Artificial Intelligence
人工智能实验

归结原理

中山大学计算机学院
2024年春季

目录

1. 理论课内容回顾

1.1 基本概念

1.2 命题逻辑归结算法

1.3 MGU（最一般合一）算法

1.4 一阶逻辑的归结算法

2. 实验任务

用归结算法求解逻辑推理问题（如AIpine Club问题）

1.1 基本概念

- 以Alpine Club问题为例
  - Tony, Mike, and John belong to the Alpine Club.
  - Every member of the Alpine Club who is not a skier is a mountain climber.
  - Mountain climbers do not like rain, and anyone who does not like snow is not a skier.
  - Mike dislikes whatever Tony likes, and likes whatever Tony dislikes.
  - Tony likes rain and snow.
  - Is there a member of the Alpine Club who is a mountain climber but not a skier?

1.1 基本概念

- Alpine Club问题形式化为
  - 已知条件（知识库）
    - Facts
      - A(tony)
      - A(mike)
      - A(john)
      - L(tony,rain)
      - L(tony,snow)
    - Rules
      - $\forall x(A(x) \wedge \neg S(x)) \rightarrow C(x)$
      - $\forall x(C(x) \rightarrow \neg L(x,rain))$
      - $\forall x(\neg L(x,snow) \rightarrow \neg S(x))$
      - $\forall x(L(tony,x) \rightarrow \neg L(mike,x))$
      - $\forall x(\neg L(tony,x) \rightarrow L(mike,x))$
  - 提问
    - $\exists x(A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x))$是否成立

1.1 基本概念

相关概念

- 常量（constant）：任何类型的实体
  - 俱乐部成员：tony，mike，john
  - 天气类型：rain，snow
- 变量（variable）：如x，y这类未知量
- 项（term）：可以理解为谓词/变量的参数项，由递归定义
  - 变量是项（可以看成是0元函数）
  - t1，t2，t3……tn是项，f是n元函数，则f(t1,t2,,,,tn)也是项

Tips: 一阶逻辑中谓词不是项，即不能作为函数/谓词的参数，也就是不存在f(P(x))这种复合方式，但是二阶逻辑中是可以的

1.1 基本概念

- 相关概念
  - 谓词（predicate）：谓词是对其参数（也叫做项，term）的
    - 零元谓词：退化为命题
    - 单元谓词（unary predicate）：只有一个参数，表示参数具备某种属性，如A(x)表示x属于Alpine俱乐部
    - 多元谓词：有多个参数，表示参数之间的关系，如L(x,y)表示x和y具有喜欢关系，即x喜欢y

1.1 基本概念

- 相关概念
  - 事实（fact）：谓词中变量实例化后得到事实
    - S(tony)：tony是skier
    - L(tony, rain)：tony喜欢下雨天
  - 规则（rule）：也叫做公式，通过递归定义
    - t1，t2，t3……tn是项，P是n元谓词，则P(t1,t2,,,,tn)是原子公式
    - t1，t2是项，那么t1=t2是原子公式
    - 如果α和β是公式，那么¬α，α∧β，α∨β，∃α，∀α都是公式

Tips:由于 (α →β) 等价于 (¬α ∨β)，(α↔β) 等价于 (α →β) ∧(β →α)，所以在递归定义中我们没有加入→和↔，它们可以被已有符号替代

1.1 基本概念

相关概念

- **可满足性：**
  - 以Alpine俱乐部为例，$\exists x(A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x))$是否成立就是在问，是否存在一组实例化（一组赋值），使得$A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x)$成立，这就是一个可满足性问题。对于该可满足性问题，只要能够找到一组赋值（在这里对应{x}的赋值），使得$A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x)$成立，那么“$A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x)$”是可满足的
- **逻辑蕴含和逻辑推论：**
  - 逻辑蕴含$S \models \alpha$指对于任意变量赋值，如果S正确，则α也正确
  - 逻辑推论$S \vdash \alpha$指存在一条推理路径，从S出发，推导证明α

1.2 命题逻辑归结算法

- 定理：
  - S |-() 当且仅当 S |= ()， S |= () 当且仅当 S 是不可满足的
  - 通过该定理，我们可得KB |= α 当且仅当 KB ∧¬α 不可满足，于是可以通过反证法证明KB |= α
- 归结算法：
  - 将α取否定，加入到KB当中
  - 将更新的KB转换为clausal form得到S
  - 反复调用单步归结
    - 如果得到空子句，即S|-()，说明KB ∧¬α 不可满足，算法终止，可得KB |= α
    - 如果一直归结直到不产生新的子句，在这个过程中没有得到空子句，则KB |= α不成立

