1.- Dibuja los siguientes puntos en coordenadas cartesianas sobre un mismo plano cartesiano.

$$A(6,5)$$
  $B(2,-5)$   $C(-3,6)$   $D(-4,-3)$ 

- 2.- Escribe la equivalencia en coordenadas polares para cada uno de los puntos anteriores. Dibújalos sobre un mismo plano polar.
- 3.- Para el punto A en coordenadas polares del ejercicio anterior, escribe otras dos formas polares equivalentes. Dibújalas en un mismo sistema polar.
- 4.- Para los puntos A(3,5,-6), B(-2,-4,3), C(4,-3,2), D(-4,4,-2) en coordenadas cartesianas, escribe su equivalente en
  - i. Coordenadas cilíndricas
  - ii. Coordenadas esféricas
  - iii. Dibuja cada uno en un sistema cartesiano indicando los valores correspondientes a sus ángulos y radios polares y esféricos.
- 5.- Para cada uno de los siguientes incisos, dibuja el triángulo *ABC* en un plano cartesiano y determina el valor de su perímetro.
  - i. A(2,0), B(-3,2), C(0,5)
  - ii. A(4,6), B es el punto simétrico del punto A con respecto del origen, y C es el punto simétrico del punto A con respecto del eje X
  - iii. A(3,-6), A es el punto simétrico del punto B con respecto del eje Y, y C es el punto simétrico del punto A con respecto del origen.
- 6.- Para cada uno de los siguientes incisos, dibuja las rectas en un plano cartesiano. Escribe las ecuaciones de cada recta en forma ordinaria, paramétrica y general. Identifica el valor de su pendiente, así como el ángulo de inclinación que tiene respecto de la horizontal.
  - i. La recta contiene a los puntos A(4,3) y B(-3,5)
  - ii. La recta tiene pendiente m = 4 y su ordenada al origen es b = -5
- iii. La recta contiene al punto C(2, -6) y es paralela a la recta 2x + 5y = 10
- iv. La recta contiene al punto D(-5, -4) y es perpendicular a la recta 5x 7y = 14

7.- Para cada una de las siguientes rectas, determina el valor de su pendiente (m), de su ordenada al origen (b) así como el ángulo de inclinación ( $\alpha$ ) que tiene respecto de la horizontal. Dibuja su gráfica en un plano cartesiano.

i. 
$$4x - 3y = 2$$

ii. 
$$R: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 4 + t \end{cases}$$

iii. 
$$3(x+2) = 4(5-y)$$

iv. 
$$L: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$$

v. 
$$4x + 3y + 8 = 3y - 5x - 6$$

vi. 
$$M: \begin{cases} x = 5 \\ y = t \end{cases}$$

8.- Sean los puntos A(-6,2), B(8,6) y C(2,-6) vértices de un triángulo.

- i. Dibuja el triángulo en un plano cartesiano
- ii. Determina la pendiente de cada uno de sus lados
- iii. Determina el valor de sus ángulos interiores
- iv. Determina la ecuación general de cada una de sus rectas medianas. Dibuja su gráfica en color rojo.
- v. Determina la ecuación general de cada una de sus rectas alturas. Dibuja su gráfica en color azul.
- vi. Determina la ecuación general de cada una de sus rectas mediatrices. Dibuja su gráfica en color verde.

9.- Dibuja en un mismo plano cartesiano a las rectas R, L, M y determina el área del triángulo que forman.

La ecuación de la recta R es 3y - 4 = x - 18

La recta L es perpendicular a la recta R y contiene al punto A(-4, -6)

La recta M es el eje de las ordenadas

10.- Para cada uno de los siguientes incisos, dibuja las circunferencias en un plano cartesiano. Escribe las ecuaciones de cada circunferencia en forma ordinaria, paramétrica y general.

i. Centro en 
$$C(-5, 3)$$
 y radio  $r = 5$ 

ii. Centro en 
$$C(0, 0)$$
 y radio  $r = 4$ 

iii. Centro en 
$$C(0, -6)$$
 y radio  $r = 3$ 

iv. Centro en 
$$C(5, 0)$$
 y radio  $r = 9$ 

v. Centro en 
$$C(2, -1)$$
 y radio  $r = 2$ 

vi. Centro en 
$$C(-5, -6)$$
 y radio  $r = 7$ 

11.- Para cada una de las siguientes circunferencias, determina el valor de su radio (r) y las coordenadas de su centro (C). Dibuja su gráfica en un plano cartesiano.

i. 
$$x^2 + y^2 = 16$$

iv. 
$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 13 = 0$$

ii. 
$$C: \begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$$

v. 
$$C: \begin{cases} x = 2\cos t - 5 \\ y = 2\sin t + 3 \end{cases}$$

iii. 
$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

vi. 
$$x^2 + y^2 - 8x - 10y + 37 = 0$$

12.- Para cada uno de los siguientes incisos, dibuja las parábolas en un plano cartesiano. Escribe las ecuaciones de cada parábola en forma ordinaria, paramétrica y general.

