Artificial Intelligence
人工智能

第2章 知识表示和推理

概述、命题逻辑

*《人工智能》（第三版）贲可荣 课件

2.1 概述

2.1.1　知识和知识表示

2.1.2　知识-策略-智能

2.1.3　知识表示语言问题

2.1.4　现代逻辑学的基本研究方法

2.1.1 知识和知识表示

- 数据一般指单独的事实，是信息的载体。
- 信息由符号组成，如文字和数字，但是对符号赋予了一定的意义，因此有一定的用途或价值。
- 知识是由经验总结升华出来的，因此知识是经验的结晶。知识在信息的基础上增加了上下文信息，提供了更多的意义，因此也就更加有用和有价值。
- 知识是随着时间的变化而动态变化的，新的知识可以根据规则和已有的知识推导出来。

- 知识是经过加工的信息，它包括事实、信念和启发式规则。
  - 事实：是关于对象和物体的知识。
  - 规则：是有关问题中与事物的行动、动作相联系的因果关系的知识。
  - 元知识：是有关知识的知识，是知识库中的高层知识。
  - 常识性知识：泛指普遍存在而且被普遍认识了的客观事实一类知识。
- 知识表示就是研究用机器表示上述这些知识的可行性、有效性的一般方法，可以看作是将知识符号化并输入到计算机的过程和方法。

2.1.2 知识–策略–智能

- **策略**——关于如何解决问题的政策方略，

　　包括在什么时间、什么地点、由什么主体采取什么行动、达到什么目标、注意什么事项等等一整套完整而具体的行动计划规划、行动步骤、工作方式和工作方法。

▪智能

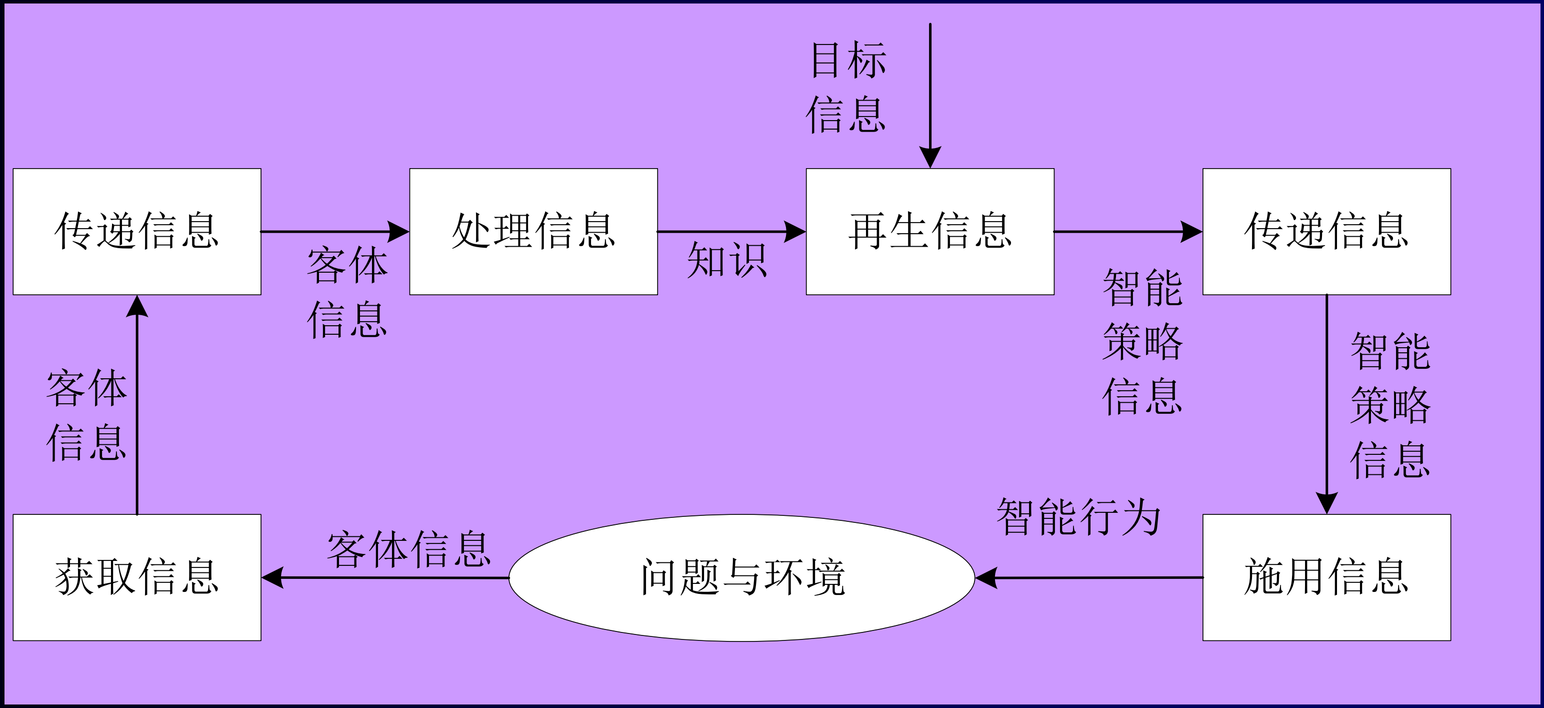
- 在给定的问题-问题环境-主体目的的条件下，智能就是有针对性地获取问题-环境的信息，恰当地对这些信息进行处理以提炼知识达到认知，在此基础上，把已有的知识与主体的目的信息相结合，合理地产生解决问题的策略信息，并利用所得到的策略信息在给定的环境下成功地解决问题达到主体的目的(行为)。

