{7}$$

Recordando que el ahorro es igual al ingreso menos el consumo.

$$S(t) = Y(t) - C(t) \tag{8}$$

Sustituyendo

$$S(t) = \begin{cases} Y_0 + gt - C^* & si \quad 0 \leq t < R \\ \\ -C^* & si \quad R \leq t \leq T \end{cases} \tag{9}$$

Si $0 \leq t < R$ entonces:

$$W(t) = \int_0^t (Y_0 + gt - C^*)dt = Y_0 t + gt^2 - C^* t \tag{10}$$

Si $R \leq t \leq T$ entonces:

$$W(t) = \int_0^R (Y_0 + gt - C^*)dt + \int_R^t -C^* dt \tag{11}$$

Integrando.

$$W(t) = [Y_0 t + \frac{1}{2}gt^2 - C^* t]_0^R - [C^* t]_R^t \tag{12}$$

Evaluando.

$$W(t) = Y_0 R + \frac{1}{2}gR^2 - C^* R - C^* t + C^* R = Y_0 R + \frac{1}{2}gR^2 - C^* t \tag{13}$$

Multiplicamos por un uno conveniente.

$$W(t) = \frac{T}{T}\left[RY_0 + \frac{1}{2}gR^2\right] - C^* t \tag{14}$$

Sustituimos por C^*

$$W(t) = C^* T - C^* t = C^*[T - t] \tag{15}$$

La trayectoria de la riqueza es:

$$S(t) = \begin{cases} Y_0 t + gt^2 - C^* t & si \quad 0 \leq t < R \\ \\ C^*[T - t] & si \quad R \leq t \leq T \end{cases} \tag{16}$$

Ejercicio 8.2

Problema: El ingreso promedio de los agricultores es menor que el ingreso promedio de los no agricultores, pero fluctua más de un año a otro. De acuerdo a lo anterior, ¿Cómo predice la hipótesis del ingreso permanente el hecho de que las funciones de consumo estimadas para agricultores y no agricultores difieran?

Solución:

Inicialmente suponemos que el ingreso corriente del individuo i en el periodo t es la suma de su ingreso permanente y su ingreso transitorio, es decir:

$$Y_{it} = Y_i^P + Y_{it}^T$$

Así mismo, suponemos que no hay variaciones en las cantidades que los individuos desean consumir a lo largo del tiempo, es decir, la función de utilidad $u(\bullet)$ es la misma en cada periodo. Utilizamos la siguiente función de utilidad:

$$U_i = \sum_{t=1}^{T} u(C_{it} - e_{it})$$

Suponemos que e_{it} tiene media igual a 0 y no está correlacionada con Y_i^P y Y_i^T. A su vez, suponemos un modelo sin incertidumbre, por lo cual, cada individuo conocerá los valores que tomará su e_{it}. Dado que la media de e_{it} durante la vida de cada individuo es igual a 0, de aquí se deduce que:

$$C_{it} = Y_i^P + e_{it}$$

En donde e_{it} se le conoce como el consumo transitorio.

Ahora bien, de la información dada por el problema interpretamos lo siguiente:

- Consideramos que el ingreso transitorio es, en promedio, igual a cero. Por lo cual, podemos interpretar que el ingreso promedio de cada individuo es igual al ingreso permanente promedio
- Los agricultores tienen ingresos permanentes más bajos que los no agricultores, a saber: $\bar{Y}_F^P < \bar{Y}_{NF}^P$. Siendo F el subindice para los agricultores y NF el de los no agricultores.
- Si los ingresos de los agricultores fluctuan más de un año a otro llegamos a la idea de que la varianza de los ingresos transitorios de los agricultores es mayor a la varianza de los ingresos transitorios de los no agricultores, lo que indica que $Var(Y_F^T) > Var(Y_{NF}^T)$

De acuerdo a los supuestos inicialmente mencionados, podemos considerar el siguiente modelo de regresión

$$C_i = a + bY_i + e_i$$

En esta ecuación $C_i$es el consumo corriente que, de acuerdo a la hipótesis de la renta permanente, está determinado por el ingreso permanente, de tal forma que $C = Y^P$. Por su parte, Y_i es el ingreso corriente, el cual es la suma del ingreso permanente y el ingreso transitorio, tal como se dijo anteriormente.

Aplicando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios para estimar los coeficientes de la anterior regresión llegamos a que:

$$\hat{b} = \frac{Cov(Y_i, C_i)}{Var(Y_i)} = \frac{Cov(Y_i^P + Y_i^T, Y_i^P + e_{it})}{Var(Y_i^P + Y_i^T)}$$

$$\therefore \hat{b} = \frac{Var(Y_i^P)}{Var(Y_i^P) + Var(Y_i^T)}$$

Si consideramos que la $Var(Y^P)$ es igual en los dos grupos (agricultores y no agricultores), la diferencia en la estimación de $\hat{b}$ será determinada por la diferencia en la $Var(Y_i^T$ de los dos grupos poblacionales. De esta forma, dado que $Var(Y_F^T) > Var(Y_{NF}^T)$, entonces el coeficiente de pendiente estimado ($\hat{b}$) debe ser menor para los agricultores que para los no agricultores, es decir que $\hat{b_F} < \hat{b_{NF}}$.

Lo anterior indica que el impacto estimado en el consumo de un aumento marginal en los ingresos corrientes es menor para el grupo de agricultores que para el grupo de no agricultores. Siguiendo la hipótesis del ingreso permanente esto se debe a que es mucho más probable que el aumento se deba a ingresos transitorios para los agricultores, que para los no agricultores. Por tanto, se puede esperar que el aumento en los ingresos tenga un impacto menor en el consumo de los agricultores, con respecto a los no agricultores.

Por su parte, la estimación del intercepto ($\hat{a}$) en la regresión nos dice que:

$$\hat{a} = \bar{C} - \hat{b}Y$$
$$\hat{a} = Y^P - \hat{b}(\bar{Y}^P + \bar{Y}^T)$$
$$\therefore \hat{a} = (1 - \hat{b})\bar{Y}^P$$

Dado que $\hat{b_F} < \hat{b_{NF}}$, esto indicaría que el intercepto sería mayor para los agricultores que para los no agricultores. Sin embargo, a su vez sabemos que $\bar{Y}_F^P < \bar{Y}_{NF}^P$, entonces por esto abría una tendencia a que el intercepto fuera mayor en los agricultores. Por tanto, ante estas dos tendencias contrarias, el resultado de la diferencia del intercepto ($\hat{a}$) es ambiguo para estos dos grupos poblacionales. No obstante, vale la pena considerar que si se analiza el nivel promedio de ingreso permanente de los agricultores, se esperaría que la función de consumo estimada para los agricultores sea inferior con respecto a la función de consumo de los no agricultores.

Ejercicio 8.4

La Utilidad esperada a lo largo de la vida en el periodo 1 viene dada por:

$$E_1[U] = E_1[\sum_{t=1}^{T} C_t + \frac{a}{2}C_t^2]$$

Utilizando las propiedades de esperanza podemos reescribir la expresion anterior como:

$$E_1[U] = \sum_{t=1}^{T} E_1[C_t] + \frac{a}{2}E_1[C_t^2]$$

Una vez sucedido el periodo 1 de acuerdo a lo planteado en el libro, tenemos que el consumo esperado en el periodo 1 para cualquier t se expresa:

$$C_1 = E_1[C_t]$$

Por lo que en el perido t el consumo sera:

$$C_t = C_1 + e_t$$

Donde $E[e_t] = 0$ y $Var(e_t) = \sigma^2$. Ahora sustituyendo este resultado en la utilidad esperada:

$$E_1[U] = \sum_{t=1}^{T}(C_1 - \frac{a}{2}C_1^2 - \frac{a}{2}E_1[e_t^2])$$

Si aplicamos la propiedad $Var(X) = E[X^2] - E[X]^2$ entonces $E_1[e_t^2] = Var(e_t) = \sigma^2$, esta ultima ecuacion nos permite reescribir la utilidad esperada como:

$$E_1[U] = \sum_{t=1}^{T}(C_1 - \frac{a}{2}C_1^2 - \frac{a}{2}\sigma^2)$$

Esta exprecion nos indica que la utilidad esperada a lo largo de la vida en el periodo 1 depende de la varianza de e_t y conforme mayor sea esta magnitud (es decir cuando mayor sea la volatilidad del consumo) menor sera la utilidad esperada. Ahora consideremos un caso en el que no hay incertidumbre por lo cual $C_t = C_1$ y $Var(e_t) = 0$, en este caso la utilidad eperada seria:

$$E_1[U] = \sum_{t=1}^{T}(C_1 - \frac{a}{2}C_1^2)$$

Dado que la utilidad bajo certidumbre es mayor a la situacion incierta podemos concluirir que la incertidumbre si afecta la utilidad esperada.

Ejercicio 8.5

(a) Find the Euler equation relating C_t to expectations concerning C_{t+1}.

Para encontrar la ecuación de Euler es necesario tener en cuenta el problema de maximización del consumidor:

$$\max_{C_t} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{(C_t)^{-\theta}}{(1-\theta)} \quad \text{s.a.} \quad A_0 + E[\sum_{t=1}^{T} \frac{Y_t}{(1+r)^t}] = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t} \tag{17}$$

Que se resume en la resolución del siguiente lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{(C_t)^{-\theta}}{(1-\theta)} + \lambda[A_0 + E[\sum_{t=1}^{T} \frac{Y_t}{(1+r)^t}] - \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}] \tag{18}$$

Obteniendo la condición de primero orden para C_t:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \frac{C_t^{-\theta}}{(1+\rho)^t} - \frac{\lambda}{(1+r)^t} = 0 \tag{19}$$

Lo anterior implica que $\lambda = [\frac{1+r}{1+\rho}]^t C_t^{-\theta}$ para cualquier periodo t. Tomando los periodos t y $t+1$ obtenemos e igualando λ obtenemos:

$$[\frac{1+r}{1+\rho}]^t C_t^{-\theta} = [\frac{1+r}{1+\rho}]^{t+1} C_{t+1}^{-\theta} \quad \forall \quad t = 1, 2, ..., T-1 \tag{20}$$

Lo que resulta en:

$$\frac{C_t^{-\theta}}{(1+\rho)^t} = \frac{1+r}{(1+\rho)^{t+1}} C_{t+1}^{-\theta} \quad \forall \quad t = 1, 2, ..., T-1 \tag{21}$$

Para obtener la ecuación de Euler es útil suponer descenso en el nivel de consumo en el periodo t de dC. Dicho descenso provocaría una reducción de la utilidad de $C_t^{\theta} dC$.

Si el consumidor es un agente maximizador se espera que la reducción de la utilidad en el periodo t sea contrarrestada por un aumento en la utilidad esperada en el siguiente periodo, de tal forma que:[1]

$$C_t^{\theta} dC = (1+\rho) E_t[(1+r) C_{t+1}^{-\theta} dC] \tag{22}$$

Por lo que la ecuación de Euler resultante es: [2]

$$C_t^{\theta} = \frac{1+r}{1+\rho} E_t[C_{t+1}^{-\theta}] \tag{23}$$

(b) Suppose that the log of income is distributed normally, and that as a result the log of C_{t+1} is distributed normally: let σ^2 denote its variance conditional on information available at time t. Rewite the expression in part (a) in terms of lnC_t, $E_t[lnC_{t+1}]$, σ^2, and the parameters r, ρ, and θ.

[1] Derivado de la ecuación 21 se sabe que el consumidor espera consumir en el periodo $t+1$ hasta que se cumpla $\frac{C_t^{-\theta}}{(1+\rho)^t} = \frac{1+r}{(1+\rho)^{t+1}} C_{t+1}^{-\theta}$.

[2] Para este resultado se necesita que la tasa de interés nosean una variable aleatoria. Además es útil recordar que el cambio dC en t y t_1 es igual si el agente es maximizador.