- i. Su vértice es V(0,0) y su foco es F(3,0)
- ii. Su vértice es V(0,0) y su foco es F(0,-4)
- iii. Su vértice es V(4,2) y su foco es F(7,2)
- iv. Su vértice es V(-3,4) y su foco es F(-3,10)
- Su vértice es V(0,0) y su directriz es la recta x + 4 = 0v.
- Su vértice es V(0,0) y su directriz es la recta y-5=0vi.

13.- Para cada una de las siguientes parábolas, determina las coordenadas de su vértice (V) e indica hacia donde abren (concavidad). Dibuja su gráfica en un plano cartesiano.

i. 
$$x^2 + 4y = 0$$

iii. 
$$C: \begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = 2t \end{cases}$$
 v.  $x^2 - 4x + 4y - 5 = 0$ 

$$v. \quad x^2 - 4x + 4y - 5 = 0$$

ii. 
$$C: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2t^2 \end{cases}$$

iv. 
$$y^2 - 5x = 0$$

vi. 
$$y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$$

14.- Para cada una de las siguientes elipses, dibuja su gráfica en un plano cartesiano. Escribe las ecuaciones de cada elipse en forma ordinaria y paramétrica.

i. 
$$36x^2 + 9y^2 - 324 = 0$$

iii. 
$$4x^2 + y^2 + 8x + 6y + 9 = 0$$

ii. 
$$4x^2 + 25y^2 - 100 = 0$$

iv. 
$$x^2 + 4y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$$

15.- Una elipse tiene radio menor b=2, mientras que su diámetro mayor se encuentra comprendido entre los puntos A(-3,5) y B(-3,-9). Dibuja la elipse en un plano cartesiano.

Escribe sus ecuaciones en forma ordinaria, paramétricas y general.

16.- Para cada una de las siguientes hipérbolas, dibuja su gráfica en un plano cartesiano. Escribe las ecuaciones de cada hipérbola en forma ordinaria y paramétrica.

i. 
$$9x^2 - 4y^2 = 36$$

iii. 
$$25x^2 - 9y^2 - 150x - 36y - 36 = 0$$

ii. 
$$x^2 - 9y^2 + 9 = 0$$

iv. 
$$x^2 - y^2 - 8x - 4y + 13 = 0$$

17.- Una hipérbola es cóncava hacia el eje Y, con a = 2 y b = 3, y tiene su centro coincidiendo con el vértice de la parábola

$$y^2 + 6y - 4x + 17 = 0$$

Dibuja la parábola y la hipérbola en un mismo plano cartesiano. Escribe las ecuaciones de cada curva en forma paramétrica y ordinaria.

18.- Para cada una de las siguientes ecuaciones, identifica la curva y dibuja su gráfica en un plano cartesiano.

i. 
$$C: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$$

i. 
$$C: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$$
 iii.  $C: \begin{cases} x = 2 \sec t + 1 \\ y = 3 \tan t - 2 \end{cases}$  v.  $C: \begin{cases} x = 2 \tan t + 1 \\ y = 2 \sec t + 1 \end{cases}$ 

$$V. \quad C: \begin{cases} x = 2 \tan t + 1 \\ y = 2 \sec t + 1 \end{cases}$$

ii. 
$$C: \begin{cases} x = 4\cos t + 5 \\ y = 4\sin t + 2 \end{cases}$$
 iv.  $C: \begin{cases} x = \cos t - 2 \\ y = 3\sin t + 4 \end{cases}$  vi.  $C: \begin{cases} x = 2t^2 - 4 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$ 

iv. 
$$C: \begin{cases} x = \cos t - 2 \\ y = 3 \operatorname{sen} t + 4 \end{cases}$$

vi. 
$$C: \begin{cases} x = 2t^2 - 4 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$$

19.- Para cada una de las siguientes ecuaciones, identifica la curva y dibuja su gráfica en un plano cartesiano.

i) 
$$y = -2 \pm \sqrt{9 - (x+1)^2}$$

ii) 
$$y = -4 \pm \sqrt{(x+3)^2 - 4}$$

20.- Para cada una de las siguientes ecuaciones, usa el valor del discriminante para identificar a la cónica:

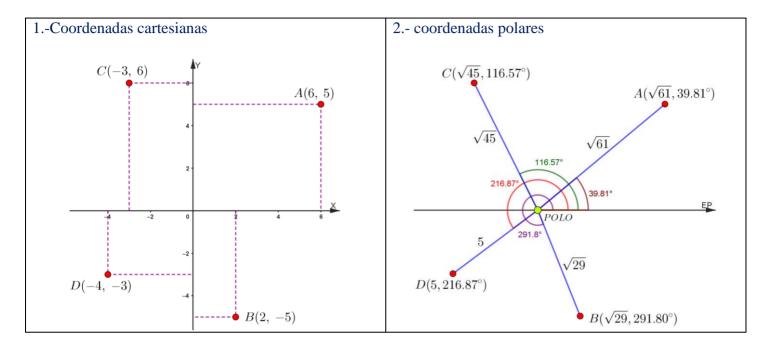
i. 
$$2x^2 - 4xy + 2y^2 - 5x - 5 = 0$$

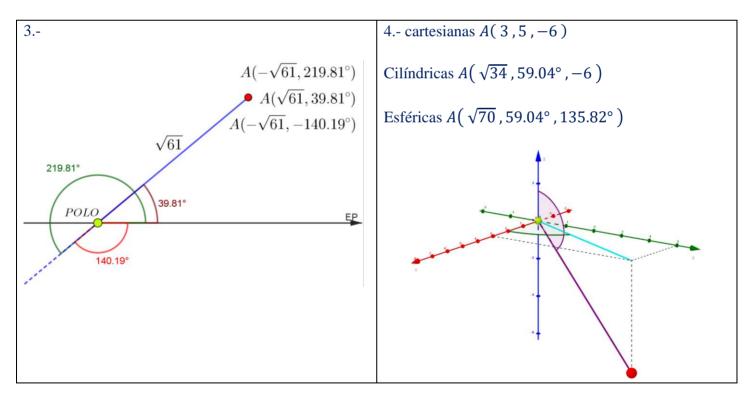
iii. 
$$6x^2 + 10xy + 3y^2 - 6y = 36$$

ii. 
$$x^2 - 2xy + 3y^2 = 8$$

iv. 
$$9x^2 - 6xy + 2y^2 + 6x - 2y = 0$$

SOLUCIONES. A continuación, se presentan las soluciones de todos los ejercicios, con la finalidad de que el estudiante pueda verificar sus propios resultados.

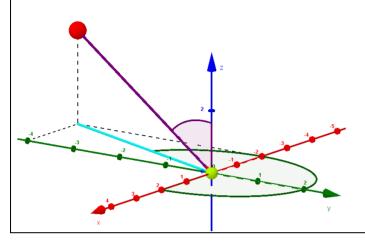




# 4.- cartesianas B(-2, -4, 3)

Cilíndricas  $B(\sqrt{20}, 243.44^{\circ}, 3)$ 

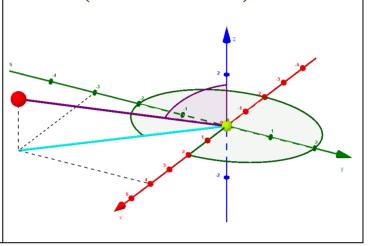
Esféricas  $B(\sqrt{29}, 243.44^{\circ}, 56.15^{\circ})$ 



4.- cartesianas C(4, -3, 2)

Cilíndricas *C*(5,323.13°,2)

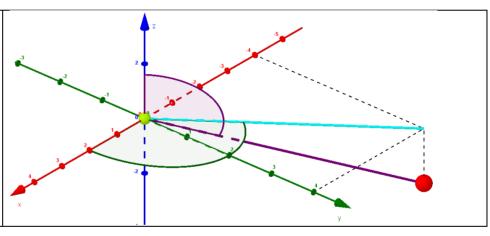
Esféricas  $C(\sqrt{29}, 323.13^{\circ}, 68.20^{\circ})$ 



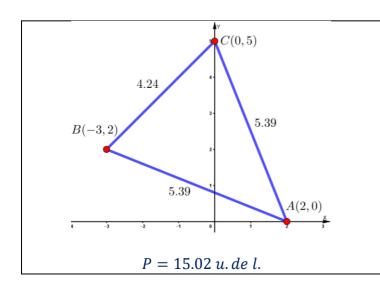
### 4.- cartesianas D(-4,4,-2)

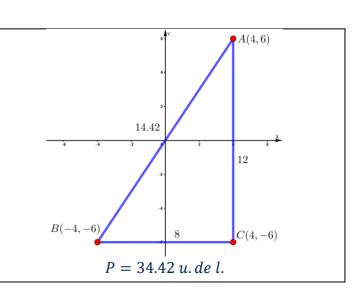
Cilíndricas  $D(\sqrt{32}, 135^{\circ}, -2)$ 

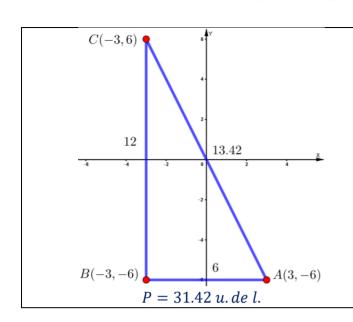
Esféricas  $D(6,135^{\circ},109.47^{\circ})$ 



#### 5.- Triángulos y perímetro.







Fórmula utilizada: distancia entre dos puntos

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

#### 6.- Rectas y sus ecuaciones.

#### Fórmulas utilizadas

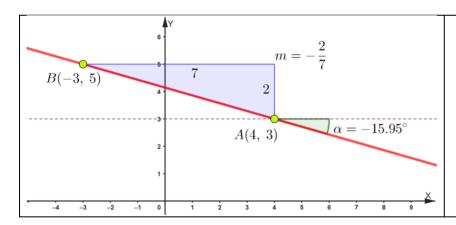
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\alpha = tan^{-1}m$$

$$y = mx + k$$

$$Ax + By + C = 0$$

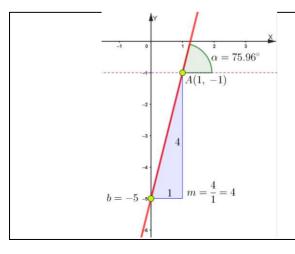
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \alpha = tan^{-1}m \qquad y = mx + b \qquad Ax + By + C = 0 \qquad R: \begin{cases} x = x_0 + \Delta x \ t \\ y = y_0 + \Delta y \ t \end{cases}$$



