

CODIFICA DELLE INFORMAZIONI

Prof. Marco Camurri

Argomenti

- **Sistemi di numerazione**

conversioni tra i sistemi decimale, binario ed esadecimale

- **Codifica dei numeri interi senza segno**

codifica binaria, codifica BCD

- **Codifica dei numeri interi con segno**

modulo e segno, complemento a due, condizioni di overflow

- **Codifica dei numeri frazionari**

virgola fissa e virgola mobile, standard IEEE-754

- **Codifica dei colori e dell immagini**

formato RGB, compressione lossy e lossless

- **Codifica dei caratteri**

ASCII a 7 bit, codifiche ASCII estese, Unicode (UTF-32,UTF-16,UTF-8)

- **Codifica dei suoni**

Codifica delle informazioni

- Le memorie dei computer sono in grado di memorizzare sequenze di due soli **simboli**, che chiamiamo **0** e **1**
- 0 e 1 sono dette **cifre binarie** o **bit** (binary digit)
- Vogliamo memorizzare informazioni varie: *numeri, lettere, immagini, suoni, pagine web, programmi*
- Ci serve un modo per **rappresentare** tutte queste informazioni come sequenze di 0 e 1
- Dobbiamo stabilire una **codifica dei dati**
- Lo stesso insieme di simboli (es. alfabeto latino) può essere rappresentato usando diverse codifiche!

Codifica dei numeri interi senza segno

- Interi senza segno = interi maggiori o uguali a 0
- Un modo naturale per codificare gli interi senza segno è utilizzare la loro **rappresentazione in base due**
- i numeri così rappresentati si dicono **codificati in binario**
- Nota: la **codifica binaria** non è l'unica codifica per numeri interi usata in informatica, ma è sicuramente la più utilizzata negli attuali computer
- Un'alternativa è la **codifica BCD** (binary-coded decimal) che vedremo più avanti

Sistemi di numerazione

- Tutti sappiamo rappresentare i numeri nel **sistema di numerazione in base 10**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9













i 10 simboli del sistema decimale (cifre decimali)

- Perché usiamo la base 10?



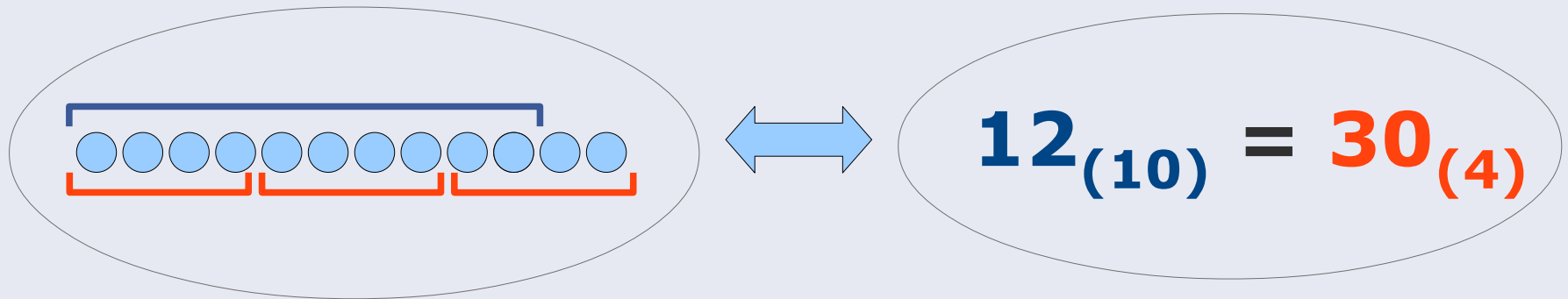
Esempio: contiamo in base 4

- Se avessimo 2 dita per mano, conteremmo in **base 4** ?
- ..avremmo a disposizione **solo 4 simboli**: **0 1 2 3**

| | | | |
|---|-----------|--|-----------|
| | 0 |  | 20 |
|  | 1 |  | 21 |
|  | 2 |  | 22 |
|  | 3 |  | 23 |
|  | 10 |  | 30 |
|  | 11 | | |
|  | 12 | | |
|  | 13 | | |

$$12_{(10)} = 30_{(4)}$$

Notazione della base



Attenzione: $12_{(10)}$ e $30_{(4)}$ sono due **modi diversi di rappresentare la stessa quantità** (stesso numero di palline !)

L'indicazione della base è omessa quando la base è 10 oppure se la base è chiara dal contesto

Esercizio

Esprimere tutti i numeri da 0 a 10 nelle basi 3, 4, 5, 6, 7

| base 10 | base 3 | base 4 | base 5 | base 6 | base 7 |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 10 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 11 | 10 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 12 | 11 | 10 | 5 | 5 |
| 6 | 20 | 12 | 11 | 10 | 6 |
| 7 | 21 | 13 | 12 | 11 | 10 |
| 8 | 22 | 20 | 13 | 12 | 11 |
| 9 | 100 | 21 | 14 | 13 | 12 |
| 10 | 101 | 22 | 20 | 14 | 13 |

Sistema di numerazione posizionale in base 10

- Sistema di numerazione **posizionale** = sistema in cui il valore associato a una cifra dipende dalla posizione che essa occupa nella rappresentazione del numero.

Esempio:

$$\mathbf{595} = \mathbf{5} \times \mathbf{10^2} + \mathbf{9} \times \mathbf{10^1} + \mathbf{5} \times \mathbf{10^0}$$

posizione 0
(cifra meno significativa)

posizione 1

posizione 2
(cifra più significativa)

base

Numerazione in base 2

- Il sistema di numerazione binario funziona come quello in base 10, ma abbiamo a disposizione due soli simboli!

0 1 cifre binarie (bit)

- Esempio

$$\begin{array}{ccc} 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \end{array}_{(2)} = \mathbf{1} \times \mathbf{2}^2 + \mathbf{0} \times \mathbf{2}^1 + \mathbf{1} \times \mathbf{2}^0 = 5_{(10)}$$

Numerazione in base 2

| DEC | BIN |
|-----|-----|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 10 |
| 3 | 11 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |

| DEC | BIN |
|-----|------|
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |
| 10 | 1010 |
| 11 | 1011 |

| DEC | BIN |
|-----|-------|
| 12 | 1100 |
| 13 | 1101 |
| 14 | 1110 |
| 15 | 1111 |
| 16 | 10000 |
| ... | ... |

Conversione da base 10 a base N

- Per ottenere la rappresentazione in base N di un numero espresso in base 10 si utilizza un algoritmo basato su **divisioni successive per la base N**.
- Ad esempio, per convertire un numero da base 10 a base 2 occorre eseguire una serie di divisioni per 2 annotando quozienti e resti (vedi esempio)
- Esempio: ottenere la rappresentazione in base 2 del numero $44_{(10)}$.

$$44_{(10)} = \overset{?}{\dots\dots\dots} (2)$$

Conversione da base 10 a base 2

$$44_{(10)} = \overset{1}{\cdot} \overset{0}{\cdot} \overset{1}{\cdot} \overset{1}{\cdot} \overset{0}{\cdot} \overset{0}{\cdot} \dots_{(2)}$$

| 44 | |
|----|---|
| 22 | 0 |
| 11 | 0 |
| 5 | 1 |
| 2 | 1 |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

quozienti resti

Il procedimento termina quanto si ottiene 0 nella colonna dei quozienti (e quindi 1 come ultimo resto).

Attenzione a ricopiare i resti nell'ordine giusto: l'ultimo resto corrisponde alla cifra più significativa!!!

Conversioni da sistema binario a decimale

- Per passare dalla rappresentazione in base 2 a quella in base 10, si moltiplica ogni cifra binaria per la potenza di due corrispondente alla posizione della cifra
- Alla cifra meno significativa corrisponde la potenza 2^0 , che vale 1.
- Esempio: convertire $101001_{(2)}$ in base 10

$$\begin{array}{cccccc} 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1}_{(2)} \end{array} = \mathbf{1} \times \mathbf{2^5} + \mathbf{0} \times \mathbf{2^4} + \mathbf{1} \times \mathbf{2^3} + \mathbf{0} \times \mathbf{2^2} + \mathbf{0} \times \mathbf{2^1} + \mathbf{1} \times \mathbf{2^0}$$
$$= 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = \mathbf{41}_{(10)}$$

Trucchi e scorciatoie in binario..

- I numeri pari finiscono per 0 e i dispari per 1
- Aggiungere uno zero a destra equivale a moltiplicare per 2:

$$\mathbf{11 = 3} \quad \mathbf{110 = 6} \quad \mathbf{1100 = 12}$$

- Un **1** seguito da N zeri corrisponde a 2^N :

$$\mathbf{1000 = 2^3} \quad \mathbf{10000 = 2^4}$$

- Una sequenza di N **1** consecutivi corrisponde a $2^N - 1$:

$$\mathbf{111 = 2^3 - 1 = 7} \quad \mathbf{1111 = 2^4 - 1 = 15}$$

Potenze di due

Da sapere!



$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

Unità di misura

1 byte = 8 bit

1 nibble = 4 bit

| | | | | | | |
|------|------|---|-----------|---|---------------|--------------------------|
| Kilo | 1 KB | = | 1024 byte | = | 2^{10} byte | circa mille byte |
| Mega | 1 MB | = | 1024 KB | = | 2^{20} byte | circa 1 milione di byte |
| Giga | 1 GB | = | 1024 MB | = | 2^{30} byte | circa 1 miliardo di byte |
| Tera | 1 TB | = | 1024 GB | = | 2^{40} byte | |

Esercizio: a quanti KB corrispondono 2^{16} byte ?

Soluzione: $2^{16} = 2^6 \times 2^{10} = 64 \text{ KB}$

Range di valori rappresentabili

Range = intervallo

Poichè **N bit** producono **2^N** diverse combinazioni, essi consentono di codificare al più **2^N valori** diversi (numeri, lettere, colori, ...).

- Esempio: configurazioni di 2 bit --> 00 01 10 11
- Con **N bit** è possibile rappresentare, tramite la codifica binaria, tutti i numeri interi senza segno **da 0 a 2^N-1**
- Con **1 byte** (8 bit) è possibile rappresentare tutti i numeri interi **da 0 a 255** (256 valori)
- Con **2 byte** (16 bit) il range si estende **da 0 a $2^{16}-1 = 65535$** (2^{16} valori diversi)

Esercizi

Es 1 Convertire i seguenti numeri da base 10 a base 2:

- | | |
|--------|---------|
| a) 108 | g) 63 |
| b) 250 | h) 126 |
| c) 70 | i) 47 |
| d) 80 | j) 256 |
| e) 95 | k) 2048 |
| f) 38 | l) 513 |

Es 2 Convertire i seguenti numeri da base 2 a base 10:

- | | |
|--------------|-----------|
| m) 1100 | s) 10001 |
| n) 10101 | t) 10111 |
| o) 00111111 | u) 10000 |
| p) 111000 | v) 1111 |
| q) 101011 | w) 11111 |
| r) 100000000 | x) 100000 |

SOLUZIONI: a) 1101100 b) 11111010 c) 1000110 d) 1010000 e) 1011111 f) 100110
g) 111111 h) 1111110 i) 101111 j) 100000000 k) 1000000000000 j) 1000000001
m) 12 n) 21 o) 63 p) 56 q) 43 r) 256 s) 17 t) 23 u) 16 v) 15 w) 31 x) 32

Esercizi risolti

a) $100_{(10)} = ..?.._{(2)}$

Procedimento:

Risultato:

$100_{(10)} = 1100100_{(2)}$

| | |
|-----|---|
| 100 | |
| 50 | 0 |
| 25 | 0 |
| 12 | 1 |
| 6 | 0 |
| 3 | 0 |
| 1 | 1 |
| 0 | 1 |

mi fermo quando il quoziente è zero →

100 diviso 2 fa 50 resto 0

50 diviso 2 fa 25 resto 0

25 diviso 2 fa 12 resto 1

ricopio a partire dal basso (cifra più significativa)

Aritmetica binaria

- Le operazioni in colonna fra numeri binari seguono lo stesso algoritmo già noto per il sistema decimale!
- Per la **somma in colonna** basta ricordare che:
 - $0 + 0 = 0$
 - $1 + 0 = 1$
 - $0 + 1 = 1$
 - $1 + 1 = 0$ con riporto di 1
 - $1 + 1 + 1 = 1$ con riporto di 1