Usando el *hint* de la pregunta (si $x \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces $E[x] = e^{\mu}e^{V/2}$) y sustituyendo $x = lnCt + 1^{-\theta}$, obtenemos:

$$\begin{aligned} E[e^{lnC_{t+1}^{-\theta}}] &= [e^{E[-\theta lnC_{t+1}]}e^{Var[-\theta lnC_{t+1}]/2}] \\ &= e^{-\theta E[lnC_{t+1}]}e^{\theta^2\sigma^2/2} \end{aligned} \tag{24}$$

Sustituyendo el resultado de la ecuación 24 en la ecuación 23 y aplicándole logaritmos a ambos lados tenemos:

$$\begin{aligned} -\theta lnC_t &= ln[\frac{1+r}{1+\rho}] - \theta E[lnC_{t+1}] \\ &= ln(1+r) - ln(1+\rho) - \theta E[lnC_{t+1}] + \theta^2\frac{\sigma^2}{2} \end{aligned} \tag{25}$$

Dividiendo ambos lados entre $-\theta$ se obtiene:

$$lnC_t = -\frac{ln(1+r) - ln(1+\rho)}{\theta} + E[lnC_{t+1}] - \theta\frac{\sigma^2}{2} \tag{26}$$

(c) Show that if r and σ^2 are constant over time, the result in (b) implies that the log of consumption follows a random walk with drift: $lnC_t = a + lnC_t + u_{t+1}$, where u is white noise.

Reordenando la ecuación 26:

$$E[lnC_{t+1}] = lnC_t + \frac{ln(1+r) - ln(1+\rho)}{\theta} + \theta\frac{\sigma^2}{2} \tag{27}$$

En la ecuación 27 podemos ver que, gracias a que la varianza y θ son constantes a través del tiempo, se espera que el consumo del periodo $t+1$ variará en una cantidad constante $lnC_t + \frac{ln(1+r)-ln(1+\rho)}{\theta} + \theta\frac{\sigma^2}{2}$ para cualquier $t = 1, 2, ...$

Incluyendo un término de error ϵ_t tal que $E[\epsilon_t] = 0$ la ecuación resultante es:

$$E[lnC_{t+1}] = lnC_t + \frac{ln(1+r) - ln(1+\rho)}{\theta} + \theta\frac{\sigma^2}{2} + \epsilon_t \tag{28}$$

Que tiene la forma de una caminata aleatoria con deriva, en donde el término $lnC_t + \frac{ln(1+r)-ln(1+\rho)}{\theta} + \theta\frac{\sigma^2}{2}$ es el componente de deriva (a).

(d) How do changes in each r and σ^2 affect the expected consumption growth in light of the discussion of precautionary saving in Section 8.6.

El aumento esperado del consumo se define como $E[C_{t+1}] - E[C_t]$, por lo que de la ecuación 27 obtenemos

$$E[lnC_{t+1}] - lnC_t = \frac{ln(1+r) - ln(1+\rho)}{\theta} + \theta\frac{\sigma^2}{2} \tag{29}$$

Derivando 29 con respecto a r se obtiene:

$$\frac{\partial[E[lnC_{t+1}] - lnC_t]}{\partial r} = \frac{1}{\theta(1+r)} > 0 \tag{30}$$

La ecuación 30 indica que a una mayor tasa de interés el crecimiento esperado del consumo también será mayor. Además, entre mayor sea la elasticidad intertemporal del consumo (θ) el crecimiento del consumo esperado será menor.

Por otra parte, drivando 29 con respecto a σ^2 se obtiene:

$$\frac{\partial[E[lnC_{t+1}] - lnC_t]}{\partial\sigma^2} = \frac{\theta}{2} > 0 \tag{31}$$

Es fácil comprobar que la función de utilidad ARRC tiene una tercera derivada positiva, de tal forma que:

$$u'''(C_t) = (\theta^2 - \theta)C_t^{\theta-2}$$

Esto implica que, con esta función utilidad, la utilidad marginal $u'(C_t)$ es una función convexa de C. De tal forma que $E_t[u'(C_{t+1})] > u'(E_t[C_{t+1}])$, por lo que una reducción marginal en C_t incrementa la utilidad esperada, por lo que el consumo se reduce y aumenta el ahorro. Es decir, se exhiben ahorros precautorios.

Ejercicio 8.6

Un marco para analizar el aplanamiento excesivo. Suponga que C_t es igual a $\left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right]$, y que $A_{t+1} = (1+r)(A_t + Y_t - C_t)$.

Inciso a)

Demuestre que estos supuestos implican que $E_t[C_{t+1}] = C_t$(y que por tanto, el consumo exhibe un comportamiento aleatorio) y que $\sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}$.

$$E_t[C_{t+1}] = E_t\left[\left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_{t+1} + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_{t+1}(Y_{t+1+s})}{(1+r)^s}\right]\right] \tag{32}$$

Sustituyendo A_{t+1}

$$E_t[C_{t+1}] = E_t\left[\left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[(1+r)(A_t + Y_t - C_t) + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_{t+1}(Y_{t+1+s})}{(1+r)^s}\right]\right] \tag{33}$$

Sustituyendo C_t

$$E_t[C_{t+1}] = E_t\left[\left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[(1+r)\left(A_t + Y_t - \left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right]\right) + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_{t+1}(Y_{t+1+s})}{(1+r)^s}\right]\right] \tag{34}$$

Desarrollando

$$E_t[C_{t+1}] = E_t\left[\left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[(1+r)A_t + (1+r)Y_t - rA_t - r\sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s} + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_{t+1}(Y_{t+1+s})}{(1+r)^s}\right]\right] \tag{35}$$

Sacando la constante del valor esperado y separando el primer factor de la primera suma.

$$E_t[C_{t+1}] = \left[\frac{r}{(1+r)}\right] E_t\left[A_t + (1+r)Y_t - rY_t - r\sum_{s=1}^{\infty} \frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s} + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_{t+1}(Y_{t+1+s})}{(1+r)^s}\right] \tag{36}$$

Usando propiedades del valor esperado nos queda.

$$E_t[C_{t+1}] = \left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + Y_t - r\sum_{s=1}^{\infty} \frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s} + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{E_t(Y_{t+1+s})}{(1+r)^s}\right] \tag{37}$$

Desarrollando las sumas.

$$E_t[C_{t+1}] = \left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + Y_t - r\left(\frac{E_t(Y_{t+1})}{(1+r)} + \frac{E_t(Y_{t+2})}{(1+r)^2} + ...\right) + E_t(Y_{t+1}) + \frac{E_t(Y_{t+2})}{(1+r)} + \frac{E_t(Y_{t+3})}{(1+r)^2} + ...\right] \tag{38}$$

Reordenando términos y factorizando.

$$E_t[C_{t+1}] = \left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + Y_t + \left(1 - \frac{r}{1+r}\right)E_tY_{t+1} + \left(\frac{r}{1+r} - \frac{r}{(1+r)^2}\right)E_tY_{t+2} + ...\right] \tag{39}$$

$$E_t[C_{t+1}] = \left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + Y_t + \frac{E_tY_{t+1}}{(1+r)} + \frac{E_tY_{t+2}}{(1+r)^2} + ...\right] \tag{40}$$

Escribiéndolo como suma.

$$E_t[C_{t+1}] = \left[\frac{r}{(1+r)}\right]\left[A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_tY_{t+s}}{(1+r)^s}\right] \tag{41}$$

Veamos que el término de la derecha es C_t, remplazando nos queda.

$$E_t[C_{t+1}] = C_t \tag{42}$$

Inciso b)

Suponga que $\Delta Y_t = \phi\Delta Y_{t-1} + u_t$ donde u es ruido blanco, y que Y_t excede a $E_{t-1}[Y_t]$, en una unidad (es decir, que $u_t = 1$).¿Cuánto aumentaría en este caso el consumo?

El incremento del consumo viene dado por $C_t - E_{t-1}[C_t]$ donde:

$$E_{t-1}[C_t] = E_{t-1}\left[\frac{r}{(1+r)}\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right)\right] \tag{43}$$

$$E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}E_{t-1}\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right) \tag{44}$$

$$E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(E_{t-1}[A_t] + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_{t-1}[E_t(Y_{t+s})]}{(1+r)^s}\right) \tag{45}$$

Como $A_t = (1+r)[A_{t-1} + Y_{t-1} - C_{t-1}]$ solo depende de variables en el periodo $t-1$ entonces el valor esperado de A_t en el periodo $t-1$ es A_t, además por la ley de las proyecciones iteradas $E_{t-1}[E_t(Y_{t+s})] = E_{t-1}(Y_{t+s})$

$$E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_{t-1}(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right) \tag{46}$$

Entonces

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right) - \frac{r}{(1+r)}\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_{t-1}(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right) \tag{47}$$

Factorizando

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_t(Y_{t+s})}{(1+r)^s} - A_t - \sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_{t-1}(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right) \tag{48}$$

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(\sum_{s=0}^{\infty}\frac{E_t(Y_{t+s}) - E_{t-1}(Y_{t+s})}{(1+r)^s}\right) \tag{49}$$

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left([Y_t - E_{t-1}Y_t] + \left[\frac{E_tY_{t+1} - E_{t-1}Y_{t+1}}{1+r}\right] + \left[\frac{E_tY_{t+2} - E_{t-1}Y_{t+2}}{(1+r)^2}\right] + ...\right) \tag{50}$$

Sabemos por el enunciado que $\Delta Y_t = \phi \Delta Y_{t-1} + u_t$ entonces:

$$E_t(Y_t) - E_{t-1}(Y_t) = \phi[E_t(Y_{t-1}) - E_{t-1}(Y_{t-1})] + u_t \tag{51}$$

$$Y_t - E_{t-1}(Y_t) = \phi[Y_{t-1} - Y_{t-1}] + u_t \tag{52}$$

Sabemos por el enunciado que $Y_t - E_{t-1}(Y_t) = 1$ entonces:

$$Y_t - E_{t-1}(Y_t) = 1 = u_t \tag{53}$$

Desarrollando $\Delta Y_{t+1} = \phi \Delta Y_t + u_{t+1}$

$$E_t(Y_{t+1}) - E_{t-1}(Y_{t+1}) = \phi[E_t(Y_t) - E_{t-1}(Y_t)] + u_t \tag{54}$$

Sustituyendo

$$E_t(Y_{t+1}) - E_{t-1}(Y_{t+1}) = \phi + 1 \tag{55}$$

Análogamente para ΔY_{t+2}

$$E_t(Y_{t+2}) - E_{t-1}(Y_{t+2}) = \phi[E_t(Y_{t+1}) - E_{t-1}(Y_{t+1})] + u_{t+2} = \phi(\phi+1) + 1 = \phi^2 + \phi + 1 \tag{56}$$

De donde podemos inferir el patrón que se sigue y lo sustituimos en $C_t - E_{t-1}[C_t]$

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(1 + \left[\frac{\phi+1}{1+r}\right] + \left[\frac{\phi^2+\phi+1}{(1+r)^2}\right] + ...\right) \tag{57}$$

Factorizando

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{(1+r)}\left(\sum_{s=0}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^s} + \phi\sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^s} + \phi^2\sum_{s=2}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^s} + ...\right) \tag{58}$$

haciendo $h = \frac{1}{1+r}$

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = rh\left(\sum_{s=0}^{\infty}h^s + \phi\sum_{s=1}^{\infty}h^s + \phi^2\sum_{s=2}^{\infty}h^s + ...\right) \tag{59}$$

Las series convergen a:

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = rh\left(\frac{1}{1-h} + \frac{\phi h}{1-h} + \frac{\phi^2 h^2}{1-h} + ...\right) \tag{60}$$

Factorizando

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{rh}{1-h}\left(1 + \phi h + \phi^2 h^2 + ...\right) \tag{61}$$

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{rh}{1-h}\sum_{j=0}^{\infty}(\phi h)^j \tag{62}$$

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{rh}{1-h}\frac{1}{1-\phi h} \tag{63}$$

Recuperando $h = \frac{1}{1+r}$ nos queda

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{r}{1-\frac{1}{1+r}}\frac{1}{1+r}\frac{1}{1-\phi\frac{1}{1+r}} \tag{64}$$

Finalmente obtenemos

$$C_t - E_{t-1}[C_t] = \frac{1+r}{1+r-\phi} \tag{65}$$

Inciso c)

En el caso de que $\phi > 0$, ¿cual variable tiene una mayor varianza, la innovación en el ingreso u_t o la innovación en el consumo $C_t - E_{t-1}[C_t]$? ¿Acudirían los consumidores de este modelo al ahorro o al endeudamiento con el fin de suavizar las oscilaciones del consumo? Explique su respuesta.

$$var[C_t - E_{t-1}(C_t)] = var\left[\frac{1+r}{1+r-\phi}\right] = var\left[\frac{1+r}{1+r-\phi}u_t\right] \tag{66}$$

Comparando las varianzas:

$$var[C_t - E_{t-1}(C_t)] = \left[\frac{1+r}{1+r-\phi}\right]^2 var(u_t) > var(u_t) = var[Y_t - E_{t-1}(Y_t)] \tag{67}$$

Como $\frac{1+r}{1+r-\phi} > 0$ entonces la varianza de la innovación en el consumo es mayor que la varianza en la innovación en el ingreso.