$$y = -\frac{2}{7} x + \frac{29}{7}$$

$$2x + 7y - 29 = 0$$

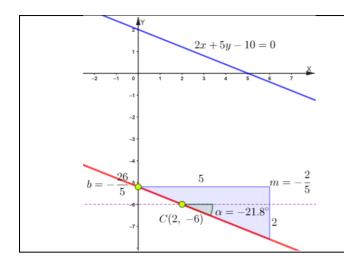
$$R: \begin{cases} x = 4 + 7t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$$



$$y = 4x - 5$$

$$4x - y - 5 = 0$$

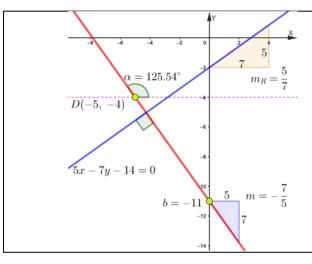
$$R: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 4t \end{cases}$$



$$y = -\frac{2}{5} x - \frac{26}{5}$$

$$2x + 5y + 26 = 0$$

$$R: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -6 - 2t \end{cases}$$



$$y = -\frac{7}{5}x - 11$$

$$7x + 5y + 55 = 0$$

$$R: \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = -4 - 7t \end{cases}$$

### 7.- Rectas, pendiente (m) y ordenada al origen (b)

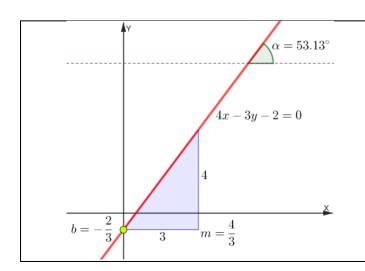
Fórmulas utilizadas

$$y = mx + b$$

$$R: \begin{cases} x = x_0 + \Delta x \ t \\ y = y_0 + \Delta y \ t \end{cases}$$

$$\alpha = tan^{-1}m$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

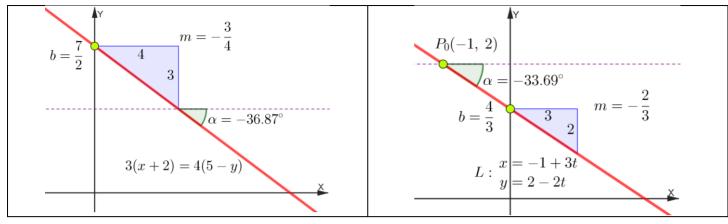


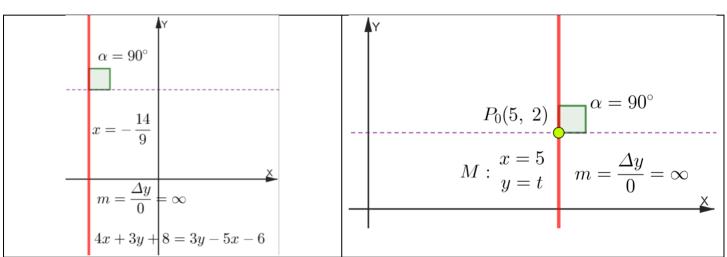
$$b = \frac{11}{2}$$

$$P_0(-3, 4) \qquad \alpha = 26.57^{\circ}$$

$$m = \frac{1}{2}$$

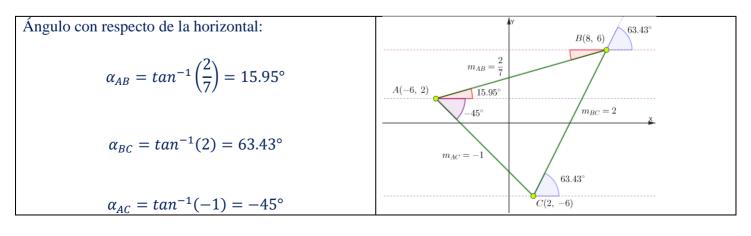
 $R: \begin{array}{c} x = 2t - 3 \\ y = 4 + t \end{array}$ 





#### 8.- Rectas Medianas, alturas y mediatrices.

Fórmulas utilizadas			
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	$PM\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$	$y - y_0 = m(x - x_0)$	
$m_1 m_2 = -1  \rightarrow  m_1 = -\frac{1}{m_2}$	$\alpha = tan^{-1}m$	$\theta = \alpha_2 - \alpha_1$	

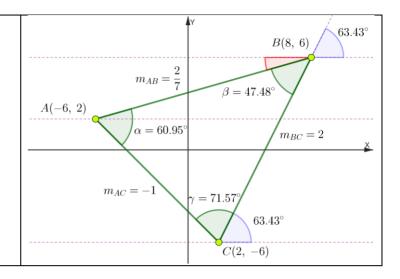


Ángulos interiores del triángulo:

$$\alpha = 15.95^{\circ} + 45^{\circ} = 60.95^{\circ}$$

$$\beta = 63.43^{\circ} - 15.95^{\circ} = 47.48^{\circ}$$

$$\gamma = 180^{\circ} - 45^{\circ} - 63.43^{\circ} = 71.57^{\circ}$$



*Mediana:* Recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

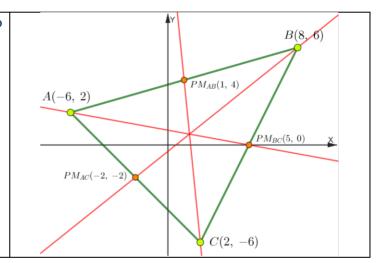
Medianas.