Aritmetica binaria

Esempio

riporti

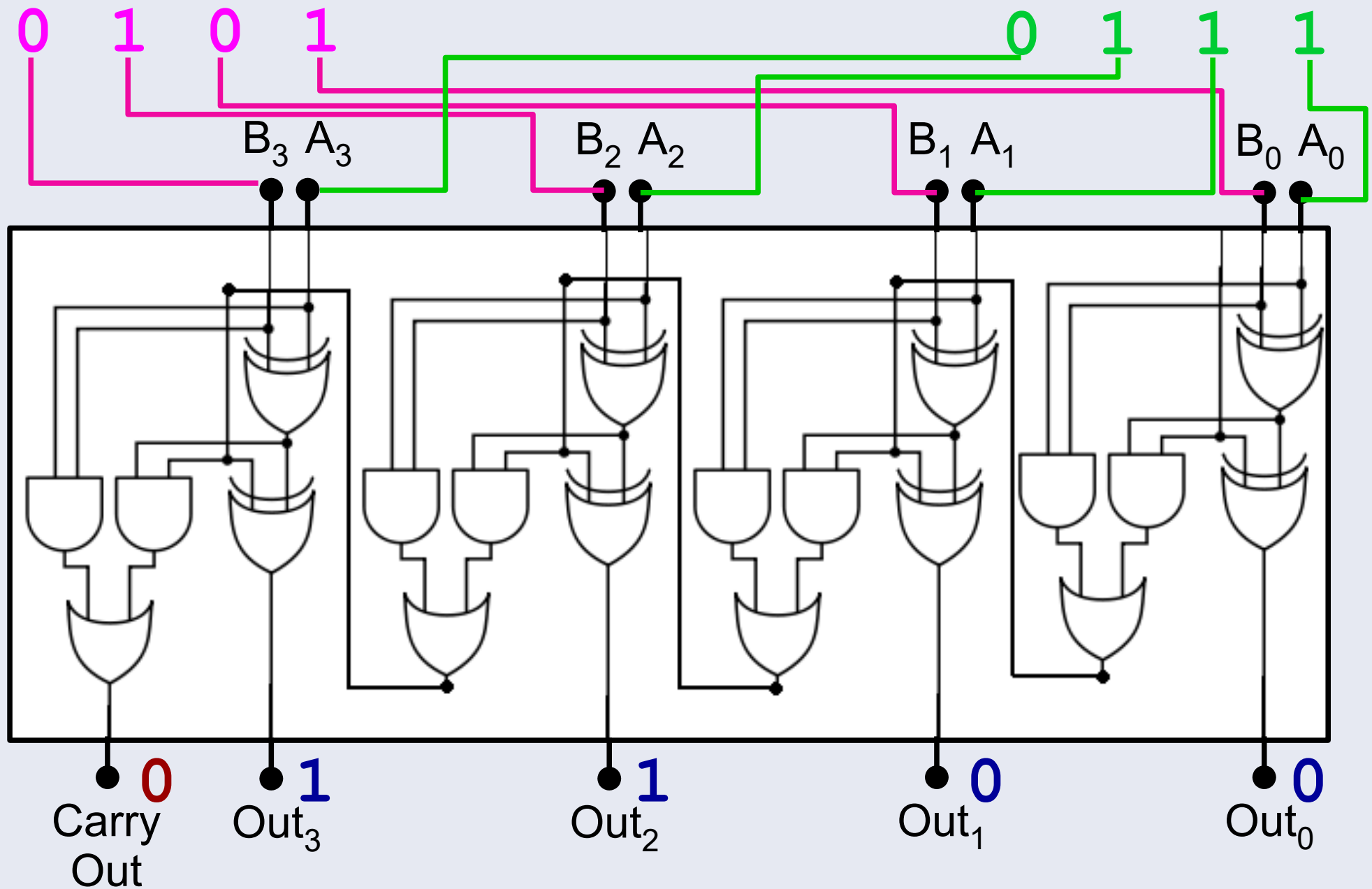
| | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| riporto in uscita (Carry Out) | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | + |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | = |

1 1 0 1 0 1 0 0 1

$2^8 + 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^0 = 256 + 128 + 32 + 8 + 1 = 425$

205 +
220 =
425

Un circuito sommatore a 4 bit



Codifica BCD

- La **codifica BCD** (**binary-coded decimal**) è un' alternativa alla **codifica binaria** vista in precedenza
- Nella versione *packed* BCD, prevede di rappresentare ogni cifra decimale con 4 bit

Esempio: rappresentare il numero 254 in formato **packed BCD** e in **formato binario**

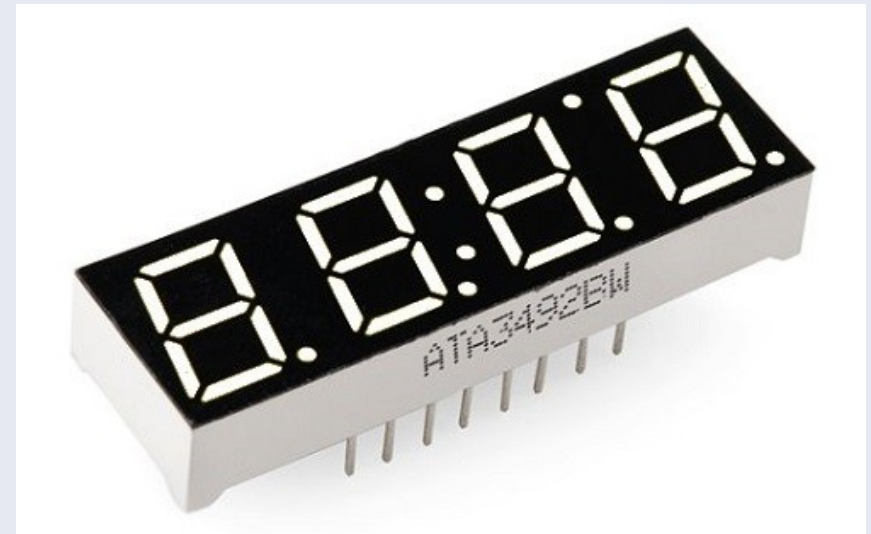
| | | | | | |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|---------------|
| | 0 | 2 | 5 | 4 | |
| Codifica BCD | 0000 | 0010 | 0101 | 0100 | 2 byte |
| Codifica binaria | 1111 | 1110 | | | 1 byte |

BCD vs Binary

- Nella codifica BCD solo 10 delle 16 possibili configurazioni di 4 bit sono utilizzate
- A parità di bit utilizzati, quindi, la codifica binaria consente di rappresentare un range più ampio

| Codifica | Range |
|-------------------------|--------------------|
| Binaria (2 byte) | 0 ... 65535 |
| BCD (2 byte) | 0 ... 9999 |

- BCD semplifica la visualizzazione dei numeri su display



Esercizi

- **Es 1.** Codifica i seguenti numeri in formato BCD
 - a) 96 [1001 0110]
 - b) 10 [0001 0000]
 - c) 35 [0011 0101]

Il sistema esadecimale (HEX)

- Il sistema di numerazione in base 16 è detto **sistema esadecimale** (*hexadecimal number system*)
- Usa **16 simboli** diversi (cifre esadecimali):

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| | | | | | | | | | | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |

- La cifra **A** rappresenta il numero decimale **10**
- La cifra **B** rappresenta il numero decimale **11**
- La cifra **C** rappresenta il numero decimale **12**
- La cifra **D** rappresenta il numero decimale **13**
- La cifra **E** rappresenta il numero decimale **14**
- La cifra **F** rappresenta il numero decimale **15**

Conversione da Hex a Dec

- Per passare da esadecimale a binario, si moltiplica il valore di ogni cifra per la potenza di 16 corrispondente

Esempio

$$\text{A37E}_{(h)} = \dots\dots\dots_{(10)}$$

$$\begin{aligned} & 14 \times 16^0 + \\ & 7 \times 16^1 + \\ & 3 \times 16^2 + \\ & 10 \times 16^3 = \end{aligned}$$

41854

| | | |
|---|---|----|
| A | ↔ | 10 |
| B | ↔ | 11 |
| C | ↔ | 12 |
| D | ↔ | 13 |
| E | ↔ | 14 |
| F | ↔ | 15 |

Decimale – Binario – Esadecimale

| Dec | Bin | Hex |
|-----|------|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 |
| 3 | 11 | 3 |
| 4 | 100 | 4 |
| 5 | 101 | 5 |
| 6 | 110 | 6 |
| 7 | 111 | 7 |
| 8 | 1000 | 8 |
| 9 | 1001 | 9 |
| 10 | 1010 | A |
| 11 | 1011 | B |
| 12 | 1100 | C |
| 13 | 1101 | D |
| 14 | 1110 | E |
| 15 | 1111 | F |

| Dec | Bin | Hex |
|-----|-------|-----|
| 16 | 10000 | 10 |
| 17 | 10001 | 11 |
| 18 | 10010 | 12 |
| 19 | 10011 | 13 |
| 20 | 10100 | 14 |
| 21 | 10101 | 15 |
| 22 | 10110 | 16 |
| 23 | 10111 | 17 |
| 24 | 11000 | 18 |
| 25 | 11001 | 19 |
| 26 | 11010 | 1A |
| 27 | 11011 | 1B |
| 28 | 11100 | 1C |
| 29 | 11101 | 1D |
| 30 | 11110 | 1E |
| 31 | 11111 | 1F |

| Dec | Bin | Hex |
|-----|----------|-----|
| 32 | 100000 | 20 |
| 33 | 100001 | 21 |
| .. | ... | ... |
| 48 | 110000 | 30 |
| ... | ... | ... |
| 64 | 1000000 | 40 |
| 65 | 1000001 | 41 |
| 66 | 1000010 | 42 |
| ... | ... | ... |
| 126 | 1111110 | 7E |
| 127 | 1111111 | 7F |
| 128 | 10000000 | 80 |
| ... | ... | ... |
| 253 | 11111101 | FD |
| 254 | 11111110 | FE |
| 255 | 11111111 | FF |

Notazioni

- Per indicare che un numero è espresso in base 16 si fa seguire il numero dal **suffisso h**
- In molti linguaggi di programmazione (C/C++, Java, ..) è possibile far precedere il numero dal **prefisso 0x**

Esempio:

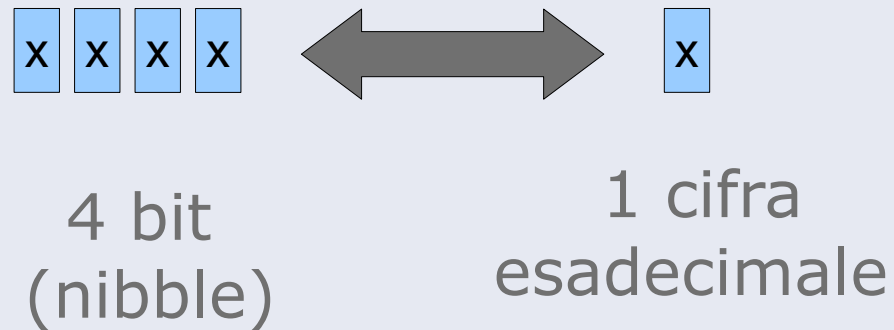
il numero **42₍₁₆₎** si può indicare come **42h** o **0x42**

- Nota: 42h è diverso da 42 !!!
 $42h = 4 * 16 + 2 = 64 + 2 = 66$

```
int main() {  
    int n;  
    n = 0x42;  
}
```

Perchè gli informatici usano l'HEX ?

| BIN ↔ HEX |
|-----------|
| 0000 ↔ 0 |
| 0001 ↔ 1 |
| 0010 ↔ 2 |
| 0011 ↔ 4 |
| 0100 ↔ 4 |
| 0101 ↔ 5 |
| 0110 ↔ 6 |
| 0111 ↔ 7 |
| 1000 ↔ 8 |
| 1001 ↔ 9 |
| 1010 ↔ A |
| 1011 ↔ B |
| 1100 ↔ C |
| 1101 ↔ D |
| 1110 ↔ E |
| 1111 ↔ F |



- Ad ogni possibile configurazione di 4 bit corrisponde esattamente 1 cifra esadecimale
- Con due cifre esadecimali si rappresenta in modo compatto il contenuto di un byte di memoria:

01101011 ↔ 6B

Immagini della memoria

L'esadecimale è spesso usato per rappresentare il contenuto di una memoria (**memory dump**)

cella di memoria
di un byte,
contenente il
valore 8B

| | | | |
|----|----|----|----|
| 8B | 44 | 24 | 04 |
| FC | 8B | 48 | 14 |
| 8B | 40 | 18 | C2 |
| 24 | 04 | B8 | 6C |
| 68 | 20 | 72 | 47 |
| 50 | 50 | E8 | D3 |
| 04 | 00 | 00 | 00 |
| 8D | 3D | 24 | 32 |
| C2 | 00 | 00 | 00 |
| 75 | 0C | 66 | 83 |
| 3D | E4 | 31 | 5C |
| F5 | E9 | 95 | 01 |
| 66 | A7 | 75 | 0C |
| F8 | 8D | 3D | A4 |

Il contenuto di questo
byte è

E8 = **1110 1000**
 E **8**

Perchè gli informatici usano l'HEX?

- la notazione esadecimale è più **compatta** di quella decimale e binaria (servono meno cifre per rappresentare lo stesso numero)
- usando una sola cifra esadecimale si rappresentano tutte le 16 possibili configurazioni di 4 bit (mezzo byte), ovvero i valori decimali da 0 a 15
- usando solo due cifre esadecimali si rappresentano tutte le 256 possibili configurazioni di 8 bit (un byte) ovvero i valori da 0 a 255
- poichè 16 è una potenza di 2, le conversioni da base 16 a base 2 e viceversa sono estremamente semplici

Aritmetica in esadecimale

- L'addizione segue lo stesso algoritmo già noto nel sistema decimale!