Como el agente tiene menos incertidumbre sobre su ingreso que sobre su consumo este optara por utilizar el ahorro y endeudamiento para suavizar su trayectoria de consumo

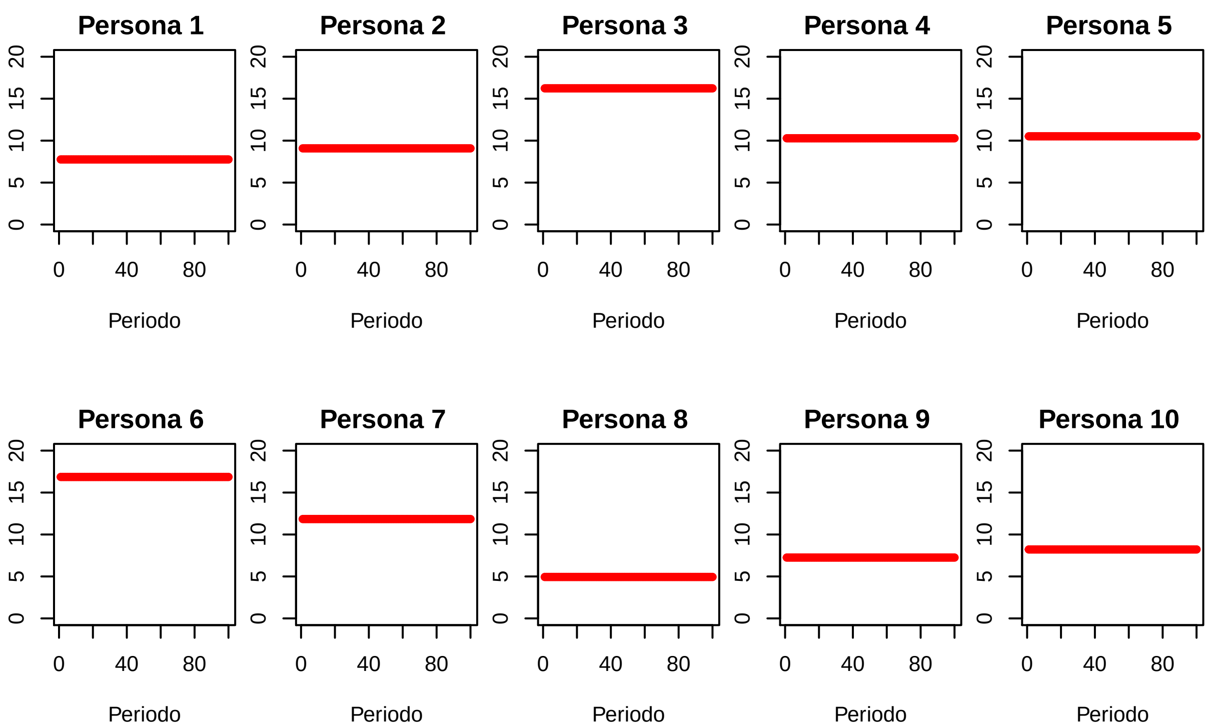
Ejercicios prácticos

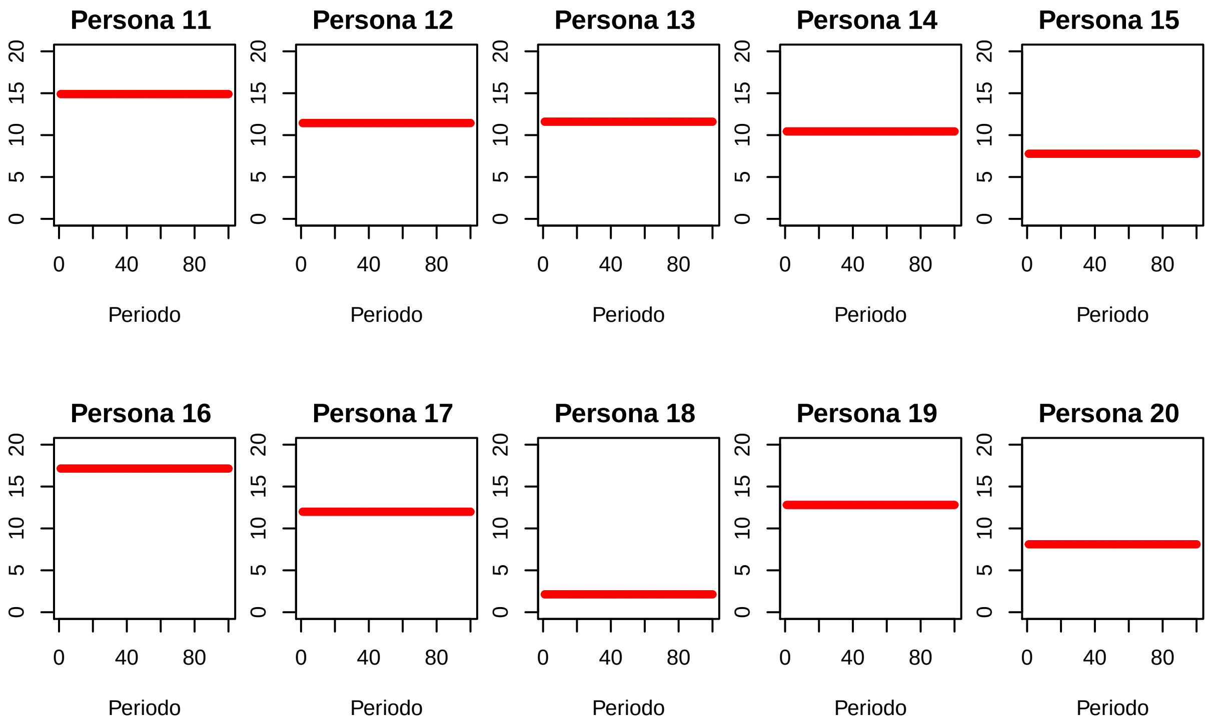
Ejercicio 2

Simule una variedad de agentes que tienen ingresos permanentes diferentes y secuencias de ingresos transitorios diferentes y calcule la relación entre consumo e ingreso que resulta dada una variedad de supuestos para las varianzas de cada tipo de ingreso siguiendo estos pasos:

Inciso A)

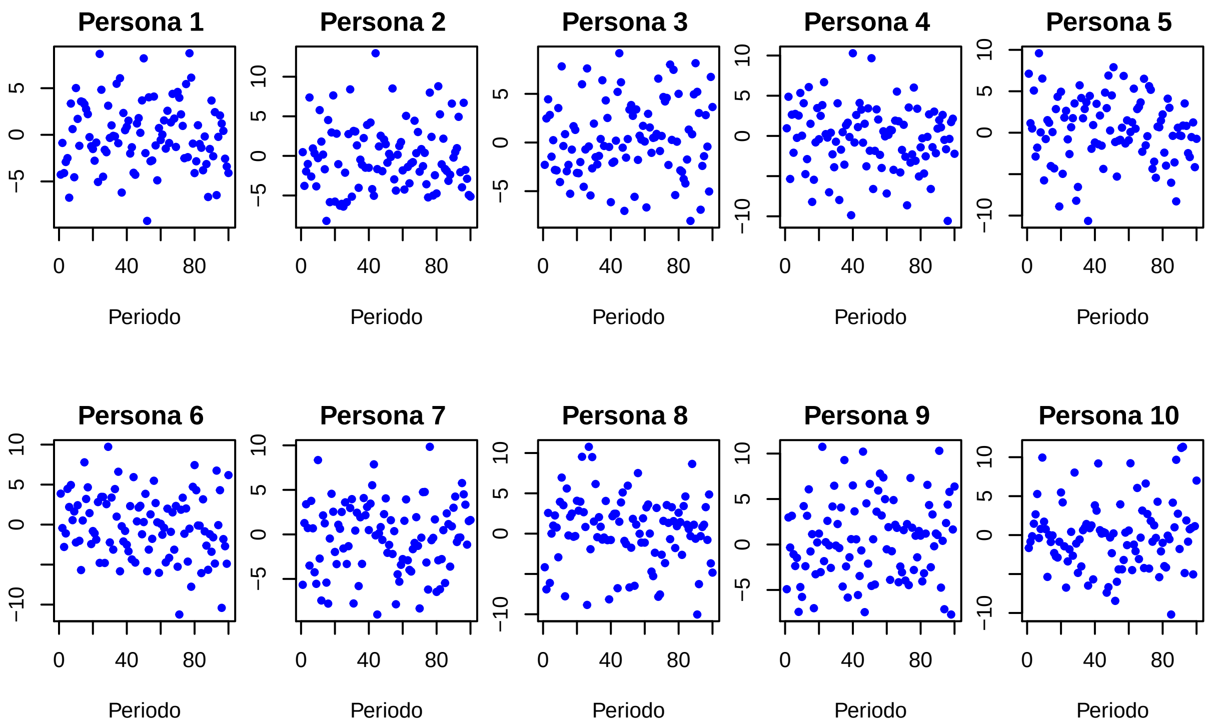
Cree un vector de 20 ingresos permanentes aleatorios Y_i^P, distribuidos normalmente, con media 10 y varianza $\sigma^P > 0$ (escoja esta varianza a su gusto). Cree 20 vectores (cada uno de estos vectores representa una persona) cada uno con 100 observaciones (idénticas) del ingreso permanente. Grafique algunos de estos (eje x, persona; eje y, ingreso permanente).

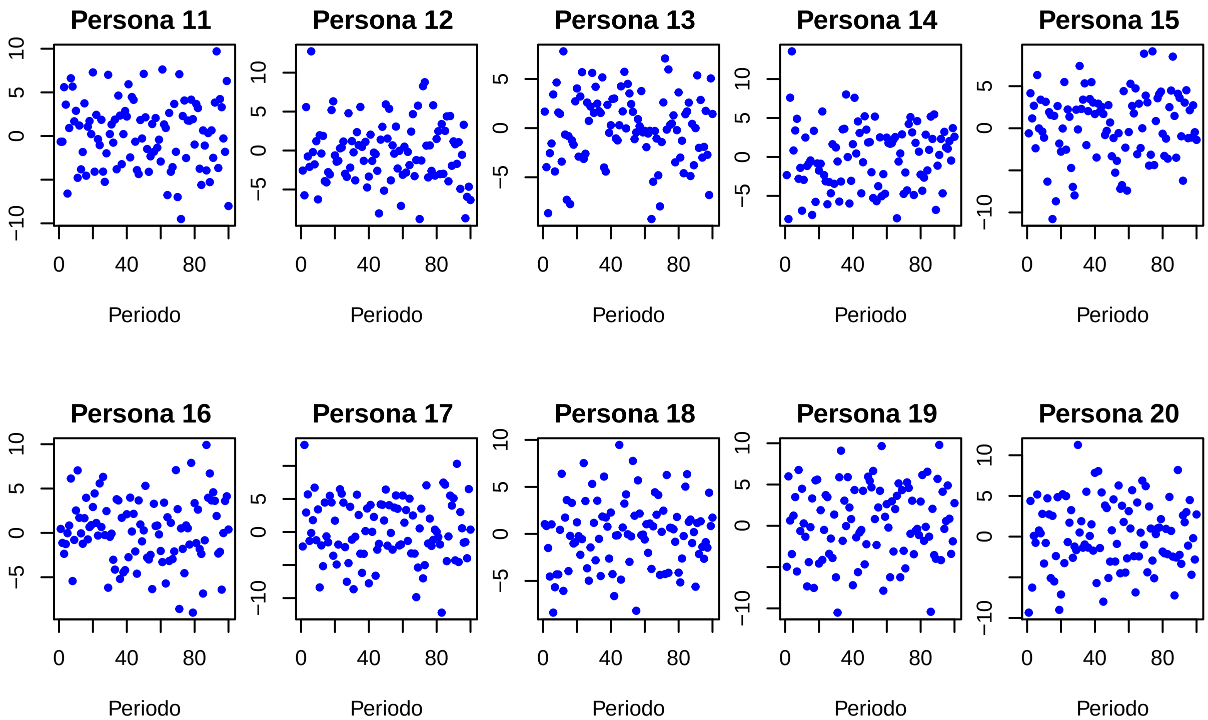



Persona 11
Persona 12
Persona 13
Persona 14
Persona 15
Persona 16
Persona 17
Persona 18
Persona 19
Persona 20
0 5 10 15 20
0 40 80
Periodo