4个要素包括
- 信息
- 知识
- 策略
- 行为

- 总结：信息经加工提炼而成知识，知识被目的激活而成智能。

➢ 4个能力包括

- ❖ 获取有用信息的能力
- ❖ 由信息生成知识（认知）的能力
- ❖ 由知识和目的生成策略（决策）的能力
- ❖ 实施策略取得效果（施效）的能力



智能中的“信息-知识-策略”关系

2.1.3 知识表示语言问题

- 语法：语言的语法描述了组成语句的可能的搭配关系。
- 语义：语义定义了语句所指的世界中的事实。
- 从语法和语义，可以给出使用该语言的Agent的必要的推理机制。
- 基于该推理机制，Agent可以从已知的语句推导出结论，或判断某条信息是不是已蕴涵在现有的知识当中。

▪知识表示语言

1) 语法规则和语义解释，

2) 用于演绎和推导的规则。

- 程序设计语言比较善于描述算法和具体的数据结构。
- 知识表示语言应该支持知识不完全的情况。
- 不能表达这种不完全性的语言是表达能力不够的语言。

2.1.4 现代逻辑学的基本研究方法

逻辑学(logic)是研究人类思维规律的科学，而现代逻辑学则是用数学(**符号化**、**公理化**、**形式化**)的方法来研究这些规律。

1. 现代逻辑学求助数学——符号化

- 所谓符号化即是用“一种只作整体认读的记号(signs)”——符号(symbols)表示量、数及数量关系。
- 语言化是符号化的初级阶段。
- 现代逻辑学对思维的研究，需要更加彻底的符号化过程。
- 也用字母、符号表示思维的物理对象、概念对象、判断对象等。