Esempi:

- $9 + 1 = A$
- $A + 1 = B$
- $A + 2 = C$
- $C + 3 = F$
- $E + 5 = 13h$

Aritmetica esadecimale

Esempio

$$\begin{array}{r} \text{riporti} \\ \hline 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\ A \ 0 \ 2 \ B \ + \\ 1 \ C \ F \ 3 \ = \\ \hline B \ D \ 1 \ E \end{array}$$

Osservazioni

- Aggiungere uno zero alla destra di un numero esadecimale equivale a moltiplicare per $16_{(10)}$

Esempi: Ah = 10 A0h = $10 * 16$ A00h = $10 * 16 * 16$

- I numeri che terminano per zero sono quindi multipli di 16

Conversioni BIN ↔ HEX

- Per convertire da binario a esadecimale si raggruppano le cifre binarie a gruppi di 4 **partendo da destra** e si sostituisce ogni gruppo con la cifra esadecimale corrispondente

$$\underbrace{1100}_{3} \underbrace{1011}_{2} \underbrace{110}_{E} \text{ (2)} = 32E \text{ (h)}$$

- Per convertire da hex a bin si sostituisce ogni cifra esadecimale con la sequenza di 4 bit corrispondente.

Esercizi

Es 1 Convertire i seguenti numeri da base 2 a base 16:

- a) 10110111
- b) 11011001
- c) 11111111
- d) 101010
- e) 101110101
- f) 10000110

Es 3 Convertire i seguenti numeri da base 16 a base 10

- m) A3
- n) FA
- o) BE
- p) ABC
- q) D1C
- r) FFE

Es 2 Convertire i seguenti numeri da base 16 a base 2

- g) A3
- h) FA
- i) BE
- j) ABC
- k) D1C
- l) FFE

Es 5 Eseguire le seguenti somme

- s) A8h + 32h
- t) E1h + 20h
- u) F3h + 17h
- v) FFFFh + 1
- w) A01Bh + F4h
- x) 55h + 4Ch

Soluzioni:

a)B7 b)D9 c)1FF d)2A e)175 f)86
g)1010 0011 h)1111 1010 i)1011 1110
j)1010 1011 1100 k)1101 0001 1100
l)1111 1111 1110 m)163 n)250 o)190
p)2748 q)3356 r)4094 s)DAh t)101h
u)10Ah v)10000h w)A10Fh x)A1h

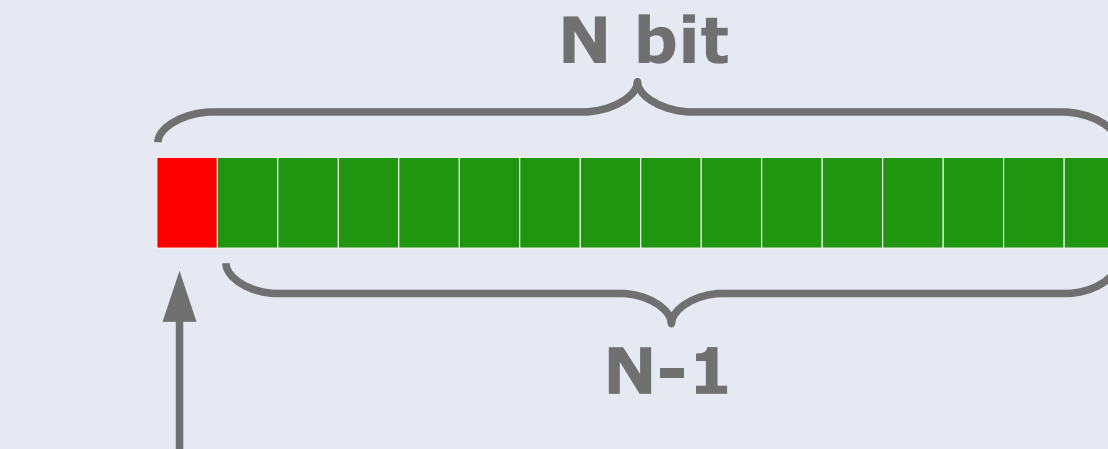
Codifica dei numeri interi con segno

Problema: dati N bit, come possiamo utilizzarli per codificare un insieme di **numeri interi con segno** (negativi, positivi, zero) ?

diverse soluzioni possibili

- codifica **modulo e segno**
- codifiche **eccesso-k**
- codifica in **complemento a uno**
- codifica in **complemento a due**

Rappresentazione modulo e segno



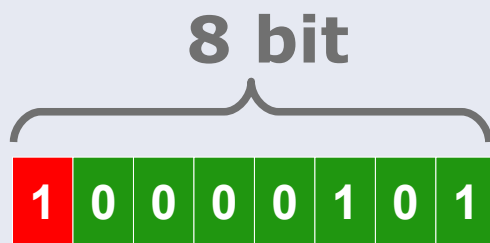
bit di segno:

- **0** se il numero è **positivo**
- **1** se il numero è **negativo**

Dati N bit, si utilizza il bit più significativo per rappresentare il **segno** e gli $N-1$ bit rimanenti per rappresentare il **valore assoluto** (*modulo*) del numero. Per convenzione, il bit di segno è 1 se il numero è negativo.

Rappresentazione modulo e segno

- **Esempio:** rappresentare il numero **-5** in modulo e segno su 8 bit

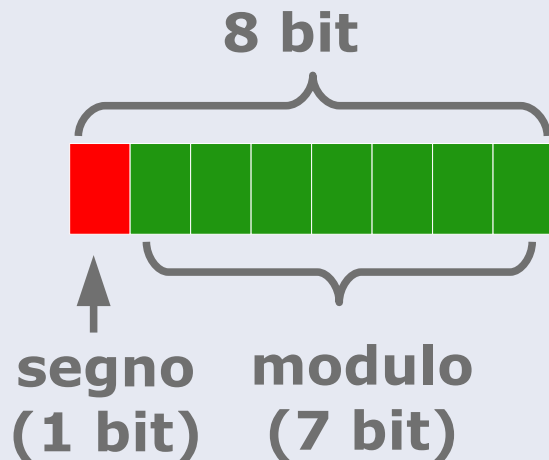


- Interpretando la stessa sequenza (10000101) come un intero senza segno otterremmo un numero completamente diverso: $1 \times 2^7 + 1 \times 2^2 + 1 = \mathbf{133}$!!!
- Una sequenza di bit, di per sè, è solo una sequenza di bit! Conoscendo la codifica utilizzata possiamo interpretarla come un numero.

Modulo e segno: valori rappresentabili

- In modulo e segno su N bit l'intervallo di numeri rappresentabili si estende da $-(2^{N-1} - 1)$ a $+(2^{N-1} - 1)$

Esempio (N=8)



| | | |
|-----------------|----------|--------|
| val. minimo | 11111111 | (-127) |
| val. massimo | 01111111 | (+127) |
| zero "negativo" | 10000000 | (-0) |
| zero "positivo" | 00000000 | (+0) |

**problema della doppia
rappresentazione dello zero**

Doppia rappresentazione dello zero

- Nella codifica modulo e segno, lo stesso numero (zero) è codificato due volte:
 - **10000000** (-0) zero negativo
 - **00000000** (+0) zero positivo
- La doppia rappresentazione dello zero è un problema perchè:
 - occorre tenere conto di questa "anomalia" nei **confronti** (poichè matematicamente $+0 = -0$)
 - **si spreca una configurazione** (che potrebbe essere usata per estendere di una unità il range dei valori rappresentabili)

Codifiche eccesso-K

- Risolve il problema della doppia rappresentazione dello zero
- Per codificare un numero X con una codifica eccesso- K si somma un **valore costante (K)** al numero da rappresentare (X) e si codifica poi in binario il risultato della somma ($X+K$).
- La costante K è scelta in modo che il risultato della somma ($X+K$) sia sempre positivo (mentre X potrebbe essere negativo)
- In questo modo non serve alcun bit "speciale" per rappresentare il segno!
- Se la codifica è su N bit, si utilizza in genere **$K=2^{N-1}$** oppure **$K=2^{N-1}-1$**

Codifiche eccesso-K

Procedimento di codifica:

- numero da codificare: X
- calcolo $X + K$
- codifico $(X + K)$ in binario

Idea: anzichè codificare direttamente X (che potrebbe essere negativo) si somma ad X una costante K , scelta in modo che la somma $(X+K)$ sia sempre positiva, e si codifica in binario il risultato della somma.

Esempio: Codificare il numero **-3** usando la codifica "**eccesso-127**" a 8 bit

Soluzione

$$X = -3 \quad K = 127$$

$$-3 + 127 = 124$$

$$124 = 01111100$$

← rappresentazione di **-3** in eccesso-127

Esempio: codifica eccesso-127

- Con la codifica "eccesso-127" a 8 bit l'intervallo di valori rappresentabili è: **-127 ... +128**

Infatti, con **K=127** si ottiene

- Valore minimo: **-127**

codifica: **-127** + **127** = **0** → **00000000**

- Valore massimo: **+128**

codifica: **+128** + **127** = **255** → **11111111**

- Unica rappresentazione dello **zero**:

0 + **127** = **127** → **01111111**

Notare che lo zero "eccesso-127" non coincide con lo zero della codifica binaria senza segno... **00000000**

Codifica in complemento a due

- E' il formato adottato internamente dalla maggior parte delle CPU attuali (ALU progettata per operare su numeri in complemento a due)
- Consente di realizzare circuiti hardware particolarmente semplici (unico circuito "sommatore" per somma e sottrazione)
- Unica rappresentazione dello zero: 00000000

Complemento a due

Fissato un certo numero N di bit, la rappresentazione in complemento a due di un numero si ottiene in questo modo:

- se il numero è **positivo**, la codifica in complemento a due coincide con codifica binaria del numero stesso
- se il numero è **negativo**, per ottenere la sua codifica in complemento occorre eseguire tre passaggi:

passo 1] codificare in binario il **valore assoluto** del numero

passo 2] **invertire** tutti i bit (gli 1 diventano 0 e viceversa)

passo 3] **sommare 1** al numero ottenuto al punto precedente, ignorando (scartando) l'eventuale riporto oltre il bit più significativo

Complemento a due

Esempio 1 Trova la rappresentazione in complemento a due a 8 bit del numero **9₍₁₀₎**

Soluzione Poichè il numero è positivo, basta calcolare la rappresentazione binaria di 9 e disporla su 8 bit:

$$9_{(10)} = 00001001_{(c2)}$$

Complemento a due

Esempio 2 Trova la rappresentazione in complemento a due a 8 bit del numero **-9₍₁₀₎**

Soluzione Poichè il numero è negativo servono 3 passi

Passo 1 Rappresento +9
in binario su 8 bit **00001001**

Passo 2 Inverto tutti i bit
(*complemento a uno*) **11110110 +**
1 =

Passo 3 Sommo +1 al risultato del passo precedente

11110111

rappresentazione di -9

Operazioni di complemento a uno e a due

- data una sequenza di bit, l'operazione di inversione dei bit è detta anche **operazione di complemento a uno**

esempio: il complemento a uno di **0101** è **1010**

- data una sequenza di bit, l'operazione di inversione dei bit e aggiunta di 1 (scartando l'ultimo riporto se presente) è **detta operazione di complemento a due**

esempio: il complemento a due di 00001111 è
11110001

- Nota bene: le operazioni di complemento a uno e complemento a due partono da una sequenza di N bit e producono una nuova sequenza di esattamente N bit

Operazioni di complemento a uno e a due

- data una sequenza di bit, l'operazione di inversione dei bit è detta anche **operazione di complemento a uno**

esempio: il complemento a uno di **0101** è **1010**

- data una sequenza di bit, l'operazione di inversione dei bit e aggiunta di 1 (scartando l'ultimo riporto se presente) è **detta operazione di complemento a due**

esempio: il complemento a due di **00001111** è
11110000 + 1 = 11110001

- Nota bene: le operazioni di complemento a uno e complemento a due partono da una sequenza di N bit e producono una nuova sequenza di esattamente N bit