Con AB: 10x + y - 14 = 0

Con AC: 4x - 5y - 2 = 0

Con BC: 2x + 11y - 10 = 0

Baricentro: punto de intersección de las medianas.



*Altura:* Recta perpendicular a un lado y que cruza por el vértice opuesto.

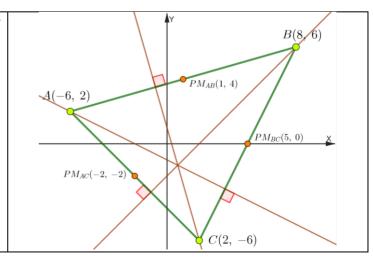
Alturas:

Con AB: 7x + 2y - 2 = 0

Con AC: x - y - 2 = 0

Con BC: x + 2y + 2 = 0

Ortocentro: punto de intersección de las alturas.



*Mediatriz:* Recta perpendicular a un lado y que lo divide exactamente en dos segmentos iguales.

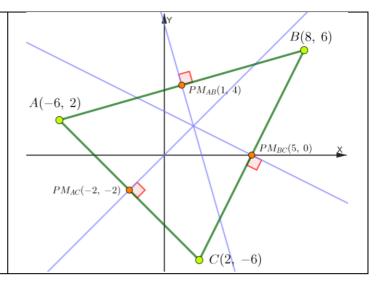
#### Mediatrices

Con AB: 7x + 2y - 15 = 0

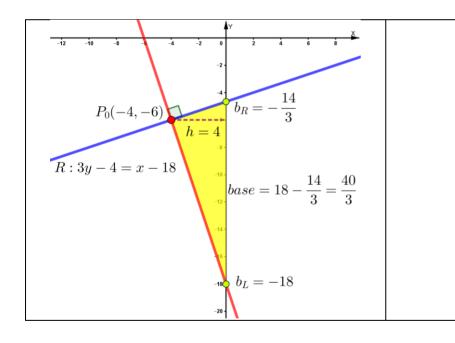
Con AC: x - y = 0

Con BC: x + 2y - 5 = 0

Circuncentro: punto de intersección de las mediatrices.



#### 9.- Rectas y área del triángulo que forman



$$\acute{A}rea = \frac{base \times altura}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{\left(\frac{40}{3}\right)(4)}{2} = \frac{80}{3}$$

$$Area = \frac{80}{3} u^2$$

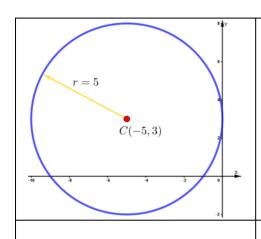
#### 10.- Circunferencias y sus ecuaciones

Fórmulas utilizadas

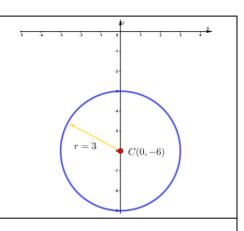
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$
  $Ax^2 + Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$ 

$$x = r \cos t + h$$
$$y = r \sin t + k$$



$$r = 4$$
 $C(0,0)$ 
 $C(0,0)$ 



$$(x+5)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$C: \begin{cases} x = 5\cos t - 5 \\ y = 5\sin t + 3 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 6y + 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

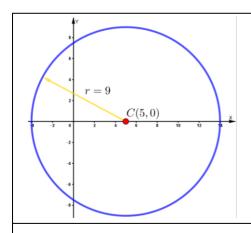
$$C: \begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 4\sin t \end{cases}$$

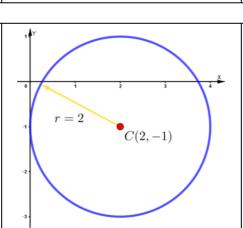
$$x^2 + y^2 - 16 = 0$$

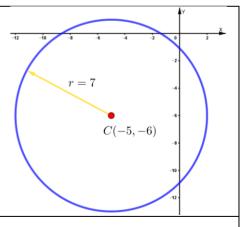
$$x^2 + (y+6)^2 = 9$$

$$C: \begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 3\sin t - 6 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 12y + 27 = 0$$







$$(x-5)^2 + y^2 = 81$$

$$C: \begin{cases} x = 9\cos t + 5 \\ y = 9\sin t \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 56 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$C: \begin{cases} x = 2\cos t + 2\\ y = 2\sin t - 1 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$$

$$(x+5)^2 + (y+6)^2 = 49$$

$$C: \begin{cases} x = 7\cos t - 5\\ y = 7\sin t - 6 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 10x + 12y + 12 = 0$$