2. 现代逻辑学追随数学——公理化

- 欧氏几何公理系统中的所有概念都有鲜明的直观背景，其公理、定理也都有强烈的客观意义。像欧氏几何这样的公理系统，常被称为具体公理系统。
- 始于Aristotle的逻辑学被符号化、公理化，逐步演化为现代逻辑学。
  - 如“一个条件命题等价于它的逆否命题”，“全称判断蕴涵特称判断”：

$$(A \rightarrow B) \longleftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

$$\forall x\, A(x) \rightarrow A(t)$$

3. 现代逻辑学改造数学——形式化

- 所谓形式化，就是彻头彻尾的“符号化＋抽象公理化”。
- 现代逻辑学形式系统如下组成：

(1) 用于将概念符号化的符号语言，通常为一形式语言，包括一符号表Σ及语言的文法，可生成表示对象的语言成分项，表示概念、判断的公式；

(2) 表示思维规律的逻辑学公理模式和推理规则模式(抽象公理系统)，及其依据它们推演可得到的全部定理组成的理论体系。

现代科学与逻辑思辨方法

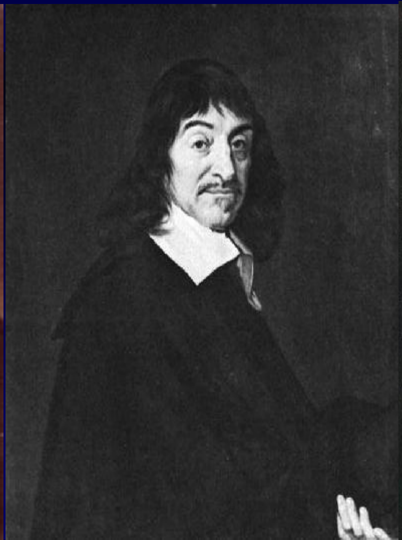
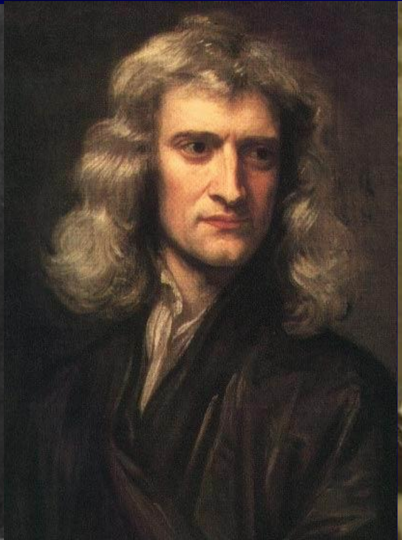
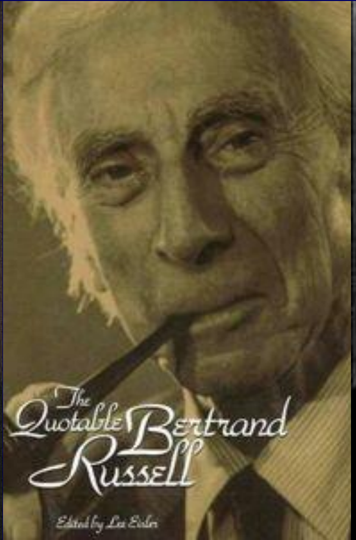
斯宾诺莎（1632-1677）（荷）：伦理学

笛卡尔（1596-1650）（法）：第一哲学的沉思

牛顿（1643-1727）（英）：力学体系

罗素 （1872-1970）（英）数理逻辑与现代数学

布劳维尔（1881-1966）（荷）：直觉主义逻辑

2.2 命题逻辑

2.2.1　语法

2.2.2　语义

2.2.3　命题演算形式系统PC

2.2 命题逻辑

- 命题——具有真假意义的陈述句。
  - 在特殊的情况下都具有 “真 （True）”和“假（False）”的意义句子，都是命题。真值——用T和F表示。
- 命题有两种类型：

1）原子命题

2）复合命题——由联结词、标点符号和原子命题等复合构成的命题。

所有这些命题都应具有确定的真值。

- 命题逻辑就是研究命题和命题之间关系的符号逻辑系统。
  - 用P、Q、R、S等来表示命题。如：

P：今天下雨

- P是命题标识符。
  - 命题常量（表示确定的命题的命题标识符），
  - 命题变元（只表示任意命题的位置标志的命题标识符）。

- 因为命题变元可以表示任意命题，所以它不能确定真值，故命题变元不是命题。
- 当命题变元P用一个特定的命题取代时，P才能确定真值，这时也称为对P进行指派。
- 当命题变元表示原子命题时，该变元称为原子变元。