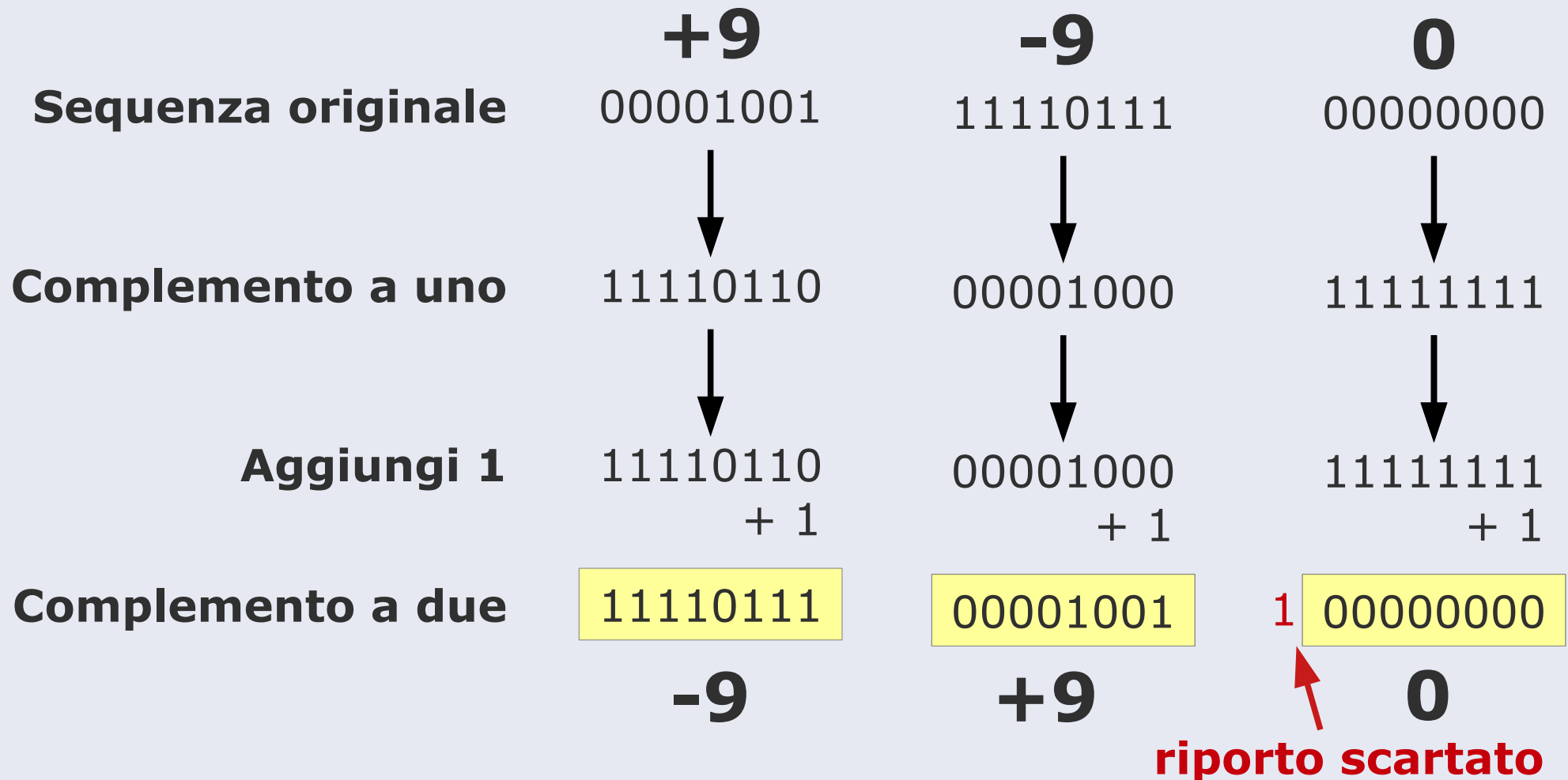
Proprietà del complemento a due

- Tutti i numeri **positivi** hanno il bit più significativo a **0**
- Tutti i numeri **negativi** hanno il bit più significativo a **1**
- Il bit più significativo (**MSB = most significant bit**) funziona quindi come un **bit di segno**
- Effettuare l'operazione di complemento a due su una sequenza di bit equivale a cambiare di segno il numero rappresentato

complemento a due = cambio di segno

Cambio di segno

Verifichiamo che ogni volta che si esegue il complemento a due su una sequenza di bit si cambia il segno del numero rappresentato:



Esercizio risolto

Esercizio Quale numero è rappresentato in complemento a due dalla sequenza **11110000** ? (esprimi il risultato in base 10)

Soluzione

poichè il bit più a sinistra (MSB) è un 1, il numero sarà sicuramente negativo

per ottenere il suo valore assoluto, gli cambio segno eseguendo l'operazione di complemento a due:

$$11110000 \rightarrow 00001111 + 1 = 00010000$$

$$00010000_{(2)} = 16_{(10)}$$

quindi la sequenza originale rappresenta **-16₍₁₀₎**

Aritmetica in complemento a due

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 00000011 \\ + 00000010 \\ \hline 00000101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-3) \\ + (-2) \\ \hline (-5) \end{array} \quad \begin{array}{r} 11111101 \\ + 11111110 \\ \hline 1] 11111011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-5) \\ + 2 \\ \hline -3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11111011 \\ + 00000010 \\ \hline 11111101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + (-2) \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 00000101 \\ + 11111110 \\ \hline 00000011 \end{array}$$

Funziona!

Range di valori rappresentabili

- La codifica in complemento a due a **N** bit consente di rappresentare tutti i numeri interi da **-2^{N-1}** a **$+2^{N-1} - 1$**

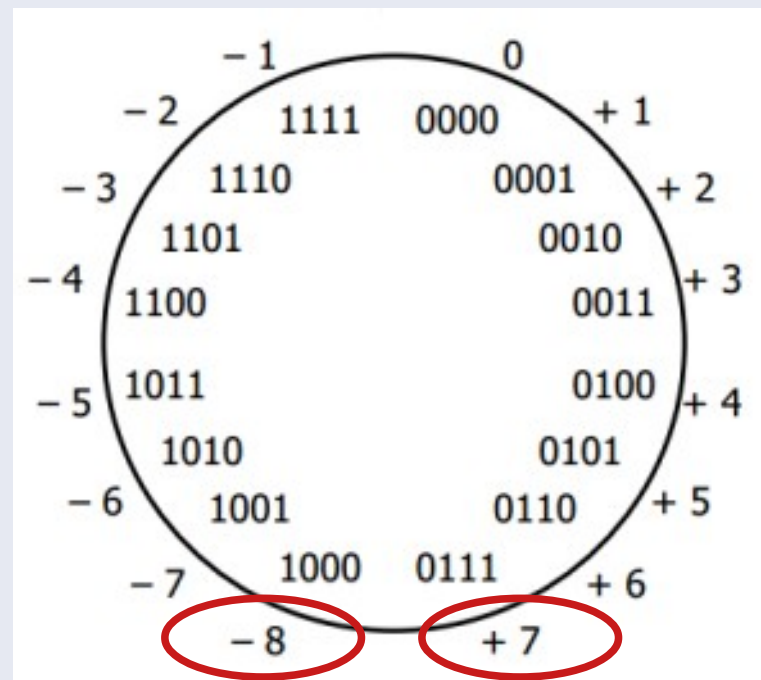
Esempio:

Qual è il range dei numeri rappresentabili in complemento a due con 4 bit ? e con 8 bit?

Risposta:

4 bit --> $[-2^3 \dots +2^3 - 1]$ --> $[-8 \dots +7]$

8 bit --> $[-2^7 \dots +2^7 - 1]$ --> $[-128 \dots +127]$



Un caso speciale

- In complemento a due, il **numero negativo con valore assoluto massimo** è sempre rappresentato da una sequenza del tipo **1000...000**
- Esempio: con **8 bit** il range è **[-128 ... +127]** e il valore -128 si rappresenta con 1000000
- Questa sequenza è particolare perchè il suo complemento a due è la sequenza stessa!

| | |
|---------------------------|---------|
| Sequenza originale | 1000000 |
| Comeplemento a uno | 0111111 |
| Aggiungo 1 | +1 |
| Complemento a due | 1000000 |

Overflow in complemento a due

- Può capitare che il risultato di un'operazione aritmetica tra due numeri a N bit non sia rappresentabile con N bit
si dice che l'operazione genera **overflow** (*trabbocamento*)

Esempio 1: utilizzando la codifica in complemento a due a 8 bit, l'operazione $120 + 10$ produce overflow poichè il risultato (130) eccede il massimo numero rappresentabile (127)

Esempio 2: utilizzando la codifica in complemento a due a 8 bit, l'operazione $-80 - 60$ produce overflow poichè il risultato (-140) è inferiore al minimo numero rappresentabile (-128)

Condizioni di overflow

- E' possibile stabilire se si è verificato overflow osservando direttamente le codifiche in complemento a due, in base ad uno qualsiasi dei seguenti criteri:

Criterio 1. l'operazione di somma in complemento a due produce overflow se e solo se i due addendi hanno segno uguale e il risultato ha segno diverso.

Criterio 2. l'operazione di somma in complemento a due produce overflow se e solo se l'ultimo e il penultimo riporto sono diversi.

Applicazione dei criteri di overflow

Esempio 1: eseguire la somma tra i seguenti numeri in complemento a due a 8 bit e stabilire se si è verificato overflow: $00000110 + 00001100$

Soluzione:

| | | |
|-------|---|----------|
| | | 00001100 |
| 6 | + | 00000110 |
| <hr/> | | |
| 18 | | 00010010 |

The diagram illustrates the addition of 6 and 12. On the left, the decimal addition is shown: 6 + 12 = 18. On the right, the 8-bit binary addition is shown. The first number, 6, is represented as 00000110. The second number, 12, is represented as 00001100. The result, 18, is represented as 00010010. A carry-out of 0 is shown at the top, indicating no overflow.

gli ultimi due riporti sono uguali quindi non c'è overflow (criterio 2)

oppure

i numeri sono entrambi positivi e il risultato è positivo, quindi non c'è overflow (criterio 1)

Applicazione dei criteri di overflow

Esempio 2: eseguire la somma tra i seguenti numeri in complemento a due a 8 bit e stabilire se si è verificato overflow: $11111101 + 11111110$

Soluzione:

| | |
|----------|--|
| (-3) | |
| $+ (-2)$ | |
| <hr/> | |
| -5 | |

| | | |
|-------|----------|----------|
| | | 11111100 |
| | 11111101 | |
| + | 11111110 | |
| <hr/> | | |
| | 11111011 | |

gli ultimi due riporti sono uguali quindi non c'è overflow (criterio 2)

oppure

gli addendi hanno lo stesso segno e il risultato ha lo stesso segno, quindi non c'è overflow (criterio 1)

Applicazione dei criteri di overflow

Esempio 3: eseguire la somma tra i seguenti numeri in complemento a due a 8 bit e stabilire se si è verificato overflow: $01111110 + 00000011$

Soluzione:

| | |
|-------|------------|
| 126 | 01111110 |
| + 3 | + 00000011 |
| <hr/> | <hr/> |
| 129 | 10000001 |
| | |
| | -127 |

risultato matematico errato

gli **ultimi due riporti sono diversi** quindi c'è overflow (criterio 2)

oppure

gli addendi hanno lo stesso segno e il **risultato ha segno diverso** quindi c'è overflow (criterio 1)

Applicazione dei criteri di overflow

Esempio 4: eseguire la somma tra i seguenti numeri in complemento a due a 8 bit e stabilire se si è verificato overflow: $10110000 + 10110000$

Soluzione:

$$\begin{array}{r} (-80) \\ + (-80) \\ \hline -160 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10110000 \\ + 10110000 \\ \hline 01100000 \end{array}$$

||
+96

risultato matematico errato

gli **ultimi due riporti sono diversi** quindi c'è overflow (criterio 2)

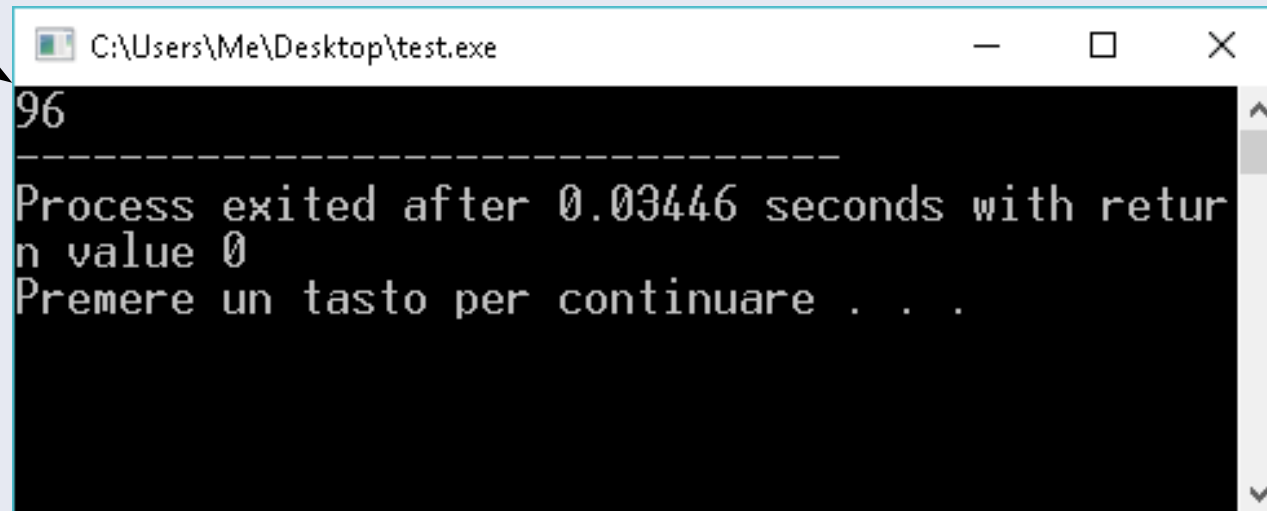
oppure

gli addendi hanno lo stesso segno e il **risultato ha segno diverso** quindi c'è overflow (criterio 1)

Provare per credere...