Inciso B)

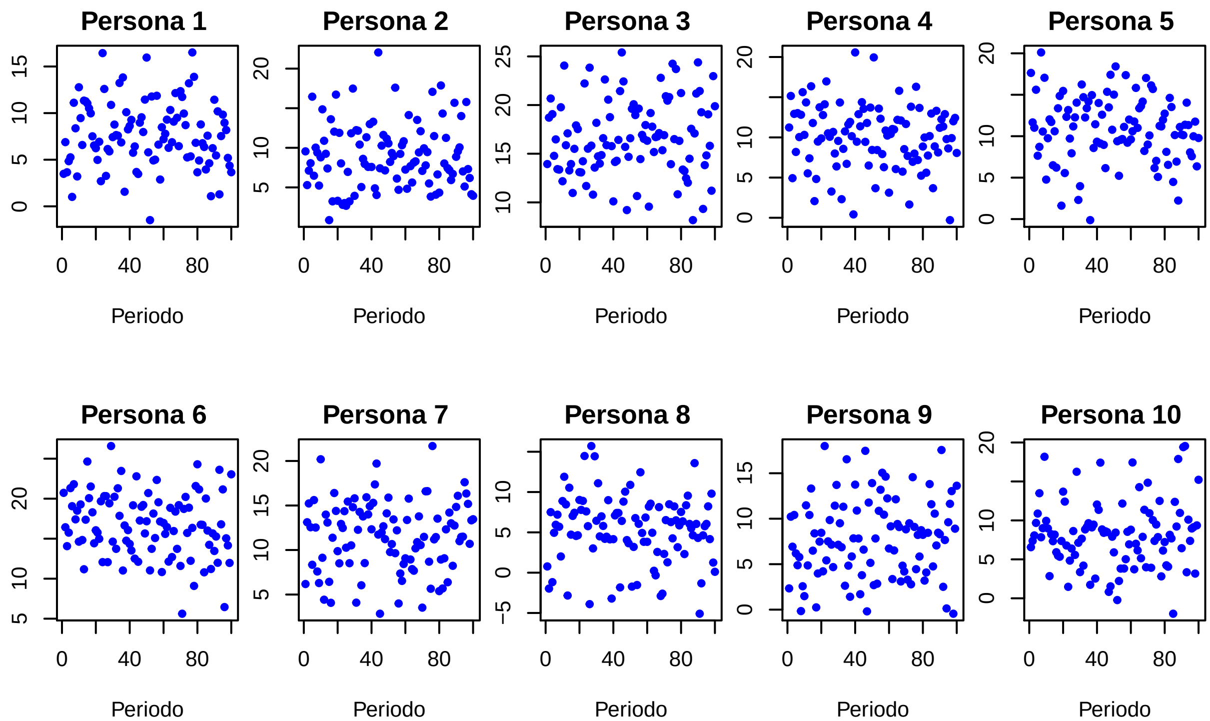
Cree 20 vectores de 100 ingresos transitorios aleatorios $Y_{i,t}^{P}$, distribuidos normalmente, con media 0 y con varianza $\sigma^T > 0$ (escoja esta varianza a su gusto). Grafique algunos de estos.

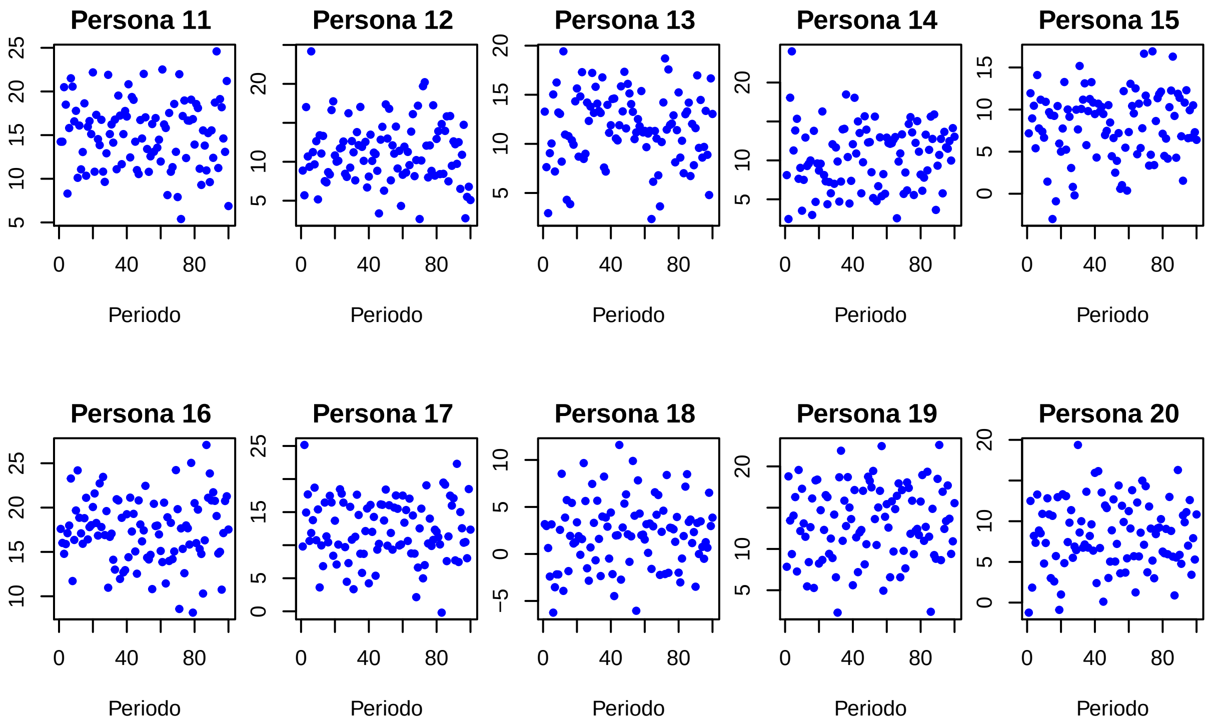



Persona 11
Persona 12
Persona 13
Persona 14
Persona 15
Persona 16
Persona 17
Persona 18
Persona 19
Persona 20
Periodo

Inciso C)

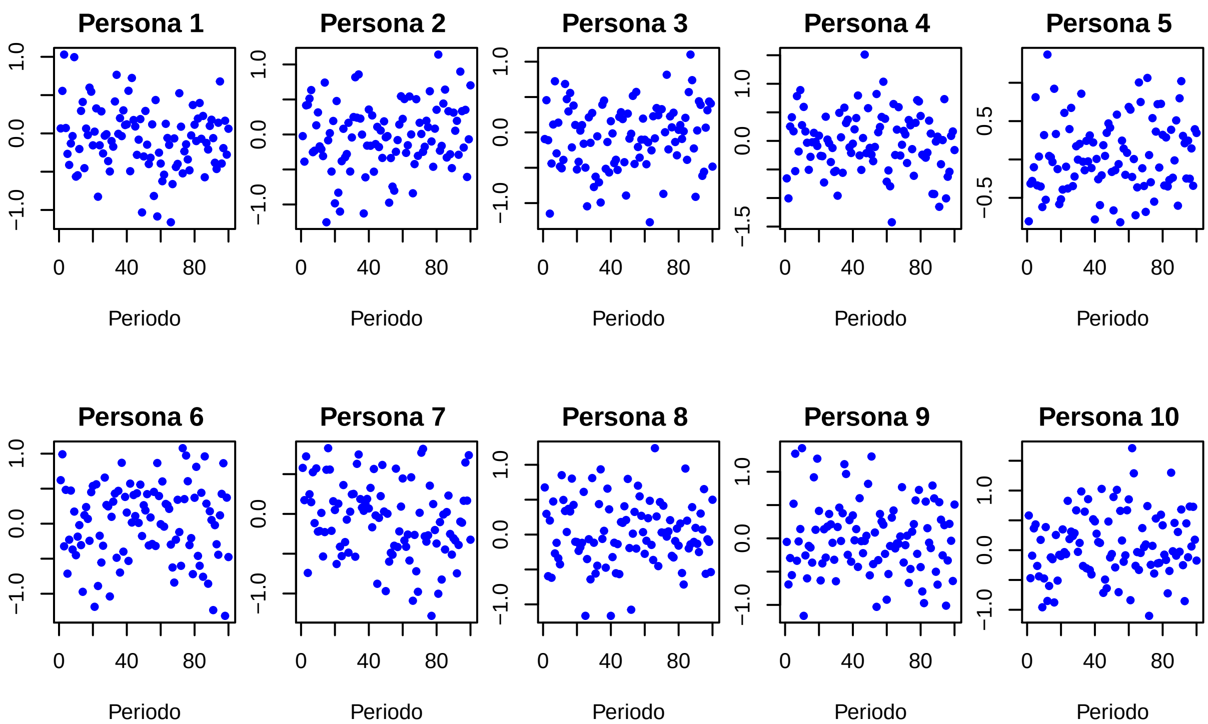
Cree 20 vectores de 100 ingresos totales $Y_{i,t}$, sumando el ingreso transitorio y el permanente. Grafique algunos de estos.

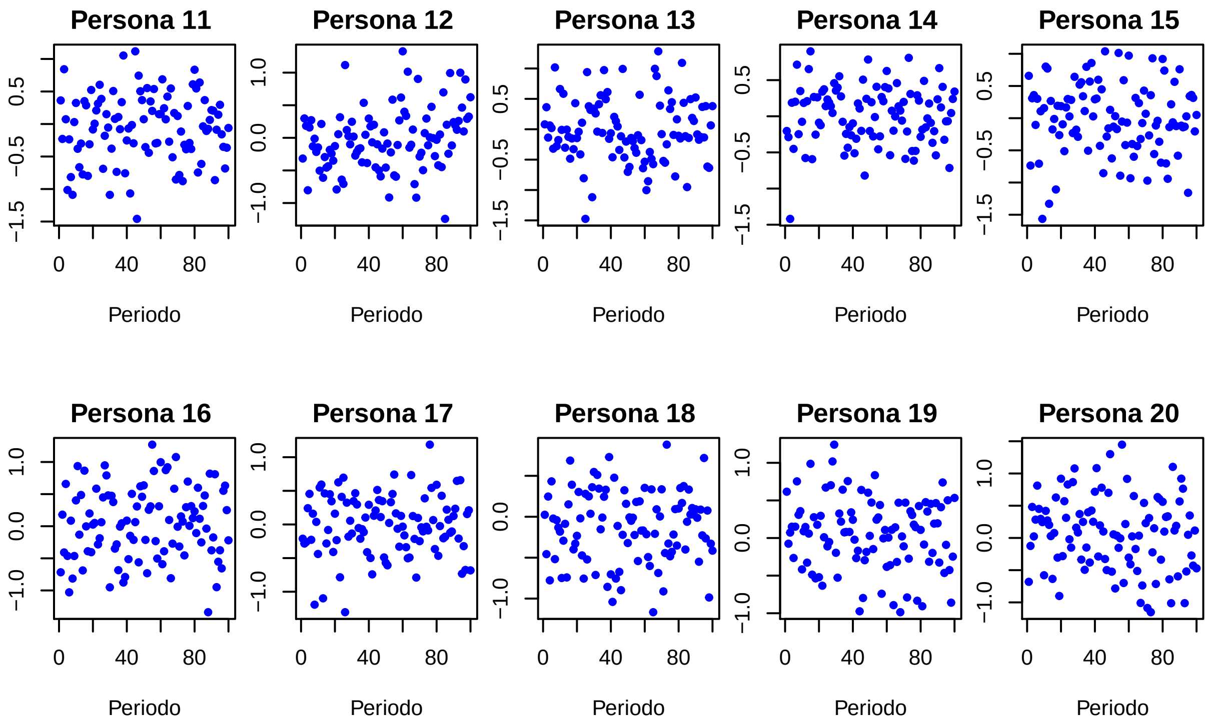



Persona 11
Persona 12
Persona 13
Persona 14
Persona 15
Persona 16
Persona 17
Persona 18
Persona 19
Persona 20
0
40
80
Periodo