2.2.1 语法

命题逻辑的符号：

（1）命题常元：True(T)和False(F)；

（2）命题符号：P、Q、R等；

（3）联结词：¬（否定）；∧（合取）；∨（析取）；→（蕴含）；↔（等价）。

（4）括号：( )。

2.2.2 语义

- 复合命题的意义是命题组成成份的函数。
- 联结词的语义可以定义如下：
- ✓ $\neg P$为真，当且仅当P为假。
- ✓ $P \wedge Q$为真，当且仅当P和Q都为真。
- ✓ $P \vee Q$为真，当且仅当P为真，或者Q为真。
- ✓ $P \rightarrow Q$为真，当且仅当P为假，或者Q为真。
- ✓ $P \leftrightarrow Q$为真，当且仅当$P \rightarrow Q$为真，并且$Q \rightarrow P$为真。

例2.1 求公式$G=((P\wedge(\neg Q))\rightarrow R)$的真值表，其中“=”可读为“代表”。

解：公式G共有$2^3=8$种指派。

定义2.2 设G是公式，A1，..An，为G中出现的所有原子命题。G的一种**指派**是对A1，..An赋予的一组真值，其中每个Ai(i=1,…,n)或者为T或者为F。

定义2.3 公式G称为在一种指派下为真，当且仅当G按该指派算出的真值为T，否则称为在该指派下为假。

- 若在公式中有n个不同的原子A1,…,An，那么该公式就有2^n个不同的指派。

定义2.4　　公式A称为永真式或重言式(tautology)，如果对任意指派α，α均弄真A，即α(A)=T。公式A称为可满足的(satisfiable)，如果存在指派α使α(A)=T，否则称A为不可满足的(unsatisfiable)，或永假式。

- 永真式是可满足的；当A为永真式(永假式)时，¬A为永假式(永真式)。

定义2.5　称公式A逻辑蕴涵公式B，记为A $\Rightarrow$ B，如果所有弄真A的指派亦必弄真公式B；称公式集Γ逻辑蕴涵公式B，记为Γ $\Rightarrow$ B，如果弄真Γ中所有公式的指派亦必弄真公式B。

定义2.6　称公式A逻辑等价公式B，记为A $\Leftrightarrow$ B，如果A $\Rightarrow$ B且B $\Rightarrow$ A。

定理2.1　设A为含有命题变元p的永真式，那么将A中p的所有出现均代换为命题公式B，所得公式(称为A的代入实例)仍为永真式。

定理2.2　设命题公式A含有子公式C(C为A中的符号串，且C为命题公式)，如果C $\leftrightarrow$ D，那么将A中子公式C的某些出现(未必全部)用D替换后所得公式B满足　A $\leftrightarrow$ B。