Linguaggio C

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main() {
4      char x,y,z;
5      x = -80;
6      y = -80;
7      z = x + y ;
8      printf("%d", z);
9  }
```



```
C:\Users\Me\Desktop\test.exe
96
-----
Process exited after 0.03446 seconds with return value 0
Premere un tasto per continuare . . .
```

Linguaggio C++

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3
4  int main() {
5      char x,y,z;
6      x = -80;
7      y = -80;
8      z = x + y ;
9      cout << (int) z;
10 }
```

Confronto fra codifiche degli interi con segno

| | Rappresentazione modulo e segno (N bit) | Rappresentazione in complemento a due (N bit) |
|---------------------------------|---|---|
| Range di valori rappresentabili | $-(2^{N-1}-1) .. 2^{N-1}-1$ | $-2^{N-1} .. 2^{N-1}-1$ |
| Numero di interi <u>diversi</u> | 2^N-1 | 2^N |
| Codifica dello zero | Doppia rappresentazione (per verificare l'uguaglianza con zero servono due confronti) | Unica rappresentazione dello zero (non esistono lo zero positivo e quello negativo) |
| Indicazione del segno | Il bit più significativo indica il segno: 1 -> negativo 0 -> positivo | Il bit più significativo indica il segno: 1 -> negativo 0 -> positivo |
| Vantaggi e svantaggi | Operazioni aritmetiche e di confronto più complesse da implementare in hardware | Operazioni aritmetiche più semplici da implementare in hardware (basta un unico circuito di somma binaria) |
| Utilizzo | Non utilizzata nelle CPU attuali | Utilizzata nella maggior parte delle CPU attuali |

Esercizi

Es 1 Rappresentare in complemento a due a 8 bit i seguenti numeri

- a) -13
- b) -18
- c) +20
- d) -20
- e) +50
- f) -100

Es 3 stabilire quale numero in base 10 è rappresentato dalle seguenti sequenze in complemento a due

- m) 11110101
- n) 10000000
- o) 11111100
- p) 11000000
- q) 10110110
- r) 10111111

Es 2 Eseguire le somme usando l'aritmetica in complemento a due a 8 bit, e stabilire se producono overflow

- g) 00001111 + 00001100
- h) 11000100 + 11001110
- i) 11000100 + 10111010
- j) 01010001 + 00010101
- k) 01011010 + 01101110
- l) 01111100 + 00000101

Soluzioni:

- a)11110011 b) 11101110 c)00010100
- d)11101100 e)00110010 f)10011100
- g) no h) no i) si j) no k) si l) si
- m)-11 n) -128 o)-4 p)-64 q)-74 r)-65

Numeri frazionari nel sistema binario

- Sappiamo che nei numeri in base 10 le cifre dopo la virgola sono associate a potenze di 10 con esponente negativo:

$$675,93_{(10)} = 6 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$$

- Nel sistema binario la parte frazionaria si interpreta allo stesso modo, utilizzando però potenze di 2:

$$101,011_{(2)} = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

$$= 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times (1/2) + 1 \times (1/4) + 1 \times (1/8)$$

$$= 4 + 1 + 0,25 + 0,125 = 5,375_{(10)}$$

Numeri frazionari: conversione DEC \rightarrow BIN

Problema Trovare la rappresentazione binaria del numero $3,875_{(10)}$

Soluzione - Per la **parte intera** si utilizza il metodo già noto

$$3_{(10)} = 11_{(2)}$$

- Per la **parte frazionaria** si utilizza l'**algoritmo delle moltiplicazioni per due**

$$0,875 \times 2 = 1,75$$

$$0,75 \times 2 = 1,5$$

$$0,5 \times 2 = 1,0$$

$$0,0 \times 2 = 0,0$$

$$0,0 \times 2 = 0,0$$

...

...

$$3,875_{(10)} = 11,111000.._{(2)}$$

Numeri frazionari: conversione DEC \rightarrow BIN

Problema 2 Trovare la rappresentazione binaria del numero $0,3_{(10)}$

Soluzione - **parte intera** $0_{(10)} = 0_{(2)}$

- **parte frazionaria**

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

da qui in poi si ripete
all'infinito la parte
cerchiata

$$\dots \qquad \dots$$
$$0,3_{(10)} = 0,01001100110011001\dots_{(2)}$$

Osservazione importante

- L'esempio precedente ci mostra che un numero con un numero finito di cifre dopo la virgola nel sistema decimale, può avere infinite cifre dopo la virgola nella rappresentazione binaria!
- Ciò significa che, per rappresentarlo nella memoria di un computer con un numero finito di bit, sarà necessario **troncare** la parte frazionaria !
- il troncamento produce un numero che **approssima** il numero originale, ma può essere diverso dall'originale

Esercizi

- **Es 1.** Converti in binario i seguenti numeri frazionari espressi in base 10
 - a) 3,125
 - b) 10,625
 - c) 12,1
 - **Es 2.** Converti in decimale i seguenti numeri frazionari espressi in base 2
 - d) 11,100110
 - e) 101,001101
 - f) 1110,0111
- Soluzioni:
- a) 11.001
 - b) 1010,101
 - c) 1100,000110011001100110011...
 - d) 3,59375
 - e) ...
 - f)

Virgola fissa e virgola mobile

Per codificare nella memoria di un computer un numero binario frazionario sono possibili due approcci:

- rappresentazione in **virgola fissa** (*fixed-point*)
- rappresentazione in **virgola mobile** (*floating-point*)

Virgola fissa

- Si riserva un certo numero di bit **costante** per la parte intera, e un altro numero di bit costante per la parte frazionaria.

Esempio Rappresentare in virgola fissa il numero 9,5 in virgola fissa, usando 1 bit per il segno, 15 bit per la parte intera e 16 bit per la parte frazionaria

Soluzione

$$9,5_{(10)} = 1001,1_{(2)}$$

0 0000000000000001001 1000000000000000

Virgola mobile

- la rappresentazione in virgola mobile consente un uso più efficiente dei bit a disposizione
- a parità di bit complessivi, permette un range di numeri molto più ampio
- Si basa sulla rappresentazione esponenziale dei numeri frazionari:

Esempi (in sistema decimale)

$$+412,36 = +4,1236 \times 10^2$$

$$-0,00985 = -9,85 \times 10^{-3}$$

Lo standard IEEE-754

- la rappresentazione in virgola mobile definita dallo standard **IEEE-754** è adottata dalla maggior parte delle attuali CPU
- Lo standard prevede due codifiche (o formati):
 - **IEEE-754 single precision** (precisione singola)
 - codifica a 32 bit
 - usata per le variabili di tipo **float** in molti linguaggi
 - **IEEE-754 double precision** (precisione doppia)
 - codifica a 64 bit
 - usata per le variabili di tipo **double** in molti linguaggi

Codifica IEEE-754

Le codifica in virgola mobile IEEE-754 si basa sulla rappresentazione di numero binario in forma esponenziale normalizzata:

Passo 1 Si rappresenta il numero frazionario in binario

Passo 2 Si **normalizza** il numero, cioè lo si scrive nella forma

$$\underbrace{\pm}_{\text{segno}} 1, \underbrace{\text{XXXXXX}}_{\text{mantissa}} \times 2^{\underbrace{\pm N}_{\text{esp.}}}$$

per qualsiasi numero diverso da 0 è sempre possibile ottenere questa forma spostando la virgola verso destra o verso sinistra di N posizioni:

spostamento verso **destra** \Rightarrow esponente = **-N**

spostamento verso **sinistra** \Rightarrow esponente = **+N**

Codifica IEEE-754

- Passo 3** Si codifica l'esponente con **eccesso-127** (8 bit) se si utilizza la precisione singola, oppure con **eccesso-1023** (11 bit) se si utilizza la precisione doppia
- Passo 4** Si sistemano i bit per segno, mantissa ed esponente, a seconda del formato scelto, secondo questi schemi:

Precisione singola (totale 32 bit):

- 1 bit per segno (1=negativo, 0=positivo)
- 8 bit per esponente
- 23 bit per mantissa

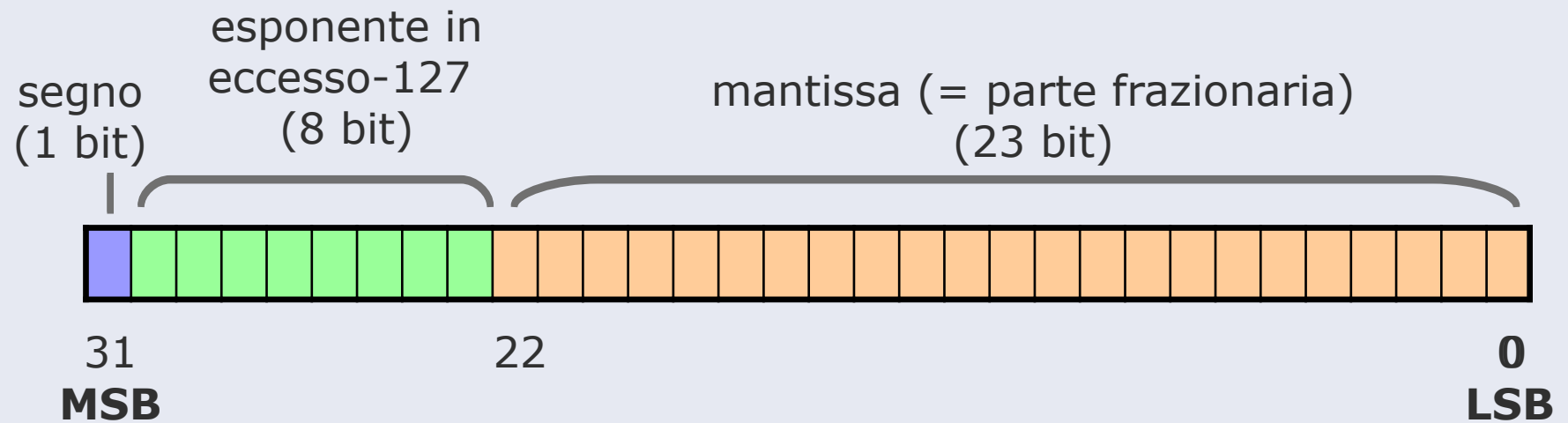
Precisione doppia (totale 64 bit):

- 1 bit per segno (1=negativo, 0=positivo)
- 11 bit per esponente
- 52 bit per mantissa

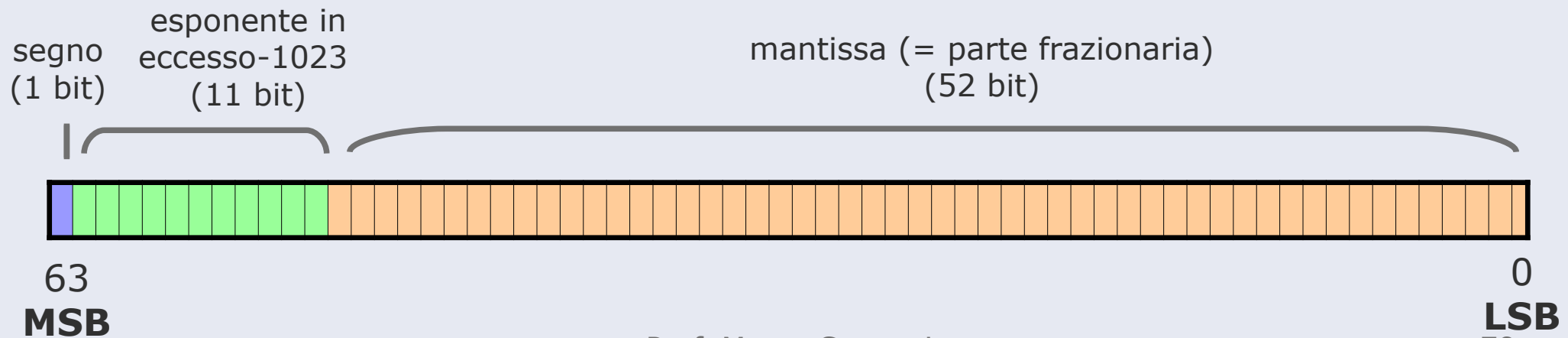
Formati IEEE-754

$$\pm 1, \text{XXXXXX} \times 2^{\pm N}$$

Precisione singola = 32 bit



Precisione doppia = 64 bit



Codifica IEEE-754 – Esempio 1

Esempio Codificare **-12,25** in formato *IEEE-754 single precision*

$$0,25 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 0 \times 1/2 + 1 \times 1/4$$

Passo 1

Codifica binaria

$$-12,25_{(10)} = -1100,01_{(2)}$$

Passo 2

Normalizzazione

$$-1100,01 = -1,10001 \times 2^{+3}$$

virgola spostata di 3 posizioni
verso **sinistra**, quindi esponente
positivo +3

Codifica IEEE-754 – Esempio 1

Passo 3

Codifico l'esponente in eccesso-127

segno mantissa esp.



$-1,10001 \times 2^3$

$3 + 127 = 130 \rightarrow 10000010$

Passo 4

Posizione i bit nel formato

Diagram illustrating the IEEE 754 single-precision floating-point format (32 bits):

- segno** (1 bit): The first bit, shown in blue.
- esp + 127** (8 bit): The exponent field, shown in green.
- mantissa** (23 bit): The mantissa field, shown in red.

