SV0: Rechnerpraktikum

Abgabe: bis zum 07.12.2016
Abzugeben: quaderror.m, aufgabe2.m, sigapp.m, aufgabe4.m und aufgabe5.m in einem Archiv

Signalapproximation

Quadratischer Fehler

$$e^2 = \sum_{n=1}^{N} \left(f(t_n) - f_{ap}(t_n) \right)^2$$

Lösungsschema für die Signalapproximation mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Approximationsfunktion aus n Basisfunktionen

$$f_{ap} = c_1 f_1 + \ldots + c_n f_n$$

1. Aufstellung des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} \sum f_1 \cdot f_1 & \cdots & \sum f_1 \cdot f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum f_n \cdot f_1 & \cdots & \sum f_n \cdot f_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y \cdot f_1 \\ \vdots \\ \sum y \cdot f_n \end{pmatrix}$$

$\sum f_i \cdot f_j$: Summe der elementweisen Produkte der Funktionswerte von f_i und f_j.

2. Lösung in MATLAB

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum f_1 \cdot f_1 & \cdots & \sum f_1 \cdot f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum f_n \cdot f_1 & \cdots & \sum f_n \cdot f_n \end{pmatrix} \backslash \begin{pmatrix} \sum y \cdot f_1 \\ \vdots \\ \sum y \cdot f_n \end{pmatrix}$$

1. Programmieren Sie die MATLAB-Funktion: function e2 = quaderror(f,fap).
   Die Funktion soll den quadratischen Fehler e^2 zwischen den Abtastwerten $f(t_n)$ des diskreten Signals und seiner Approximation $f_{ap}(t_n)$ berechnen. Es soll überprüft werden, ob f und f_{ap} Vektoren sind und ob beide die gleiche Dimension haben. Im Fehlerfall soll die Funktion mit einer entsprechenden Fehlermeldung beendet werden.

   >> help *size*

   2 Punkte

2. Programmieren Sie das MATLAB-Skript: aufgabe2.m.
   In dieser Aufgabe soll die Signalapproximation mit Hilfe von Polynomen erfolgen. Hierfür seinen folgende diskrete Messwerte gegeben: $x = [0,1,2,3,4]$, $y = f(x) = [1,-1,3,1,2]$.
   Bestimmen Sie mit Hilfe der internen MATLAB-Funktion *polyfit* jeweils ein Polynom ersten Gerades, ein Polynom zweiten Gerades, ein Polynom dritten Gerades und ein Polynom vierten Gerades, welche die Messwerte am besten annähern. Stellen Sie die diskreten Messwerte und die bestimmten Polynome in einer gemeinsamen Grafik mit verschiedenen Farben dar und legen Sie eine Legende an.
   Bestimmen Sie für die ermittelten Polynome die quadratischen Fehler und geben Sie diese als Konsolenausgabe aus.

   >> help *polyfit*, *polyval, sprint*

6 Punkte

3. Schreiben Sie die MATLAB-Funktion: function c = sigapp(x,y,f).
Mit dieser Aufgabe soll das Konzept von *function_handles* geübt werden.
Der Funktion werden sowohl die diskreten Messwerte x und y in Form von zwei Vektoren als auch ein Feld von beliebig vielen Approximationsfunktionen f = {(@(x) x.^2-1), (@(x) cos(x)), …}.
Implementieren Sie das vorgegebene Lösungsschema für die Signalapproximation mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Prüfen Sie, ob mindestens eine Approximationsfunktion angegeben wurde. Falls dies nicht der Fall sein sollte, soll eine entsprechende Fehlermeldung ausgegeben werden. Der Rückgabevektor c soll die gesuchten Koeffizienten c1, c2, … cn enthalten.

Beispiel-Funktionsaufruf:
>> c = sigapp([-1,0,1,2], [2,-1,3,6], {(@(x) exp(0*x)), (@(x) exp(x)), (@(x) exp(-x))});

>> help *nargin, .*, *

6 Punkte

4. Programmieren Sie das MATLAB-Skript: aufgabe4.m.
Nun soll die Signalapproximation mit Hilfe der folgenden drei Exponentialfunktionen erfolgen:
$f_1(x) = \exp(0 \cdot x)$, $f_2(x) = \exp(x)$ und $f_3(x) = \exp(-x)$.
Außerdem seinen folgende diskrete Messwerte gegeben: $x = [0,1,2,3,4]$, $y = f(x) = [2,1,3,5,3]$.
Stellen Sie die ermittelte approximierte Funktion und die diskreten Messwerte in einem gemeinsamen Diagramm dar. Bestimmen Sie den quadratischen Fehler und geben Sie diesen auf der Konsole aus. Nutzen Sie die Aufgabe 3 erstellte Funktion.

3 Punkte

5. Programmieren Sie das MATLAB-Skript: aufgabe5.m.
Nun soll die Signalapproximation mit Hilfe der folgenden vier trigonometrischen Funktionen erfolgen: $f_1(x) = \cos(0.*x)$, $f_2(x) = \cos(x)$, $f_3(x) = \cos(2.*x)$ und $f_4(x) = \cos(3.*x)$.
Folgende diskrete Messwerte sind gegeben: $x = [0,1,2,3,4,5]$, $y = f(x) = [8,7,8,4,7,11]$
Stellen Sie die ermittelte approximierte Funktion und die diskreten Messwerte in einem gemeinsamen Diagramm dar. Bestimmen Sie den quadratischen Fehler und geben Sie diesen auf der Konsole aus. Nutzen Sie die Aufgabe 3 erstellte Funktion.

3 Punkte