定理2.3　逻辑蕴涵关系具有自反性、反对称性及传递性；逻辑等价关系满足自反性、对称性和传递性。

定义2.7 命题公式B称为命题公式A的**合取（或析取）范式**，如果B⟺A，且B呈如下形式：

$$C_1 \wedge C_2 \wedge \ldots \wedge C_m（或 C_1 \vee C_2 \vee \ldots \vee C_m）$$

其中C_i（i=1，2，…，m）形如

$L_1 \vee L_2 \vee \ldots \vee L_n$（或$L_1 \wedge L_2 \wedge \ldots \wedge L_n$），

L_j（j=l, 2, …, n）为**原子公式**或**原子公式的否定**，称L_j为**文字**。

定理2.4 任一命题公式φ有其对应的合取（析取）范式。

定义2.8　命题公式B称为公式A的**主合取**(或主析取)范式，如果

(1)B是A的合取(或析取)范式。

(2)B中每一子句均有A中命题变元的全部出现，且仅出现一次。

定理2.5　n元命题公式的全体可以划分为2的 2^n 次幂个等价类，每一类中的公式彼此逻辑等价，并等价于它们公同的主合取范式(或主析取范式)。

2.2.3命题演算形式系统PC

1.公式

合式公式——

(a) p_1，p_2，p_3，…为命题逻辑的合式公式，

(b)如果A，B是公式，那么(¬ A)，(A→B)也是命题逻辑的合式公式，

(c) 命题逻辑的合式公式仅由(a)(b)所定义。

2. 命题逻辑的形式系统PC

命题逻辑的形式系统PC包括3条公理模式(A1-A3)和1条推理规则（即分离规则）r_{mp}:

A1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

A2. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

A3. $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$

$$r_{mp} \quad \frac{A, \quad A \rightarrow B}{B}$$

定义2.9 称下列公式序列为公式A在PC中的一个**证明**(proof)：

$$A_1, A_2, \ldots, A_m (=A)$$

其中A_i（$i=1, 2, \ldots, m$）或者是PC的公理，或者是A_j（$j<i$），或者是由A_j，A_k（$j, k<i$）使用分离规则所导出，而A_m即公式A。

定义2.10 称A为PC中的**定理**，记为$\vdash_{PC} A$，如果公式A在PC中有一个证明。

定义2.11 设Γ为一公式集，称以下公式序列为公式A的、以Γ为前提的**演绎**：

$$A_1, A_2, \dots, A_m = A$$

其中A_i（i=1, 2, …, m）或者是PC的公理，或者是Γ的成员，或者是A_j（j<i），或者是由A_j，A_k（j, k<i）使用分离规则所导出，而A_m即公式A。

定义2.12 称A为前提Γ的演绎结果，记为$\Gamma \vdash_{PC} A$，如果公式A有以Γ为前提的演绎。若Γ={B}，则用$B \vdash_{PC} A$表示$\Gamma \vdash_{PC} A$。若$B \vdash_{PC} A$，$A \vdash_{PC} B$则记为$A \dashv\vdash B$。

例2.2　证明 $\vdash_{PC} \neg B \to (B \to A)$

$\neg B \to (B \to A)$的证明序列如下：

(1) $\neg B \to (\neg A \to \neg B)$　公理A1

(2) $(\neg A \to \neg B) \to (B \to A)$　公理A3

(3) $((\neg A \to \neg B) \to (B \to A)) \to (\neg B \to ((\neg A \to \neg B) \to (B \to A)))$　公理A2

(4) $\neg B \to ((\neg A \to \neg B) \to (B \to A))$　r_{mp} (2)(3)

(5) $(\neg B \to ((\neg A \to \neg B) \to (B \to A))) \to ((\neg B \to (\neg A \to \neg B)) \to (\neg B \to (B \to A)))$　公理A2

(6) $(\neg B \to (\neg A \to \neg B)) \to (\neg B \to (B \to A))$　r_{mp} (4)(5)

(7) $\neg B \to (B \to A)$　r_{mp} (1)(6)

定理2.6（演绎定理）对PC中任意公式集Γ和公式A，B，$\Gamma \cup \{A\} \vdash_{PC} B$

当且仅当$\Gamma \vdash_{PC} A \to B$

定理2.7 PC是可靠的，即对任意公式集Γ及公式A，若$\Gamma \vdash A$，则$\Gamma \vDash A$。特别地，若A为PC的定理（$\vdash A$），则A永真（$\vDash A$）

定理2.8（一致性定理） PC是一致的(consistent)，即不存在公式A，使得A与$\neg A$均为PC之定理。

定理2.9（完全性定理） PC是完全的，即对任意公式集Γ和公式A，若$\Gamma \vDash A$，则$\Gamma \vdash A$。特别地，若A永真（$\vDash A$），则A必为PC之定理（$\vdash A$）。