The bit pattern shown is: **1** **100000010** **10001000000000000000000**

HEX

1100 0001 0100 0100 0000 0000 0000 0000

C 1 4 4 0 0 0 0

Valori speciali e range IEEE-754

- Le sequenze 100...000 e 000..000 rappresentano i valori -0 e +0
- L'esponente 111...111 è riservato per codificare valori speciali (**infinity** e **NaN = Not a Number**)
- L'esponente 000...000 è riservato per i **numeri denormalizzati**
- **Range precisione singola:**
$$\pm 1.18 \times 10^{-38} \quad .. \quad \pm 3.4 \times 10^{38}$$
- **Range precisione doppia:**
$$\pm 2.23 \times 10^{-308} \quad ... \quad \pm 1.80 \times 10^{308}$$

Esercizi

Es 1 Codifica i seguenti numeri nel formato **IEEE-754** precisione singola, rappresentando il risultato in esadecimale

- a) 4.25
- b) 12.6
- c) 0.5
- d) 1.0
- e) 1.5
- f) -4.5
- g) -80.2
- h) 76.3
- i) 8.625
- j) 10.1
- k) 1024.75
- l) 40.3

SOLUZIONI:

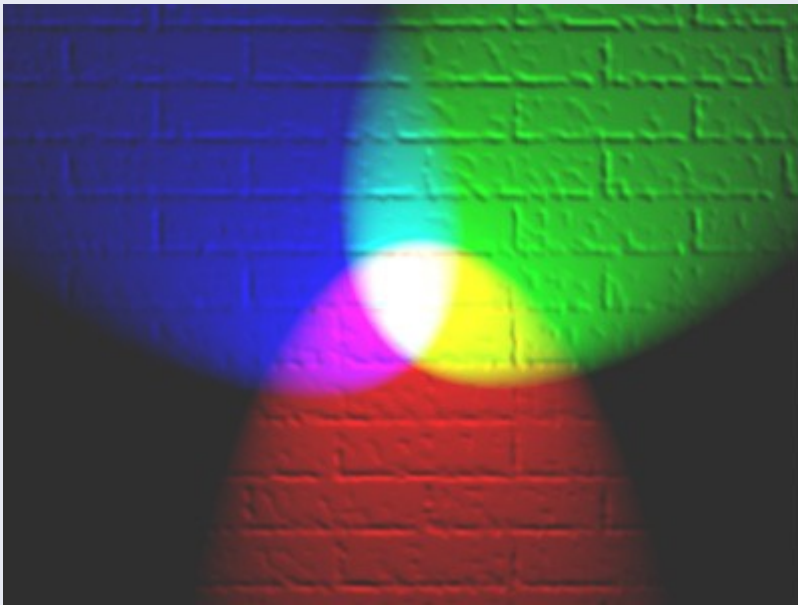
- a) 40 88 00 00
- b) 41 49 99 9A
- c) 3F 00 00 00
- d) 3F 80 00 00
- e) 3F C0 00 00
- f) C0 90 00 00
- g) C2 A0 66 66
- h) 42 98 99 9A
- i) 41 0A 00 00
- j) 41 21 99 9A
- k) 44 80 18 00
- l) 42 21 33 33

Nota: per verificare gli esercizi è possibile utilizzare il seguente link:

<http://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html>

Codifica dei colori nel formato RGB

- Si può pensare di produrre qualsiasi colore visibile sullo schermo combinando la luce di 3 sorgenti luminose: una di colore rosso, una verde e una blu.



- Variando l'intensità relativa delle 3 luci si ottengono diversi colori
- Se tutte le luci sono spente, si ottiene il nero
- Se tutte le luci sono accese alla massima intensità, si otterrà il bianco

Codifica dei colori nel formato RGB

- Nella codifica RGB un colore si rappresenta tramite **3 valori** (R, G e B) che indicano i livelli di intensità della luce rossa, verde e blu necessari a generarlo.
- I valori R, G e B costituiscono le **tre componenti** del colore.
- Nella **codifica RGB a 24 bit** ogni colore è rappresentato tramite 3 byte (un byte per ogni componente):
 - il primo byte specifica la quantità (livello) di luce rossa (R)
 - il secondo byte specifica la quantità (livello) di luce verde (G)
 - il terzo byte specifica la quantità (livello) di luce blu (B)
- Il valore di ogni componente può variare da **0** (intensità minima) a **255** (intensità massima).

Formato RGB a 24 bit

Esempio di colore in formato RGB a 24 bit:

| | | |
|----------|----------|----------|
| 11110000 | 00001010 | 10100000 |
|----------|----------|----------|

Red=240

livello di
rosso

Green=10

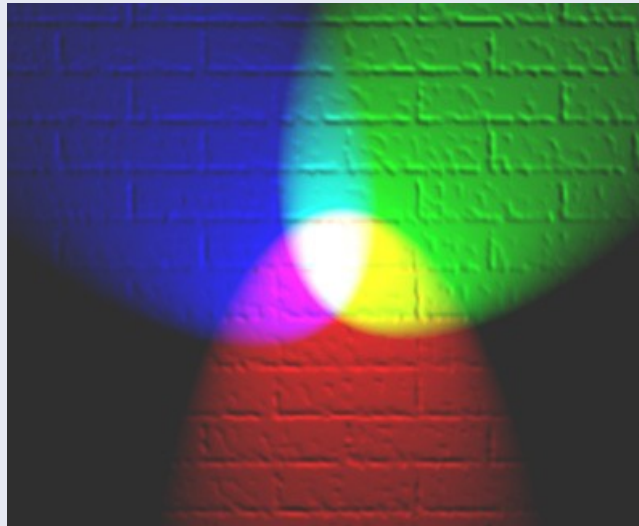
livello di
verde

Blue=160

livello di
blu



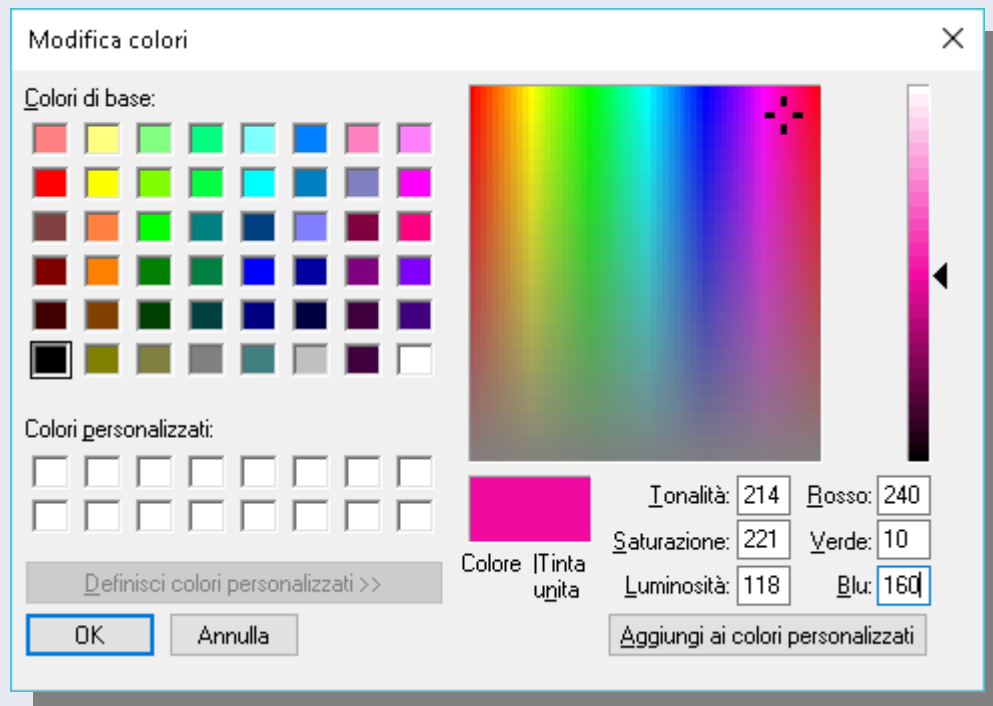
colore
risultante



Codifica dei colori nel formato RGB

- I valori R, G e B vengono solitamente espressi in decimale o in esadecimale.
- Il colore precedente si indica quindi così:

rgb(240 , 10, 160) oppure **#F00AA0**



Altri esempi:

00FF00 = verde

FFFF00 = giallo

FF00FF = violetto

000000 = nero

FFFFFF = bianco

Numero di colori rappresentabili

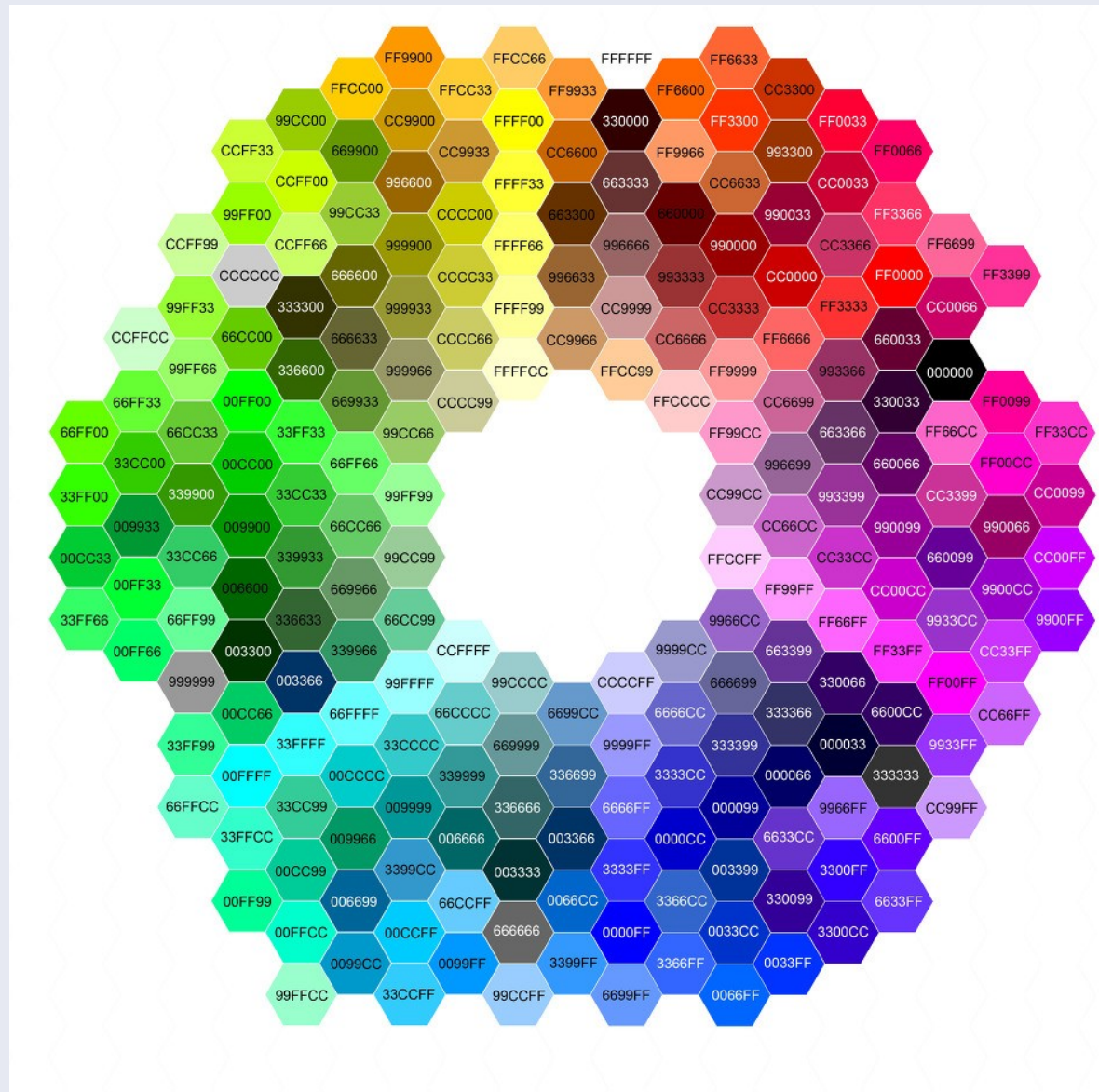
- Poichè ogni componente può assumere 256 diversi livelli, il numero di combinazioni possibili è:

$$256 \times 256 \times 256 = \text{circa } \mathbf{16 \text{ milioni di colori}}$$

- Ragionamento alternativo: con 24 bit, si possono costruire 2^{24} sequenze diverse di 0 e 1, e quindi si possono rappresentare 2^{24} colori diversi.

$$2^{24} = 2^4 \times 2^{20} = \text{circa } \mathbf{16 \text{ milioni di colori}}$$

Alcuni codici colore HEX ...