1.2 命题逻辑归结算法

- 归结算法：
  - Clausal form (便于计算机处理的形式)
    - 每一个子句对应一个元组，元组每一个元素是一个原子公式/原子公式的否定，元素之间的关系是析取关系，表示只要一个原子成立，该子句成立
      - 如子句¬child∨¬male∨boy对应数据结构(¬child,¬male,boy)，空子句()对应False
    - 元组的集合组成子句集S，子句集中每个句子之间是合取关系，表示每一个子句都应该被满足
    - 由于本次实验重点是归结算法，所以问题输入是已经转换过的clausal form，关于具体转换方式感兴趣的同学可以参考课件
  - 单步归结
    - 从两个子句中分别寻找相同的原子，及其对应的原子否定
    - 去掉该原子并将两个子句合为一个，加入到S子句集合中
    - 例如(¬child,¬female,girl)和(child)合并为(¬female,girl)

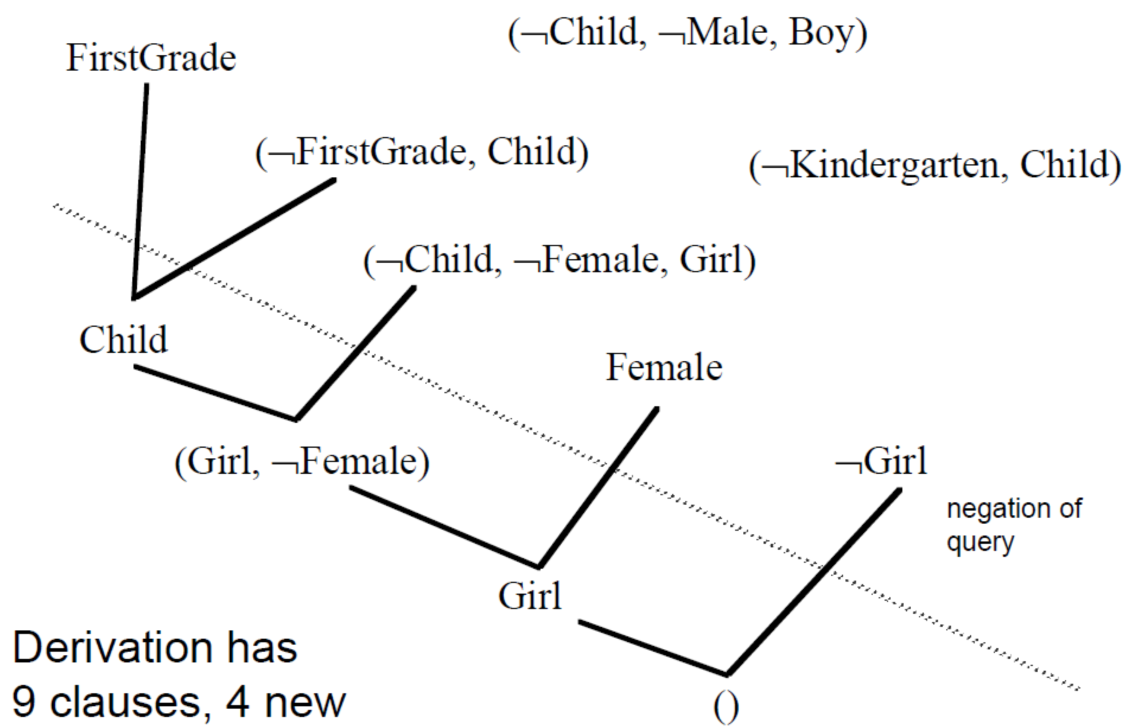
1.2 命题逻辑归结算法

- 例子

KB

FirstGrade
FirstGrade -> Child
Child ∧ Male -> Boy
Kindergarten -> Child
Child ∧ Female -> Girl
Female

Show that KB |= Girl



1.3 Most general unifier算法

- 最一般合一算法：
  - 合一（unifier）：
    - 通过变量替换使得两个子句能够被归结（有相同的原子），所以合一也被定义为使得两个原子公式等价的一组变量替换/赋值
    - 由于一阶逻辑中存在变量，所以归结之前需要进行合一，如(P(john),Q(fred),R(x))和(¬P(y),R(susan),R(y))两个子句中，我们无法找到一样的原子及其对应的否定，但是不代表它们不能够归结
    - 通过将y替换为john，我们得到了(P(john),Q(fred),R(x))和(¬P(john),R(susan),R(john))，此时我们两个子句分别存在原子P(john)和它的否定¬P(john)，可以进行归结
  - 最一般合一：指使得两个原子公式等价，最简单的一组变量替换