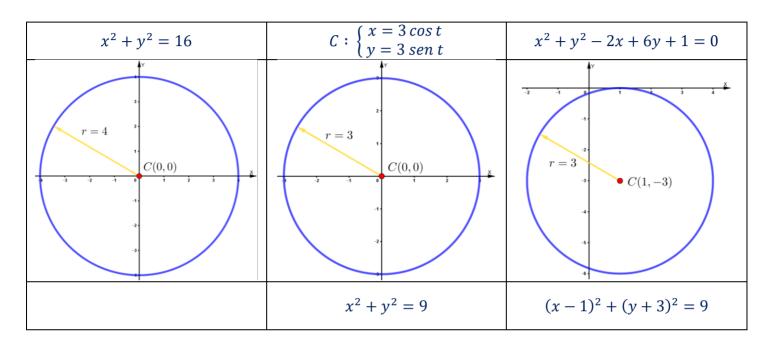
#### 11.- Circunferencias, radio (r) y centro (C)

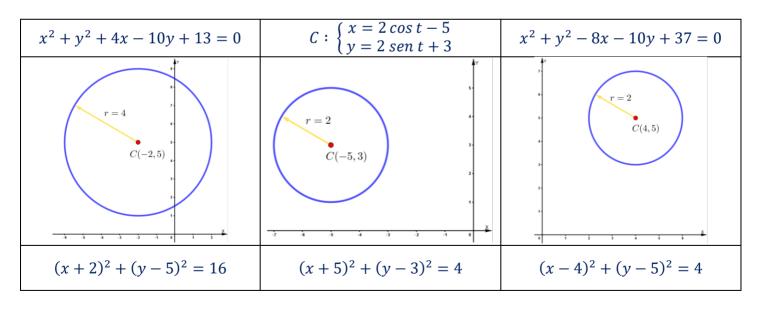
Fórmulas utilizadas: completar un trinomio cuadrado perfecto.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$
  $Ax^2 + Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$ 

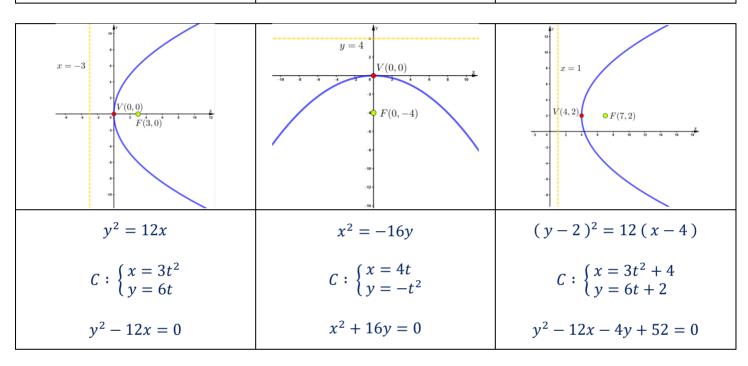
$$x = r \cos t + h$$
$$y = r \sin t + k$$

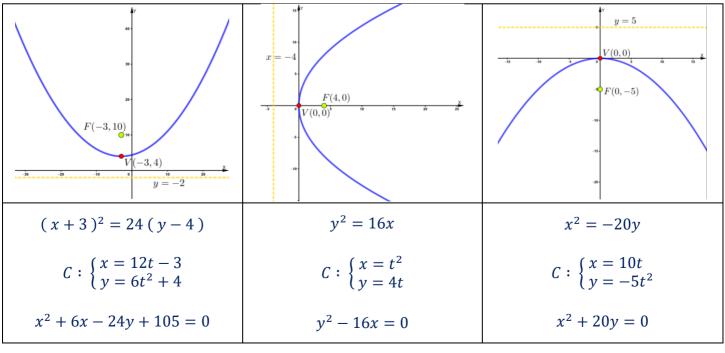




#### 12.- Parábolas y sus ecuaciones

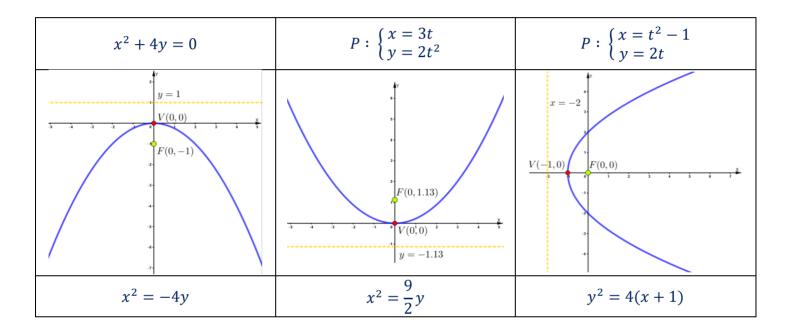
Fórmulas utilizadas:			
$(x-h)^2 = 4p (y-k)$	$Ax^2 + Cx + Dy + E = 0$	$x = b t + h$ $y = a t^2 + k$	
$(y-k)^2 = 4p (x-h)$	$Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$	$x = a t^2 + h$ $y = b t + k$	