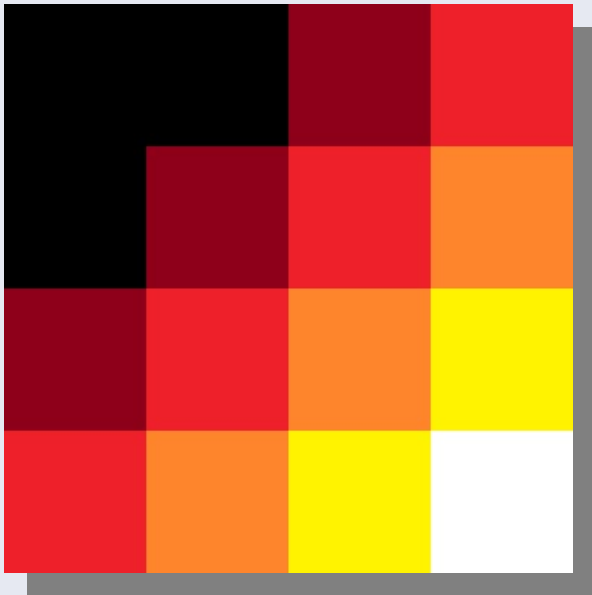
Codifica delle immagini

- Un'immagine digitale è costituita da una griglia rettangolare di punti detti **pixel** (= picture element).
- Ad ogni pixel è associato un colore
- in linea di principio, un'immagine può essere codificata specificando le dimensioni della griglia (larghezza e altezza) e il colore di ogni pixel (secondo un ordine concordato).
- Esempio di immagine 4x4 pixel



Codifica delle immagini

Una possibile codifica è la seguente*:



- il primo byte indica la larghezza
- il secondo byte indica l'altezza
- i byte successivi, letti a gruppi di 3, indicano il colore dei pixel procedendo "per righe" a partire dall'alto.

l'immagine verrebbe codificata nella seguente sequenza di **50 byte**:

```
4,4, 0,0,0, 0,0,0, 136,0,21, 237,28,36, 0,0,0, 136,0,21,  
237,28,36, 255,127,39, 136,0,2, 237,28,36, 255,127,39,  
255,242,0, 237,28,36, 255,127,39, 255,242,0, 255,255,255
```

* i formati immagine reali sono molto più complessi, ed efficienti!

Codifica dei suoni

- Ciò che percepiamo come suono è una variazione di pressione nel tempo, rilevata dal nostro orecchio
- Un microfono misura questa variazione di pressione e la trasforma in un segnale elettrico con andamento analogo (ottiene cioè un segnale analogico)
- Per codificare il suono in modo digitale, il segnale analogico deve essere campionato e quantizzato

campionamento: si effettua una misura del segnale a intervalli di tempo regolari ottenendo una serie di campioni. Per ottenere una buona qualità del suono (qualità CD) occorre campionare a **44100 Hz**

quantizzazione: ogni campione è memorizzato usando un numero un certo numero di bit

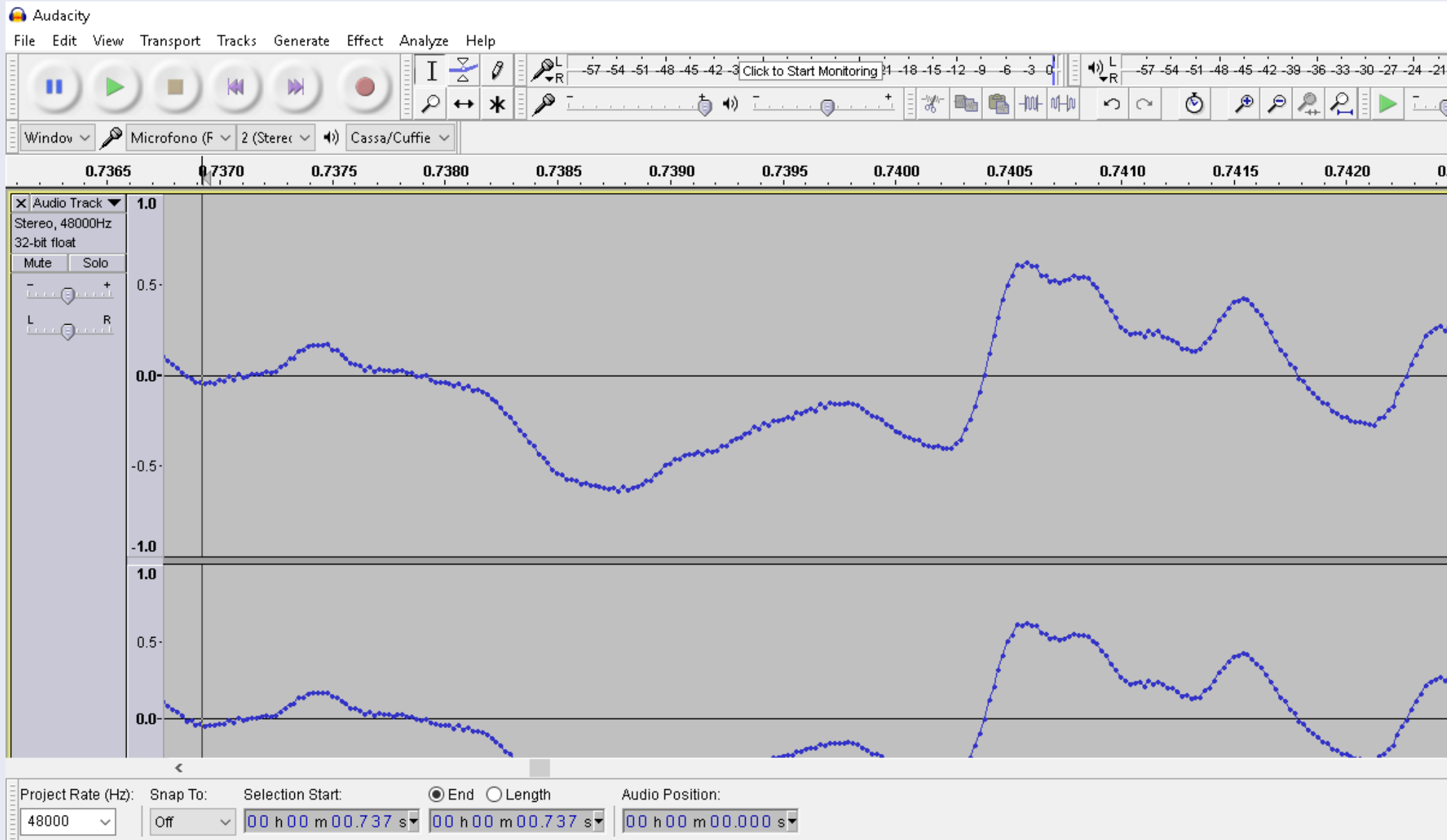
Codifica dei suoni

- Ciò che percepiamo come suono è una variazione di pressione nel tempo, rilevata dal nostro orecchio
- Un microfono misura questa variazione di pressione e la trasforma in un segnale elettrico con andamento analogo (ottiene cioè un segnale analogico)
- Per codificare il suono in modo digitale, il segnale analogico deve essere campionato e quantizzato

campionamento: si effettua una misura del segnale a intervalli di tempo regolari ottenendo una serie di campioni.

quantizzazione: ogni campione è memorizzato usando un numero un certo numero di bit. Ciò comporta che il valore del campione venga approssimato con il valore più vicino fra quelli rappresentabili con i bit a disposizione. Esempio: con 4 bit per campione, si avranno a disposizione solo 16 diversi livelli.

Codifica dei suoni

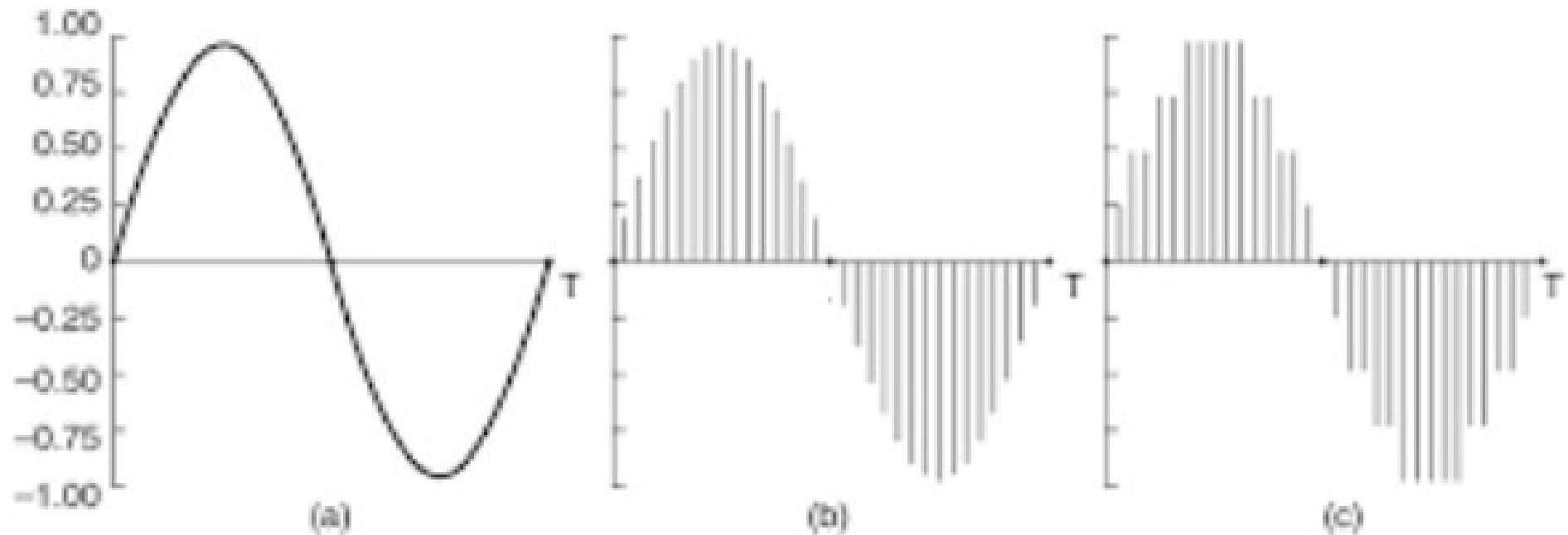


Codifica dei suoni

**segnale originale
(analogico)**

campionamento

quantizzazione



Codifica dei suoni

- Una misurazione del segnale in un certo istante è detta **campione**
- **frequenza di campionamento** = numero di campioni presi in un secondo
- la frequenza si misura in **Hertz** (1 Hz = 1 campione al secondo)
- L'audio con **qualità CD** prevede di campionare a **44100 Hz** e quantizzare i campioni usando **16 bit per campione**
- per dare l'illusione di un suono più realistico, si utilizza l'audio stereo
- Il suono stereo prevede la memorizzazione di **due** serie di campioni leggermente diverse: canale destro e canale sinistro

Codifica dei suoni

Problema: quanti byte sono necessari per memorizzare 1 minuto di suono stereo, campionato alla frequenza di 44100 Hz, utilizzando 16 bit per campione e senza compressione?

Soluzione

60 sec × **44100** campioni/sec × **2** byte × **2** canali =
= 10584000 byte = circa 10 MB !!!

Codifica dei caratteri

Argomenti

- Codifica ASCII a 7-bit (US-ASCII)
- Codifiche ASCII estese
 - ISO 8859-1 (Latin 1)
- Standard Unicode
 - Codifica UTF-8
 - Codifica UTF-16
 - Codifica UTF-32

ASCII

- American Standard Code for Information Interchange
- La codifica ASCII originale e' una codifica a **7 bit** (nata per la rete telegrafica, anni '60)
 - con 7 bit si codificano $2^7=128$ caratteri
 - caratteri rappresentabili: caratteri di controllo, lettere dell'alfabeto inglese, numeri, segni di interpunzione
 - ad ogni carattere è associato un numero da 0 a 127, detto **codice ascii** del carattere
- Il codice ASCII a 7 bit è noto anche come **ASCII standard**, o **US-ASCII**
- se si rappresentano con 8 bit, tutti i caratteri ASCII standard hanno 0 nel bit più significativo (00000000 .. 01111111)