1.3 Most general unifier算法

- 最一般合一算法：
  - 输入：两个原子公式，它们具有相同的谓词，不同的参数项和“¬”
  - 输出：一组变量替换/赋值
  - 算法流程：
    - k = 0; σ_0 = {}; S_0 = {f,g}
    - 如果S_k中的公式等价，返回σ_k作为最一般合一的结果
      - 否则找出S_k中的不匹配项D_k = {e1,e2}
    - 如果 e1=V 是变量，e2 = t是一个不包含变量V的项，将“V = t”添加到赋值集合$\sigma_{k+1} = \sigma_k \cup \{V = t\}$；并将$S_k$中的其它V变量也赋值为t，得到 S_{k+1} ；k = k + 1，转到第二步
      - 否则合一失败

Tips:变量替换是从两个原子公式中找到的，但是最后要施加给整个子句的

1.3 Most general unifier算法

- 例子：
  - P(f(a),g(x)) 和 P(y,y)无法合一
  - P(a,x,h(g(z))) 和 P(z,h(y),h(y))最一般合一为{z=a,x=h(g(a)),y=g(a)}
  - P(x,x) 和 P(y,f(y))无法合一

作业（不用提交）

1.命题逻辑的归结推理

编写函数 `ResolutionProp` 实现命题逻辑的归结推理. 该函数要点如下:

- 输入为子句集(数据类型与格式详见课件), 每个子句中的元素是原子命题或其否定.
- 输出归结推理的过程, 每个归结步骤存为字符串, 将所有归结步骤按序存到一个列表中并返回, 即返回的数据类型为 `list[str]` .
- 一个归结步骤的格式为 `步骤编号 R[用到的子句编号] = 子句` . 如果一个字句包含多个公式, 则每个公式用编号 `a,b,c...` 区分, 如果一个字句仅包含一个公式, 则不用编号区分. (见课件和例题)

例子: 输入子句集

```
KB = {(FirstGrade,), (~FirstGrade,Child), (~Child,)}
```

则调用 `ResolutionProp(KB)` 后返回推理过程的列表如下:

```
1 (FirstGrade,),
2 (~FirstGrade,Child)
3 (~Child,),
4 R[1,2a] = (Child,),
5 R[3,4] = ()
```

作业（不用提交）

2.最一般合一算法

编写函数 `MGU` 实现最一般合一算法. 该函数要点如下:

- 输入为两个原子公式，它们的谓词相同. 其数据类型为 `str` ，格式详见课件.
- 输出最一般合一的结果，数据类型为 `dict` ，格式形如{变量: 项, 变量: 项}，其中的变量和项均为字符串.
- 若不存在合一，则返回空字典.

例子:

调用 `MGU('P(xx,a)', 'P(b,yy)')` 后返回字典 `{'xx':'b', 'yy':'a'}` .

调用 `MGU('P(a,xx,f(g(yy)))', 'P(zz,f(zz),f(uu))')` 后返回字典 `{'zz':'a', 'xx':'f(a)', 'uu':'g(yy)'}` .

1.4 一阶逻辑归结算法

- 归结算法：
  - 将α取否定，加入到KB当中
  - 将更新的KB转换为clausal form得到S
  - 反复调用单步归结
    - 如果得到空子句，即S|-()，说明KB ∧¬α 不可满足，算法终止，可得KB |= α
    - 如果一直归结直到不产生新的子句，在这个过程中没有得到空子句，则KB |= α不成立
  - 单步归结
    - 使用MGU算法从两个子句中得到相同的原子，及其对应的原子否定
    - 去掉该原子并将两个子句合为一个，加入到S子句集合中
    - 例如(¬Student(x),HardWorker(x))和(HardWorker(sue))合并为(¬Student(sue))

2. 实验任务

- 编写程序，实现一阶逻辑归结算法，并用于求解给出的三个逻辑推理问题，要求输出按照如下格式：

  1. (P(x),Q(g(x)))
  2. (R(a),Q(z),¬P(a))
  3. R[1a,2c]{X=a} (Q(g(a)),R(a),Q(z))

  … …

  … …

  “R” 表示归结步骤.

  “1a” 表示第一个子句(1-th)中的第一个 (a-th)个原子公式，即P(x).

  “2c”表示第二个子句(1-th)中的第三个 (c-th)个原子公式，即¬P(a).

  “1a”和“2c”是冲突的，所以应用最小合一{X = a}.