Inciso D)

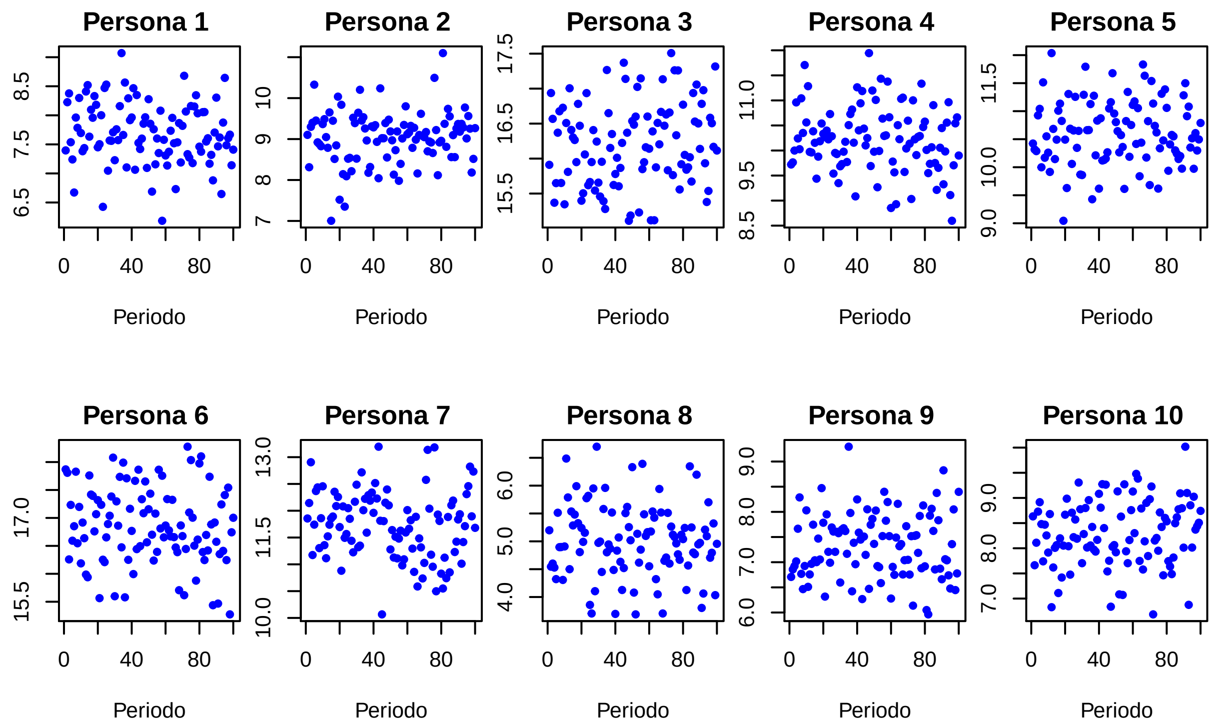
Cree 20 vectores de 100 errores de medición $\epsilon_{i,t}$, distribuidos normalmente, con media 0 y varianza $\sigma^{\epsilon} > 0$ (escoja esta varianza a su gusto). Grafique algunos de estos.

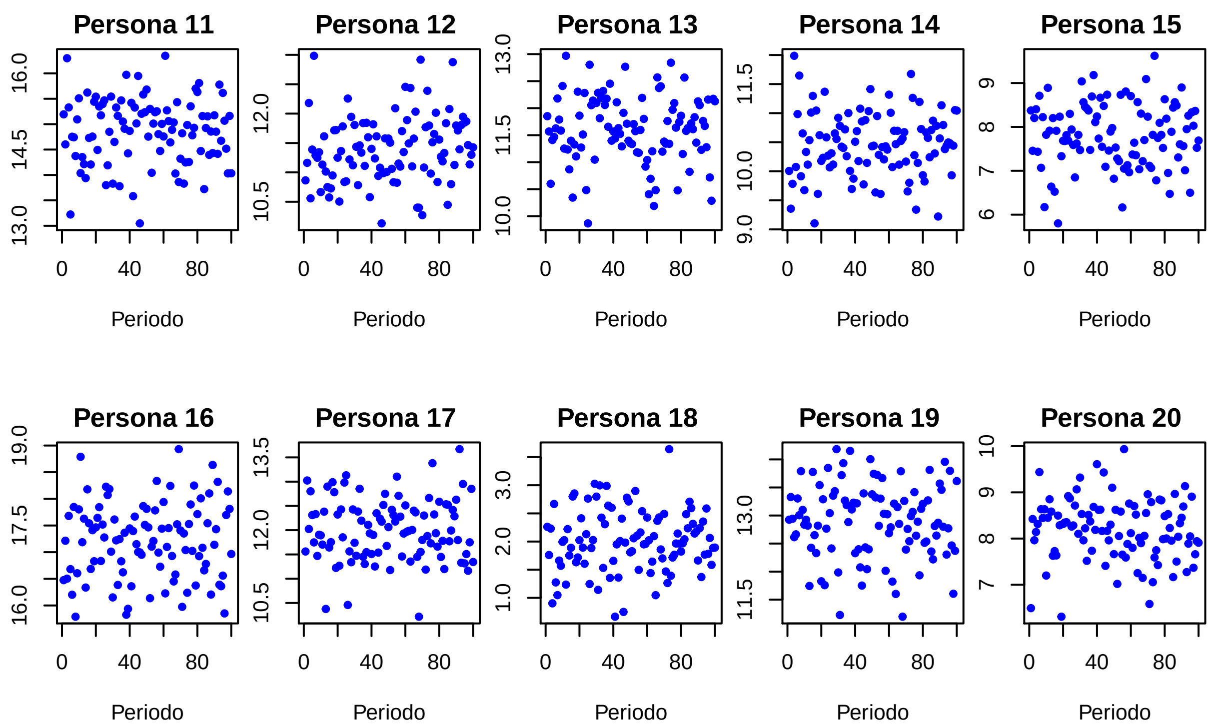



Persona 11
Persona 12
Persona 13
Persona 14
Persona 15
Persona 16
Persona 17
Persona 18
Persona 19
Persona 20
Periodo

Inciso E)

Cree 20 vectores de 100 consumos $C_{i,t}$ cada uno, de acuerdo a la siguiente regla $C_{i,t} = Y_i^P + 0{,}1 Y_{i,t}^T + \epsilon_{i,t}$. Grafíquelos.



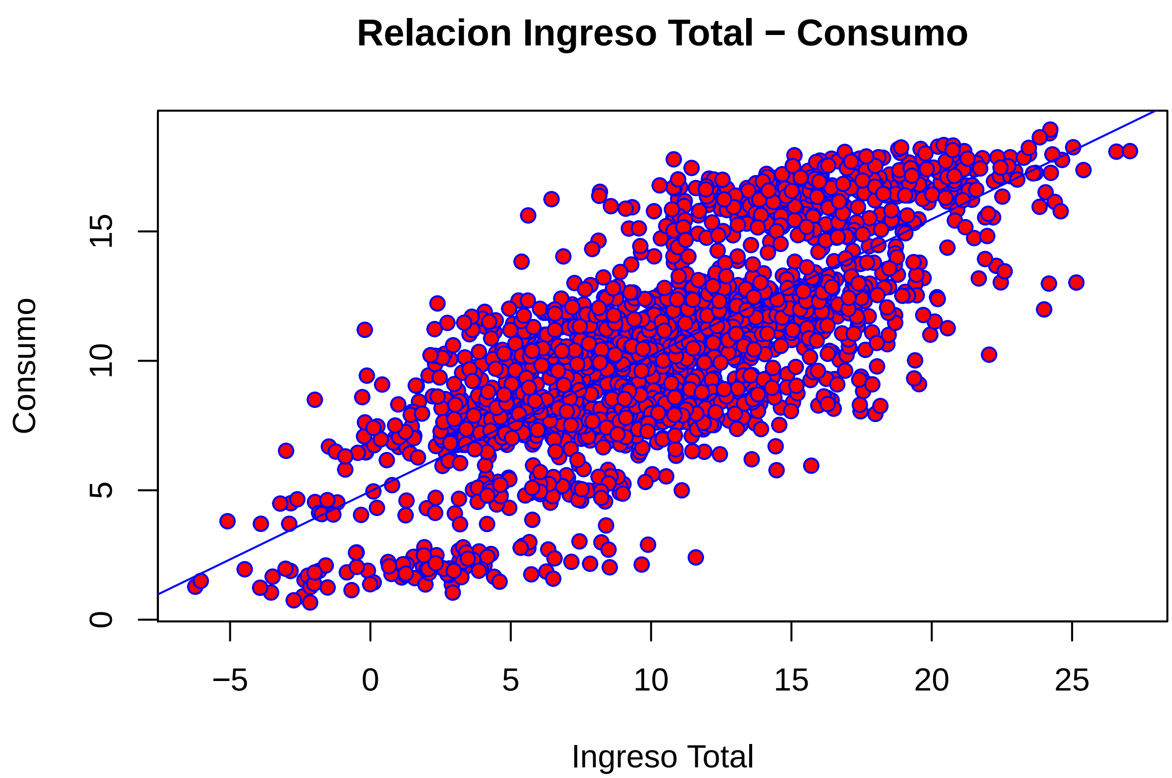

Persona 11
13.0
14.5
16.0
0
40
80
Periodo
Persona 12
10.5
12.0
0
40
80
Periodo
Persona 13
10.0
11.5
13.0
0
40
80
Periodo
Persona 14
9.0
10.0
11.5
0
40
80
Periodo
Persona 15
6
7
8
9
0
40
80
Periodo
Persona 16
16.0
17.5
19.0
0
40
80
Periodo
Persona 17
10.5
12.0
13.5
0
40
80
Periodo
Persona 18
1.0
2.0
3.0
0
40
80
Periodo
Persona 19
11.5
13.0
0
40
80
Periodo
Persona 20
7
8
9
10
0
40
80
Periodo

Inciso F)

Estime la relación lineal entre ingreso total y consumo $C_{i,t} = \alpha + \beta Y_{i,t} + \epsilon_{i,t}$ usando MCO (Mínimos cuadrados ordinarios). Describa el resultado de su estimación y grafique la relación entre las observaciones del consumo y las del ingreso en un "diagrama de dispersión", al que le impone por encima una gráfica de la línea estimada por MCO.

Cuadro 1: Relación Ingreso-Consumo

	Consumo
Ingreso Total	0.526***
	(0.010)
Intercepto	4.958***
	(0.124)
Observations	2,000
R^2	0.566
Adjusted R^2	0.566
Residual Std. Error	2.538 (df = 1998)
F Statistic	2,603.056*** (df = 1; 1998)
P-valor	***Significant at the 1 percent level.
	**Significant at the 5 percent level.
	*Significant at the 10 percent level.