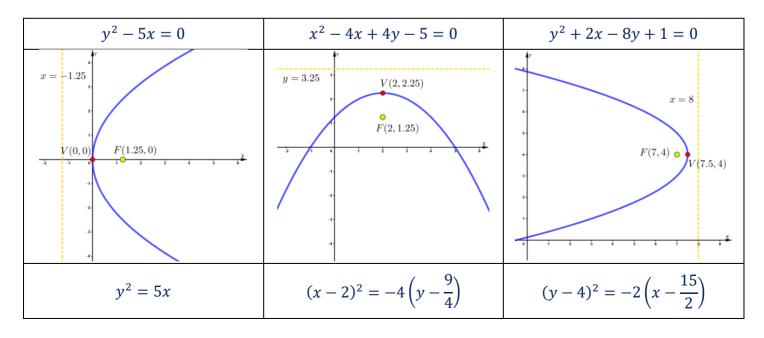




#### 13.- Parábolas, vértice (V) y concavidad

Fórmulas utilizadas: completar el trinomio cuadrado perfecto			
$(x-h)^2 = 4p (y-k)$	$Ax^2 + Cx + Dy + E = 0$	$x = b t + h$ $y = a t^2 + k$	
$(y-k)^2 = 4p (x-h)$	$Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$	$x = a t^2 + h$ $y = b t + k$	





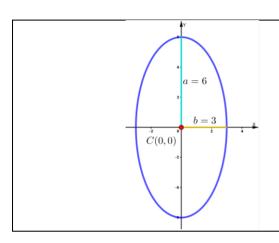
#### 14.- Elipses y sus ecuaciones

Fórmulas utilizadas: completar un trinomio cuadrado perfecto.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

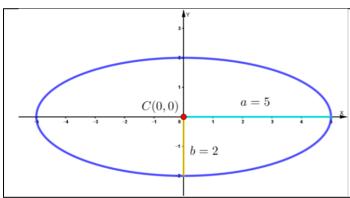
$$x = a \cos t + h$$
$$y = b \sin t + k$$



$$36x^2 + 9y^2 - 324 = 0$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$$

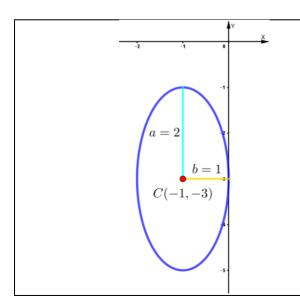
$$C: \begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 6\sin t \end{cases}$$



$$4x^2 + 25y^2 - 100 = 0$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$$

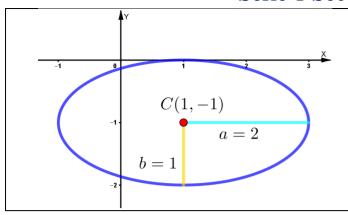
$$C: \begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$$



$$4x^2 + y^2 + 8x + 6y + 9 = 0$$

$$(x+1)^2 + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$$

$$C: \begin{cases} x = \cos t - 1 \\ y = 2 \operatorname{sen} t - 3 \end{cases}$$

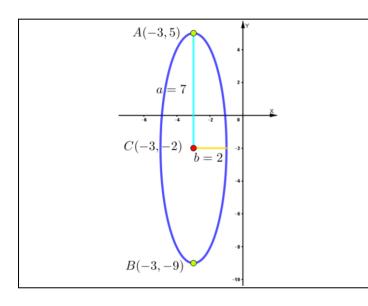


$$x^2 + 4y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$$

$$\frac{(x-1)^2}{4} + (y+1)^2 = 1$$

$$C: \begin{cases} x = 2\cos t + 1\\ y = \sin t - 1 \end{cases}$$

15.- Elipse con b = 2, diámetro A(-3, 5), B(-3, -9)



$$49x^2 + 4y^2 + 294x + 16y + 261 = 0$$

$$\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{49} = 1$$

$$C: \begin{cases} x = 2\cos t - 3\\ y = 7\sin t - 2 \end{cases}$$

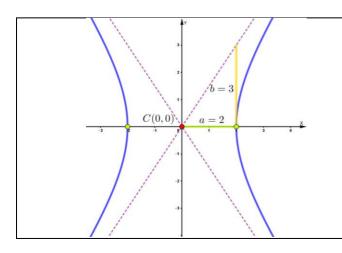
#### 16.- Hipérbolas y sus ecuaciones

Fórmulas utilizadas: completar un trinomio cuadrado perfecto.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