ASCII standard (7 bit)

| Byte | Cod. | Char | Byte | Cod. | Char | Byte | Cod. | Char | Byte | Cod. | Char |
|----------|------|------------------|----------|------|------|----------|------|------|----------|------|------|
| 00000000 | 0 | Null | 00100000 | 32 | Spc | 01000000 | 64 | @ | 01100000 | 96 | ` |
| 00000001 | 1 | Start of heading | 00100001 | 33 | ! | 01000001 | 65 | A | 01100001 | 97 | a |
| 00000010 | 2 | Start of text | 00100010 | 34 | " | 01000010 | 66 | B | 01100010 | 98 | b |
| 00000011 | 3 | End of text | 00100011 | 35 | # | 01000011 | 67 | C | 01100011 | 99 | c |
| 00000100 | 4 | End of transmit | 00100100 | 36 | \$ | 01000100 | 68 | D | 01100100 | 100 | d |
| 00000101 | 5 | Enquiry | 00100101 | 37 | % | 01000101 | 69 | E | 01100101 | 101 | e |
| 00000110 | 6 | Acknowledge | 00100110 | 38 | & | 01000110 | 70 | F | 01100110 | 102 | f |
| 00000111 | 7 | Audible bell | 00100111 | 39 | ' | 01000111 | 71 | G | 01100111 | 103 | g |
| 00001000 | 8 | Backspace | 00101000 | 40 | (| 01001000 | 72 | H | 01101000 | 104 | h |
| 00001001 | 9 | Horizontal tab | 00101001 | 41 |) | 01001001 | 73 | I | 01101001 | 105 | i |
| 00001010 | 10 | Line feed | 00101010 | 42 | * | 01001010 | 74 | J | 01101010 | 106 | j |
| 00001011 | 11 | Vertical tab | 00101011 | 43 | + | 01001011 | 75 | K | 01101011 | 107 | k |
| 00001100 | 12 | Form Feed | 00101100 | 44 | , | 01001100 | 76 | L | 01101100 | 108 | l |
| 00001101 | 13 | Carriage return | 00101101 | 45 | - | 01001101 | 77 | M | 01101101 | 109 | m |
| 00001110 | 14 | Shift out | 00101110 | 46 | . | 01001110 | 78 | N | 01101110 | 110 | n |
| 00001111 | 15 | Shift in | 00101111 | 47 | / | 01001111 | 79 | O | 01101111 | 111 | o |
| 00010000 | 16 | Data link escape | 00110000 | 48 | 0 | 01010000 | 80 | P | 01110000 | 112 | p |
| 00010001 | 17 | Device control 1 | 00110001 | 49 | 1 | 01010001 | 81 | Q | 01110001 | 113 | q |
| 00010010 | 18 | Device control 2 | 00110010 | 50 | 2 | 01010010 | 82 | R | 01110010 | 114 | r |
| 00010011 | 19 | Device control 3 | 00110011 | 51 | 3 | 01010011 | 83 | S | 01110011 | 115 | s |
| 00010100 | 20 | Device control 4 | 00110100 | 52 | 4 | 01010100 | 84 | T | 01110100 | 116 | t |
| 00010101 | 21 | Neg. acknowledge | 00110101 | 53 | 5 | 01010101 | 85 | U | 01110101 | 117 | u |
| 00010110 | 22 | Synchronous idle | 00110110 | 54 | 6 | 01010110 | 86 | V | 01110110 | 118 | v |
| 00010111 | 23 | End trans. block | 00110111 | 55 | 7 | 01010111 | 87 | W | 01110111 | 119 | w |
| 00011000 | 24 | Cancel | 00111000 | 56 | 8 | 01011000 | 88 | X | 01111000 | 120 | x |
| 00011001 | 25 | End of medium | 00111001 | 57 | 9 | 01011001 | 89 | Y | 01111001 | 121 | y |
| 00011010 | 26 | Substitution | 00111010 | 58 | : | 01011010 | 90 | Z | 01111010 | 122 | z |
| 00011011 | 27 | Escape | 00111011 | 59 | ; | 01011011 | 91 | [| 01111011 | 123 | { |
| 00011100 | 28 | File separator | 00111100 | 60 | < | 01011100 | 92 | \ | 01111100 | 124 | |
| 00011101 | 29 | Group separator | 00111101 | 61 | = | 01011101 | 93 |] | 01111101 | 125 | } |
| 00011110 | 30 | Record Separator | 00111110 | 62 | > | 01011110 | 94 | ^ | 01111110 | 126 | ~ |
| 00011111 | 31 | Unit separator | 00111111 | 63 | ? | 01011111 | 95 | _ | 01111111 | 127 | Del |

ASCII standard (7 bit)

Da ricordare:

- i primi 32 caratteri (da 0 a 31) non corrispondono a simboli grafici e sono detti **caratteri di controllo** o **caratteri non stampabili**
- fra i caratteri di controllo ricordare i caratteri per l'**andata a capo**:
 - Codice ASCII **10**: **line feed** (o new line) (`'\n'` in C)
 - Codice ASCII **13**: **carriage return** (`'\r'` in C)
- al carattere **spazio** (`' '`) corrisponde il codice ASCII **32**
- al carattere **'0'** corrisponde il codice ASCII **48**
- al carattere **'A'** corrisponde il codice ASCII **65**
- al carattere **'a'** corrisponde il codice ASCII **97**
- i codici delle lettere minuscole si ottengono sommando 32 al codice della maiuscola corrispondente

Codifiche ASCII estese

- Tra i caratteri ASCII standard non compaiono le lettere accentate usate in Italia (non usate negli USA) così come molte altre lettere e simboli:
Ğ (Turchia) Ű (Ungheria) Š (Finlandia)
- Idea: **estendere il codice ASCII** portandolo a 8 bit, in modo da utilizzare anche i codici con il bit più significativo a 1 (codici ASCII da 128 a 255)
- Problema: 128 caratteri in più non sono sufficienti per codificare tutti i caratteri che mancano
- Soluzione: definire una serie di codifiche ASCII estese. Ogni codifica estesa copre le necessità di una certa area geografica.
- La codifica ASCII estesa più nota è **ISO-8859-1**, nota anche come **codifica Latin-1**

Esempi di codifiche ASCII estese

- ISO-8859-1 Latin alphabet part 1 North America, Western Europe
- ISO-8859-2 Latin alphabet part 2 Eastern Europe
- ISO-8859-3 Latin alphabet part 3 Southeast Europe, Esperanto
- ISO-8859-4 Latin alphabet part 4 Scandinavia/Baltics
- ISO-8859-5 Latin/Cyrillic part 5 Cyrillic
- ISO-8859-6 Latin/Arabic part 6 Arabic alphabet
- ISO-8859-7 Latin/Greek part 7 Greek
- ISO-8859-8 Latin/Hebrew part 8 Hebrew alphabet

ISO-8859-1 (latin-1)

- E' una codifica a 8 bit
- I primi 128 codici coincidono con ASCII a 7 bit
- L'intervallo esteso (da **128** a **255**) è utilizzato per codificare lettere usate dai paesi dell'europa occidentale (Italia, Germania, Spagna, ..)

Ad esempio, nella codifica latin-1: 224 = à

- Non comprende caratteri usati nei paesi dell'europa orientale, per i quali esiste la codifica **ISO-8859-2 (latin-2)**

Ad esempio, nella codifica latin-2: : 224 = í

Codifiche errate dei file di testo

Problema: cosa accade se un file di testo, scritto in un paese dell'europa dell'est (ISO-8859-2) viene visualizzato su un computer in Italia (ISO-8859-1) ?

Soluzione: i caratteri ASCII standard (codici tra 0 e 127) rimangono immutati, mentre i caratteri non-ASCII (128..255) vengono visualizzati diversamente!

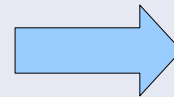
ISO-8859-2

a = 97
ř = 224



01100001
11100000

file di
testo



ISO-8859-1

97 = a
224 = à

Unicode: motivazioni

Problemi delle codifiche ASCII estese:

- **errori di visualizzazione** quando un file creato con una codifica viene aperto su un sistema che utilizza una codifica differente
- è complicato combinare caratteri appartenenti a **estensioni diverse nello stesso file**

Soluzione:

è stato sviluppato un nuovo standard, denominato **Unicode**, con l'obiettivo di codificare in modo "unico" qualsiasi simbolo utilizzato nel mondo

Come funziona Unicode?

- Unicode associa ad ogni simbolo un numero intero, detto **code-point**

Esempio **code-point 8734**: ∞

- Lo standard consente di utilizzare più di 1 milione di codepoint
- I code-point da 0 a 127 sono assegnati in modo da coincidere con ASCII.

Esempio **code-point 97**: a

- Il modo in cui un code-point viene trasformato in una sequenza di bit dipende dalla **codifica Unicode** utilizzata:
 - UTF-8 (Unicode Transformation Format a 8 bit)
 - UTF-16 (Unicode Transformation Format a 16 bit)
 - UTF-32 (Unicode Transformation Format a 32 bit)

UTF-32

- La più **semplice** tra le codifiche unicode è UTF-32
- Codifica a **lunghezza fissa**: ogni code-point è rappresentato in binario su 32 bit (4 byte)

Esempio:

in UTF-32, il carattere ∞ è rappresentato come:

00000000 00000000 00100010 00011110

UTF-32

- La più **semplice** tra le codifiche unicode è UTF-32
- Codifica a **lunghezza fissa**: ogni code-point è rappresentato in binario su 32 bit (4 byte)

Esempio:

in UTF-32, il carattere ∞ è rappresentato come:

00000000 00000000 00100010 00011110

UTF-32

Problemi:

- **enorme spreco di spazio:** se un testo utilizza solo caratteri ASCII, il file codificato in UTF-32 è 4 volte più grande dello stesso file codificato in ASCII
- **non c'è compatibilità con ASCII:** un file che utilizza solo caratteri ASCII standard deve essere convertito per essere portato nel nuovo formato

Soluzione: UTF-8

UTF-8

Idea: utilizzare una **codifica a lunghezza variabile** in cui

- i caratteri più frequenti sono codificati usando un solo byte
- i caratteri meno frequenti sono codificati usando più byte

UTF-8 è una codifica a lunghezza variabile in cui:

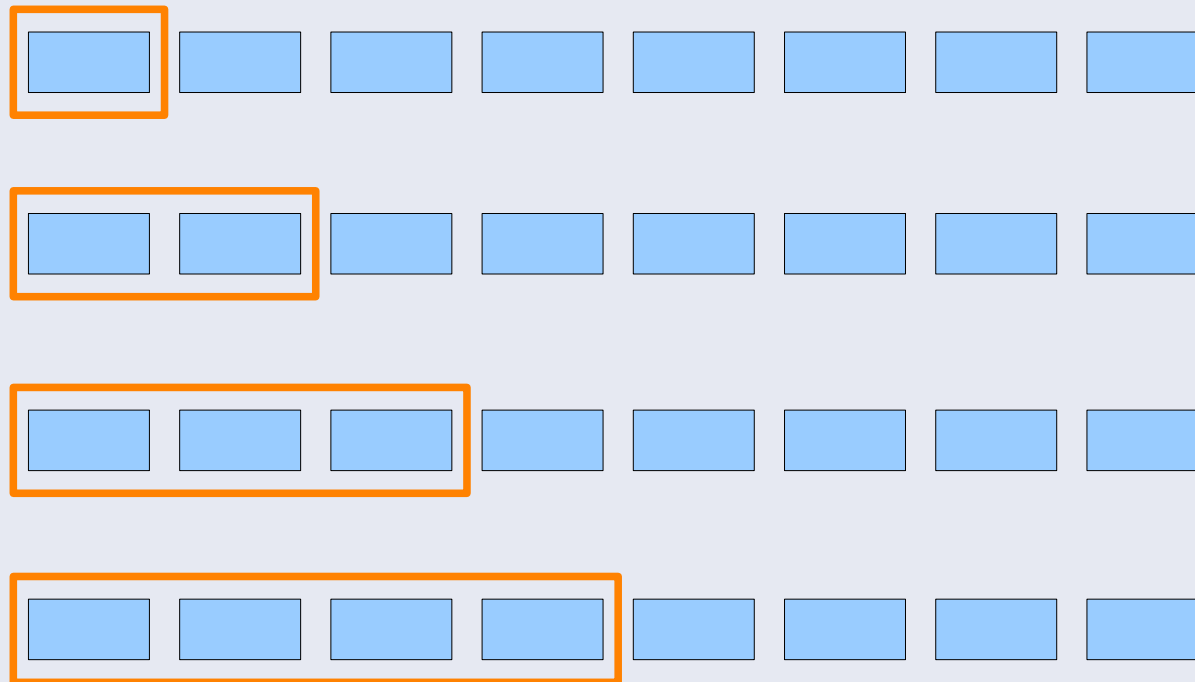
- i caratteri ASCII standard sono codificati con 1 byte
- tutti gli altri caratteri sono codificati utilizzando 2, 3 o 4 byte

In altre parole:

- in UTF-8 un code-point è codificato utilizzando 1, 2, 3 o 4 byte
- I code-point tra 0 e 127 occupano un solo byte

Come funziona UTF-8

Per capire come funziona UTF-8, partiamo dal problema della decodifica: data una sequenza di byte, come si risale alla sequenza di caratteri Unicode?



Come funziona UTF-8

1 byte

0XXXXXXXXX

Se il byte inizia con 0 allora il codepoint è codificato con un solo byte. I bit XXXXXXXX forniscono il valore del codepoint (in binario)

2 byte

110XXXXX

10YYYYYY

Un byte che inizia con 110 indica che il codepoint si estende anche sul byte successivo. Il byte successivo inizia con 10. I bit XXXXXYYYYYYY forniscono il valore del codepoint.

3 byte

1110XXXX

10YYYYYY

10ZZZZZZ

4 byte

11110XXX

10YYYYYY

10ZZZZZZ

10TTTTTT

Esempio

Problema Decodificare la seguente sequenza di byte, sapendo che si tratta di testo codificato in UTF-8

01000001 11100010 10001001 10100000 01000010

Soluzione

01000001 11100010 10001001 10100000 01000010



code-point:

1000001₍₂₎

||

65

A



code-point:

0010001001100000₍₂₎

||

8800

≠



code-point:

1000010₍₂₎

||

66

B

UTF-16

- UTF-16 è un compromesso tra UTF-32 e UTF-8
- E' la codifica adottata internamente da molti linguaggi di programmazione per rappresentare caratteri e stringhe (es Java)
- Un code-point in UTF-16 è codificato usando 2 o 4 byte