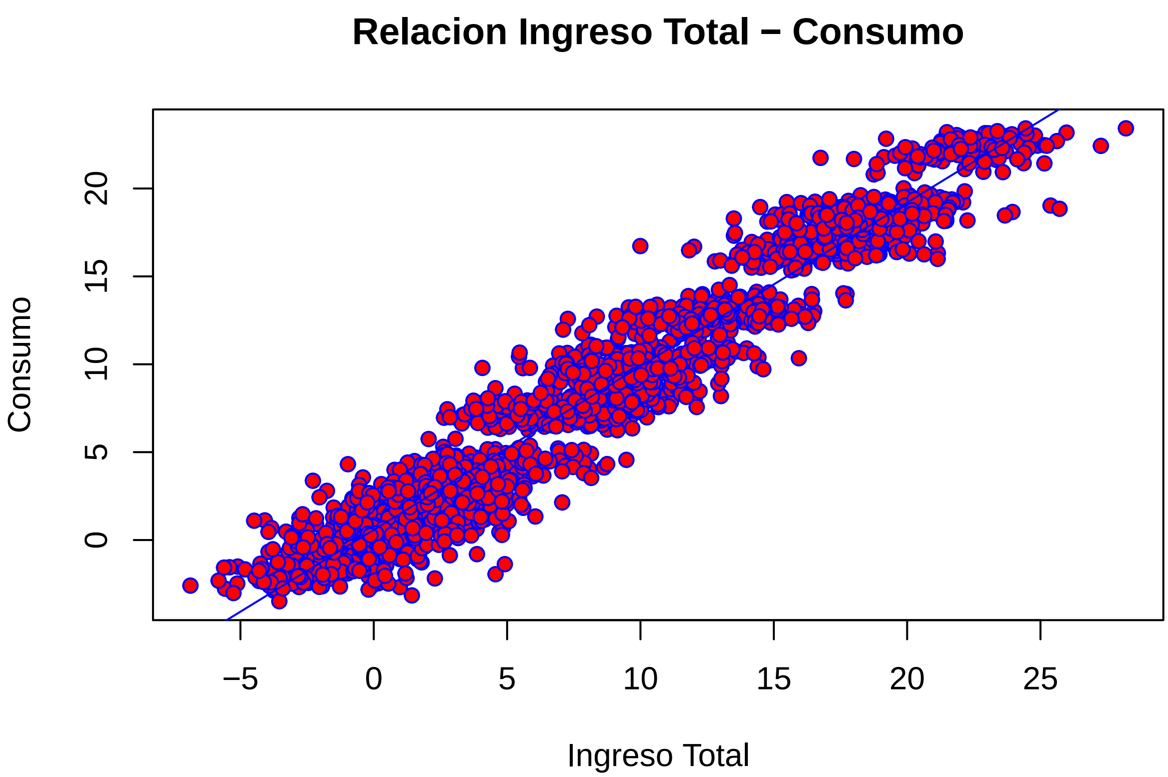


Inciso G

Ahora repita el ejercicio pero incremente la varianza del ingreso permanente, y disminuya la varianza del ingreso transitorio y vuelva a estimar y graficar la relación entre el consumo y el ingreso.

Cuadro 2: Relación Ingreso-Consumo

	Consumo
Ingreso Total	0.931***
	(0.005)
Intercepto	0.579***
	(0.061)
Observations	2,000
R^2	0.937
Adjusted R^2	0.937
Residual Std. Error	1.781 (df = 1998)
F Statistic	29,951.670*** (df = 1; 1998)
P-valor	***Significant at the 1 percent level.
	**Significant at the 5 percent level.
	*Significant at the 10 percent level.

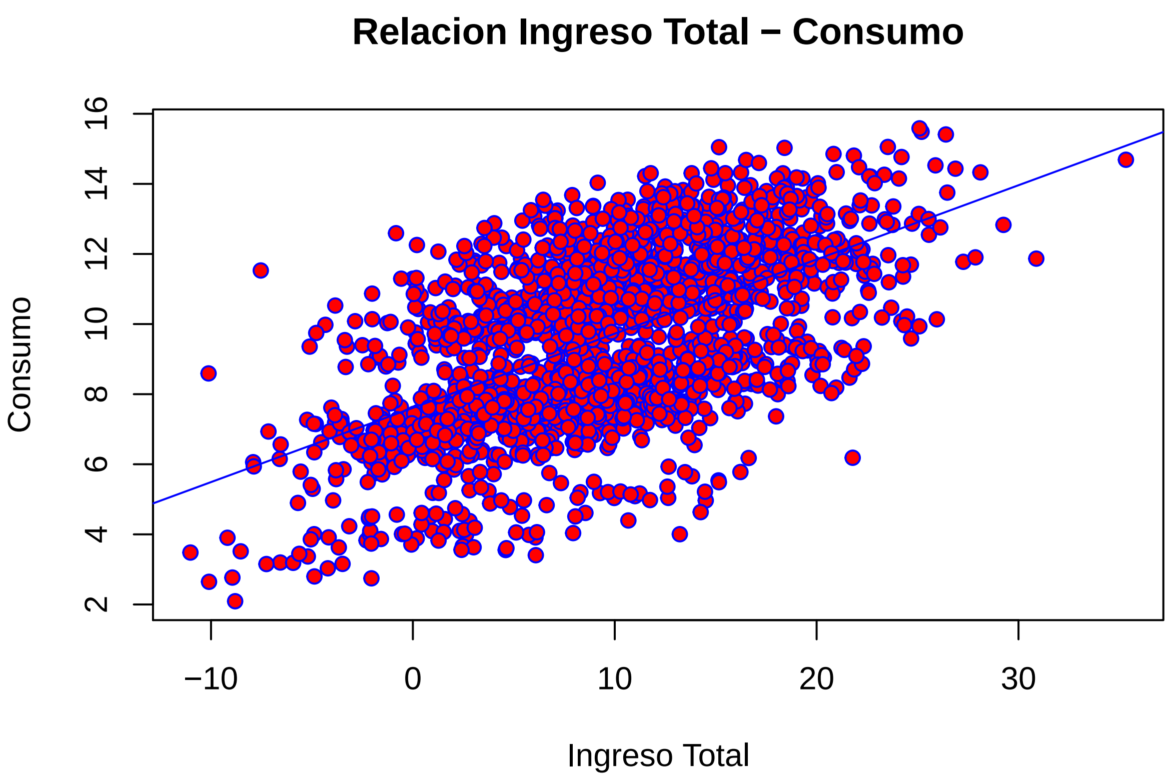


Inciso H

Disminuya la varianza del ingreso permanente, y aumente la varianza del ingreso transitorio y vuelva a estimar y graficar la relación entre el consumo y el ingreso.

Cuadro 3: Relación Ingreso-Consumo

	Consumo
Ingreso Total	0.212***
	(0.007)
Intercepto	7.609***
	(0.079)
Observations	2,000
R^2	0.328
Adjusted R^2	0.327
Residual Std. Error	1.975 (df = 1998)
F Statistic	973.287*** (df = 1; 1998)
P-valor	***Significant at the 1 percent level.
	**Significant at the 5 percent level.
	*Significant at the 10 percent level.



Conclusiones

Podemos observar en las gráficas una relación positiva entre el ingreso total y consumo, además cuando se aumenta la varianza del ingreso permanente y se reduce la del ingreso transitorio la pendiente de la línea estimada aumenta y se acerca a uno, esto significa que un aumento en el ingreso total provoca un aumento en el consumo casi en la misma proporción. Cuando reducimos la varianza del ingreso permanente y aumentamos la del ingreso transitorio la pendiente de la línea estimada disminuye, esto implica que un aumento en el ingreso permanente tiene poco impacto sobre el consumo.

Problema

Estudie el consumo de los individuos en México, siguiendo estos pasos:

- Baje los datos de un año de la ENIGH del sitio del INEGI y establezca el número de hogares y el ingreso y el gasto promedio.
- Estime una relación entre ingreso y gasto y reporte sus resultados.
- Estime una relación entre ingreso y gasto pero para hogares unipersonales de edad entre 40 y 50 años de edad de la Ciudad de México.
- Interprete sus resultados.
- Para todos los hogares unipersonales, estime el valor promedio del ingreso por edad, separando la muestra en grupos de edad de cinco años cada uno y grafíquelo.
- Explique que esperaría ver con los datos de 2020 a cerca de la relación entre consumo e ingreso para los hogares Mexicanos.

Solución

Inciso A

De acuerdo a las instrucciones del ejercicio, se procedió a tomar los datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) de México para el año 2014. Para el estudio se tomaron las bases correspondientes a los modulos de hogares.

La Encuesta Nacional en el año 2014 fue realizada a 19,479 hogares en todo el territorio mexicano, los cuales son representativos de un total de 31,671,002 hogares. Tomamos las variables de ingresos corrientes y gastos monetarios con el fin de analizar el ingreso y el gasto promedio de los hogares a nivel nacional. En la siguiente tabla se presentan el promedio y la desviación estándar de estas dos variables tanto a nivel muestral como a nivel poblacional, una vez aplicado el factor de expansión sobre esta ultima.

Variable	Promedio	Desviación estándar	Observaciones
Ingresos corrientes (muestra)	37,263	51,995	19,479
Ingresos corrientes (población)	39,742	62,222	31,671,002
Ingresos por trabajo (muestra)	25,310	33,601	19,479
Ingresos por trabajo (población)	27,054	40,977	31,671,002
Gastos monetarios (muestra)	24,868	26,117	19,479
Gastos monetarios (población)	26,466	32,323	31,671,002

Cuadro 4: Resumen de ingresos y gastos a nivel muestral y poblacional

De esta forma, a nivel poblacional el ingreso corriente promedio de los hogares en México es de 39,742 pesos, mientras que la media de los gastos monetarios es de 26,466 pesos, siendo el promedio de ingresos más alto que el de gastos, por una diferencia superior a los 13,000 pesos. Esto deja entrever que los ingresos corrientes son altamente suficientes para cubrir los gastos monetarios de la población.

Sin embargo, esta diferencia se reduce al analizar los ingresos por trabajo, los cuales tienen una media de 27,054 pesos, los cuales apenas superan por cerca de 500 pesos los gastos monetarios. Por tanto, los ingresos por trabajo de los hogares mexicanos apenas alcanzan para cubrir sus gastos monetarios. De aquí se desprende la idea de la importancia que tienen el resto de ingresos para los hogares, los cuales son aquellos provenientes por rentas, transferencias, de estimación de alquiler y otros.

Inciso B

Con el ánimo de analizar si existe alguna relación econométrica entre ingreso y gasto, procedemos a realizar regresiones mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS en sus siglas en inglés) entre estas dos variables para todos los hogares mexicanos. Se realizan cuatro regresiones, en las cuales se estima el efecto de los ingresos corrientes y laborales sobre el gasto monetario. Las dos primeras regresiones (1) y (2) se estiman con el ingreso corriente como única variable independiente, y en las dos ultimas (3) y (4) se utiliza al ingreso laboral, esto con el propósito de analizar si existen diferencias en los coeficientes.

Las regresiones (1) y (3) se realizan a nivel muestral y las regresiones (2) y (4) son estimadas con el factor de expansión, para así tener los resultados poblacionales. Dichos resultados se presentan a continuación.

Cuadro 5: Relación ingreso-gasto monetario a nivel de hogares en México

	Gasto monetario			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Ingreso corriente	0.331***	0.373***		
	(0.003)	(0.003)		
Ingreso laboral			0.523***	0.603***
			(0.004)	(0.004)
Constant	12,524.690***	11,632.530***	11,630.930***	10,140.030***
	(173.081)	(191.149)	(173.326)	(178.744)
Observations	19,479	19,479	19,479	19,479
R^2	0.435	0.516	0.453	0.585
Adjusted R^2	0.435	0.516	0.453	0.585
Residual Std. Error (df = 19477)	19,634.680	906,586.400	19,322.160	839,453.500
F Statistic (df = 1; 19477)	14,987.170***	20,784.760***	16,111.020***	27,481.890***
P-valor	***Significant at the 1 percent level.			
	**Significant at the 5 percent level.			
	*Significant at the 10 percent level.			

De acuerdo a las estimaciones se puede inferir que el efecto de ambos tipos de ingresos sobre el gasto crece a nivel poblacional con respecto de las estimaciones muestrales, y es más fuerte en el caso de los ingresos por trabajo. Ahora bien, concentrandonos en los modelos poblacionales (2 y 4), se puede interpretar que por cada 1000 pesos de incrementos en el ingreso corriente (modelo 2), el gasto monetario aumenta en 373 pesos, mientras que en el caso de ingresos laborales (modelo 4), ante aumentos en 1000 pesos de este tipo de ingresos, el gasto monetario se incrementa en 603 pesos.