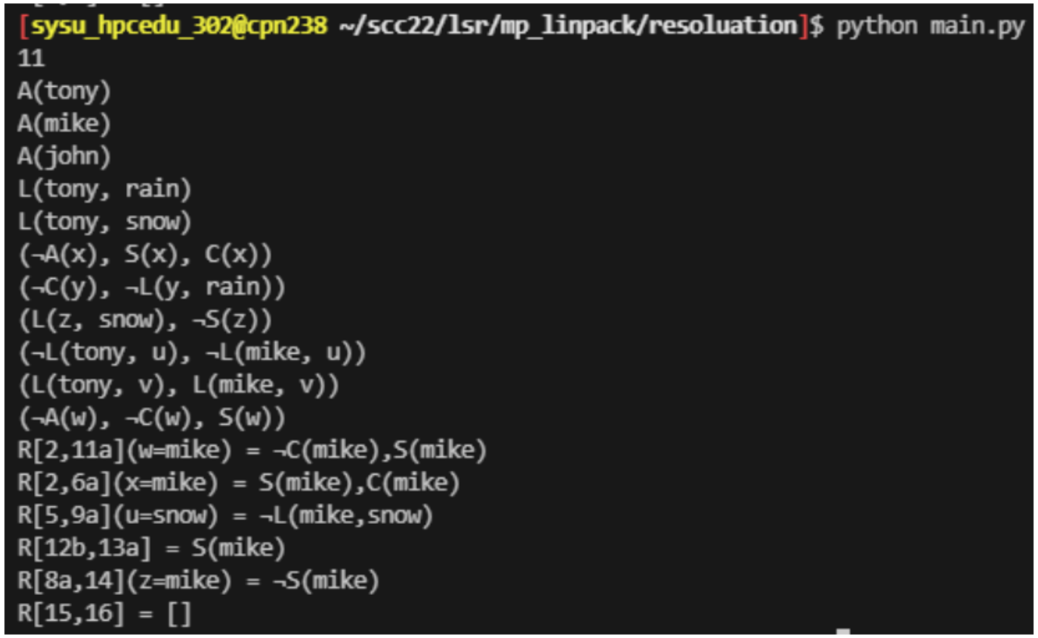
2. 实验任务

- 存储**公式**的python数据结构
  - 用字符串存储
  - 符号¬用‘~’代替
  - 谓词的首字母大写, 例如用A, B, C, P1, P2, Student等表示; 谓词的每个参数之间用逗号“,”间隔且不加空格
  - 常量用小写单词或a, b, c等小写字母表示;
  - 本次作业的公式中不含∃,∀量词符号
    - 例子: ¬child存储为 “~child” boy存储为“boy”
    - 几个公式: “R(a)”, “~P(a,zz)”, “Student(tony)”. 这里应该将a,tony看做常量,将zz看做变量

2. 实验任务

- 存储**子句**的python数据结构
  - 用tuple的方式存储
    - 例子:
    - ¬child∨¬male∨boy存储为('~child', '~male', 'boy')
    - ¬S(z) ∨ L(z, snow)存储为('~S(z)', 'L(z,snow)')
- 存储**子句集**的python数据结构
  - 子句集用set的方式存储, 每个元素是子句(元组)

- Alpine Club
  - A(tony)
  - A(mike)
  - A(john)
  - L(tony, rain)
  - L(tony, snow)
  - (¬A(x), S(x), C(x))
  - (¬C(y), ¬L(y, rain))
  - (L(z, snow), ¬S(z))
  - (¬L(tony, u), ¬L(mike, u))
  - (L(tony, v), L(mike, v))
  - (¬A(w), ¬C(w), S(w))



2. 实验任务

- Graduate Student
  - GradStudent(sue)
  - (¬GradStudent(x), Student(x))
  - (¬Student(x), HardWorker(x))
  - ¬HardWorker(sue)

```
[sysu_hpcedu_302@cpn238 ~/scc22/lsr/mp_linpack/resoluation]$ python main.py
4
GradStudent(sue)
(¬GradStudent(x), Student(x))
(¬Student(x), HardWorker(x))
¬HardWorker(sue)
R[3b,4](x=sue) = ¬Student(sue)
R[1,2a](x=sue) = Student(sue)
R[5,6] = []
```

3. 作业提交说明

- 压缩包命名为："学号_姓名_作业编号"，例：20240312_张三_实验3。
- 每次作业文件下包含两部分：code文件夹和实验报告PDF文件。
  - code文件夹：存放实验代码；
  - PDF文件格式参考发的模板。
- 如果需要更新提交的版本，则在后面加_v2，_v3。如第一版是"学号_姓名_作业编号.zip"，第二版是"学号_姓名_作业编号_v2.zip"，依此类推。
- 截至日期：**2024年3月26日晚24点**。
- 提交邮箱：zhangyc8@mail2.sysu.edu.cn。