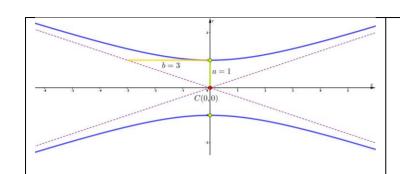
$$x = a \sec t + h$$
$$y = b \tan t + k$$



$$9x^2 - 4y^2 = 36$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

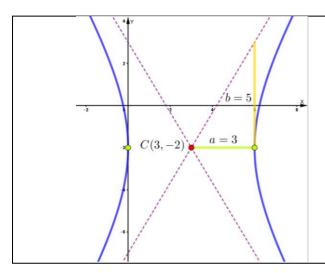
$$C: \begin{cases} x = 2 \sec t \\ y = 3 \tan t \end{cases}$$



$$x^2 - 9y^2 + 9 = 0$$

$$y^2 - \frac{x^2}{9} = 1$$

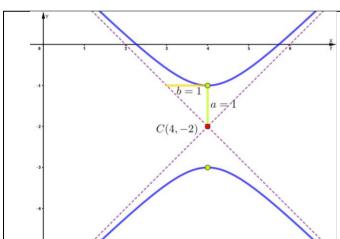
$$C: \begin{cases} x = 3 \tan t \\ y = \sec t \end{cases}$$



$$25x^2 - 9y^2 - 150x - 36y - 36 = 0$$

$$\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

$$C: \begin{cases} x = 3 \sec t + 3 \\ y = 5 \tan t - 2 \end{cases}$$

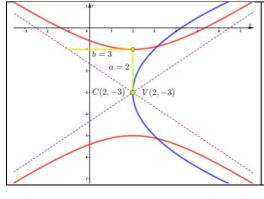


$$x^2 - y^2 - 8x - 4y + 13 = 0$$

$$(y+2)^2 - (x-4)^2 = 1$$

$$C: \begin{cases} x = \tan t + 4 \\ y = \sec t - 2 \end{cases}$$

17.- Hipérbola y parábola



Parábola (azul)

$$(y+3)^2 = 4(x-2)$$

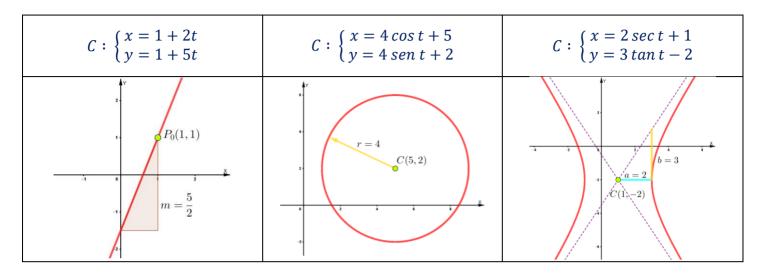
$$C_1: \begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = 2t - 3 \end{cases}$$

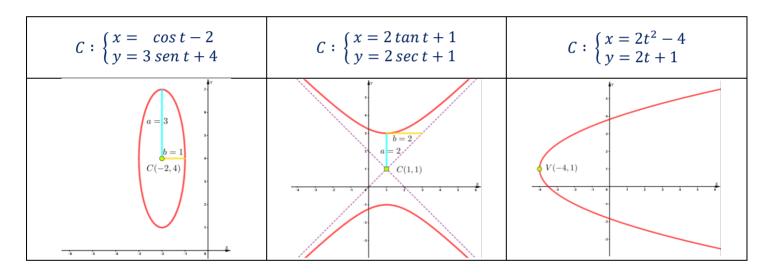
Hipérbola (rojo)

$$\frac{(y+3)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$$

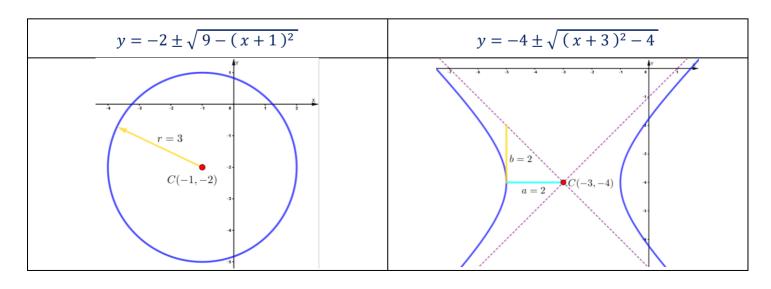
$$C_2: \begin{cases} x = 3 \tan t + 2 \\ y = 2 \sec t - 3 \end{cases}$$

#### 18.- Identifica las curvas

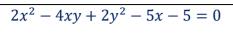




#### 19.- Identifica las curvas



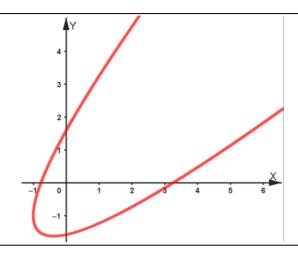
20.- Para cada una de las siguientes ecuaciones, usa el valor del discriminante para identificar a la cónica:



$$\Delta = (-4)^2 - 4(2)(2) = 0 \Rightarrow parábola$$

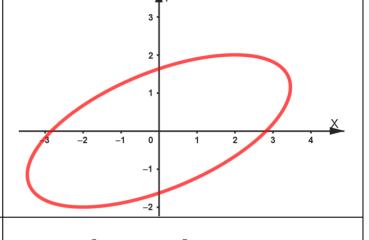
$$x^2 - 2xy + 3y^2 = 8$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(3) = -8 < 0 \implies elipse$$



$$6x^2 + 10xy + 3y^2 - 6y = 36$$

$$\Delta = (10)^2 - 4(6)(3) = 28 > 0 \implies hipérbola$$



$$9x^2 - 6xy + 2y^2 + 6x - 2y = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(9)(2) = -36 < 0 \implies elipse$$