Lo anterior señala que el gasto monetario es más sensible ante cambios en el ingreso por trabajo, ya que una mayor parte de familias dependen en mayor medida de solo sus ingresos laborales para poder consumir. Esto es consistente con el hecho de que los ingresos por trabajo en los hogares mexicanos son menores en promedio que los ingresos corrientes (ya que son parte de ellos).

Inciso C

Ahora bien, con el objetivo de estimar la relación anterior a un grupo específico de la población, tomamos como grupo de estudio a los hogares unipersonales de la Ciudad de México con rango de edad entre los 40 y los 50 años. Este grupo de análisis cuenta con 17 hogares muestrados, los cuales aplicando factor de expansión representan en total a 76,315 hogares en la Ciudad de México. Las regresiones (1) y (3) se realizaron con los datos muestrales, y las (2) y (4) fueron estimadas con los datos poblacionales aplicando el factor de expansión. A continuación se presenta una tabla con los resultados de las regresiones.

Inciso D

Analizando los resultados del inciso anterior, se puede ver que el efecto del ingreso sobre el consumo en los hogares unipersonales, del rango de edad mencionado en la Ciudad de México, es mayor tanto a nivel muestral como poblacional, con respecto a todos los hogares de México. Tal parece ser que los incrementos en

Cuadro 6: Relación ingreso-gasto monetario en hogares unipersonales con edad entre 40 y 50 años en CDMX

	Gasto monetario			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Ingreso corriente	0.632***	0.547***		
	(0.176)	(0.181)		
Ingreso laboral			0.690***	0.591***
			(0.200)	(0.200)
Constant	9,691.481	15,206.840	15,403.770	20,975.690
	(14,014.140)	(15,721.430)	(13,214.280)	(14,486.240)
Observations	17	17	17	17
R^2	0.463	0.378	0.443	0.368
Adjusted R^2	0.427	0.337	0.406	0.326
Residual Std. Error (df = 15)	37,441.880	2,693,537.000	38,107.190	2,714,730.000
F Statistic (df = 1; 15)	12.911***	9.117***	11.945***	8.742***
P-valor	***Significant at the 1 percent level.			
	**Significant at the 5 percent level.			
	*Significant at the 10 percent level.			

los ingresos corrientes en los hogares unipersonales de CDMX generan un mayor incremento en el consumo que en el caso de todos los hogares mexicanos, por lo que estos hogares unipersonales tienden a gastar una mayor parte del incremento de sus ingresos corrientes. En interpretación numérica, a nivel poblacional por cada 1000 pesos que aumenten los ingresos corrientes en los hogares unipersonales entre 40 y 50 años de la CDMX, su consumo (medido por el gasto monetario) se incrementa en 623 pesos, con datos del año 2014.

Por otro lado, el efecto de los ingresos laborales sobre el consumo en este grupo de población sigue siendo mayor que el efecto de los ingresos corrientes sobre el mismo. Sin embargo, el efecto de los ingresos laborales sobre el gasto monetario es muy cercano al efecto que se reporta en el grupo de todos los hogares, por lo cual la reacción del consumo ante aumentos en los ingresos laborales es similar en los dos grupos estudiados hasta el momento (véase las estimaciones en el modelo 4 en los incisos B y C)

Así mismo, es importante destacar que el poder explicativo en los modelos de los hogares unipersonales de CDMX, con el rango de edad mencionado, es menor con respecto a los hogares totales. Tal parece ser que el comportamiento tanto de los ingresos corrientes como laborales explica de menor forma el comportamiento del consumo en los hogares unipersonales de CDMX.

Inciso E

Por otro lado, tomaremos los hogares unipersonales de todo el territorio nacional, y analizaremos el comportamiento de la media de los ingresos por grupos de edades. Se divide a la población en grupos de edad de 5 años de forma consecutiva, desde la edad mínima de los hogares unipersonales de la encuesta (15 años) hasta la edad de 100 años, aunque caba destacar que la edad máxima se encuentra en los 97 años.

Para este grupo de población, se encuestaron 1949 hogares a nivel nacional, que con el factor de expansión representan a 3,121,631 hogares. En la tabla que se presenta a continuación se exponen las estadisticas de resumen de los ingresos corrientes y laborales para los grupos de edades en el grupo poblacional anteriormente mencionado.

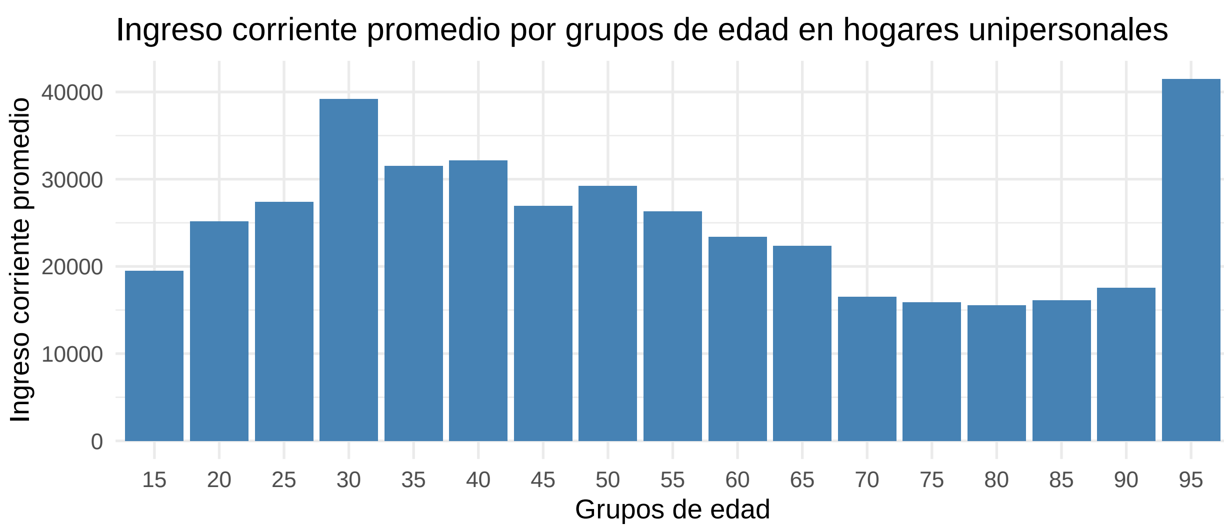
A nivel general, en la tabla anterior se destaca que en todos los grupos de edad, al menos un hogar unipersonal registró 0 ingresos laborales, por lo cual sus ingresos no dependen de su trabajo. En contraste, no existe

Cuadro 7: Estadisticas de resumen del ingreso corriente e ingreso laboral para los grupos de edad

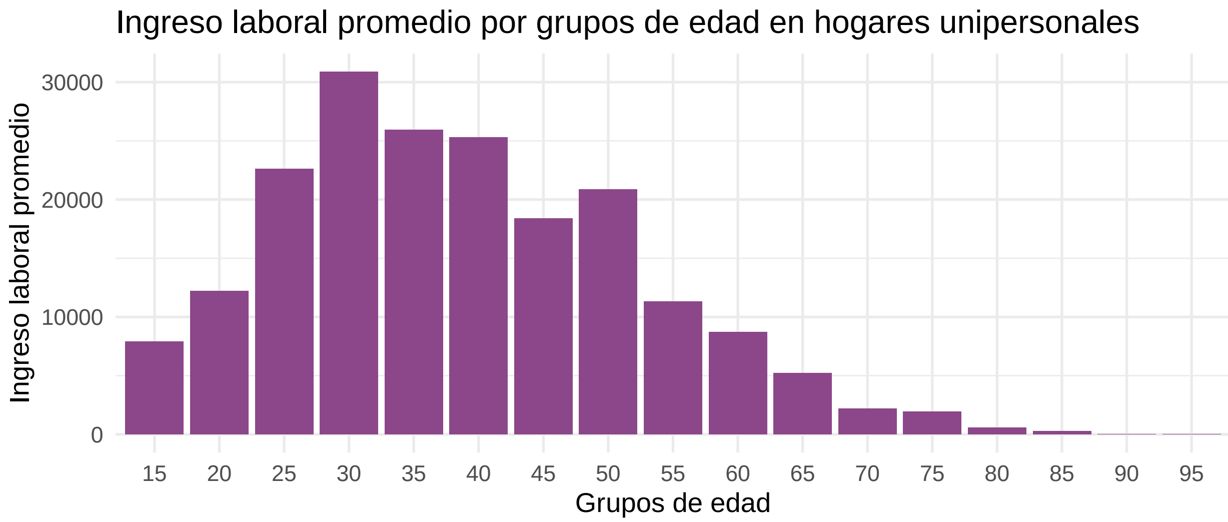
	ing_cor				ingtrab				
grupos_edad	mean	sd	min	max	mean	sd	min	max	n
15-20	19525	16477	2375.4	64187	7903.0	12462	0	58696	25
20-25	25177	24411	8785.4	213324	12201.4	13980	0	69701	82
25-30	27425	17579	3368.8	86284	22620.6	18243	0	80755	101
30-35	39178	73173	4418.9	792076	30888.3	59204	0	620422	128
35-40	31549	27418	3039.6	170935	25922.3	25294	0	167271	115
40-45	32158	36484	2113.0	236155	25296.0	34106	0	227446	128
45-50	26952	28409	1741.9	197890	18400.0	24419	0	162022	141
50-55	29246	41367	1829.5	343591	20884.6	39687	0	343591	157
55-60	26332	37464	990.3	345428	11297.5	16864	0	118033	181
60-65	23415	21781	1340.2	119817	8699.8	16920	0	107609	174
65-70	22385	27870	1920.5	206883	5239.6	17966	0	199625	206
70-75	16496	15934	1857.8	131142	2195.6	5768	0	58940	179
75-80	15885	18300	1978.0	132399	1928.6	10793	0	120423	152
80-85	15576	17664	2872.7	142716	564.6	2015	0	15048	101
85-90	16147	21517	3197.7	127931	293.4	1036	0	5004	51
90-95	17535	14844	3551.4	63701	0.0	0	0	0	23
95-100	41494	35251	4526.5	91746	0.0	0	0	0	5

ningún hogar unipersonal en México que no tenga ingresos corrientes, por lo que sus ingresos deben depender de rentas, transferencias u otros.

El comportamiento del ingreso medio por grupo de edad se presentará en los siguientes gráficos, los cuales ayudan a facilitar la interpretación de su comportamiento.



En el caso del ingreso corriente, se destaca que, aunque los ingresos corrientes en promedio llegan a un punto alto entre 30 y 35 años, posteriormente decaen de forma relativamente constante, pero es importante notar que en el grupo de edad entre 95 y 100 años, los ingresos corrientes promedios llegan al punto más alto superando los 41,400 pesos. Cabe considerar que esto ocurre porque en este rango de edad hay pocos hogares unipersonales, 5 en la muestra y 11,961 en hogares totales,de los cuales el 34 % tienen ingresos corrientes superiores a los 55,600 pesos y el 9,1 % registran ingresos cercanos a los 91,700 pesos.



En contraste con el comportamiento del ingreso corriente promedio, se puede observar que el promedio de ingresos laborales sufre un descenso constante a partir del grupo entre 50 y 55 años, lo cual es consecuente con el hecho de que las personas abandonan sus trabajos, y por ende, sus ingresos laborales, a partir de un límite de edad debido a la vejez. Este descenso es prolongado hasta el punto que en los rangos de edad de 90-95 y 95-100 años ya ningún hogar unipersonal recibe ingresos por trabajo.

Así mismo, se destaca que el rango de edad en donde se reportan mayores promedios de ingresos laborales es entre los 25 y los 45 años, con el valor máximo en el rango de edad entre 30 y 35 años.

Inciso F

Con los datos del año 2020, se esperaría una mayor relación entre las variables que representan el ingreso y el consumo o el gasto, es decir, se espera que el coeficiente estimado del efecto del ingresos sobre el consumo sea mayor. Este pronóstico se realiza debido a que el año 2020 fue un año marcado por la crisis ocasionada por el *Covid19*, el cual ocasionó la pérdida de empleos para una parte de la población, así como la reducción de los ingresos de los hogares, lo cual impactó negativamente en el consumo de los mismos.

Ante esta reducción de los ingresos con los que cuentan los hogares para consumir es de esperarse que ante un nivel de consumo del hogar afectado, cualquier incremento adicional de los ingresos van a tender a ser utilizados para consumir y así reducir la pérdida en calidad de vida en cuanto al consumo, que la pandemia generó en los hogares mexicanos. Por tanto, es de esperarse una relación más grande entre el comportamiento del ingreso y las variaciones del consumo, en especial por la fuerte dependencia que tiene el consumo con los ingresos laborales, los cuales como se describió anteriormente, han sido fuertemente afectados por la pandemia para una parte de la población que estuvieron afectados en términos laborales.

Acertijo del premio al riesgo

Estudie el "acertijo del premio al riesgo" para el caso de México siguiendo estos pasos:

(a) Consiga los valores anuales de IPC, el Indice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores por lo menos desde 1990.

(b) Calcule su tasa de retorno nominal para cada año.

(c) Consiga los valores promedio anual de la tasa de interés de CETES a 7 días, o la TIIE, la tasa interbancaria de equilibrio, y de la tasa de interés a un año, para el periodo que esté disponible.

(d) Calcule la diferencia entre el retorno del IPC y el retorno de invertir en CETES a distintos plazos.

(e) Calcule la covarianza entre dicha diferencias y la tasa de crecimiento real del consumo agregado de la economía mexicana.

(f) Calcule el valor de aversión relativa al riesgo que implican estos números, dado el supuesto de una utilidad con forma ARRC.

(g) Ahora calcule la covarianza entre dicha diferencias y la tasa de crecimiento real del consumo agregado DE BIENES IMPORTADOS de la economía mexicana.

(h) Calcule el valor de aversión relativa al riesgo que implican estos números, dado el supuesto de una utilidad con forma ARRC.

Solución

Inciso a)

Los datos mensuales del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores se obtuvieron de Banxico. La obtención de los valores anuales se realizó de dos formas:

1. Tomando el valor de cierre de año.
2. Promediar los valores mensuales.

Como puede verse en la gráfica, el comportamiento de las series es muy similar, por lo que el ejercicio propuesto podría realizarse con cualquiera de las dos series. Sin embargo, debido a que se utilizará el promedio anual de otras series de datos, se optó po utilizar la serien anual del IPC construida a partir del promedio de los valores mensuales.

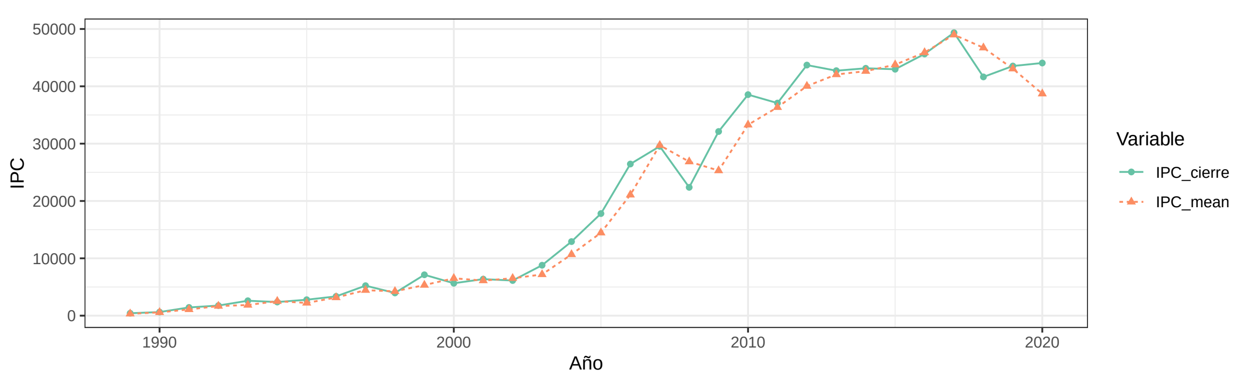


Figura 1: Índice de Precios y Cotizaciones

Inciso b)

Para calcular la tasa de retorno nominal para cada año se utiliza la siguiente fórmula:

$$r_{t,t+1} = \frac{IPC_{t+1}}{IPC_t} - 1 \tag{68}$$

Es decir, se calcula la variación porcentual del IPC. En la siguiente gráfica se presenta la tasa de retorno del IPC durante el periodo 1990 - 2020

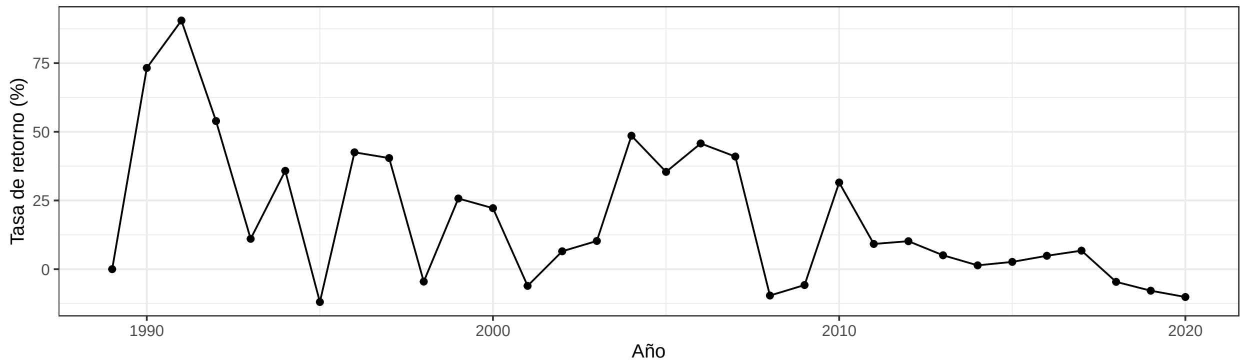


Figura 2: Tasa de retorno

Inciso c)

Se utilizaron las tasas de interés de los CETES a 28, 91, 182 y 365 días. Dichos datos fueron obtenidos de Banxico. A continuación, se muestran las gráficas de dichas tasas y de la diferencia entre éstas y la tasa de retorno. Como puede verse, el comportamiento del promedio anual de la tasa de interés de los CETES a distintos plazos es muy parecida, por lo que el ejercicio podría realizarse con cualquiera de éstas. [3]

Inciso d)

La diferencia fue calculada como $D.Cetes = T.Retorno_t - T.Cetes_t$. Se utilizaron los datos disponibles para el periodo 1990-2020.

Debido a que, como se mencionó anteriormente, la tasa de interés de los CETES a distintos plazos es muy similar, las diferencias entre la tasa de retorno del IPC y éstas tasas de interés también son muy similares.

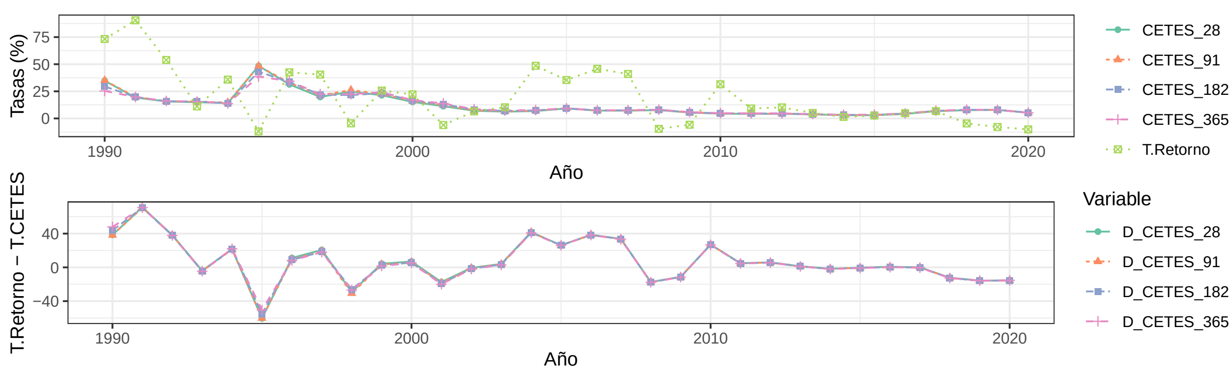


Figura 3: Tasa de retorno y tasas de interés

[3]La serie de tasas de interés de CETES a 7 días no se encuentra disponible, por lo que el ejercicio propuesto se realizará con las series disponibles en Banxico.

Inciso e)

Se calcula la covarianza entre la diferencia entre la tasa de retorno y la tasa de interés de los CETES a distintos plazos y la tasa de crecimiento del consumo agregado. Los datos del consumo agregado se obtuvieron del INEGI a precios constantes del año 2013 y se utilizó la serie sin desestacionalizar. Se decidió utilizar dicha serie debido a que sólamente se utilizaran los promedios anuales y no los datos trimestrales.

Las covarianzas se calcularon utilizando los datos disponibles entre 1994 y 2019 y son mostradas en el siguiente cuadro. [4]

Cuadro 8: Covarianzas

CETES 28	CETES 91	CETES 182	CETES 365
0.3818969	0.3727471	0.3595835	0.3408789

Inciso f)

Si la función de utilidad tiene forma ARRC, entonces los retornos esperados de dos activos i y j deben satisfacer la siguiente ecuación:

$$E[r^i] - E[r^j] = \theta Cov(r^t - r^r, g^c) \tag{69}$$

Por lo que el valor del coeficiente de aversión relativa al riesgo (θ) puede obtenerse mediante un simple despeje, de tal forma que:

$$\theta = \frac{E[r^i] - E[r^j]}{Cov(r^t - r^r, g^c)} \tag{70}$$

En la siguiente tabla se presentan los coeficientes de aversión relativa al riesgo para diferentes tipos de activos.

Cuadro 9: Coeficientes de aversión al riesgo

CETES 28	CETES 91	CETES 182	CETES 365
17.89137	17.27135	18.74309	19.95221

Como puede verse, el coeficiente encontrado es relativamente alto sin importar el tipo de activo relativamente seguro contra el que la tasa de retorno del IPC es comparado. Lo anterior implica que los agentes prefieren aceptar una reducción relativamente alta en su consumo (al rededor del 7 % dependiendo del tipo de activo seguro) que enfrentarse a un activo riesgoso. [5]

Inciso g)

Se utilizó la serie de consumo privado por origen de los bienes obtenida de INEGI. Al igual que la serie de consumo agregado, esta serie se encuentra en pesos constantes del 2013 y no se encuentra estacionalizada. [6]

Las covarianzas entre la variación del consumo de bienes importados y la diferencia entre la tasa de retorno del IPC y la tasa de interés de los CETES se muestran en el siguiente cuadro.

[4] Para el cálculo de las covarianzas se utilizaron los valores de la variación del consumo agregado y la diferencia entre la tasa de retorno y la tasa de interés de los CETES en números decimales.

[5] La reducción del consumo que están dispuestos a enfrentar se calcula como la diferencia del promedio de la tasa de retorno del IPC y la tasa de interés del activo riesgoso.

[6] Se utilizan las series desestacionalizadas debido a que sólamente se ocuparán los promedios anuales.

Cuadro 10: Covarianzas D.Cetes y crecimiento del consumo de bienes importados

CETES 28	CETES 91	CETES 182	CETES 365
0.0199152	0.0194433	0.0183593	0.0172162

Inciso h)

El coeficiente de aversión relativa al riesgo se calcula siguiendo la ecuación 70. Los resultado sobre el coeficiente de aversión relativa al riesgo se presentan en el siguiente cuadro.

Cuadro 11: Coeficientes de aversión relativa al riesgo

CETES 28	CETES 91	CETES 182	CETES 365
1.606189	1.645172	1.742312	1.857989

A diferencia de lo observado con el consumo privado total, parece ser que no existe el acertijo de la prima de riesgo en el caso del consumo de bienes importados, ya que el coeficiente de aversión relativa al riesgo es mucho menor. Por lo que los consumidores sólo están dispuestos a reducir su consumo en alrededor de 3 % para no enfrentarse a un activo riesgoso.